***"ما هو التفكير الرياضي "***

*التفكير:* $ $وهو عبارة عن مفهوم معقد يتألف من ثلاث عناصر تتمثل في العمليات المعرفية المعقدة وعلى رأسها حل المشكلات والاقل تعقيداً كالفهم والتطبيق بالاضافة الى معرفة خاصة بمحتوى المادة او الموضوع مع توفر الاستعدادات والعوامل الشخصية المختلفة ولا سيما الاتجاهات والميول (سعادة, 2003)

مثال$∶$ *لماذا الصفر عدداً زوجياً ؟*

الجواب$∶$ *لانه يمكن تمثيله على شكل 0 = 2 . 0*

*اي انه ; الصفر يمكن تمثيله على شكل مضاعفات العدد 2*

*كيف يتطور التفكير لدى الفرد؟*

1. *تنمو انماط التفكير بشكل تلقائي رائع اذا لم نتدخل لتحجيمها او توجيهها بطريقة تحد من الانطلاق الفطري لها .*
2. *يرى بياجيه ان الفرد يكتسب انماطا جديدة من التفكير من خلال مروره بالخبرات وتفاعله مع البيئة وهذا يعمل على تطوير تفكير الفرد من التفكير المحسوس الى التفكير المجرد .*
3. *يؤكد دي بونــو ان التفكير مهارة يمكن ان تتحـسن وتتطور من خلال التدريب والتمرين على القيام بأداء الافعال بشكل فعال في ظروف معينة .*
4. *من خلال تهيئة الظروف النفسية الانفعالية السارة التي تسمح بالتعلم بشكل جيد .*
5. *من خلال تهيئة الظروف الاقتصادية وتوفر الامكانات والخامات اللازمة لهذا التعليم .*

***انماط التفكير***

1ــ التفكير المنطقي $∶ $ *هو ذلك التفكير الذي يعتمد على التعليل لفهم واستيعاب الاشياء .. وذلك بربط الاشياء بعللها .*

مثال $∙∶$ *كل مربع هو مستطيل*

*وكل مستطيل هو متوازي اضلاع*

*هل أن كل مربع هو متوازي اضلاع ؟*

الجواب $∙∶ $ *نعـــم حســـــب قانون القياس في المنطق الاتي* $∶$

 *P*$\rightarrow $*q*

 *q*$\rightarrow $*r*

 *ــــــــــــــ*

 *P*$\rightarrow r$

2ــ التفكير الرياضي $∶$ *هو ذلك التفكير الذي يمثل اطاراً فكرياً يحكم العلاقات بين الاشياء ويمكن تنميته وربطه بمادة الرياضيات بسهولة ويسر (العبسي, 2009)*

او التفكير الرياضي $∶$ *هو عملية بحث عن معنى في موقف او خبرة ذات علاقة بسياق رياضي , حيث يتمثل الموقف في اعداد او رموز او اشكال او مفاهيم رياضية او مسائل رياضية (أبو زينة وعبابنة, 2007)*

مثال $∶ $ *ثلاثة أعداد طبيعية متتالية مجموعها300 . فما هي؟*

الحل $∶ $ بما أن حاصل قسمة 300 على 3 هو 100

 هناك ثلاث احتمالات وهي :

100,101,102

99,100,101

98,99,100

تحقق من صحة كل احتمال, تجد الاحتمال الثاني هو الصحيح.

3-التفكير الناقد $∶ $  *وهو تفكير تأملي يهدف الى اصدار حكم او ابداء رأي في موقف ما او تجاه موضوع معين مع توضيح نقاط القوة والضعف على ان يدلل على ذلك بأدلة وبراهين الامر الذي يستلزم جمع بيانات ومعلومات عن الموضوع الذي يصدر حكماً عليه.*

مثال $∶ $  *هل يوجد مثلث قائم الزاوية ومتساوي الاضلاع في آنٍ واحد ؟*

*الجواب* $∶ $ *(الطريقة الاولى)*

*ماذا يحدث لو كان يوجد ذلك ؟*

 *نفرض يوجد مثلث قائم الزاوية ومتساوي الاضلاع في انٍ واحد .*

$∵$*المثلث قائم الزاوية .* $∴$*احدى زواياه قياسها*$°90$

$∵$*المثلث متساوي الاضلاع* . $∴$ *جميع زواياه متساوية .*

$∵$ مجموع زوايا اي مثلث $°180$ $∴$*قياس كل زاوية من زواياه* $°60$

*هل هذا معقول ؟*$!$ *(احدى زواياه* $°90 و °60$ *في انٍ واحد )* $∴$ *هذا تناقض*

*فأن افتراضنا في البداية خاطىء ولا يوجد مثلث قائم الزاوية ومتساوي الاضلاع في انٍ واحد .*

