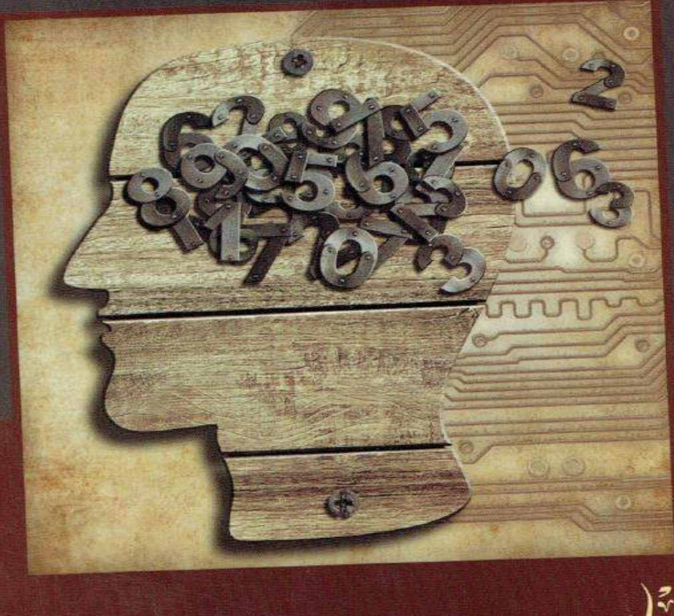
القدرات العقلية والرياضيات

الأستاذ الدكتور
عبدالواحد حميد الكبيسي
مدير مركز طرائق التدريس
جامعة الأنبار

الأستاذ المساعد الدكتورة
مدركة صالح عبدالله
أستاذة في طرائق تدريس الرياضيات
- الجامعة المستنصرية



الإعصار
للنشر والتوزيع

مكتبة المجتمع العربي
للنشر والتوزيع

القدرات العقلية والرياضيات

الأستاذ الدكتور

عبد الواحد حميد الكبيسي

مدير مركز طرائق التدريس

جامعة الأنبار

الأستاذ المساعد الدكتورة

مدركة صالح عبد الله

أستاذة في طرائق تدريس الرياضيات

الجامعة المستنصرية

الطبعة الأولى

2015م – 1436هـ

دار الأعصار العلمي للنشر والتوزيع

مكتبة المجتمع العربي للنشر والتوزيع

رقم الإيداع لدى دائرة المكتبة الوطنية (2014/4/1933)

153.9

الكبيسي، عبد الواحد حميد

القدرات العقلية والرياضيات/ عبد الواحد حميد الكبيسي، مدركة صالح عب الله.- عمان: مكتبة المجتمع العربي للنشر والتوزيع، 2014

( ) ص

ر.أ. : 2014/4/1933

الواصفات: /الذكاء//القدرات العقلية//الرياضيات/

• يتحمل المؤلف كامل المسؤولية القانونية عن محتوى مصنفه ولا يعبر هذا المصنف عن رأي دائرة المكتبة الوطنية أو أي جهة حكومية أخرى.

الطبعة العربية الأولى

2015م-1436هـ

مكتبة المجتمع العربي للنشر والتوزيع

عمان – وسط البلد – ش. السلط – مجمع الفحيص التجاري

تلفاكس 4632739 ص.ب. 8244 عمان 11121 الأردن

عمان – ش. الملكة رانيا العبد الله – مقابل كلية الزراعة – مجمع سمارة التجاري

www: muj-arabi-pub.com

Email: Info@ muj-arabi-pub.com

Email: Moj_pub@yahoo.com

Join us on Facebook

دار الإعصار العلمي للنشر والتوزيع

الأردن – عمان – وسط البلد – شارع الملك حسين – مجمع الفحيص التجاري

هاتف: 96264646208+ فاكس: 96264646470+

الأردن – عمان – مرج الحمام – شارع الكنيسة – مقابل كلية القدس

هاتف: 96265713906+ فاكس: 96265713907+

جوال: 797896091 – 00962

سوريا – دمشق – شارع الثورة – بناء الموصلي جانب حمام القيشاني الأثري

تلفون 2331966 11 00963 تلفاكس 2331826 11 00963

موبايل 950566621 00963

info@al-esar.com – www.al-esar.com

Join us on Facebook

ISBN 978-9957-83-442-5(ردمك)

القــدرات العقليــة والرياضيــات

تأليف

الأستاذ الدكتور
عبدالواحد حميد الكبيسي
جامعة الأنبار

الأستاذ المساعد الدكتورة
مدركة صالح عبدالله
الجامعة المستنصرية

الطبعة الأولى

2015 م – 1436هـ

دار الأعصار العلمي للنشر والتوزيع

مكتبة المجتمع العربي للنشر والتوزيع

المحتويات

الموضوع	الصفحة

الموضوع	الصفحة

الموضوع	الصفحة

الموضوع	الصفحة
أنواع البرهان...	254
أولاً- البرهان المباشر...	254
أ. قانون الوضع المنطقي..	254
ب. برهان الانتقالية (التعدي)	255
جـ. قانون الرفع المنطقي (برهان النفي)..................................	256
د. النظرية الاستنباط..	257
هـ. عكس النقيض..	258
و. الاستقراء الرياضي...	259
ز. البرهان باستنفاذ جميع الحالات (الإمكانات)............................	260
ثانيا: البرهان بإثبات استحالة التناقض..	262
البرهان بالمثال المضاد..	262
البرهان غير المباشر..	262
الفصل السابع	
القدرة المكانية	
تعريف القدرة المكانية..	267
القدرة المكانية والرياضيات..	269
تنمية القدرة المكانية..	271
أنواع القدرة المكانية..	274
القدرة المكانية مكونة من عاملين..	276
أقسام القدرة المكانية..	277
1-القدرة المكانية الثنائية..	277
2-القدرة المكانية الثلاثية...	278
قياس القدرة المكانية..	280
العوامل التي تقف خلف الفروقات في القدرة المكانية...............	281
العوامل المكونة للمفاهيم المكانية..	282
طرق تطوير القدرة المكانية..	283
أصناف القدرة المكانية...	285
المتغيرات التي تؤثر في القدرة المكانية...................................	288
اختبارات القدرة المكانية...	289
اختبار القدرة المكانية الأول...	289
اختبار القدرة المكانية الثاني..	292
الإجابات الصحيحة لاختبار القوة المكانية......................................	302
المصادر والمراجع...	303

