تتضمن هذه المحاضرة درسين هما :

*** مبادئ الإحصاء الوصفي.**

*** مميزات سلسلة إحصائية.**

مبادئ الإحصاء الوصفي

الهدف من الدرس : تعريف المفردات المستعملة في الإحصاء وكيفية إنشاء التمثيلات البيانية المختلفة.

المدّة اللازمة لدراسته : ١٠ ساعات.

تصميم الدرس

١ -عموميات.

٢ - التمثيلات البيانية المختلفة.

٣ - تمارين التصحيح الذاتي.

٤ - الأجوبة.

١- عموميات :

إذا أردنا معرفة عمر كل تلميذ مسجّل في المركز الوطني لتعميم التعليم فإننا نحصل على سلسلة من الأعداد يمكن أن نرتّبها في جدول يسمى جدولا إحصائيا.

١ -١ - المجتمع الإحصائي-الوحدة الإحصائية - العيّنة .

المجتمع الإحصائي هو المجموعة التي تجري عليها المشاهدات. كل عنصر من المجتمع الإحصائي يسمى **وحدة إحصائية.**

* إذا كان عدد عناصر المجتمع الإحصائي كبيراً جداً فإنه تجرى المشاهدات على مجموعة جزئية منه تسمى **العيّنة.**

١ - ٢ الطبع الإحصائي.

الطبع الإحصائي هو الخاصة لمجتمع إحصائي التي ندرسها. في مثال المقدّمة، الطبع المدروس هو : " عمر تلميذ "

طبع إحصائي يمكن أن يكون طبعًا نوعيًّا أو طبعًا كميًّا.

* يكون الطبع الإحصائي **نوعياً** إذا لم ترفق به قيمة عددية (مثلا، نوعية قطعة مصنّعة في معمل - صالحة أم غير صالحة - هي طبع نوعيّ).

* يكون الطبع الإحصائي كميًّا إذا أمكن قياسه (مثلا، عمر إنسان هو طبع كمّي).

الطبع الكمي يمكن أن يكون متقطعًا أو مستمراً.

* يكون الطبع الكمّي متقطعًا إذا أخذ قيما منعزلة صحيحة (مثلا، عدد أفراد أسرة).

* يكون الطبع الكمي مستمرا إذا أخذ كل قيم من مجال معطي (مثلا، كل القياسات التي تخص الطول والوزن والوقت).

١ - ٣ أمثلة :

* سلسلة ذات طبع نوعي

- المجتمع الإحصائي : ١٠٠ قطعة مصنعة في معمل .

- الطبع الإحصائي : نوعية قطعة (صالحة أم غير صالحة).

القطع	صالحة	غير صالحة
عدد القطع	٩٤	٦

* سلسلة ذات طبع كمي متقطع.

الثانية ثانوي من ثانوية ما.

– الطبع الإحصائي : عمر (أو سنّ) كل تلميذ.

العمر	١٥	١٦	١٧	١٨
عدد التلاميذ	١	١٢	٢١	٢

* سلسلة ذات طبع كمي مستمر.

– المجتمع الإحصائي : ٣٦ تلميذ السنة الثانية ثانوي من ثانوية ما.

– الطبع الإحصائي : طول قامة كل تلميذ بالسنتيمترات

طول القامة	]١٤٠،١٥٠]	]١٥٠،١٦٠]	]١٦٠،١٧٠]	]١٧٠،١٨٠]	١٨٠،١٩٠]
عدد التلاميذ	٢	٧	٥	١٧	٥

١ – ٤ – **التوزيع التكرار** :

* في المثال ٢، الجدول يرفق بكل قيمة $س_{هـ}$ للطبع العدد $ن_{هـ}$ ($ن_{هـ}$ هو عدد مرات حدوث $س_{هـ}$).

$ن_{هـ}$ يسمى تكرار $س_{هـ}$ وكل النتائج المحصل عليها تسمى **التوزيع التكراري**.

* في المثال ٣، الجدول يرفق بكل مجال (نسمّيه فئة) تكراره $ن_{هـ}$.

تعاريف خاصة بالفئة.

لنعتبر الفئة [∂ ، ب [.

– حدّا الفئة هما العددان ∂ ، ب

– مدى الفئة هو العدد ب – ∂.