(الطريقة الثانية)

نفرض العكس يوجد مثلث قائم الزاوية ومتساوي الاضلاع

$∵$ المثلث متساوي الاضلاع, ليكن طول كل ضلع فيه هو X

$∵$ المثلث قائم الزاوية فإنه تنطبق عليه مبرهنة فيثاغورس, وعليه فإن :

X2 + X2 = X2 $⇒ $2X2 =X2  $⇒ $ 2$\ne $1

هل هذا معقول ؟$!$ هنا تناقض

وعليه فان افتراضنا خاطىء ولا يوجد مثلث قائم الزاويه ومتساوي الاضلاع في انٍ واحد .

*4- التفكير العلمي* $∶$ وهي العملية العقلية التي يتم بموجبها حل المشكلات او اتخاذ القرارات بطريقة علمية من خلال التفكير المنظم المنهجي .

*مثال* $∶$ثلاثة اعداد متتالية مجموعها 303 فما هي ؟

*الجواب* $∶$ *الطريقة الاولى* $∶$

نفرض الاعداد هي X , X+1 , X+2

X +(X+1)+(X+2)=303

$\rightarrow $ 3X=303 -3

$\rightarrow $3 X=300

***X*** $=$***100*** $\rightarrow $

***X+1***$=$ ***101*** $\rightarrow $

$X+2=102$ $\rightarrow $

 ***ــــــــــــــــــــــــــــــ***

 ***التحقيق : 303 (حاصل جمعهم )***

الطريقة الثانية :

نفرض الاعداد هي : X-1 , X , X+1

(X-1) + X + (X+1) =303 $\rightarrow $ 3X =303

 $\rightarrow $ X =100

$$\rightarrow X-1=100$$

$$\rightarrow X+1=102$$

*5-التفكير الابداعي او الابتكاري :* وهو النظر للمألوف بطريقة او زاوية غير *مألوفة ثم تطوير هذا النظر ليتحول الى* فكرة ثم الى تصميم ثم الى ابداع قابل للتطبيق والاستعمال .

*مثال :* متى يكون 12 +12 =12 ؟

*الجواب :* في نظام الساعة .

***مهارات التفكير :***

1. ***مهارات التفكير الدنيا :*** *وفيما يلي بعضا منها :*

**1*-التذكر* :** هو التفكير الذي يتذكر فيه الفرد لمعلومة معينة سبق ان احتفظ بها في ذاكرته .

مثال : اذكر تعريف المستطيل

الجواب : وهو متوازي اضلاع احدى زواياه قائمة .

**2- اعادة الصياغة حرفياً :** وهو التفكير في اعادة صياغة معلومة من صيغة الى اخرى تحمل نفس المعنى .

*مثال :* نحن نعلم (ان المثلث القائم الزاوية هو المثلث الذي قياس احدى زواياه قائمة) .اعد صياغة التعريف :

*الجواب :* المثلث القائم الزاوية هو مثلث فيه ضلعين متعامدين

***ب) مهارات التفكير الوسطية :*** *وفيما يلي بعضا منها :*

**1*- طرح الاسئلة :*** وهو التفكير الذي يقوم فيه الفرد بطرح اسئلة حول موضوع ما يراد تعلمه .

*مثال :* عرٌف المثلث .

**2*- التوضيح :*** وهو التفكير الذي يقوم فيه الفرد بشرح او تبسيط معلومة لنفسه او للاخرين بغرض كشف معناها .

*مثال :* من يوضح مبرهنة فيثاغورس ؟

***3- المقارنة:*** وهوالتفكيرالذي يقوم فيه الفرد بالتعرف على اوجه الشبه والاختلاف بين الاشياء او الظواهراوالمعلومات وذلك بناءً على عدد من المعايير .

*مثال :* قارن بين المربع والمستطيل

الجواب :

نقاط التشابه هي : كلاهما متوازي اضلاع زواياهما قائمة .

نقاط الاختلاف هي : اضلاع المربع متساوية جميعها واضلاع المستطيل كل ضلعين متقابلين متساويين .

***4- التصنيف :*** وهو التفكير الذي يقوم فيه الفرد بجمع مفردات في سياق متتابع وفقاً لمعيار معين .

مثال : صنف الاعداد الاتية : 0 , 2 , 4 , 6 , …….

الجواب : اعداد زوجية .

