**النموذج المقابل:**

يطلق على صيغة النموذج الرياضي الذي يمثل مشكلة ما بالنموذج الاولي ( Primal Model ), ولكل نموذج اولي صيغة نموذج وحيدة تسمى بالنموذج المقابل ( Dual Model ), ويمكن حل النموذج المقابل ومن هذا الحل يمكن التوصل للحل الامثل لنموذج البرمجة الخطية الاولي.

أهم فوائد النموذج المقابل ( أي الغاية من صياغة النموذج المقابل ) الاتي:

1- يساعد النموذج المقابل على اختزال خطوات الحل في بعض الاحيان, أذ يكون عدد القيود للنموذج المقابل أقل من ععد قيود النموذج الاولي في بعض الاحيان.

2- في حالة كون احد متغيرات النموذج الاولي ذو قيمة سالبة فان حل النموذج الاولي يكون غير ممكن, بينما النموذج المقابل له يكون له حل .

3- بالامكان اضافة قيود جديده للمشكلة وايجاد حل أمثل لها وفق القيود المضافة.

من أهم الصفات المشتركة للنموذج الاولي والنموذج المقابل له هو ان الحل لأي نموذج منهما له علاقة مباشرة بحل النموذج الآخر, ذلك يعني أنه في حالة وجود حل اساسي ممكن للنموذج الاولي فأن هناك حلا اساسيا ممكنا للنموذج المقابل له, واذا كان لأي من النموذجين حلا اساسيا فأن لهما حلا أمثل. يمكن القول بأن النموذج المقابل هو مقلوب النموذج الاولي أو بالعكس.

صياغة النموذج المقابل للنموذج الاولي تكون وفق الخطوات الاتية:

1- تعريف متغيرات جديده غير سالبة للنموذج المقابل يكون عددها مساوي لعدد قيود النموذج الاولي.

2- تعكس دالة الهدف بحيث تعظيم الهدف للنموذج الاولي يصبح تصغير لدالة الهدف للنموذج المقابل له, وتصغير دالة الهدف للنموذج الاولي يصبح تعظيم لدالة الهدف للنموذج المقابل له.

3- تعكس اتجاه متباينات القيود, فاذا كانت قيود النموذج الاولي متباينات اكبر او تساوي فتصبح قيود النموذج المقابل متباينات اقل او تساوي, واذا كانت قيود النموذج الاولي متباينات أقل او تساوي فتصبح قيود النموذج المقابل متباينات أكبر او تساوي. مع ملاحظة أنه اذا كانت قيود النموذج الاولي متباينات مختلفة الاتجاه فيجب توحيدها الى متباينات باتجاه واحد فقط وذلك بظرب طرفي المتباينة بــ ( -1 ) , أما اذا كان هناك قيود في النموذج الاولي بشكل معادلات عندها كل قيد بهيئة معادلة يكتب بدلالة قيدين احدهما أكبر أو يساوي والثاني أصغر أو يساوي ثم بعد ذلك توحد اتجاهات القيود.

4- معاملات المتغيرات في دالة الهدف للنموذج الاولي تصبح قيم الثوابت ( قيم الطرف الايمن) لقيود النموذج المقابل.

5- ثوابت قيود النموذج الاولي تصبح معاملات المتغيرات في دالة هدف النموذج المقابل.

6- مبدلة مصفوفة معاملات المتغيرات لقيود النموذج الاولي تصبح مصفوفة معاملات المتغيرات لقيود النموذج المقابل. أي معاملات العمود j في قيود النموذج الاولي تصبح معاملات الصف j في قيود النموذج الاولي.

لنفرض لدينا النموذج الاولي بثلاث متغيرات هو

**Min. Z = C1 X1 + C2 X2 + C3 X3**

**S.T.**

**a11 X1 + a12 X2 + a13 X3 ≤ b1**

**a21 X1 + a22 X2 + a23 X3 ≥ b2**

**a31 X1 + a32 X2 + a33 Xn  = b3**

**X1 , X2 , X3 ≥ 0**

اول خطوة نعيد كتابة القيد الثالث بدلالة قيدين وكالاتي

**Min. Z = C1 X1 + C2 X2 + C3 X3**

**S.T.**

**a11 X1 + a12 X2 + a13 X3 ≤ b1**

**a21 X1 + a22 X2 + a23 X3 ≥ b2**

**a31 X1 + a32 X2 + a33 Xn  ≤ b3**

**a31 X1 + a32 X2 + a33 Xn  ≥ b3**

**X1 , X2 , X3 ≥ 0**

بعدها توحد اتجاهات القيود بظرب طرفي القيدين الثاني والرابع بــ ( -1 ) لتصبح القيود كالاتي :