ويسمى في بعض الأحيان " اتساع الفئة " أو " طول الفئة "

– مركز الفئة هو العدد $\frac{\partial+ب}{2}$

مثلا :

لنعتبر الفئة [١٦٠، ١٧٠ [

حدّا الفئة هما العددان ١٦٠، ١٧٠

مدى الفئة هو ١٠.

مركز الفئة هو ١٦٥

١–٥ – التوزيع التكراري المتجمع.

* التوزيع التكراري المتجمع الصاعد.

إنطلاقاً من جدول التوزيع التكراري للمثال ٣، يمكن أن ننشئ الجدول التالي :

طول القامة	> ١٥٠	> ١٦٠	> ١٧٠	> ١٨٠	> 190
عدد التلاميذ (التكرارات)	٢	٢–٧= ٩	٩ + ٥= ١٤	١٤–١٧=٣١	٣١ + ٥ = ٣٦

هذا الجدول يسمى **جدول التوزيع التكراري المجتمع الصاعد.**

* التوزيع التكراري المتجمع النازل.

إنطلاقا من جدول التوزيع التكراري للمثال ٣، يمكن أن ننشئ الجدول التالي :

طول القامة	≤ 140	≤ ١٥٠	≤ ١٦٠	≤ ١٧٠	≤ ١٨٠
عدد التلاميذ (التكرارات)	٣٦	٣٦–٢= ٣٤	٣٤ –٧= ٢٧	٢٧–٥=٢٢	٢٢–١٧ = ٥

هذا الجدول يسمّى **جدول التوزيع التكراري المتجمع النازل.**

٢ – التمثيلات البيانية المختلفة.

في كل الحالات، المعلم متعامد.

الطبع متقطع :

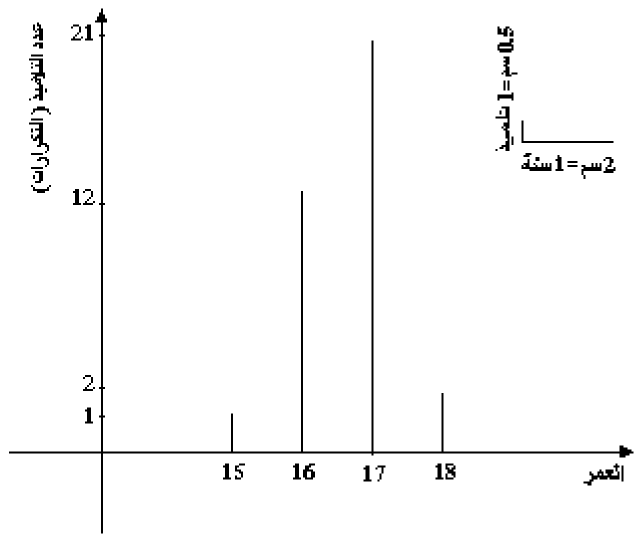
* لنعتبر المثال ٢ (الفقرة ١–٣).

نفرض أن فاصلة م على محور الفواصل هي ١٤ وأن وحدة الطول على هذا المحور هي ٢ سم ونفرض أن وحدة الطول على محور التراتيب هي ٠.٥ سم.

ننشئ النقط ∂ (١٥، ٠)، ب (١٦، ٠)، جـ (١٧، ٠)، د (١٨، ٠).

ثم النقط ∂َ (١٥، ١)، بَ (١٦، ١٢)، جَ (١٧، ٢١)، (١٨، ٢).

ننشئ القطعة المستقيمة [∂ ∂َ]، [ب بَ]، [جـ جَ]، [د دَ].



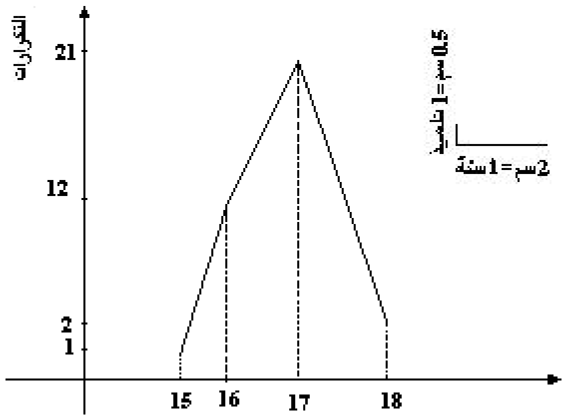
مجموعة القطع المستقيمة المحصل عليها تشكل تمثيلا بيانيا لتوزيع التكراري. يسمى هذا التمثيل الأعمدة التكرارية.