***5-تكوين المفاهيم :***هو التفكير الذي يقوم فيه الفرد بعملية تكوين المفهومات عندما يتعامل الفرد مع مجموعة من الاشياء او المواقف او الظواهر او الافكار وعن طريق الملاحظة , ثم يحدد الخصائص والصفات المشتركة بين المجموعة منها ويضعها في فئة تصنيفية , ويطلق عليها اسماً او رمزاً .

*مثال :* تكوين مفهوم متوازي الاضلاع :

* التعامل مع مجموعة من الاشياء :

مستطيل يؤدي الى معين ويؤدي الى مربع

* الخصائص المشتركة بين الامثلة : هي اشكال رباعية وكل ضلعين متقابلين متساويين ومتوازيين .
* التسمية : وتسمى هذه الاشكال متوازي الاضلاع .

وعليه فأن :

*متوازي الاضلاع :* هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين ومتساويين بالقياس.

***6-تكوين التعاميم :*** وهو التفكير الذي يقوم فيه الفرد بأستخلاص عبارة عامة تنطبق على عدد من الحالات او الامثلة او الملاحظات .

مثال :

تأمل الاتي ثم استخلص تعميماً من ذلك :

 1=1

1+3=4=22

1+3+5=9 =32

 $\vdots $

ما علاقة مجموع الاعداد الفردية المتتالية الاولى اعلاه بنتائج الجمع ؟

1+3+5+………+an=n2

*التعميم :* مجموع n من الاعداد الفردية المتتالية يساوي مربع عددهم .

***7-التطبيق :*** وهو التفكير الذي يقوم فيه الفرد بنقل خبرات محددة من موقف معين الى موقف جديد لم يمر به من قبل .

*مثال :* نحن نعلم ان الثلاثي 3,4,5) ) تشكل اطوال اضلاع مثلث قائم الزاوية

هل ان الثلاثي (5,12,13 ( تمثل اطوال اضلاع مثلث قائم الزاوية ؟

*الجواب :* نطبق مبرهنة فيثاغورس على الاطوال الجديدة :

 (5)2 + (12)2 =(13)2

 $⇒$ 25 +144= 169

$⇒$ 169 =169

فالجواب هو نعم

***ج- مهارات التفكيرالعليا :***

1. التفكير الناقد .
2. تفكيرالعلمي (حل المشكلات) .
3. تفكير ابداعي .
4. اتخاذ القرار: عملية تفكيرية مركبة تهدف الى اختيار افضل البدائل المتاحة للفرد في موقف معين اعتماداً على ما لدى الفرد من معايير وقيم معينة تتعلق بأختياراته .

***مثال :*** ما هو اكبر عدد ممكن من المثلثات يمكن تكوينها من ستة عود ثقاب؟

b) 4 a) 3

الجواب : (4) مثلثات كما في الرسم الاتي:

(b) هو الجواب الصحيح .

يوجد العديد من **الاستراتيجيات للتفكير الرياضي التي يمكن توظيفها في حل المسائل الرياضية** وسنعرض فيما يلي بعضاً من هذه الاستراتيجيات :

1. *استراتيجية السير بطريقة عكسية :* وهي تلك الاستراتيجية التي يتطلب فيها البدء من المعطيات الاخيرة في المسألة والانتقال منها الى المعطيات الاولى للوصول الى حل المسألة.

*مثال:* اذا كان مجموع عددين يساوي 8 وحاصل ضربهما يساوي 15 . فما مجموع مقلوب العددين ؟

*المعطيات :* مجموع عددين $=$ 8

 حاصل ضربهما $ =$ 15

المطلوب : ما مجموع مقلوب العددين ؟

الحل :

$\frac{1}{ x} +\frac{1}{y}$ = $\frac{y+x }{xy}$ =$\frac{8}{15}$

*التحقيق :* العددين 3, 5 حاصل جمعهما =8 , وحاصل ضربهما = 15

مجموع مقلوب العددين هو $\frac{ 8 }{ 15 }$ = $\frac{3+5}{15}$ =$\frac{ 1 }{ 3 } $+ $\frac{ 1 }{ 5 }$

1. *استراتيجية البحث عن النمط :* وهي الاستراتيجية التي تتطلب قراءة المعطيات قراءة واعية للوصول الى قاعدة او مفتاح الحل .

*مثال :-* تامل الاعداد الاتية :

1 , 2 , 3 , 5 , $\cdots $ 13 , 21 , … , 55 ما هو نمط ترتيب الاعداد ؟

النمط :- xn  + xn +1 = xn+2

بمعنى اخر : $x\_{n}$ $x\_{n-2}$+ $x\_{n-1}$=

او بمعنى اخر : مجموع عددين سابقين متتاليين بالترتيب يساوي العدد اللاحق مباشرةً .