**Min. Z = C1 X1 + C2 X2 + C3 X3**

**S.T.**

**a11 X1 + a12 X2 + a13 X3 ≤ b1**

**- a21 X1 - a22 X2 - a23 X3 ≤ - b2**

**a31 X1 + a32 X2 + a32 Xn  ≤ b3**

**- a31 X1 - a32 X2 - a32 Xn  ≤ - b3**

**X1 , X2 , X3 ≥ 0**

نفرض متغيرات النموذج المقابل ( عددها 4 ) هي Y1 , Y2 , Y3 , Y4

النموذج المقابل يكون كالاتي:

**Max. W =b1 Y1 - b2 Y2 + b3 Y3 – b3 Y4**

**S.T.**

**a11 Y1 - a21 Y2  + a31 Y3 - a31 Y4 ≥ C1**

**a12 Y1 - a22 Y2  + a32 Y3 - a32 Y4 ≥ C2**

**a13 Y1 - a23 Y2  + a33 Y3 - a33 Y4 ≥ C1**

**Y1 , Y2 , Y3 , Y4 ≥ 0**

مثال(1): حول نموذج البرمجة الخطية الاولي التالي الى النموذج المقابل:

**Min. Z = 16 X1 + 25 X2**

**S.T.**

**X1 + 7 X2 ≥ 4**

**X1 + 5 X2 ≥ 5**

**2X1 + 3 X2 ≥ 9**

**X1 , X2 ≥ 0**

الحل:

عدد قيود النموذج الاولي تساوي 3 , لذا نفرض ثلاث متغيرات للنموذج المقابل ( Y1 , Y2 , Y3 )

**Max. W =4 Y1 + 5 Y2 + 9 Y3**

**S.T.**

**Y1 + Y2  + 2 Y3  ≤ 16**

**7 Y1 + 5 Y2  + 3 Y3 ≤ 25**

**Y1 , Y2 , Y3 ≥ 0**

مثال(2): حول نموذج البرمجة الخطية الاولي التالي الى النموذج المقابل:

**Max. Z = X1 + X2 – X3 – X4**

**S.T.**

**3X1 - 2X2 + X3 + 5X4 ≤ 18**

**5X1 + 6X3 ≤ 20**

**X1 - X2 + 4 X3 + X4 ≥ 9**

**X1 , X2 , X3 , X4 ≥ 0**

الحل:

يتم اولا توحيد القيود بحيث تكون جميعها باتجاه واحد, يمكن ضرب القيد الثالث بـ ( -1 ) لتصبح قيود النموذج كالاتي :

**3X1 - 2X2 + X3 + 5X4 ≤ 18**

**5X1 + 6X3 ≤ 20**

**- X1 + X2 - 4 X3 - X4 ≤ - 9**

**X1 , X2 , X3 , X4 ≥ 0**

عدد قيود النموذج الاولي تساوي 3 , لذا نفرض ثلاث متغيرات للنموذج المقابل ( Y1 , Y2 , Y3 )

**Min. W = 18 Y1 + 20 Y2 – 9 Y3**

**S.T.**

**3 Y1 + 5 Y2 – Y3 ≥ 1**

**-2 Y1 + Y3 ≥ 1**

**Y1 + 6 Y2 – 4 Y3 ≥ - 1**

**5 Y1 – Y3 ≥ - 1**

**Y1 , Y2 , Y3 ≥ 0**

مثال(3): حول نموذج البرمجة الخطية الاولي التالي الى النموذج المقابل:

**Max. Z = 2X1 + X2 + X3**

**S.T.**

**X1 + X2 + X3 ≥ 6**

**3X1 – 2 X2 + 3X3 = 3**

**- 4 X1 + 3 X2 - 6 X3 = 1**

**X1 , X2 , X3 ≥ 0**

الحل:

القيدين الثاني والثالث يتم كتابة كل منهما بدلالة قيدين وكالاتي:

**X1 + X2 + X3 ≥ 6**

**3X1 – 2 X2 + 3X3 ≥ 3**

**3X1 – 2 X2 + 3X3 ≤ 3**

**- 4 X1 + 3 X2 - 6 X3 ≥ 1**

**- 4 X1 + 3 X2 - 6 X3 ≤ 1**

**X1 , X2 , X3 ≥ 0**

توحد القيود كالاتي :