* نعرف فيما يلي تمثيلا بيانيا آخر لنفس التوزيع التكراري.

نختار معلما مثل المعلم السابق.

ننشئ النقط ∂َ (١٥، ١)، بَ (١٦، ١٢)، جَ (١٧، ٢١)، دَ (١٨، ٢).

نشئ الخط المضلّعي ∂َ بَ جَ دَ.



الخط المضلّعي المحصل عليه يشكّل تمثيلا بيانيا للتوزيع التكراري. يسمى هذا التمثيل

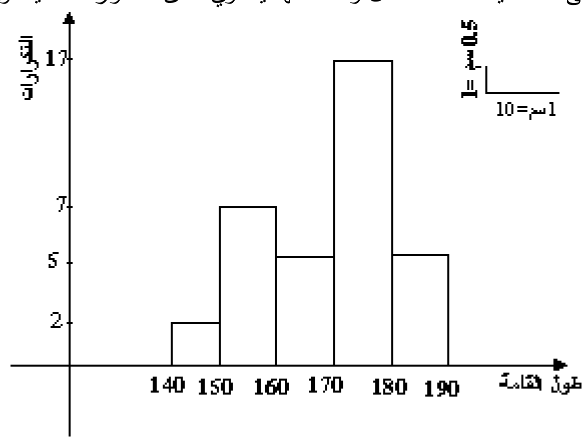
المضلـع التكراري للتوزيـع.

٢ – ٢ – الطبـع مستـمر.

* لنعتبر المثال ٣ (الفقرة ١ – ٣). نفرض أن فاصلة م على محور الفواصل هي ١٠٠ وأن وحدة الطول على هذا المحور هي ١سم ونفرض أن وحدة الطول على محور التراتيب هي ٠.٥ سم.

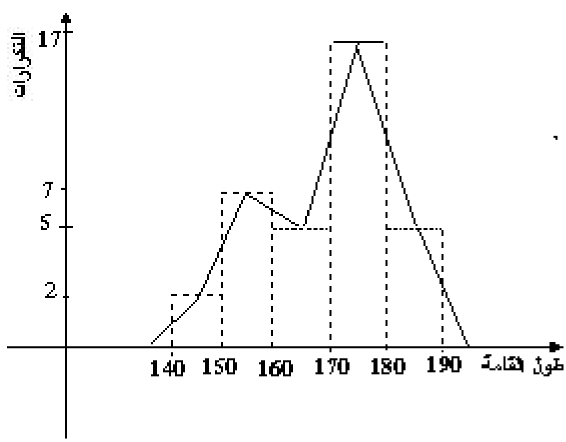
على محور الفواصل، ننشئ النقط ذات الفواصل :١٤٠، ١٥٠، ١٦٠، ١٧٠، ١٨٠، ١٩٠.

ننشئ مستطيلات قاعدة كل واحد منها يساوي مدى فئة وارتفاعه يساوي تكراره هذه الفئة.



مجموعة المستطيلات المحصل عليها تشكل تمثيلا بيانيا للتوزيع التكراري. يسمى هذا التمثيل المدرج التكراري للتوزيع.

* نعّرف فيما يلي تمثيلا بيانيا آخر لنفس التوزيع التكراري.
نختار معلما مثل الملم السابق.
فئات التوزيع التكراري هي :[١٤٠، ١٥٠[،[١٥٠، ١٦٠[،[١٦٠، ١٧٠[،[١٧٠،١٨٠[،[١٨٠،١٩٠[.
مراكز هذه الفئات هي : ١٤٥، ١٥٥، ١٦٥، ١٧٥، ١٨٥.
ننشئ النقط :∂َ(١٤٥، ٢)، ب(١٥٥، ٧)،جـ (١٦٥، ٥)، د(١٧٥، ١٧)، هـ (١٨٥، ٥).
ثم ننشئ النقطتين : و(١٣٥، ٠)، ي (١٨٥، ٠) (حيث ١٣٥ هو مركز الفئة ما قبل الفئة الأولى للتوزيع وَ ١٩٥ مركز الفئة ما بعد الفئة الأخيرة للتوزيع).
ننشئ الخط المضلّعي و∂ ب جـ د هـ ي.