*مثال :* اكمل الشكل الناقص في السلسلة التالية :

………………..

 النمط : مستطيل $\leftarrow $ معين $\leftarrow $ مثلث .

1. *استراتيجية تنظيم البيانات وجدولتها :* وهي تلك استراتيجية التي تتطلب اجراء تنظيم البيانات ووضعها في جدول للوصول الى الحل .

*مثال :* جد اكبر حاصل ضرب لعددين طبيعيين مجموعهما 40 ؟

الحل :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x.y | X+y | Y | X |
| 39 | 40 | 39 | 1 |
| 76 | 40 | 38 | 2 |
| . | . | . | . |
| . | . | . | . |
| 400 | 40 | 20 | 20 |

$∴$اكبر حاصل ضرب لعددين =400

*مثال:* جد مجموع الاعداد الفردية العشرين الاولى .

يمكن التفكير في حل هذه المسألة من خلال البيانات المجدولة الاتية :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| الاعداد المضافة | عدد الاضافات | المجموع |
| 1 | 1 | 1 |
| 1+3 | 2 | 4 |
| 1+3+5 | 3 | 9 |
| 1+3+5+7 | 4 | 16 |
| 1+3+5+7+9 | 5 | 25 |
| . | . | . |
| . | . | . |
| . | . | . |

يلاحظ من الجدول السابق وجود علاقة بين عدد الاضافات والمجموع وهي:

المجموع = حاصل ضرب عدد الاضافات في نفسه .

ولايجاد مجموع الاعداد الفردية العشرين الاولى فأن عدد الاضافات تساوي 20 ، لذا فان المجموع = 20 × 20 = 400 .

1. *استراتيجية الحذف :* وهي تلك الاستراتيجية التي تتطلب اقتراح عدد من الحلول والبدء بالحكم عليها , حيث يتم حذف الحلول غير الممكنة وتبقى الحلول الممكنة .

*مثال:* اذا كان x عدد موجب (x > صفر) و y عدد سالب (y < صفر) ، اي من الاعداد التالية يعتبر الاكبر ؟

1. $\frac{ 3 + x}{y }$ ب- $\frac{ y -x}{3}$

ج- $\frac{ 3 }{ x - y}$ د- $\frac{ y }{3 + x }$

الجواب : ب- هو الاختيار الصحيح وتحذف بقية الاختيارات

***تمارين .H.W***

صنف نوع التفكير المستخدم في المسائل الاتية مبيناً استراتيجية الحل :

1. هل يوجد مثلث قائم الزاوية ومنفرج في انٍ واحد ؟
2. هل يوجد مثلث قائم الزاوية ومتساوي الاضلاع في انٍ واحد ؟
3. ما العددان اللذان مجموعهما (15) وحاصل ضربهما (56) ؟
4. ثلاث اعداد متتالية مجموعها 303 فما هي ؟
5. سلم شخص على جماعة وقال لهم مرحباً ايها المئة , قالوا نحن لسنا بمئة انما ضعفنا مضافاً له نصفنا مضافاً له ربعنا مضافاً له انت نساوي مئة . ما عدد افراد الجماعة ؟
6. انشىء اكبر عدد ممكن من المثلثات من (6) عود ثقاب ؟
7. ما هي اكبر عدد ممكن من المثلثات يمكن تكوينها من (9) عود ثقاب (المثلثات متساوية الاضلاع ) ؟
8. هل ان x≤ $x^{2}$ لكل عدد حقيقي x ؟
9. ما هي اقل عدد من الكرات يمكن تحريكها لقلب المثلث الاتي :

10- هل ان n≤ $n^{2}$ لكل عدد حقيقي n ؟

11- هل ان $y^{2}$ + $x^{2}$ = $(x+y)^{2}$ لكل عدد حقيقي x , y ؟

1. هل المعادلة $(x+2)^{2}$= $x^{2}$ لها حل في مجموعة الاعداد الحقيقية ؟
2. هل العبارة (اذا كان $x^{2}$=4 فأن x=2 ) صحيحة دائماً ؟
3. استنتج تعميم في سلسلة الاعداد الاتية :

 2 , 5 , 10 , ……

1. استنتج قيم من سلسلة الاعداد الاتية :

 2 , 5 , 26 , ....