المقدمة

زود الله جل في علاه الإنسان قدرات عقلية متعددة اختلف العلماء في تصنيفها وتحديد العلاقات بينها ويشير ذلك إلى أهمية هذه القدرات في حياة الفرد الحالية والمستقبلية. فضلاً عن حياته المهنية والتعليمية والاجتماعية، وللقدرات أهميتها في عملية التوجيه التربوي. ويقصد بالتوجيه التربوي اختيار الفرد لنوع الدراسة المناسبة لقدراته وإعداده للالتحاق بها، ثم النجاح فيها، ما يساعده على تحقيق ذاته، فالقدرة الميكانيكية المرتفعة تؤهل صاحبها لدراسة الهندسة الميكانيكية بتفوق، والقدرة اللغوية العالية تؤهل صاحبها لدراسة اللغويات بتميز، والقدرة المميزة على فهم المسائل الرياضية المتميزة تؤهل صاحبها لدراسة الرياضيات والهندسة بنجاح.

وإذا تدبَّرنا آيات القرآنَ الكريم بدقّة سوف نرى أن أساس الدعوة الإسلامية ترتكز على القدرات العقلية، وتدعو إلى التعقُّل والتفكُّر والنظر في كائنات السماء والأرض، وتترك الحكم في هذه القضية إلى عقول الناس فيذكر الله تعالى: (وَلَوْ شَاءَ رَبُّكَ لَآمَنَ مَنْ فِي الأَرْضِ كُلُّهُمْ جَمِيعًا أَفَأَنْتَ تُكْرِهُ النَّاسَ حَتَّى يَكُونُوا مُؤْمِنِينَ ∃ وَمَا كَانَ لِنَفْسٍ أَنْ تُؤْمِنَ إِلَّا بِإِذْنِ اللَّهِ وَيَجْعَلُ الرِّجْسَ عَلَى الَّذِينَ لا يَعْقِلُونَ ∃ قُلِ انْظُرُوا مَاذَا فِي السَّمَوَاتِ وَالأَرْضِ وَمَا تُغْنِي الآيَاتُ وَالنُّذُرُ عَنْ قَوْمٍ لا يُؤْمِنُونَ) (يونس:99 – 101).

الوصول إلى حقيقة رهينٌ بالعقل وبالتفكّر، ونتيجةٌ للنظر في آيات عالم الوجود؛ فالذين يُحَرِّرُونَ عقولَهم من تأثير العوامل الخارجية، وينتبهون بتفكيرٍ متجرِّدٍ حُرٍّ مستقلٍّ إلى كائنات السموات والأرض وعجائب عالم الكون، وتساعدهم أيضاً مَلَكَاتُهُم الفطرية إلى حدٍّ ما، سيصلون بالتأكيد إلى حقيقة الدِّين ويدركون المبدأ والمعاد والأخلاق التي تشكّل أساس الدِّين وعماده.

ولهذا السبب يخاطب القرآنُ العقلاءَ ويدعوهم دائماً إلى النظر في جمال عالم الطبيعة والتفكّر في آيات الكتاب الكونيّ معتبراً أن ذلك أهم وظائف العقل والوسيلة الوحيدة للرقي المادي والمعنوي للبشر، ويوكل فهم تلك الآيات للعقلاء فيقول تبارك وتعالى:(إِنَّ فِي خَلْقِ السَّمَوَاتِ وَالأَرْضِ وَاخْتِلافِ اللَّيْلِ وَالنَّهَارِ وَالْفُلْكِ الَّتِي تَجْرِي فِي الْبَحْرِ بِمَا يَنفَعُ النَّاسَ وَمَا أَنزَلَ اللَّهُ مِنَ السَّمَاءِ مِنْ مَاءٍ فَأَحْيَا بِهِ الأَرْضَ بَعْدَ مَوْتِهَا وَبَثَّ فِيهَا مِنْ كُلِّ دَابَّةٍ وَتَصْرِيفِ الرِّيَاحِ وَالسَّحَابِ الْمُسَخَّرِ بَيْنَ السَّمَاءِ وَالأَرْضِ لَآيَاتٍ لِقَوْمٍ يَعْقِلُونَ)(البقرة:164).

القدرات العقلية مصطلح يطلق على مجموعة من الأداءات، والتي ترتبط فيما بينها ارتباطا عاليا، سواء كانت هذه الأداءات في ميدان الدراسة أو العمل، وتعدد مظاهر تلك القدرات، فمنها مظاهر خاصة بالأداء الميكانيكي، ومظاهر خاصة بالأداء اللغوي، ومظاهر خاصة بالأداء الرياضي أو العدد، ومظاهر خاصة بالإبداع والابتكار، ومظاهر خاصة بالنقد والتحليل، ومظاهر خاصة بالحساسية الجمالية والحكم الجمالي والتفصيل الجمالي والتذوق الجمالي، وغيرها، العقل يروض كما يروض الجسم بالرياضة و تزداد قدرات العقل كلما زادت عمليات تنميته و تنشيطه.