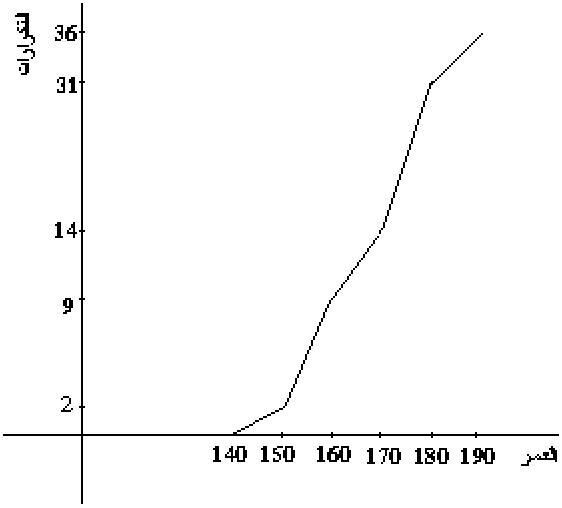
يسمى الخط المضلعي التكراري المحصل عليه المضلّع التكراري للتوزيع.
ملاحظة : نستطيع أن نستنتج المضلع التكراري من المدرج التكراري لأن النقط ∂ ب جـ د هـ هي منتصفات القاعدات العليا لمستطيلات المدرج التكراري.

٢-٣ المضلّع التكراري المتجمّع.

* المضلع التكراري المتجمع الصاعد.
نستعمل الجدول الأول للفقرة ١-٥.

نختار المعلم كالآتي : على محور الفواصل ، فاصلة م هي ١٠٠ و ١ سم يمثل ١٠. على محور التراتيب، ١ سم يمثل ٤.

ننشئ النقط : و (١٤٠، ٠)،∂ (١٥٠، ٢)، ب (١٦٠، ٩)، جـ (١٧٠، ١٤)، د (١٨٠، ٣١)، هـ (١٩٠، ٣٦). ننشئ الخط المضلّع و∂ ب جـ د هـ.

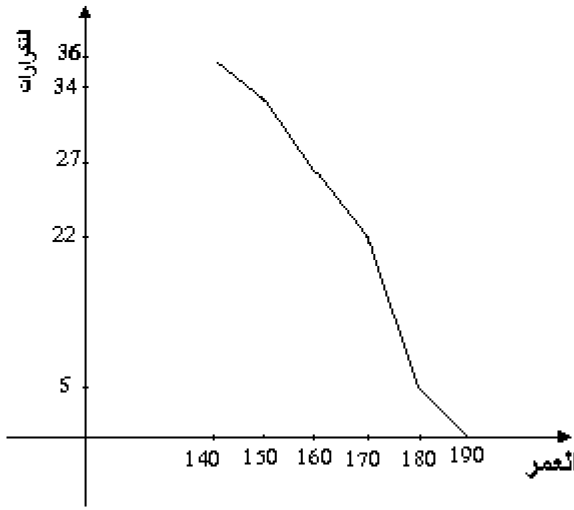


يسمى الخط المضلّعي المحصل عليه المضلّع التكراري الصاعد للتوزيع.

* المضلّع التكراري المتجمّع النازل : نستعمل الجدول الثاني للفقرة ١ – ٥.

نختار معلما مثل المعلم السابق. ننشيء النقط :∂ (١٤٠، ٣٦)، ب (١٥٠، ٣٤)، جـ (١٦٠ ، ٢٧) ، د(١٧٠، ٢٢)، هـ(١٨٠، ٥)، ي(١٩٠، ٠).

ننشئ الخط المضلّعي∂ ب جـ د هـ ي.



الخط المضلّعي المحصل عليه يسمّي **المضلع التكراري المتجمّع النازل.**

٣- تمارين التصحيح الذاتي :

٣ -١ - بعد إختبار في الرياضيات، العلامات (النقط) المحصل عليها من طرف تلاميذ مركز إمتحان موزعة في الجدول التالي :

العلامات	التكرارات $ن_هـ$	مراكز الفئات $س_هـ$	$ن_هـ \cdot س_هـ$
] ٠ ، ٤]	١٢		
] ،]		٦	٩٠
] ،]	٢٠	٩	
] ١٠، ١٢]			١٨٧
] ،]	١٠	١٤	
] ١٦، ٢٠]			.
	$\sum ن_هـ =$		$\sum ن_هـ \, س_هـ = ٧٤٧$

أكمل هذا الجدول.

