**البرمجة الخطية : Linear Programming**

**اولا: مدخل عام في بحوث العمليات :**

**1- بحوث العمليات: Operation Research**

**يمكن تلخيص تطور نشأة بحوث العمليات بشكل مختصر بالشكل الاتي :**

**أول بدايته كانت في عام 1909 وذلك عندما لاحظ عامل البدالة الانكليزي Erlag لمشكلة الازدحام على كابينة الهاتف من قبل طالبي المكالمات الهاتفية وعندها حاول ان ينشأ نظرية الطوابير Queing theory .**

**وفي عام 1918 ظهرت حركة الادارة العلمية في الظهور عندما قدم العالم فردريك كتابه (الادارة العلمية) والذي دعا فيه الى استخدام اسلوب البحث العلمي في الادارة .**

**التقدم الحقيقي في بحوث العمليات كان في عام 1939 عندما ظهرت الحاجة الماسة لقيادة القوة الجوية البريطانية الى مساهمة العلماء في فروع العلم المختلفة لوضع اسلوب علمي لصد الهجوم الجوي الالماني وذلك من خلال الاستغلال الامثل للموارد المحدودة المتاحة من القوى العاملة والمعدات للقوات البريطانية والتي حققت تقدما في هذا المجال في حينها.**

**بعد انتهاء الحرب العالمية الثانية تم التوجه الى تطوير هذا العلم والاستفادة منه من خلال تطبيقه في مجالات الحاة المختلفة ( الاقتصادية , الزراعية , الخدمية ) مما حمل بقية الدول الى الاهتمام بهذا العلم.**

**2- مفهوم بحوث العمليات :**

**هناك عدة تعاريف تعطي فكرة عن مفهوم بحوث العمليات :**

**دانتزيج عرفه على انه ( علم الادارة أي علم اتخاذ القرارات وتطبيقها ) غير ان هذا المفهوم لم يكن شاملا ولا يقدم فكرة واضحة عن بحوث العمليات .**

**واجنر عرف بحوث العمليات بانها ( مدخل العلم المستخدم في حل المشكلات التي تصادف الادارة العليا للمشروعات ) وهذا المفهوم يحدد نطاق استخدام بحوث العمليات بالادارة العليا للمشروعات ولكن نطاق تطبيقه لا ينحصر على تلك الادارة .**

**التعريف الاعم والاشمل قدمه كل من مورس و كمبال هو ( بانها تطبيق الطريقة العلمية بتوفير الاساس الكمي الذي يمكن الادارة من اتخاذ القرار ) ومن هذا التعريف يمكن تحديد العناصر الرئيسية لبحوث العمليات وهي :**

 **أ- استعمال الطريقة العلمية .**

 **ب- الاعتماد على الاساس الكمي .**

 **ج- يمكن الادارة من اتخاذ قرارات اكثر موضوعية.**

**3- مساهمة بحوث العمليات في حل مشاكل الادارة:**

**تتلخص مساهمة بحوث العملات في حل المشاكل التي تواجه الادارة بالاتي:**

**أ- صياغة المشكلة بموجب صيغ علمية مبسطة بنماذج رياضية معينة تظهر مكونات المشكلة.**

**ب- عرض النماذج الرياضية في مجموعة من العلاقات الرياضية بالشكل الذي يوضح الفرص المختلفة ( البدائل ) لعملية اتخاذ القرار وبشكل يساعد على تفسير المشكلة والعوامل المؤثرة فيها.**

**ج- تعميم المعايير القياسية والمثالية لأتخاذ القرار , بمعني امكانية تطبيق النموذج المعد لحل مشكلة ما لحل مشاكل مماثلة في حال حدوثها مستقبلا.**

**الرسم البياني الاتي يوضح ما تقدم .**

**3**

**2**

**1**

**مشكلة ادارية في قطاع معين**

**تكوين النموذج الرياضي والذي يمثل المشكلة 100%**

**حل النموذج الرياضي والذي يمثل حل المشلكة**

**4- اساليب بحوث العمليات:**

**اساليب بحوث العمليات تتلخص بالاتي:**

* **اسلوب البرمجة الخطية والبرمجة غير الخطية والبرمجة باعداد صحيحة ( البرمجة العددية ).**
* **اسلوب نماذج النقل.**
* **اسلوب شيكة الاعمال.**
* **اسلوب السيطرة على الخزين.**
* **اسلوب تحليل ماركوف.**
* **اسلوب خطوط الانتظار.**