عقل الإنسان عبارة عن قطعة من المغناطيس.. فعندما تشاهد الأشياء أو تفكر فيها يبدأ العقل مباشرة في جذب هذا الشيء إليه. وهذا ما يعرف ب " قانون الجذب " والذي يعمل على أساس قوة العقل. الاعتقاد الجازم والقناعة الأكيدة بأن شيئاً ما سوف يحدث، فإن العقل يظل ممسكاً به حتى يحدث بناء على هذا

القانون، لكي نزيد من قوانا العقلية في الاتجاه الصحيح البنَّاء والداعم لحياتنا، فهذا يحتاج إلى ممارسة مستمرة لترويض العقل على التفكير إيجاباً لينعكس على حياتك إيجاباً خاصة إذا كنا نعيش في أجواء محبطة، فالأمر يكون في حاجة إلى جزم وإصرار وإرادة، وهنا تكون قد نجحت في استثمار قوة العقل وجاذبيته في اتجاه إيجابي، إنك حقاً ستذهل عندما ترى قوة العقل تعمل في توجيه حياتك.

والكتاب يركز على القدرات العقلية التي ينميها أو المتواجدة في مادة الرياضيات، وكان الاعتقاد سابقا أن بعض الناس يمتلك قدرات رياضية.

تعد الرياضيات أساس المعرفة، وعنصر أساسي في تطور مختلف العلوم سواء الطبيعية أو البيولوجية أو الاجتماعية أو الفنية، ولا يوجد مجال في هذا العصر أو في المستقبل المنظور لا يعتمد على الرياضيات، لهذا لا يمكن أن ننكر أنه لولا الرياضيات لما استطاع الإنسان الوصول لأي منجزات حضارية، ونسلم بأن الرياضيات غيرت وجه الحياة عبر التاريخ، وكما وصفها العالم الرياضي الكبير اسحق نيوتن بأنها " ملكة العلوم وخادمتها"، وهي لغة العلوم وعنصر حاكم فيما يجري حاليا وما هو متوقع مستقبلاً.

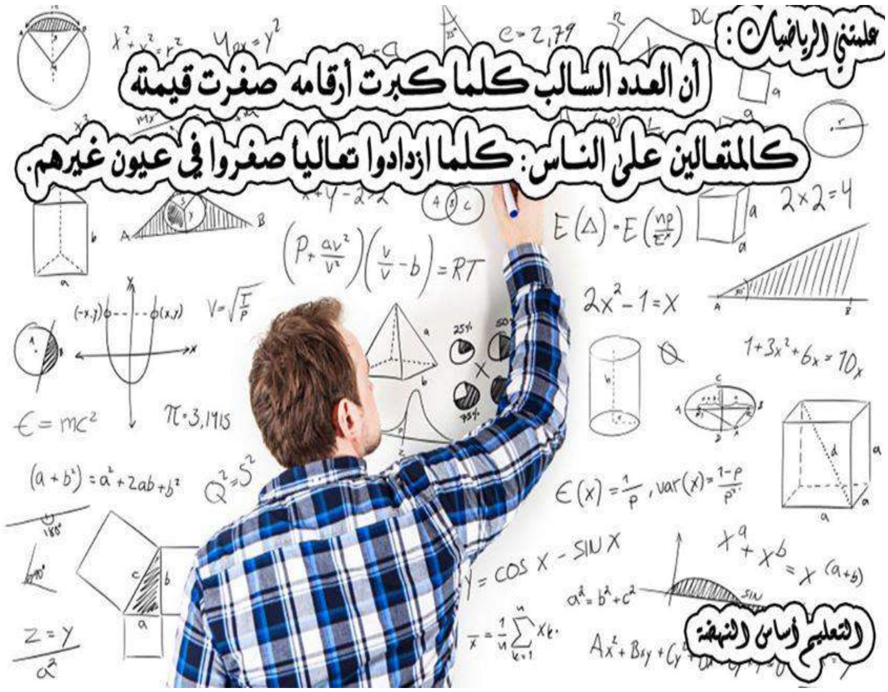
ولذلك فقد نالت الرياضيات مكانة أساسية في مختلف المراحل التعليمية وبين كافة المقررات الدراسية، فدراسة الرياضيات تسهم في تنمية القدرات العقلية للدارسين، وتكسبهم مهارات رياضية عديدة لازمة لدراسة المواد الأخرى، بالإضافة لما لها من تطبيقات مباشرة في مواقف الحياة اليومية مما يجعل لها أثراً هاماً على الفرد والمجتمع. لذلك كانت أهمية تعليم الرياضيات في المراحل المختلفة والاهتمام بكيفية تعليم وتعلم الفرد، وكيفية إتقانه لاستخدام المهارات الرياضية في حياته اليومية.

يقوم دماغ الإنسان بسلسلة مذهلة من العمليات الحسابية والرياضية في كل ثانية من حياته، حيث تحسب عينه ملايين الوحدات الصغيرة من المعلومات يجمعها الدماغ ويضربها ويطرحها باستمرار تبعاً للنوايا والحوافز وحالة الإدراك العام.

وعلى التربويين والمتخصصين في المناهج وطرائق التدريس بشكلٍ عام وتدريس الرياضيات بشكلٍ خاص في عصرنا الحاضر, أن يتنبهوا إلى العمل على تنمية القدرات الخاصة والأساسية التي تؤدي إلى تعلم مادة الرياضيات والتي تجعل الفرد قادراً على التعامل معها, وبالتالي فهم في تحدٍ حقيقي وهم يعدَون الأجيال الجديدة, ويسعون جاهدين في تقدمهم فكرياً والوصول بهم إلى مستوى يؤهلهم

للتقدم علمياً وتقنياً، لكي يواجهوا مشكلات المستقبل. هذا الإعداد يجب ألا يتخلف عن ركب التكنولوجيا التي اقتحمت الحياة بشكل عام.