**- X1 - X2 - X3 ≤ - 6**

**- 3X1 + 2 X2 - 3X3 ≤ -3**

**3X1 – 2 X2 + 3X3 ≤ 3**

**4 X1 - 3 X2 + 6 X3 ≤ -1**

**- 4 X1 + 3 X2 - 6 X3 ≤ 1**

**X1 , X2 , X3 ≥ 0**

اصيح لدينا خمسة قيود لذا نفرض خمسة متغيرات للنموذج المقابل ( Y1 , Y2 , Y3 , Y4 , Y5 )

**Min. W = -6Y1 - 3 Y2 + 3 Y3 - Y4 + Y5**

**S.T.**

**- Y1 - 3 Y2 + 3 Y3 + 4 Y4 - 4 Y5 ≥ 2**

**- Y1 + 2 Y2 - 2 Y3 - 3 Y4 + 3 Y5 ≥ 1**

**- Y1 - 3 Y2 + 3 Y3 + 6 Y4 - 6 Y5 ≥ 1**

**Y1 , Y2 , Y3 , Y4 , Y5  ≥ 0**

**طريقة السمبلكس المقابلة: Dual Simples Method**

طريقة السمبلكس المقابلة تستخدم في حالة تعذر الحصول على حل أمثل لنموذج البرمجة الخطية بسبب كون قسم او كل قيم ثوابت القيود ( الطرف الايمن للقيود ) سالبة, وبأستخدام طريقة السمبلكس المقابلة نتفادى استخدام المتغيرات الاصطناعية في حالة القيود بهيئة متباينة أكبر أو يساوي. بالاضافة الى ذلك تستعمل لمعاجلة حالة اخرى وهي امكانية الحصول على قيمة سالبة للطرف الايمن في احد مراحل الطريقة المبسطة.

تتلخص طريقة السمبلكس المقابلة بالخطوات الاتية:

1- تعالج القيود التي بهيئة أكبر او تساوي بضرب طرفيها بـ ( -1 ) , لتحول الى متباينات أقل أو تساوي.

2- تضاف المتغيرات المكملة لقيود النموذج ليتم تحويل النموذج الى الصيغة القياسية.

3- نستخرج اول حل اساسي والذي يكون حل غير ممكن لأن قيم المتغيرات الاساسية له تكون سالبة.

4- نعمل اول جدول مبسط كما تم توضيحه في الطريقة المبسطة الاعتيادية.

5- يتم أولا تحديد المتغير الخارج وذلك باختيار المتغير الاساسي ذو أقل قيمة ( أكبر كمية سالبة), صف المتغير الخارج هو الصف المحوري.

6- يحدد المتغير الداخل من المتغيرات غير الاساسية وذلك بحساب النسب الناتجة من قسمة معاملات الصف Zj – Cj  على القيم المناظرة لها في الصف المحوري مع اهمال القسمة على صفر او القيمة الموجبة في حالة تصغير دالة الهدف, والمتغير الداخل هو الذي له أقل نسبة موجبة من تلك النسب, أما في حالة التعظيم فالمتغير الداخل هو الذي يقابل النسبة ذات القيمة المطلقة الاقل مع اهمال القسمة على قيمة موجبة او الصفر. عمود المتغير الداخل هو العمود المحوري وتقاطعه مع الصف المحوري يمثل العنصر المحوري.

7- يتم تكوين جدول مبسط جديد باتباع نفس العمليات المحورية التي تم توضيحها في الطريقة المبسطة الاعتيادية ونتوقف لحين الحصول على حل اساسي ممكن أمثل.

مثال(4):

أوجد الحل الامثل لنموذج البرمجة الخطية الاتي:

**Min. Z = 2 X1 + X2**

**S.T.**

**3 X1 + X2 ≥ 3**

**4 X1 + 3 X2 ≥ 6**

**X1 + 2 X2 ≤ 3**

**X1 , X2 ≥ 0**

الحل: اول خطوة نحول القيدين الاول والثاني الى اقل او يساوي بضرب طرفي كل منهما بـ (-1 )

**Min. Z = 2 X1 + X2**

**S.T.**

**-3 X1 - X2 ≤ -3**

**-4 X1 - 3 X2 ≤ -6**

**X1 + 2 X2 ≤ 3**

**X1 , X2 ≥ 0**

نحول النموذج الى الصيغة القياسية:

**Min. Z = 2 X1 + X2 + 0 S1 +0 S2 +0 S3**

**S.T.**

**-3 X1 - X2 + S1 = -3**

**-4 X1 - 3 X2 + S2 = -6**

**X1 + 2 X2 + S3 = 3**

**X1 , X2 , S1 , S2 , S3 ≥ 0**

اول حل اساسي هو :

**Z = 0 , X1 = X2 = 0 , S1 = -3 , S2 = -6 , S3 = 3**

وهذا الحل غير مقبول

نعمل جدول المبسط الاول:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **b**  **R.H.S** | **2** **1** 0 0 0 | **Cj**  **Basic**  **variable**  **( B.V)** | **CB** |
| **X1 X2 S1 S2 S3** |
| **-3** | **-3 -1 1 0 0** | **S1** | **0** |
| **-6** | **-4 -3 0 1 0** | **S2** | **0** |
| **3** | **1 2 0 0 1** | **S3** | **0** |
| **Z= 0** | **-2 -1 0 0 0** | **Zj** - **Cj** | |

نلاحظ ان هذا الحل الاساسي غير مقبول لان قيم المتغيرات المكملة سالبة, بالرغم من ان شرط أمثلية الحل متحقق ( معاملات الصف **Zj** - **Cj** اقل او تساوي صفر ).

نحدد أولا المتغير الخارج من بين المتغيرات الاساسية وهو المتغير **S2** اذ له اقل قيمة ( -6 ) وصفه يعتبر الصف المحوري.

نستخرج النسب ( R1 = -2/-4 = 1/2) و ( R2 = -1/-3 = 1/3) أما البقية فتهمل لان المقام اما صفر او موجب ( دالة الهدف تصغير ), اقل النسبتين هي R2 لذا المتغير غير الاساسي الداخل هو **X2** .

نعمل جدول مبسط ثاني باجراء العمليات المحورية كما في الطريقة المبسطة الاعتيادية:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **b**  **R.H.S** | **2** **1** 0 0 0 | **Cj**  **Basic**  **variable**  **( B.V)** | **CB** |
| **X1 X2 S1 S2 S3** |
| **-1** | **-5/3 0 1 -1/3 0** | **S1** | **0** |
| **2** | **4/3 1 0 -1/3 0** | **X2** | **1** |
| **-1** | **-5/3 0 0 2/3 1** | **S3** | **0** |
| **Z= 2** | **-2/3 0 0 -1/3 0** | **Zj** - **Cj** | |

الحل الاساسي الثاني هو ايضا أمثل ولكنه غير مقبول لذا نستمر ونكون حل اساسي جديد.

لدينا متغيرين اساسيين لهما قيمة سالبة وهي نفس القيمة لذا يمكن اختيار احدهما كمتغير خارج, لنختار **S1** كمتغير خارج ( لاحظ ستكون قيمة المتغير **S3** في الحل الثالث تساوي الصفر , وأذا تم اختيار **S3** كمتغير خارج ستكون قيمة المتغير **S1**  في الحل الثالث تساوي الصفر ).

الصف الاول هو الصف المحوري , نحسب النسب ( R1 = 2/5) و ( R4 = 1 ) والبقية تهمل, لذا المتغير غير الاساسي **X1** هو المتغير الداخل**.**وجدول الحل الثالث يكون كالاتي :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **b**  **R.H.S** | **2** **1** 0 0 0 | **Cj**  **Basic**  **variable**  **( B.V)** | **CB** |
| **X1 X2 S1 S2 S3** |
| **3/5** | **1 0 -3/5 1/5 0** | **X1** | **0** |
| **6/5** | **0 1 4/5 -3/5 0** | **X2** | **1** |
| **0** | **0 0 -1 1 1** | **S3** | **2** |
| **Z= 12/5** | **0 0 -2/5 -1/5 0** | **Zj** - **Cj** | |

الحل الاخير الاساسي الاخير يمثل حل امثل مقبول :

**X1= 3/5 X2 = 6/5 Min. Z = 12/5**

مثال(5):

أوجد الحل الامثل لنموذج البرمجة الخطية الاتي:

**Min. Z = 2 X1 + X2**

**S.T.**

**3 X1 + X2 ≥ 3**

**4 X1 + 3 X2 ≥ 6**

**X1 + 3 X2 ≤ 3**

**X1 , X2 ≥ 0**

الحل: اول خطوة نحول القيدين الاول والثاني الى اقل او يساوي بضرب طرفي كل منهما بـ (-1 )

