***المشتقات وتطبيقاتها***

***The Derivatives and it's applications***

 **تعتبر المشتقة للدالة من المفاهيم الرياضية المهمة والأوسع استخداماً في الدراسات المختلفة, وفي الدراسات الاقتصادية خاصة.**

 **تُستخدم المشتقات لقياس معدلات التغيير, وبواسطتها يمكن دراسة الحساسية التي تتأثر بها الدالة عندما يطرأ أي تغيير على المتغير المستقل *x* .**

 **فمثلاً من مصلحة رب العمل أن يعرف التغير في عدد وحدات البيع عندما يتغير السعر.**

 **وهناك العديد من الأمثلة التي تعتمد على تطبيق المشتقة, ومنها الزيادة في كلفة الإنتاج نتيجة الزيادة أو التغير في الوحدات المنتجة او التغير في الأعداد السكانية مع التقدّم في الزمن.**

 **وحالياً سنتناول تطبيقات التحليل الحدّي , ومنها الكلفة الحدّية والعائد الحدّي, وكذلك الربح الحدّي.**

**مفاهيم ومصطلحات وقوانين تخص التحليل الحدّي:**

* + **الكلفة الكلية C(*x*) ← Total Cost**
	+ **الإيراد (العائد) الكلي R(*x*) ← Total Revenue**
	+ **الربح الكلي T.P(*x*) ← Total Profit**
	+ **كل مفهوم حدّي نحصل عليه من اشتقاق نفس المفهوم الكلي.**
	+ **الكلفة الحدّية** $\grave{C}$**(*x*) ← Marginal Cost**
	+ **الإيراد الحدّي**  $\grave{R}$**(*x*) ← Marginal Revenue**
	+ **الربح الحدي** $\grave{T}$**.P(*x*) ← Marginal Profit**
	+ **الإيراد (العائد) الكلي = الربح الكلي + الكلفة الكلية**

 **R(*x*) = T.P(*x*) + C(*x*)**

* + **العائد الحدّي = الربح الحدّي + الكلفة الحدية**

$\grave{R}$ **(*x*) =** $\grave{T}$**.P(*x*) +** $\grave{C}$ **(*x*)**

* + **العائد = الربح + الكلفة بشكلٍ عام**

**مثــال: شركة صناعية تبين أن دالة الإيراد الكلي لها عند بيع (*x*) من الوحدات المصنعة هي:**

**R(*x*) = 3*x*2 + 2*x* + 2**

**وأنَّ دالة الكلفة الكلية لصناعة هذا العدد من الوحدات (*x*) هي:**

**C(*x*) = *x*2 – 2*x***

**المطلوب:**

1. **جد دالة وقيمة الربح الكلي عند بيع *x* = 4**
2. **جد دالة وقيمة الربح الحدّي لنفس عدد الوحدات السابق.**

**الحـــل:**

**1) الربح الكلي = العائد الكلي – الكلفة الكلية**

 **T.P(*x*) = R(*x*) – C(*x*)**

 **= 3*x*2 + 2*x* + 2 – (*x*2 – 2*x*)**

 **= 3*x*2 + 2*x* + 2 – *x*2 + 2*x***

$∴$ **T.P(*x*) = 2*x*2 + 4*x* + 2**

 **T.P(4) = 2(4)2 + 4(4) + 2**

 **= 50**

**2) *الربح الحدي = العائد الحدي – الكلفة الحدية***

$\grave{T}$**.P(*x*) =** $\grave{R}$**(*x*) –** $\grave{C}$**(*x*)**

 **= 6*x* + 2 – (2*x* – 2)**

 **= 6*x* + 2 – 2*x* + 2**

**أسلوب اول**

$\grave{T}$**.P(*x*) = 4*x* + 4**

**T.**$\grave{R}$**(4) = 4(4) + 4**

 **= 20**

**T.P(*x*) = 2*x*2 + 4*x* + 2**

**أسلوب ثاني**

**T.**$\grave{P}$**(*x*) = 4*x* + 4**