نأمل من الله العزيز أن يكون عملنا خالصاً لوجهه الكريم وان يكون عملاً ينتفع منه وأحب أن أقدم للقاريء الكريم ماذا تعلمنا من الرياضيات.



- أن السالب بعد السالب يعني موجب فلا تيأس.. فالمصيبة بعد المصيبة تعني الفرج.
- أن الانتقال من جهة لأخرى سيغير من قيمتي وأنه متى ما كبر المقام صغرت القيمة.
- أن بعض الكسور لا تجبر.
- أنه يمكننا الوصول لنتيجة صحيحة بأكثر من طريقة فلا تظن أنك وحدك صاحب الحقيقة وأن كل من خالفك مخطئ
- أنه في شيء اسمه ما لا نهاية فلا تكن محدود الفكر والطموح.
- أن لكل مجهول قيمة فلا تحتقر أحداً لا تعرفه.
- أن العدد السالب كلما كبرت أرقامه صغرت قيمته كالمتعالين على الناس، كلما ازدادوا تعالياً كلما صغروا فيعيون غيرهم.

- أن لكل متغير قيمة تؤدي إلى نتيجة فاختر متغيراتك جيداً لتصل إلى نتيجة ترضيك.
- الكسور لا تجمع أو تطرح إلا بعد توحيد المقامات، وكذلك فريق العمل لن يعمل بانسجام وينتج إلا بتوحيد الرؤى والغايات.
- في موضوع المصفوفات تصف الأعداد على هيئة صفوف وأعمدة فصفوا أمنياتكم وأحسنوا الظن بربكم فأمنياتكم اليوم هي واقعكم غداً بإذن الله وتذكروا قول الله تعالى: (وَعُرِضُوا عَلَى رَبِّكَ صَفّاً لَقَدْ جِئْتُمُونَا كَمَا خَلَقْنَاكُمْ أَوَّلَ مَرَّةٍ بَلْ زَعَمْتُمْ أَلَّنْ نَجْعَلَ لَكُمْ مَوْعِداً) (الكهف:48)،(وَجَاءَ رَبُّكَ وَالْمَلَكُ صَفّاً صَفّاً) (الفجر:22).
- أن العرب أهدوا الصِّفر إلى العالم، حيث "حلَّ" بواسطته الرياضيون الغربيون الكثير من المشكلات العلمية، وأن العرب بدون الإسلام يصبحون "أصفارًا" على الشمال بدون قيمة، أو تضاف هذه "الأصفار" إلى "أرقام" الآخرين حتى تتضاعف.
- علمتني الرياضيات أن أقصر طريق بين نقطتين هو "الخط المستقيم" إلا أن هناك من يفضّل "اللف والدوران" للوصول لمبتغاه!.
- علمتني الرياضيات من لا يتقن وضع (الزوايا) سيخرج منحرف أو شبه منحرف.
- علمتني الرياضيات أن الصفر، عندمّا يغيّر مكانه، من يسار الرقم إلى يمينه، تتغير قيمته، غيّر مكانك في الحياة، فلستَ أقل من الصفر!.
- علمتني الرياضيات أن حل معادلتين بمجهولين يكون بتضحية وتعويض الأول بدلالة الآخر.. هكذا هي علاقاتنا مع الآخرين"
- علمتني الرياضيات أن الأصفار تتشابه في خوائها ولكنها تغدو مخيفة حين تلتف حول رقم معتبر.
- علمتني الرياضيات خطأ واحد في حل معادلة، سيكلفك الكثير، ويعود بك إلى نقطة البدء، لذلك كن حذراً نبيهاً في طريقك إلى أي هدف ترنو إليه.
- علمتني الرياضيات أن عدم وجود حل قد يكون حلا!
- علمتني الرياضيات أن الخطوط المستقيمة عندما تتقاطع لن تتقاطع مجدداً، وكذلك بعض الفرص في حياتنا كالخطوط المستقيمة.
- علمتني الرياضيات أنه هناك (قيمة مطلقة) ومهما وضعت من (–) فإن الناتج سيكون (+) فأجعل نفسك قيمة مطلقة ولا تتأثر بالردود السلبية تجاهك.
- علمتني الرياضيات أن أبرهن وأناقش وأقارن ولنقارن بين حياتين الدنيا والآخرة، التي قال الله تعالى عنها: (أُولَئِكَ جَزَاؤُهُمْ مَغْفِرَةٌ مِنْ رَبِّهِمْ وَجَنَّاتٌ تَجْرِي مِنْ تَحْتِهَا الْأَنْهَارُ خَالِدِينَ فِيهَا وَنِعْمَ أَجْرُ الْعَامِلِينَ) (آل عمران:136)

الخلود معناه المالانهاية (∞) في الرياضيات،وما قيمة الحياة الدنيا يارب! يقول تبارك وتعالى عنها:

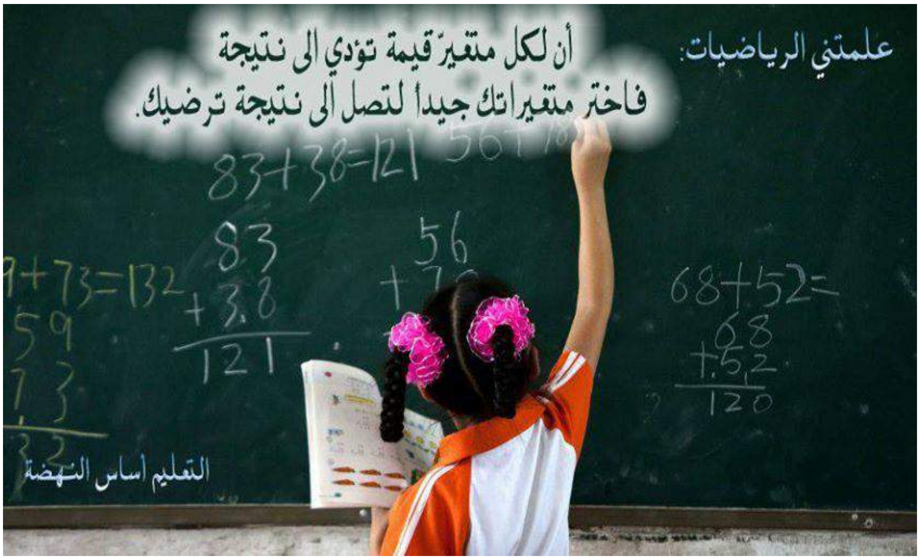
(وَفَرِحُوا بِالْحَيَاةِ الدُّنْيَا وَمَا الْحَيَاةُ الدُّنْيَا فِي الْآخِرَةِ إِلَّا مَتَاعٌ)(الرعد: من الآية26)، بل(وَيَوْمَ يَحْشُرُهُمْ كَأَنْ لَمْ يَلْبَثُوا إِلَّا سَاعَةً مِنَ النَّهَارِ يَتَعَارَفُونَ بَيْنَهُمْ قَدْ خَسِرَ الَّذِينَ كَذَّبُوا بِلِقَاءِ اللَّهِ وَمَا كَانُوا مُهْتَدِينَ) (يونس:45) ولمعرفة نسبة الحياة الدنيا، نعلم في موضوع الغاية في الرياضيات(أي عدد ÷ ∞ = صفر) واعلم:

$$\text{النسبة} = \frac{\text{حياة الإنسان في الدنيا}}{\text{حياة الإنسان في الأخيرة}} = \frac{\text{أي رقم}}{\infty} = \text{صفر}$$

ليضع أي منا العمر الذي يعيشه في الدنيا (نحن نعلم أن أكبر المعمرين لم يتجاوز 150) ولكن عند قسمته إلى ألما لانهاية ستكون النسبة صفراً بالنسبة للحياة الآخرة،،يقول الرسول الكريم(صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ):(مَا الدُّنْيَا فِي الْآخِرَةِ إِلَّا مِثْلُ مَا يَجْعَلُ أَحَدُكُمْ إِصْبَعَهُ فِي الْيَمِّ فَلْيَنْظُرْ بِمَاذَا يَرْجِعُ) (الترمذي2245).

- أن "المثلث" الذي تتساوى أضلاعه الثلاثة: الفكر، الإنسان، الإمكانات، هو "مثلث" النهوض الحضاري.
- أن "مثلث" الهلاك هو: النفس الأمَّارة بالسوء، والشيطان الموسوس، وأصدقاء السوء.
- أن بين "الأضلاع" التي في صدري يكمن أَلَدُّ أعدائي، إن لم أُحسن ترويضه بـ"رياضة" العزم و"حساب" الحزم.
- • أن "الحساب" عسير، والناقد بصير، وأنه لا نجاة إلا بـ"هندسة" الأفكار وجبر الأفعال.
- أن "الرسم البياني" لتخلف الأمة يشير بوضوح إلى أن سبب السقوط هو "الجمع" الغائي للمال، و"طرح" الكرامة الإنسانية، و"الضرب" على الحائط بسائر القيم.
- أنه عندما يكبر "المقام" يصغر "البسط"، وعندما تكبر الشعوب يصغر الحكام ويخنس الطغاة.
- أن "المسائل" الحضارية لا "تُحَلّ" إلا بتوازن "بسط" الحكام و"مقام" الشعوب.
- أن تساوي "البسط" و"المقام" ينشئ رقمًا صحيحًا، ومن ثم فإن المجتمع الصحيح والسوي هو الذي "يتساوى" فيه الحكام والمحكومون.

- أن وسائل "الحل" متعددة، مع أن النتيجة الصحيحة واحدة، ومن ثم فإن الحق واحد و"طرق" الوصول إليه كثيرة.
- أنه لا يتكبر إلا "ناقص"، ولا يتواضع إلا "الرقم" الصحيح، كالغصن المثقل بالثمار.
- أن الإنسان إذا لم "يطرح" الطمع و"يضرب" الجزع ويكتنز القناعة، فإنه لن يغتني أبدًا مهما "جمع".
- طرح المظالم والسيئات + "قسمة" الحقوق والواجبات + "جمع" القلوب والإمكانات = قاعدة الإقلاع الحضاري.



القدرات العقلية

الفصل الأول
القدرات العقلية

يشترك الإنسان مع الحيوان في وظيفة الإدراك الحسي، غير أن الإنسان يتميز عن الحيوان: بما وهبه الله تعالى من قدرات عقلية قادرة على التفكيرتمكنه من النظر والبحث في الأشياء والأحداث، واستخلاص الكليات من الجزئيات واستنباط النتائج من المقدمات، إن قدرة الإنسان على التفكير هي التي جعلته: أهلاً للتكليف بالعبادات، وتحمل المسؤولية الاختيار والإرادة، وهذا هو ماجعله أهلاً

للخلافة في الأرض كما جاء في قوله تعالى: (وَلَقَدْ كَتَبْنَا فِي الزَّبُورِ مِنْ بَعْدِ الذِّكْرِ أَنَّ الْأَرْضَ يَرِثُهَا عِبَادِيَ الصَّالِحُونَ) (الانبياء:105)، وقد حط القرآن من شأن من لا يستخدم قدراته العقلية بأن جعله أدنى درجة من الحيوان، قال تعالى: (إِنَّ شَرَّ الدَّوَابِّ عِنْدَ اللَّهِ الصُّمُّ الْبُكْمُ الَّذِينَ لا يَعْقِلُونَ) (لأنفال:22)، ويتضح حرص القرآن الكريم على دعوة الناس إلى التعقل والتفكير من ورودكثير من الآيات التي تتضمن مثل هذه العبارات: "أفلا يعقلون"، "أفلايتفكرون"، "لعلكم تتفكرون"، "لعلكم تعقلون"، كما وردت مشتقات "العقل" في القرآن الكريم (49 مرة) كما وردت مشتقات الفكر فيه (18 مرة).