1. استنتج تعميم لايجاد مجموع زوايا اي مضلع عدد اضلاعه n ؟
2. جد مجموع الاعداد الطبيعية (1-100) ؟
3. اثبت مبرهنة فيثاغورس ؟ (استخدم اكثر من طريقة )
4. اثبت ان $\frac{ n\left(n+1\right)}{2}$ عدد طبيعي لكل عدد طبيعي n ؟
5. اثبت ان : مجموع زوايا اي مثلث =$°180$ ؟
6. جد مجموع الاعداد الفردية العشرين الاولى بأستخدام :
7. اسلوب الاستقراء .
8. اسلوب الاستنتاج .
9. اسلوب الاستقراء الرياضي .
10. استراتيجية جدولة البيانات .
11. استراتيجية البحث عن النمط .

***التفكير الرياضي ومعايير NCTM :***

 لقد نادت معايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات في أمريكا (NCTM,2000) بضرورة ان يكتسب الطلبة من مرحلة ما قبل رياض الاطفال الى الصف الثاني عشر مجموعة من المعايير والمهارات التي تتمثل في معايير التفكير والبرهان , ومن هذه المعارف والمهارات :

1. ادراك اهمية البرهان الرياضي والبرهان :

***مثال :*** ما اهمية المبرهنة الاتية ؟

مجموع زوايا المثلث يساوي $°180$

1. *بناء تخمينات رياضية والتحقق منها :*

***مثال :*** ما ناتج 3 ) ( 32 $÷$ تقريباً ؟

1. تطوير وتقييم حجج وبراهين رياضية :

***مثال*** : هل ان كل دالة مستمرة تكون قابلة للاشتقاق ؟

***الجواب :*** كلا .

الحجة : الدالة y = |x| تكون مستمرة ولكنها غير قابلة للاشتقاق .

4- اختيار واستخدام انماط مختلفة من التفكير وأساليب البرهنة :

مثال : جد مجموع الاعداد الفردية العشرين الاولى

# الحل :

#  1. تفكير استقرائي :

 تامل الحالات الخاصة التالية 1=1=1² 1+3=4=2²

 1+3+5=9=3²

 : : :

بصورة عامة 1+3+5+...................+$a\_{n}$ =n²

وعليه 400=1+3+5+...+$a\_{n=20^{2}}$

2. تفكير استنتاجي :

 تامل الاعداد التالية

 1,3,5,7,9,...............39

تمثل متتالية عددية عدد حدودها (20) وحدها الاول هو (1) وحدها الاخير (39) وحسب قانون مجموع حدود متتالية عددية الاتي :$a\_{1}$+$a\_{n}$) )$s\_{n}$=$\frac{n}{2}$

 نحصل على 1+39) : ) $s\_{20}$=$\frac{20}{2}$

10 \*40 =

400 =

3. تفكير حدسي : تنظم الاعداد الفردية في جدول ذهنيا بعد تقسيمها الى
 مجموعتين متكافئين كما ياتي :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| X+y | Y | X |
| 40 | 39 | 1 |
| 40 | 37 | 3 |
| ..40 | ..0 21 | ...19 |

فان مجموع نواتج الجمع الثنائيه هو:

$$\sum\_{i=1}^{10}\left(x+y\right)i=10\*40=400$$

**مظاهر التفكير الرياضي مع تطبيقات :**

يتحدد التفكير الرياضي بعدة مظاهر (ابو زينة وعبابئة,2007,)ومن هذة المظاهر : الاستقراء, ,والاستنتاج , والتعبير بالرموز ,والحدس , والنمذجة ,والتفكير المنطقي الرياضي , والبرهان الرياضي

1. **الاستقراء** (Induction):

ويعني الوصول الى نتيجة عاما اعتمادا على حالات خاصة وتدعى النتيجة العامة **بالتعميم**

مثال (1): اكتب الحد السادس في المتتالية التالية 2,3,5,8,13,......

هنا التعميم هو :الحد النوني يساوي مجموع الحدين السابقين المتتالين وبالرموز: $a\_{n-2}$+ $a\_{n=a\_{n-1}}$

والحد السادس هو (21).

مثال (2): نحن نعلم ان :

 مجموع زوايا اي مثلث =180

وعليه, مجموع زوايا اي شكل رباعي =˚2\*180

وكذلك, مجموع زوايا المخمس = ˚3\*180

 .

 .

 .

وبشكل عام فان :

مجموع الزوايا الداخلية لاي مضلع عدد اضلاعة n هو:

a) n\*180 b) (n-1)x180 c) (n-2)\*180˚

 من الواضح ان الاختبار (c) هو الجواب الصحيح

 **نشاط (1)** : استنتج تعميما من كل متتالية من الاعداد الآتية :

a)2.5,10,.........

b)2,5,26,........