**هذه الاساليب يستعمل احدها او قسم منها في كل وضيفة ادارية وحسب نوع النشاط الاداري سواء كان نشاطا انتاجيا او خدميا .**

**5- شروط تطبيق بحوث العمليات:**

**لتطبيق اساليب بحوث العمليات يجب توفر الشرطين الاتيين:**

**أ- محدودية الموارد: Limited resources**

 **يجب ان تكون الموارد المتاحة والتي تستعملها منظمة الاعمال سواء مان ذلك في العملية الانتاجية او التجارية او الخدمية محدودة الكمية وينطبق ذلك على ما يأتي :**

**1- الموارد المالية.**

**2- الموارد البشرية ذات الكفاءة العالية والمتخصصة.**

**3- الموارد الاولية التي يتم الحصول عليها مقابل ثمن وتؤلف نسبة مهمة من عنصر الكلفة للوحدة الواحدة من المنتوج.**

**4- مساحات الاراضي ذات المواصفات النادرة كما هي الحال مع مساحات الاراضي التي يتواجد فيها النفط او مناجم الفحم والذهب وما شابه ذلك.**

**ب- تعدد البدائل :**

**يقصد بذلك وجود اكثر من بديل او طريقة لاستغلال الموارد المتاحة والمحدودة , فمثلا في العملية الانتاجية لانتاج الالبسة الرجالية فاذا كان المقصود بالموارد المتاحة المحدودة هي الاقمشة الرجالية الداخلة في انتاج البدلات والسراويل فان المقصود بالبدائل هنا وجود اكثر من طريقة لقص القماش من اجل الحصول على ماهو مطلوب من منتجات بأقل كلفة ممكنة.**

**6- النماذج الرياضية في بحوث العمليات:**

**بينا سابقا ان ايجاد الحل الامثل للمشكلة موضوع البحث يتم عن طريق صياغتها على هيأة نموذج رياضي وتلك النماذج متعددة ومختلفة الاستعمال ويمكن التمييز بين نوعين من النماذج وهي:**

**أ- نماذج رياضية تستعمل في ترشيد القرار المطلوب اتخاذه من خلال تصميم نظام مصغر يعبر عن النظام الفعلي ضمن ما يعرف بمحاكاة الواقع بطريقة يمكن فيها حل المشكلة بنظام المحاكاة ومن هذا الحل يتم التوصل الى حل تل المشكلة في الواقع العملي.**

**ب- نماذج رياضية تبنى على اساس توفر الظروف والامكانات المتاحة كما هي الحال عند استعمال اسلوب البرمجة الخطية بالتحديد الطريقة المبسطة Simplex Method في التخطيط لعناصر الانتاج كافة وتحديد حجم المنتوج الامثل الذي يحقق الاستعمال الكامل والامثل لمستلزمات الانتاج ويضمن اكبر العوائد الممكنة.**

**النماذج الرياضية تتألف من ثلاثة مكونات هي :**

**أ- المتغيرات المتعلقة بأتخاذ القرار Decision Variable**

**وهي المتغيرات التي يتم الوصول الى قيمها من خلال حل النموذج الرياضي والتي على اساس قيمها المحددة يتم اتخاذ القرار لذلك تسمى القرارت بالقرارات المتغيرة, وتلك المتغيرات تسمى بمتغيرات القرار.**

**ب- القيود Constraints**

**وهي محددات النموذج الرياضي والتي تعد ضرورية في تكوين النموذج وهي التي تدفع بمتغيرات القرار بأن تكون ضمن القيم الممكنة .**

**ج- دالة الهدف Objective Function**

**وهي معادلة رياضية تعبر عن قياس القيمة الاجمالية للهدف من حل المشكلة, وهي اما تمثل الربحية الاجمالية وفي هذه الحالة نسعى الى تعظيم الربحية اي تأخذ هذه الدالة صيغة العظيم ( Maximization ), و قد تمثل الكلفة الاجمالية وفي هذه الحالة نسعى الى تصغير الكلفة الاجمالية أي تأخذ هذه الدالة صيغة التصغير ( Minimization ), دالة الهدف يعبر عنها بدلالة متغيرات القرار.**