وتعتمد النظرة الحديثة على أن القدرة في جوهرها عبارة عن أنماط أو استراتيجيات معرفية تتضمن العمليات المعرفية، ويعد تطبيق مفاهيم تشغيل المعلومات في حل المشكلات من أكثر النماذج العملية وضوحا في تطبيق النظريات المعرفية على القدرات، وتشير كلمة معرفي إلى النشاط العقلي المتعلق بالتفكير وتتعلق بتجهيز المعلومات وتعلم حل المشكلات وإدراك العلاقات والارتباطات بين عناصر المنبهات المختلفة، وعليه فان تأكيد القدرات سواء كانت ذات طبيعة عامة شاملة أو متمايزة فأنها تتأثر بالمحتوى المتضمن في العقل البشرى من معلومات ومعارف وحقائق وأفكار وتصورات اكتسبها خلال تراكم الخبرات والتجارب التي مر بها سواء كانت منتظمة من خلال التعليم أو بالصدفة من خلال الخبرات الحياتية.كما تؤثر طريقة الأداء العقلي ممثلة في سرعة ودقة الأداء عند التعامل مع المنبهات في أنواع القدرات (فريح،2011).

الرياضيات والمعايير العالمية:

تعد مادة الرياضيات من الدعائم الأساسية لأي تقدم علمي، وهي من أكثر المواد الدراسية أهمية وحيوية لما تحتويه من معارف ومهارات تساعد الطلبة على التفكير السليم لمواجهة المواقف المختلفة، وتحتل الرياضيات المكانة البارزة بين المواد الدراسية الأخرى لكثير من الاعتبارات، أهمها، أن دراسة الرياضيات تسهم في تنمية القدرات العقلية لدارسيها، وان دراستها تكسب دارسيها المهارات الرياضية التي تساعد على دراسة المواد الأخرى، إضافة إلى أن لها تطبيقات مباشرة وغير مباشرة في مواقف الحياة المختلفة (الأسطل والرشيد، 2004).

الرياضيات تزود المتعلمين بالمهارات الأساسية الضرورية للحياة العملية مثل مهارات الحس المكاني والاستكشاف والقدرة على حل المشكلات والتعليل ألاستنتاجي والقدرة على التخمين، كما أنها تتضمن جوانب تعلم معرفية لازمة لفهم وتفسير جوانب التعلم المعرفية الأخرى المتضمنة بفروع الرياضيات المختلفة

نفسها
(الحربي، 2003)، ولأهمية الرياضيات تأسس المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM) في الولايات المتحدة والذي يعد أحد أكبر المؤسسات التي تهتم بالبحث التربوي في مجال الرياضيات المدرسية، ويتناول عمله كل ما يمت للرياضيات المدرسية بشكل يهدف إلى تطوير وتحسين العملية التعليمية التعلمية في المراحل الدراسية الممتدة من الروضة حتى الصف الثاني عشر، ويتعاون في سبيل إنجاز هذه المهمة مع عدد كبير من المؤسسات التربوية في الولايات المتحدة وكندا، ويعقد المجلس لقاءاً سنوياً في كل عام لمناقشة المستجدات في تربويات الرياضيات، بالإضافة إلى عدد من المؤتمرات تهدف جميعاً لمناقشة ما يتعلق بعمليات الإصلاح والتجديد في الرياضيات المدرسية.

أصدر المجلس منذ تأسيسه عدداً من الوثائق والتقارير المتعلقة بالرياضيات المدرسية إلى جانب عدد من المجلات التي تعني بالبحث التربوي، ومن تلك الوثائق:

1. خطة للعمل الصادرة عام 1980
2. معايير المنهج والتقويم للرياضيات المدرسية عام 1989
3. المعايير المهنية لتعليم الرياضيات عام 1991
4. معايير التقويم للرياضيات المدرسية عام 1995
5. المبادئ والمعايير للرياضيات المدرسية عام 2000
6. نقاط التركيز عام 2006
7. المعايير المهنية عام 2007
8. معايير المنهج المحوري المشترك عام 2010 (أبو عجين،2011)

تعد وثيقة عام 1989 كان الهدف منها تحسين نوعية الرياضيات المدرسية وتقويم المناهج بطرق تعليمية تتفق مع ما يجب أن تكون لمواجهة المستقبل (ميخائيل، 2001)، وتشمل هذه الوثيقة معايير منهج وتقويم الرياضيات المدرسية التي تمثل أول جهد من قبل منظمة تعليمية متخصصة في الرياضيات، وقد عكست هذه الوثيقة مبدئيًا رؤى وتوجهات وتصورات المهتمين بالرياضيات المدرسية من مدرسين وموجهين وكذلك الباحثين التربويين (Berk،Olsan & ، 2001).

والمعايير العالمية: هي مجموعة المعايير الأساسية التي تستخدم في كثير من بلدان العالم لبناء المنهاج الرياضي،أما وثيقة المبادئ والمعايير للرياضيات المدرسية عام 2000م، هذه المعايير تختزل معايير 1989م وتنظمها وتصنفها.