ملاحظات :

١) الرمز $\sum$ ن $_{هـ}$ يدل على المجموع :

ن$_1$+ ن$_2$+ ن$_3$+ ن$_4$+ ن$_5$+ ن$_6$

والرمز $\sum$ ن $_{هـ}$ س $_{هـ}$ يدل على المجموع :

ن$_1$س$_1$+ ن$_2$س$_2$+ ن$_3$س$_3$+ ن$_4$س$_4$+ ن$_5$س$_5$+ ن$_6$س$_6$

٢) لاحظ أن التوزيع التكراري السابق له فئات غير متساوية المدى.

٣-٢ سُئل ٤٠ شخصاً عن عدد الكتب التي يقرأها كل واحد منهم في سنة. فالنتائج كانت كما يلي :

١٥، ٢٤، ٣١، ٨٠، ٢٧، ٢، ١، ٤، ١، ١، ٧، ١٨، ١٨، ١٧، ٣٩، ٣٧، ٣٤، ٢٨، ٢١، ١٤، ١٣،
٢١، ١٧، ١٣، ٨، ١٨، ١١، ١٣، ٣، ٤، ١، ٢، ٢١، ١٣،٣٧، ٢،١،٧،٣٩، ١٥.

١ – رتّب هذه النتائج ترتيبا تصاعديا.

٢ – قدّم هذه النتائج في جدول توزيع تكراري ذي فئات متساوية المدى (الفئة الأولى هي [٠، ٥ [ ).

٣ – أنشئ، في نفس المعلم، المدرج التكراري والمضلّع التكراري.

٤ – أنشئ، في نفس المعلم، المضلّع التكراري المتجمع الصاعد والمضلّع التكراري المتجمع النّازل.

٤ - الأجوبـة :

٤ - ١ حل التمرين ٣-١ :

العلامات	التكرارات $\text{ن}_{\text{هـ}}$	مراكز الفئات $\text{س}_{\text{هـ}}$	$\text{ن}_{\text{هـ}} \cdot \text{س}_{\text{هـ}}$
[٠ ، ٤ [	١٢	٢	٢٤
[٤ ، ٨ [	١٥	٦	٩٠
[٨ ، ١٠ [	٢٠	٩	١٨٠
[١٠، ١٢ [	١٧	١١	١٨٧
[١٢، ١٦ [	١٠	١٤	١٤٠
[١٦، ٢٠ [	٧	١٨	١٢٦
	$\sum \text{ن}_{\text{هـ}} = ٨١$		$\sum \text{ن}_{\text{هـ}} \cdot \text{س}_{\text{هـ}} = ٧٤٧$

٤ - ٢ - حل التمرين ٣ - ٢ :

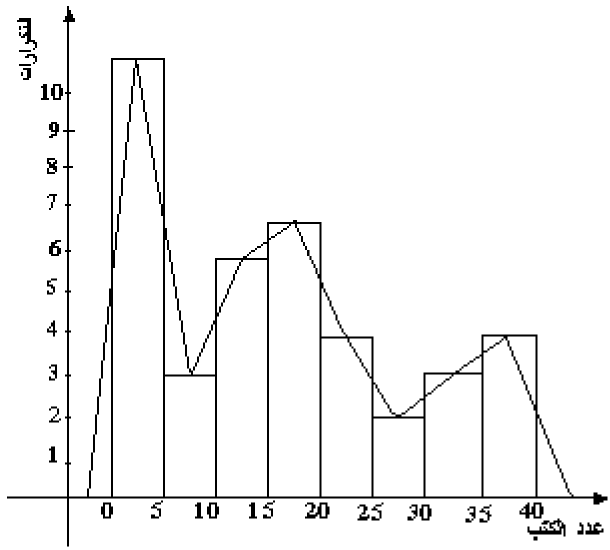
١ - ترتيب النتائج ترتيبا تصاعديا.