**7- مراحل دراسة بحوث العمليات:**

**تتضمن عملية اتخاذ القرار مجموع من الخطوات التي تمثل مراحل استعمال بحوث العمليات تلك الخطوات تؤدي الى الوصول الى الهدف الذي يسعى متخذ القرار من تحقيقه. هذه الخطوات تتمثل بالاتي:**

**أ- تعريف المشكلة قيد البحث: تعريف المشكلة بشكل واضح يتطلب تحديد الاتي:**

* **تحديد واضح للاهداف المراد تحقيقها .**
* **تحديد واضح للبدائل المتعلقة بأتخاذ القرار.**
* **تحديد واضح للمحددات ( القيود ) اللازمة لتحقيق الهدف.**

**ب- بناء النموذج : ويكون على شكل نموذج رياضي كما في اسلوب البرمجة الخطية او على شكل نموج محاكاة في حالة المشكلة المراد حلها معقدة وكبيرة.**

**ج- حل النموذج : حل النموذج يعني ايجاد القيم المثلى لمتغيرات القرار.**

**د- صلاحية النموذج : وهنا يتم اختبار حل النموذج ( القيم المثلى لمتغيرات القرار ) ويمكن الاختبار من خلال مقارنة ما تم التوصل اليه من نتائج مع بعض النتائج التأريخية المتعلقة بمتغيرات القرار.**

**ه- تطبيق و أعتماد النتائج : بعد اختبار صلاحية الحل الذي تم التوصل اليه يتم تطبيقه في الحياة العملية وهذا التطبيق يكون على شكل توجيهات او تعليمات الى الادارات المختلفة.**

**ثانيا: البرمجة الخطية:**

**1- اسلوب البرمجة الخطية:**

**البرمجة الخطية اسلوب رياضي يستعمل لايجاد افضل الاستعمالات للموارد المتاحة المحدودة لدي المنشأة بمعنى اخر افضل توزيع لتلك الموارد على البدائل المتاحة. هذا الاسلوب له جانبان, الاول البرمجة Program وتعني امكانية استعمال الاسلوب لايجاد البرامج المختلفة للتوصل الى الاستعمال الامثل للموارد المحدودة والمتاحة لدى المنشأة أي اختيار افضل هذه البرامج التي تحقق هدف المشكلة.**

**الجانب الثاني هو الخطية Linearity والمقصود بها ان العلاقات بين متغيرات النموذج يكون بشكل علاقات خطية.**

**الغاية من استخدام اسلوب البرمجة الخطية هو ايجاد حل لنموذج البرمجة الخطية , نموذج البرمجة الخطية يتألف من جزئين,**

* **الجزء الاول تمثل دالة الهدف وهي معادلة خطية تأخذ صيغة التعظيم او صيغة التصغير.**
* **الجزء الثاني فيثمل القيود التي تكون على هيئة معادلات او متباينات .**

**لدينا ثلاثة انواع من الحلول لنموذج البرمجة الخطية هي:**

* **الحل Solution : وهو الذي يمكن ان يحقق أي مجموعة من المعادلات او المتباينات الممثلة للقيود.**
* **الحل الممكن Feasible Solution : وهو الحل الذي يحقق جميع قيود نموذج البرمجة الخطية.**
* **الحل الامثل Optimal Solution : ويمثل احد الحلول الممكنة والذي يحقق القيمة المثلى لدالة الهدف, أي انه الحل الذي يحقق جميع القيود ودالة الهدف في آن واحد.**

**2- الصيغة العامة لنموذج البرمجة الخطية:Canonical Form**

**بينا سابقا ان نموذج البرمجة الخطية يتألف من جزئين هما دالة الهدف والقيود , الصيغة العامة للنموذج الرياضي تكون وفق الصيغة الاتية:**

**دالة الهدف ← Max. ( or Min. ) Z = C1 X1 + C2 X2 + …… + Cn Xn**

**استنادا الى S.T.**

**a11 X1 + a12 X2 + …… + a1n Xn ≥ or ≤ or = b1**

**a21 X1 + a22 X2 + …… + a2n Xn ≥ or ≤ or = b2**

**القيود الهيكلية . . . .**

 **.**

 **. . . .**

**am1 X1 + am2 X2 + …… + amn Xn ≥ or ≤ or = bm**

 **X1 , X2  , …… , Xn ≥ 0**

**نلاحظ دالة الهدف هي معادلة خطية تأخذ اما صيغة التعظيم ( اذا كان الهدف هو تحقيق اعظم ربحية ) او تأخذ صيغة التصغير (اذا كان الهدف هو تحقيق اقل كلفة ). اما القيود فأما تكون بهيئة متباينات اكبر من او اقل من او بهيئة متساويات .اما القيود الاخيرة فدائما يكون بهيئة متباينة اكبر من او تساوي الصفر وتسمى قيود اللاسلبية وذلك لأن متغيرات القرار هي ذات قيم غير سالبة.**