والمبادئ هي عبارات محددة تعكس القواعد الأساسية لتعليم الرياضيات ذات النوعية العالمية، وتشمل المبادئ الرئيسة التالية:

- مبدأ المساواة: يتطلب التميز في الرياضيات مساواة وتوقعات عالية ودعم قوي لجميع الطلاب.
- مبدأ المنهاج: المنهاج يجب أن يكون متناسقا ويركز على الرياضيات المهمة ومترابطا باتساق عبر الصفوف.
- مبدأ التعليم: التعليم الفعال للرياضيات يحتاج إلى فهم ما يعرفه الطلاب وما يحتاجون تعلمه ثم تحديهم ودعمهم لتعلمه جيدا.
- مبدأ التعلم: يجب أن يتعلم الطلاب الرياضيات مع الفهم والبناء الفعال للمعلومات الجديدة من الخبرة والمعلومات السابقة.
- مبدأ التقويم: يجب أن يدعم التقويم تعلم الرياضيات المهمة ويقدم المعلومات المفيدة لكل من المعلم والطالب.
- مبدأ التكنولوجيا: تعتبر التكنولوجيا عنصرا أساسيا في تعليم وتعلم الرياضيات، فهي تؤثر في تعلم الرياضيات. (NCTM، 2000)

يؤكد المجلس على الترابط الوثيق بين معايير المحتوى ومعايير العمليات، وذلك نظراً لأن الرياضيات نظام متداخل بشكل كبير، كذلك فان تقسيم المعايير إلى محتوى وعمليات لا يقسم محتوى المنهاج إلى مجموعات منفصلة غير متقاطعة، بل أن تلك المعايير جميعها متداخلة ومترابطة بشكل كبير، وترتيب المنهاج بهذا الشكل يمثل مقترح لتنظيم متماسك من المحتوي والعمليات الرياضية الهامة لأن العمليات الرياضية لا يمكن أن تنفصل عن المعرفة والمهارات التي يكتسبها الطلبة، فيجب أن يحلوا المشكلة، ويتواصلوا، ويتأملوا، وهكذا بشكل متزامن مع تطوير المعرفة، وفهم المفاهيم، والمهارات المطلوبة في كل مجالات المحتوى الرياضي.

ويتفق هذا التقسيم مع النظرة الحديثة للرياضيات بوصفها محتوى معرفي من ناحية وجملة من العمليات التي تعمل على إكساب المتعلم لهذا المحتوى وتطويره من ناحية أخرى ويؤكد أن هذا التقسيم يرتبط ارتباطا وثيقاً بالمعرفة الرياضية من حيث الإجابة على تساؤل "ماذا نُعلم في الرياضيات؟" أي الموضوعات الخاصة بالمحتوى إلى جانب المجالات العقلية والمهارات الأساسية ذات التوجه العملياتي، يؤكد المبدأ الخاص بالمنهاج على ضرورة إبراز الترابط بين موضوعات المنهاج والتأكيد على الرياضيات الهامة، وهو نفس ما يعكسه الترابط الرياضي، وعلاقته بالاستدلال الرياضي والذي أحد مكونات القوة الرياضية وبالتالي فهو يمثل أحد جوانب التقويم "تظهر القدرة الرياضية في إدراك

الترابطات داخل مستويات المعرفة وبينها، والترابطات بين مجالات الرياضيات، والترابطات بين الرياضيات والعلوم الأخرى والتي تمكن المتعلم من بناء تصور أو تقوية تصور قائم بالفعل عن فائدة الرياضيات ومدى نفعيتها، وتتضمن الرياضيات المدرسية، عبر كل المستويات الدراسية، أمثلة حول تطبيقات رياضية في مجالات أخرى، وترتبط هذه الأمثلة بالمواد الدراسية الأخرى كما ترتبط بالحياة اليومية للمتعلمين، ويأتي هذا تعبيراً عن أهمية الرياضيات كمادة تطبيقية وليست مجرد قواعد صماء مجردة، لذا من الأهمية ربط الرياضيات بالمواد الدراسية الأخرى على اعتبار أن بناء منهج للرياضيات بمعزل عن المنهج المدرسي قد يوافق بنية الرياضيات ذاتها ويوافق المتعلمين من ذوي الذكاء العالي لأنهم وحدهم الذين قد يستطيعون ربط الرياضيات بغيرها من المعارف (أبو عجين،2011).

هذه المعايير التي تخص القدرة الرياضية التي تصف الفهم والمعلومات والمهارات الرياضية التي يجب أن يحصل عليها الطلاب من مرحلة ما قبل الروضة وحتى الصف الثاني عشر، وتقسم المعايير إلى:

1. معايير المحتوى: وهذه المعايير تصف ما يجب أن يتعلمه الطلاب، وتشمل: الأعداد والعمليات، والجبر، والهندسة، والقياس، وتحليل البيانات والاحتمالات.
2. معايير العمليات: وهذه المعايير تشمل طرق اكتساب واستخدام المعرف ذات العلاقة بالمحتوى، وتشمل: حل المسألة والتفكير الرياضي والبرهان، والاتصال، والربط، والتمثيل.

القدرة الرياضية:

القدرة الرياضية: هي قدرة مركبة وتعد وحدة معقدة وليست بالبسيطة، وتختص هذه القدرة بصياغة العلاقات بين الرموز العددية أو على الأقل العلاقات بين الرموز غير اللفظية وحفظها واستعمالها، وهذه القدرة الرياضية تكمن وراء أي نشاط معرفي يهدف إلى التغلب على مشكلة في صيغة عددية أو رياضية أو رمزية، ومن حيث هي كذلك فإنها تتميز عن القدرة اللغوية التي تتعلق بالتفكير اللغوي الذي يصب في كلمات وعبارات.