١، ١، ١، ١، ١، ٢، ٢، ٢، ٣، ٤، ٤، ٧، ٧، ٨، ١١، ١٣، ١٣، ١٣، ١٣، ١٤، ١٥، ١٥، ١٧، ١٧، ١٨، ١٨، ١٨، ١٨، ٢١، ٢١، ٢١، ٢٤، ٢٧، ٢٨، ٣٠، ٣١، ٣٤، ٣٧، ٣٧، ٣٩، ٣٩.

٢ - إنشاء جدول التوزيع التكراري.

عدد الكتب	[٠،٥[	[٥،١٠[	[١٠،١٥[	[١٥،٢٠[	[٢٠،٢٥[	[٢٥،٣٠[	[٣٠،٣٥[	[٣٥،٤٠[
التكرارات	١١	٣	٦	٧	٤	٢	٣	٤

٣ - إنشاء المدرج التكراري والمضلع التكراري :



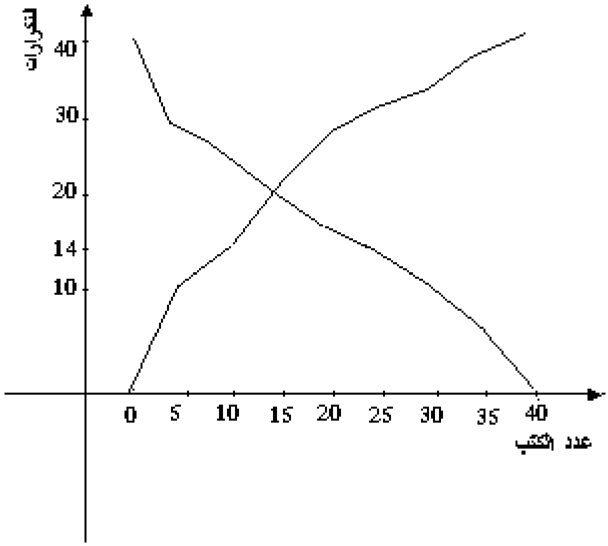
٤ – إنشاء المضلّع التكراري المتجمّع الصاعد والمضلّع التكراري المتجمع النازل.

جدول التوزيع التكراري المتجمع الصاعد :

عدد الكتب	< ٥	< ١٠	< ١٥	< ٢٠	< ٢٥	< ٣٠	< ٣٥	< ٤٠
التكرارات	١١	١٤	٢٠	٢٧	٣١	٣٣	٣٦	٤٠

جدول التوزيع التكراري المتجمع النازل :

عدد الكتب	≤ ٠	≤ ٥	≤ ١٠	≤ ١٥	≤ ٢٠	≤ ٢٥	≤ ٣٠	≤ ٣٥
التكرارات	٤٠	٢٩	٢٦	٢٠	١٣	٠٩	٠٧	٠٤



مميّزات سلسلة إحصائية

الهدف من الدرس : تعريف أعداد تميّز سلسلة إحصائية.

المدّة اللازمة لدراسته : ٨ ساعات.

الدروس التي ينبغي مراجعتها : مبادئ الإحصاء الوصفي.

تصميـم الدرس

١ – مقاييس النزعة المركزيـة (الموقع)..
٢ – مقاييس التشتت.
٣ – تمارين التصحيح الذاتـي.
٤ – الأجوبـة.

١ – مقاييس النزعة المركزيـة (الموقع) :

١ – ١ الوسط الحسابي.

*** في حالـة طبع متقطع.**

لنعتبر السلسلة الإحصائية :

قيم الطبـع : $س_1$ $س_2$ $س_ك$

التكرارات : $ن_1$ $ن_2$ $ن_ك$

لنضـع : $ن_1 + ن_2 + \cdots + ن_ك = ن$

أي : $\sum_{هـ=1}^{هـ=ك} ن_هـ = ن$

الوسط الحسابي لهذه السلسلة الإحصائية هو العدد : $\dfrac{ن_1 س_1 + ن_2 س_2 + ن_ك س_ك}{ن}$

نرمز للوسط الحسابي بالرمز : $\overline{س}$.

إذن، لدينا : $\overline{س} = \frac{1}{ن} \sum_{هـ=1}^{هـ=ك} ن_{هـ} . س_{هـ}$

مثال ١ :

(أنظر إلى المثال الثاني للفقرة ١-٣ من الدرس السابق).