**نشاط (2)** : انت تعلم ان الثلاثي (3,4,5) يمثل اطوال اضلاع مثلث قائم الزاوية كيف يمكن لطالب مرحلة متوسطة ان يستنتج ان الثلاثي (3n,4n,5n) يكون كذلك.

**2-الاستنتاج** (Deduction):

وهو الوصول الى نتيجة خاصة اعتمادا على مبدا او قاعدة عامة ويسير التفكير الاستنتاجي في الاتجاه المضاد للتفكير الاستقرائي .

مثال (1): اكمل المربع السحري التالي بالاعداد 3,2,1 بحيث يحتوي كل سطر وكل عمود على الاعداد الثلاثة المختلفة.

الحل : نحن نعلم قاعدة المربع السحري هي :

مجموع اعداد كل سطر =مجموع اعداد كل عمود =مجموع اعداد كل قطر في مربع .

وعليه يمكن ملئ المربع السحري الخاص كما ياتي :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 2 | 1 | 3 |
| 3 | 2 | 1 |
| 1 | 3 | 2 |

مثال (2): اذا علمت ان : مجموع طولي اي ضلعين في المثلث يكون اكبر من طول الضلع الثالث , اي الاطوال التالية تصلح ان تكون مثلثا .؟

 12,7,5 A )

 b) 6,4,3

c)12,5,6

**الحل:**

من الواضح ان الاختيار (b) هو الصحيح

نشاط (1): يقبل العدد القسمة على (7) اذا كان ضعف رقم احاده مطروحا من العدد المتكون من بقية الارقام يقبل القسمة على (7).

هل ان العدد (546) يقبل القسمة على العدد (7) من دون استخدام عملية القسمة ؟

نشاط (2): اذا علمت ان مجموع حدود متتالية عددية (عدد حدودها n وحدها الاول هو$a\_{1}$ وحدها الاخير هو$a\_{n}$) هو :

 ($a\_{1}$+$a\_{n}$) $s\_{n}$=$\frac{n}{2}$

جد مجموع الاعداد الفردية العشرين الاولى .

1. **التعبير بالرموز (symbolism )** : وهو استخدام الرموز للتعبير عن الافكار الرياضية.

مثال (1): كيف يمكنك التعبير عن ان: (عملية جمع الاعداد تحقق الخاصية التبديلية ) بالرموز ؟

الجواب : x+y=x+y

مثال (2): عددان x,yمجموع مربعيهما هو 41 عبر عن ذلك بالرموز .

الجواب : x²+y²=41

مثال (3) : عددان مجموعهما 19 , عبر عن حاصل ضربهما با الرموز.

الجواب :

*X.y=x (19-x)*

نشاط (1) : عددان x,y مربع مجموعهما هو 49 عبر عن دللك بالرموز .

**نشاط(2):** عمر احمد x من السنوات وعمر محمد ضعف عمر احمد وعمر محمود 15 سنة اقل من عمر احمد , اي مما يلي يمثل مجموع اعمار الاشخاص الثلاثة ؟

 3x+15 a)

 b)3x-15

c)4x-15

d)4x+15

**4- النمذجة** (modelling): هو تمثيل رياضي لشكل او مجسم او علاقة

مثال (1): ارسم نمودج لتمثيل كل من الكسور $\frac{1}{2}$ ,$\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$

الحل : نقوم بتقسيم شكل المعين الى عدد من الاجزاء المتطابقة ثم تضليل الجزء الذي يمثل الكسر كماياتي

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

مثال ( :(2اذا دار مستطيل احد اضلاعه منطبق على محور السينات حول المحور دورة كاملة فان الشكل الناتج يمثل نموذج الاسطوانة.

نشاط : ارسم نموذجا لتمثيل مبرهنة فيثاغورس.

5- الحدس (Intuition) : هو تكوين تخمينات رياضية والتحقق منها.