**Min. Z = 2 X1 + X2**

**S.T.**

**-3 X1 - X2 ≤ -3**

**-4 X1 - 3 X2 ≤ -6**

**X1 + 3 X2 ≤ 3**

**X1 , X2 ≥ 0**

نحول النموذج الى الصيغة القياسية:

**Min. Z = 2 X1 + X2 + 0 S1 +0 S2 +0 S3**

**S.T.**

**-3 X1 - X2 + S1 = -3**

**-4 X1 - 3 X2 + S2 = -6**

**X1 + 3 X2 + S3 = 3**

**X1 , X2 , S1 , S2 , S3 ≥ 0**

اول حل اساسي هو :

**Z = 0 , X1 = X2 = 0 , S1 = -3 , S2 = -6 , S3 = 3**

وهذا الحل غير مقبول

نعمل جدول المبسط الاول:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **b**  **R.H.S** | **2** **1** 0 0 0 | **Cj**  **Basic**  **variable**  **( B.V)** | **CB** |
| **X1 X2 S1 S2 S3** |
| **-3** | **-3 -1 1 0 0** | **S1** | **0** |
| **-6** | **-4 -3 0 1 0** | **S2** | **0** |
| **3** | **1 3 0 0 1** | **S3** | **0** |
| **Z= 0** | **-2 -1 0 0 0** | **Zj** - **Cj** | |

نلاحظ ان هذا الحل الاساسي غير مقبول لان قيم المتغيرات المكملة سالبة, بالرغم من ان شرط أمثلية الحل متحقق ( معاملات الصف **Zj** - **Cj** اقل او تساوي صفر ).

نحدد أولا المتغير الخارج من بين المتغيرات الاساسية وهو المتغير **S2** اذ له اقل قيمة ( -6 ) وصفه يعتبر الصف المحوري.

نستخرج النسب ( R1 = -2/-4 = 1/2) و ( R2 = -1/-3 = 1/3) أما البقية فتهمل لان المقام اما صفر او موجب ( دالة الهدف تصغير ), اقل النسبتين هي R2 لذا المتغير غير الاساسي الداخل هو **X2** .

نعمل جدول مبسط ثاني باجراء العمليات المحورية كما في الطريقة المبسطة الاعتيادية:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **b**  **R.H.S** | **2** **1** 0 0 0 | **Cj**  **Basic**  **variable**  **( B.V)** | **CB** |
| **X1 X2 S1 S2 S3** |
| **-1** | **-5/3 0 1 -1/3 0** | **S1** | **0** |
| **2** | **4/3 1 0 -1/3 0** | **X2** | **1** |
| **-3** | **-3 0 0 1 1** | **S3** | **0** |
| **Z= 2** | **-2/3 0 0 -1/3 0** | **Zj** - **Cj** | |

الحل الاساسي الثاني هو ايضا أمثل ولكنه غير مقبول لذا نستمر ونكون حل اساسي جديد.

لدينا متغيرين اساسيين لهما قيمة سالبة هما **S1** و**S3**, نختار **S3** كمتغير خارج (لان له اقيل قيمة )

الصف الثالث هو الصف المحوري , نحسب النسب ( R1 = 2/9) و والبقية تهمل, لذا المتغير غير الاساسي **X1**  هو المتغير الداخل**.**وجدول الحل الثالث يكون كالاتي :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **b**  **R.H.S** | **2** **1** 0 0 0 | **Cj**  **Basic**  **variable**  **( B.V)** | **CB** |
| **X1 X2 S1 S2 S3** |
| **2/3** | **0 0 1 -8/9 -5/9** | **S1** | **0** |
| **2/3** | **0 1 0 1/5 4/9** | **X2** | **1** |
| **1** | **1 0 0 -1/3 -1/3** | **X1** | **2** |
| **Z= 8/3** | **0 0 0 -5/9 -2/9** | **Zj** - **Cj** | |

الحل الاخير الاساسي الاخير يمثل حل امثل مقبول :

**X1= 1 X2 = 2/3 Min. Z = 8/3**

مثال(6): أوجد الحل الامثل لنموذج البرمجة الخطية الاتي:

**Max. Z = -3 X1 - 2 X2**

**S.T.**

**X1 + X2 ≥ 1**

**X1 + X2 ≤ 7**

**X1 + 2 X2 ≥ 10**

**X2 ≤ 3**

**X1 , X2 ≥ 0**

نحول القيدين الاول والثالث الى اقل او يساوي بضرب طرفي كل منهما بـ (-1 )