العمر $س_{هـ}$	التكرارات $ن_{هـ}$	$ن_{هـ} . س_{هـ}$
١٥	١	١٥
١٦	١٢	١٩٢
١٧	٢١	٣٥٧
١٨	٢	٣٦
	$\sum ن_{هـ}$ = ٣٦	$\sum ن_{هـ} . س_{هـ}$ = ٦٠٠

الوسط الحسابي لهذه السلسلة الإحصائية هو العدد $\overline{س}$ حيث :

$\overline{س} = \frac{600}{36}$

$= \frac{50}{3}$

$= \frac{48}{3} + \frac{2}{3}$

= ١٦ سنة + $\frac{2}{3}$ سنة

$\overline{س}$ = ١٦ سنة وَ ٨ أشهر.

*** في حالة طبع مستمر.**

نطبق التعريف السابق ولكن $س_1$، $س_2$، . . . $س_{ك}$

تمثّل مراكز الفئات.

مثال ٢ :

(أنظر إلى المثال الثالث للفقرة ١-٣ من الدرس السّابق)

الفئات	مراكز الفئات $س_{هـ}$	التكرارات $ن_{هـ}$	$ن_{هـ} . س_{هـ}$
]١٤٠،١٥٠]	١٤٥	٢	٢٩٠
]١٥٠،١٦٠]	١٥٥	٧	١٠٨٥

]١٦٠،١٧٠]	١٦٥	٥	٨٢٥
]١٧٠،١٨٠]	١٧٥	١٧	٢٩٧٥
]١٨٠،١٩٠]	١٨٥	٥	٩٢٥
		$\sum$ ن هـ = ٣٦	$\sum$ ن هـ.س هـ =٦١٠٠

الوسط الحسابي لهذه السلسلة الإحصائية هو العدد $\overline{\text{س}}$ حيث : $\overline{\text{س}} = \frac{6100}{36}$

$\overline{\text{س}} = \frac{1525}{9}$ أي $\overline{\text{س}} \approx 169.4$ سم

*** الحساب المبسّط للوسط الحسابي.**

لنختار متغيّرًا آخر $\text{ص}_{\text{هـ}}$ بحيث : $\text{ص}_{\text{هـ}} = \partial\, \text{س}_{\text{هـ}} + \text{ب}$

حيث ∂ ، ب عددان حقيقيان ثابتان و $\partial \neq ٠$.

هذا يؤدي إلى تعريف سلسلة إحصائية أخرى هي :

قيّم الطبع : $\partial\, \text{س}_1 + \text{ب}$ ، $\partial\, \text{س}_2 + \text{ب}$ ، . . . ، $\partial\, \text{س}_{\text{ك}} + \text{ب}$.

التكرارات : ن_1 ، ن_2 ، . . . ، $\text{ن}_{\text{ك}}$

إذا كان $\overline{\text{ص}}$ الوسط الحسابي لهذه السلسلة فإننا نبرهن أن : $\overline{\text{ص}} = \partial\, \overline{\text{س}} + \text{ب}$

التطبيق العملي لهذه الخاصة :

نختار ∂ ، ب بحيث يكون حساب الأعداد :

ص_1 ، ص_2 ، . . . $\text{ص}_{\text{ك}}$ الأسهل الممكن.

ثم نحسب الوسط الحسابي $\overline{\text{ص}}$، فنستنتج $\overline{\text{س}}$ لأن :

$$\overline{\text{س}} = \frac{1}{\text{ا}}\, \overline{\text{ص}} - \frac{\text{ب}}{\text{ا}}$$

مثال :

لنعتبر المثال ٢ السابق.

مركز الفئة الوسطى هو : ١٦٥.

إذا إخترنا متغيّراً $\text{ص}_{\text{هـ}}$ بحيث : $\text{ص}_{\text{هـ}} = \text{س}_{\text{هـ}} - 165$

فإننا نلاحظ ان الأعداد : $\text{س}_1 - 165$، $\text{س}_2 - 165$ ، .... تقبل القسمة على ١٠. هذا يؤدي إلى إختيار المتغيّر $\text{ص}_{\text{هـ}}$ كما يلي : $\text{س}_{\text{هـ}} - 165$

$$ص_{هـ} = \frac{س_{هـ} - 165}{10}$$.

فالحسابات ملخّصة في الجدول التالي :