مثال (:(1 جد ناتج قسمة العدد ((1122على العدد((11 من دون اجراء عملية القسمة :

a)120 b) 12 c)102 d) 1002

الجواب :الاختيار (( c هو الاختيار الصحيح

نشاط : تصب حنفيتا ماء في حوض اذا فتحت الحنفية الاولى وحدها فانها تملا الحوض في ( (4 ساعات وتملوة الثانية وحدها في ( (3ساعات فاذا فتحت الحنفيتان معا فبعد كم ساعة يمتلئ الحوض ؟

 اكثر من ساعتينc) اقل من ساعتين b) ساعتان a)

 **6- التفكير المنطقي الشكلي** :- هو عملية استخدام قواعد المنطق في الوصول الى الاستنتاجات مقدمات (معطيات )

مثال (1) :- كل مربع هو مستطيل ، q →p

وكل مستطيل هو متوازي اضلاع$r$ →q

هل ان : كل مربع هو متوازي اضلاع ؟P $\rightarrow r$

 الجواب :- كل مربع هو متوازي الاضلاع (حسب قانون القياس في المنطق )

 مثال (2) :- اذا كانت الدالة قابلة للاشتقاق فانها مستمرة ، p→q

f دالة غير مستمرة ˜q

هل ان الدالة f دالة قابلة للاشتقاق؟ ˜p

 ربما c) كلا) b) نعم a)

الجواب :- (b) هو الاختيار الصحيح (حسب قانون المعاكس الايجابي في المنطق)

مثال((3:- كل عدد صحيح هو عدد نسبي , الصفر عدد صحيح

هل ان الصفر عدد نسبي ؟ ولماذا ؟

 نشاط (1) : اذا كانت الدالة قابلة للاشتقاق فانها مستمرة

* لتكن (g) دالة مستمرة
* هل ان g)) دالة قابلة للشتقاق ؟

نشاط (2) : اذا كانت الدالة قابلة للاشتقاق فانها مستمرة

* لتكن (h) دالة غير قابلة للاشتقاق
* هل ان (h) دالة مستمرة

 نشاط (3) : اذا كانت الدالة متباينة وشاملة فانها متقابلة ,f دالة غير متقابلة

هل ان f دالة شاملة ؟ ولماذا ؟

تلميح : نحتاج قانون دي موركان الذي ينص على ان : p˄q)Ξ ˜p˅˜q)˜

7- البرهان الرياضي (mathematical proof):

هو عبارة عن معالجة لفظية او رمزية تتمثل في تتابع من العبارات تسنبط كل منه سابقتها استنادا على المعطيات والمسلمات ومبرهنات سابقة واستنباطا باساليب يقرها المنطق .

وتعتمد طبيعة البرهان الرياضي على :

-1 النظام الرياضي الذي ينتمي اليه العبارة المراد برهانها

-2الاسترتيجية المتبعة في البرهان التي تعتمد على احد صور الاستدلال الصحيحية منطقيا .وللبرهان الرياضي اربعة اساليب رئيسة هي :

اولا- البرهان المباشر (direct proof)

ثانيا :-البرهان بالتناقض (proof by contradiction)

ثالثا: البرهان بالمثال المضاد (proof by counter example)

رابعا : البرهان بالاستقراء الرياضي (proof by mathematical induction )

اساليب البرهان الرياضي واسترتيجيات كل منها مع التطبيقات:

**البرهان المباشر**:

واستراتيجية : البدء بالمعطيات ( المفروض) وصولا الى المطلوب ( المطلوب اثباته )

مثال :اثبت ان :ناتج جمع عددين فرددين هو عدد زوجي

البرهان :

ليكن كل من 2$n\_{2}$+1,2$n\_{1}$+1 عددا فرديا (حيث كل من$n\_{1}n\_{2,}$ هو عدد طبيعي )

فان ناتج جمعهما يكون 2$n\_{1}$+2$n\_{2}$+2

وباخراج العامل المشترك يكون 2($n\_{1}$+$n\_{2}$+1)

حيث ان ($n\_{1}$+$n\_{2}$+1) هو عدد طبيعي وليكن k

فان ناتج جمع العددين الفردين هو 2k , اي انه عدد زوجي

نشاط ((1: اثبت ان : حاصل جمع عددين طبيعين متتالين هو عدد فردي

**البرهان بالتناقض :**

الاسترتيجية : تبدا بنفي المطلوب فتحصل على تناقض .

مثال :- اثبت انه : لا يوجد مثلث قائم الزاوية ومتساوي الاضلاع في ان واحد .

البرهان :

افرض انه يوجد مثلث قائم الزاوية ومتساوي الاضلاع في ان واحد وليكن x طول كل ضلع من اضلاعة وحسب مبرهنة فيثاغورس فان :

$x^{2}$ = $x^{2}$ + $x^{2}$

وهذا يعني ان ²2x²=x

وبقسمة طرفي المعادلة على العدد $x^{2}$(اكبر من الصفر )) تحصل على ان :

2=1

هل هذا معقول ؟:

نحن نعلم ان 2 ≠1 وحصلنا على 2=1 , فهذا تناقض وعليه فرضنا في البداية غير صائب ,ولايوجد مثلث قائم الزاوية ومتساوي الاضلاع في ان واحد

نشاط (1): استخدام البرهان بالتناقض لاثبات ان ( الصفر عدد زوجي)

نشاط (2) : اثبت انه لا يوجد نظير ضربي للصفر في مجموعة لاعداد الحقيقية.