**مع ملاحظة انه على الاغلب القيود المرافقة لدالة الهدف التي بهيئة التعظيم تكون بهيئة متباينات اكبر او يساوي او معادلات اما تلك المرافقة لدالة الهدف التي بهيئة تصغير تكون بهيئة متباينات اصغر او تساوي او معادلات .**

**تعريف متغيرات النموذج الرياضي:**

**Z : قـيمة الهدف الاجمالية وهي تمثل الربـح الاجـمالي المطـلوب تحقيقه وفي هـذه الحـالة تأخـذ**

 **دالة الهدف صيغة التعظيم ( Max. ) لأننا نسعى لتحقيق اكبر ربح ممكن من حل المشكلة.**

 **وقد تمثل الكلفة الاجمالية وفي هذه الحالة تأخد دالة الهدف صيغة التصغير ( Min. ) لأننا**

 **نسعى لتحقيق أقل كلفة ممكنة من حل المشكلة.**

**X1 , X2 , … , Xn : متغيرات القرار ( المتغيرات المطـلوب تحديد قيمها ) وتسـمى بمتغـيرات القـرار**

 **لأن على اساس قيمها ( التي تمثل حل المشكلة ) يتم اتخاذ القـرار بخـصوص المشـكلة هـذه**

 **المتغيرات قد تمثل عدد الوحدات المنتجة من منتوج معين في حالة مشكلة الانتاج , او عدد**

 **الشاحنات من نوع معين في حالة مشكلة النقل, بمعنى تتحد حسب نوع المشكلة المراد حلها.**

 **هذه المتغيرا يمكن التعبير عنها بمتجه صفي X=(X1  X2 … Xn ) ذو سعة (1\*n).**

 **C1 , C2 , … , Cn: معاملات متغيرات دالة الهدف والتي تمثل ربح الناتج من انتاج الوحدة**

 **الواحدة من منتج ما أو كلفة الوحدة الواحدة من منتج ما, أي حسب طبيعة دالة الهدف. هذه**

 **المعاملات يمكن التعبير عنها بمتجه صفي C=(C1  C2 … Cn ) ذو سعة (1\*n).**

**المصفوفة [ aij ] : ( i : 1 , 2 , … , n ) و ( j : 1 , 2 , … , m ) اي ان المصفوفة ذات سعة**

 **m\*n , وتمثل مصـفوفة معاملات المتغيرات للقـيود الهيكلية حيث يمثل كـل صـف معــاملات**

 **المتغيرات القيد المناضر لذلك الصف. المصفوفة تكتب كالاتي :**

$$A=\left[\begin{matrix}a\_{11}&\begin{matrix}a\_{12}&…\end{matrix}&a\_{1n}\\\begin{matrix}a\_{21}\\\begin{matrix}.\\.\\.\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}a\_{22}\\\begin{matrix}.\\.\\.\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}…\\…\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}a\_{2n}\\\begin{matrix}.\\.\\.\end{matrix}\end{matrix}\\a\_{m1}&\begin{matrix}a\_{m2}&…\end{matrix}&a\_{mn}\end{matrix}\right]$$

**b1 , b2 , … , bm : تمثل الحد الثابت للقيود وتمثل الكمية المتاح من الموارد المتوفرة مثلا عدد**

 **عدد ساعات عمل ماكنة ( الطاقة التشغيلية للماكنة ) , او الطاقة الاستيعابية لكل شاحنة .**

 **يمكن تمثيلها بمتجه عمودي b=(b1 b2 … bm)T ذو سعة (m\*1) .**

**النموذج الرياضي يمكن كتابتة بصيغة المصفوفات وكالآتي:**

**Max. ( or Min. ) Z = C XT**

**S.T.**

**A XT ≥ or ≤ or = b**

**X ≥ 0**