**Max. Z = -3 X1 - 2 X2**

**S.T.**

**- X1 - X2 ≤ -1**

**X1 + X2 ≤ 7**

**- X1 - 2 X2 ≤ -10**

**X2 ≤ 3**

**X1 , X2 ≥ 0**

نحول الصيغة العامة للنموذج الى الصيغة القياسية

**Max. Z = -3 X1 - 2 X2 + 0 S1 + 0 S2 +0 S3 + 0S4**

**S.T.**

**- X1 - X2 + S1 = -1**

**X1 + X2 + S2 = 7**

**- X1 - 2 X2 + S3 = -10**

**X2 + S4 = 3**

**X1 , X2 , S1 , S2 , S3 , S4 ≥ 0**

الحل الاساسي الاولي يكون

**Z=0**

**X1 = 0 , X2 = 0**

**S1 = -1 , S2 = 7 , S3 = -10 , S4 = 3**

وهذا الحل غير مقبول لان قيمة كل من **S1** و **S3** سالبة

نعمل الجدول المبسط الاول:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **b**  **R.H.S** | **-3** **-2** 0 0 0 0 | **Cj**  **Basic**  **variable**  **( B.V)** | **CB** |
| **X1 X2 S1 S2 S3 S4** |
| **-1** | **-1 -1 1 0 0 0** | **S1** | **0** |
| **7** | **1 1 0 1 0 0** | **S2** | **0** |
| **-10** | **-1 (-2 ) 0 0 1 0** | **S3** | **0** |
| **3** | **0 1 0 0 0 1** | **S4** | **0** |
| **Z= 0** | **3 2 0 0 0 0** | **Zj** - **Cj** | |

بملاحظة معاملات الصف **Zj** - **Cj** نجد انها تحقق شرط الامثلية لهذا الحل الاساسي الاولي ولكنه غير مقبول , لذا نكون حل اساسي جديد, المتغير الخارج من بين المتغيرات الاساسية هو المتغير **S3**  لان له اقل قيمة ( -10 ) وصفه يمثل الصف المحوري, لتحديد المتغير الداخل من بين المتغيرين غير الاساسيين(  **X1 , X2**) , نحسب القيم المطلقة للنسب بقسمة قيم صف **Zj** - **Cj** على القيم المناظرة لها في الصف المحوري ثم أخذ القيمة المطلقة لناتج القسمة ( **R1 = 3 ,**

**R2 = 1** ) اقل هذه النسب المطلقة هي R2 لذا يعتبر المتغير **X2** هو المتغير الداخل وعموده يمثل العمود المحوري , والعنصر المحوري هو **(-2 )**. نكون الجدول المبسط الثاني :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **b**  **R.H.S** | **-3** **-2** 0 0 0 0 | **Cj**  **Basic**  **variable**  **( B.V)** | **CB** |
| **X1 X2 S1 S2 S3 S4** |
| **4** | **-1/2 0 1 0 -1/2 0** | **S1** | **0** |
| **2** | **1/2 0 0 1 1/2 0** | **S2** | **0** |
| **5** | **1/2 1 0 0 -1/2 0** | **X2** | **-2** |
| **-2** | **(-1/2) 0 0 0 1/2 1** | **S4** | **0** |
| **Z= -10** | **2 0 0 0 1 0** | **Zj** - **Cj** | |

قيم صف **Zj** - **Cj** تشير الى ان الحل الاساسي الثاني هو حل امثل ولكنه غير مقبول لان قيمة المتغير **S4** سالبة , وهو المتغير الوحيد ذو قيمة سالبة لذا يعتبر هو المتغير الخارج وصفه هو الصف المحوري, نحسب القيم المطلقة للنسب ( **R1 = 4** ) وتهمل البقية لذا فأن **X1** هو المتغير الداخل وعموده هو العمود المحوري , اما العنصر المحوري فهو ( **-1/2** ).

نكون جدول المبسط الثالث :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **b**  **R.H.S** | **-3** **-2** 0 0 0 0 | **Cj**  **Basic**  **variable**  **( B.V)** | **CB** |
| **X1 X2 S1 S2 S3 S4** |
| **6** | **0 0 1 0 -1 -1** | **S1** | **0** |
| **0** | **0 0 0 1 1 1** | **S2** | **0** |
| **3** | **0 1 0 0 0 1** | **X2** | **-2** |
| **4** | **1 0 0 0 -1 -2** | **X1** | **-3** |
| **Z= -18** | **0 0 0 0 3 4** | **Zj** - **Cj** | |

الحل الاساسي اللخير يمثل حل امثل :

**X1 = 4 , X2 = 3 , Max. Z = -18**