**البرهان بالمثال المضاد** :

ويستخدم لبرهنة عدم الصواب عبارة .

الاسترتيجية :

اعطاء مثال مضاد للعبارة .

مثال : اثبت ان : مربع كل عدد حقيقي اكبر اويساوي نفسة ( عبارة خاطئه )

البرهان : ليكن x=$\frac{1}{2}$ , فان $\frac{1}{2}$≤x²=$\frac{1}{4}$

وعليه فان , ($\frac{1}{2}$) مثال مضاد للعبارة ,والعبارة غير صائبة لكل عدد حقيقي .

نشاط ( : (1هل ان العبارة : $2^{n}$≥ n² صائبة لكل عدد طبيعي n ؟

نشاط (: (2 هل ان :كل دالة مستمرة تكون قابلة للاشتقاق ؟

تلميح : /x/ =f(x) هي مثال مضاد

**البرهان بالاستقراء الرياضي**:- يستخدم لاثبات العبارات المعرفة على مجموعة من الاعداد الطبيعية يسير البرهان على خطوتين :

* خطوة الاساس :

تثبت صواب العبارةعندn=1

* خطوة الاستقراء : تفرض صواب العبارة عند n=k (وتسمى فرضية الاستقراء الرياضي) وباستخدام هذة الفرضية تثبت ان العبارة صائبة عند n=k+1 فتكون العبارة صائبة لكل عدد طبيعي n, حسب مبدا الاستقراء الرياضي

- مثال :

اثبت ان: n-1)=n²) 1+3+5+... لكل عدد طبيعي n≥1

- البرهان :

- من الواضح ان العبارة صائبة عند n=1لان(1=1²)

- تفرض ان العبارة صائبة عند n=k اي انه: 1+3+5+.......+2k-1)=k²

ولاثبات صواب العبارة عند n=k+1 تضيف الى طرفي فرضية الاستقراء الرياضي , الحد الذي ترتيبة (k+1) وهو : k+1)-1=2k+2-1=2k+1)2

فتحصل على :

(k-1)+(2k+1)=k²+(2k+1)1+3+5+......+

K²+2k+1=

k+1)²)=

فالعبارة صائبة عندn=k+1وعليه تكون صائبة لكل عدد طبيعيn≥1

نشاط (:(1 اثبت ان : 1+2+3+.......+n=$\frac{n(n+1)}{2}$ لكل عدد طبيعي n

نشاط( : (2 اثبت ان $\frac{n(n+1)}{2}$ هو عدد طبيعي لكل عدد طبيعي .n

نشاط ( :(3اثبت ان : مجموع زوايا اي مثلث الداخلية يساوي 180

نشاط (:(4 اثبت مبرهنة فيثاغورس.

المصادر :

- بدوي , رمضان مسعد :تتضمن التفكير الرياضي في برامج الرياضيات المدرسية دار الفكر الاردني , عمان

- بل, فريدريك ه: طرق التدريس الرياضيات , ترجمة محمد امين المفتي , وممدوح محمد سلمان ,’ط2, ج1, الدار العربية , القاهرة (1986)

.- حمزة , محمد عبد الوهاب والبلاوتة ,فهمي يونس :مناهج الرياضيات واستراتيجيات تدريسها . دار جليس الزمان , (2009 )

الخطيب , محمد خالد : الرياضيات المدرسية (مناهجها , تدريسها ,و التفكير الرياضي ). مكتبة المجتمع العربي , عمان . (2009 )

. العبسي , محمد مصطفى : الالعاب والتفكير في الرياضيات . دار المسيرة , عمان (2009)

. عوض , عدنان واخرون : مبادى اسس الرياضيات . دار الندوة , عمان ,(1987) .

. عبيد , وليم : تعليم الرياضيات لجميع الاطفال ( في ضوء متطلبات المعايير وثقافة التفكير ). دار المسيرة , عمان .(2004)

 .Foster , James A ,:How to read and Dow mathematics proof . university of I daho, laboratory foruphill, 37 , 7093A .(1996) .

Stanat , Donald F . Mcallister,David F. :Discrete mathematics in computer science .Newjersy , prentice-Hall ,I N C (1977)