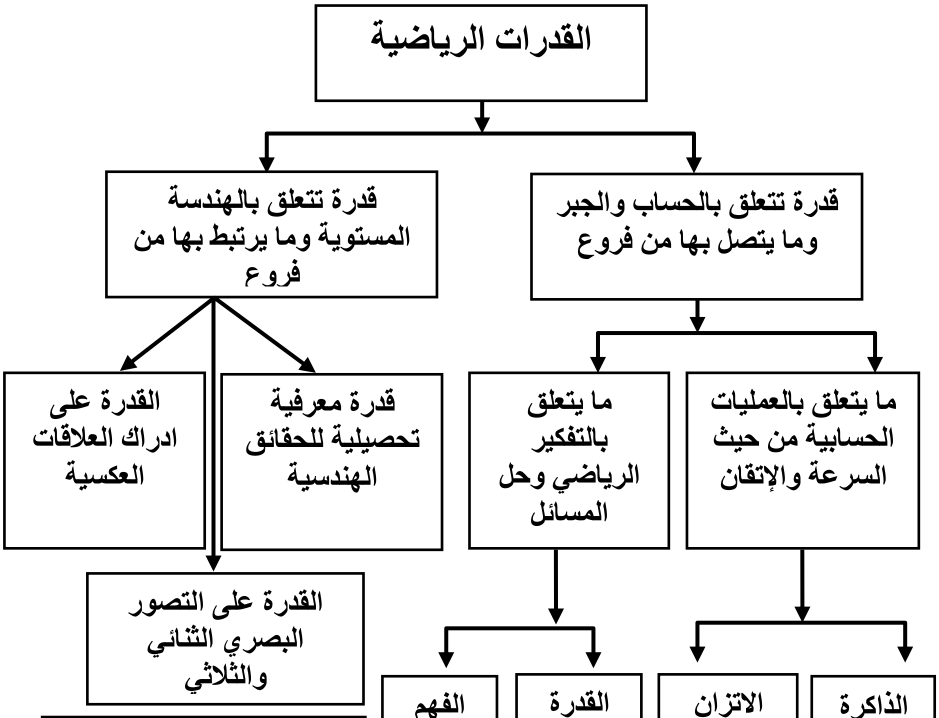
ولاشك أننا نلاحظ في حياتنا اليومية أن بعض الأفراد يمتازون عن غيرهم في القدرات المتعلقة بالأرقام والرموز والتعبير بالأعداد والتفكير الرياضي، كما نلحظ أن هناك بعض الأشخاص ممن لديهم قدرة خارقة على التعامل بالأعداد

وإجراء العمليات الحسابية المختلفة، بينما نجد أن البعض الآخر يتجنب كل ما فيه الأرقام والرموز الرياضية.

تركيب القدرة الرياضية وطرق قياسها:

أكدت نتائج الأبحاث النفسية فكرة تمايز القدرات الرياضية ثم استطردت بعد ذلك لدراسة كل قدرة من تلك القدرات المركبة. وأسفرت الدراسات المتعددة عن تحديد المكونات العقلية للقدرة الرياضية المركبة.

ويعد البحث الذي قام به برون (Brown) سنة 1910 من أوائل الأبحاث التي دلت على تمايز القدرات الرياضية وانقسامها إلى قدرتين وهي القدرة الحسابية الجبرية والقدرة الهندسية،، ولقد أكد البحث الذي قام به الدكتور محمد خليفة بركات سنة 1950 في تحليله للقدرات الرياضية تمايز هاتين القدرتين. فالقدرة الأولى تتعلق بالحساب والجبر والفروع المبنية عليهما والقدرة الثانية تتعلق بالهندسة المستوية والفراغية وما يرتبط بهما كما هو مبين في المخطط الآتي:



مكونات القدرة الرياضية

مما تقدم نجد أن القدرة الرياضية يمكن تحليلها إلى قدرتين فرعيّتين أولاهما تتعلق بالحساب والجبر والفروع المبنية عليهما وثانيهما تتعلق بالهندسة المستوية والفراغية وما يرتبط بهما، وللقدرة الحسابية والجبرية ناحيتان. الأولى تتعلق بالعمليات الحسابية وهذه تتطلب الإتقان والسرعة وتعتمد على الذاكرة والاتزان الانفعالي. والثانية تتعلق بالتفكير الرياضي وحل المسائل الحسابية وهي تعتمد على القدرة المنطقية والفهم السليم.

على أنه يمكن هنا اعتبار العامل اللفظي إحدى مكونات القدرة الرياضية فكثيراً ما نقابل بعض التلاميذ ممن يتمكنون من حل معادلات جبرية ولكن إذا أعطيت لهم مسائل تؤول في حلها النهائي إلى نفس المعادلات فإنهم قد يعجزون عن الوصول إلى هذه المعادلات، ويرجع ذلك إلى عدم فهم بعض ألفاظ المسألة، أو إلى عدم أدراك بعض العبارات اللفظية فيها. وهذا ما يجعلنا نفرّق بين اختيارات العمليات الحسابية واختيارات المسائل الحسابية، فبينما تخلو الاختيارات الأولى من أثر العامل اللفظي يشترك في الثانية العامل اللفظي من العامل الحسابي، حيث يرى أن الإنسان يتمتع بعدد من القدرات، قد تتداخل لخدمة بعضها البعض، ولكنها قد تعمل بمفردها بمعزل عن القدرات الأخرى، وسمى هذه القدرات بالذكاء، مكونات القدرة الرياضية ليست عوامل منفصلة لطرق الفرد في التفكير في المواقف الرياضية ولكن القدرة الرياضية هي وصف للطرق التي تبنى من خلالها المعرفة المتعلمة (بدوي، 2003)

وتتطلب تلك الأهداف قدرات رياضية تساعد على الاكتشاف والتخمين بالإضافة إلى القدرة على استخدام طرق رياضية متنوعة لحل المشكلات الغير روتينية وأن المعرفة الرياضية تتضمن أكثر من الألفة بالأعداد والحساب وحددوا خمس أهداف للمتعلمين ضمن القدرة الرياضية وهي في هذا الصدد:

1. تقدير أهمية الرياضيات.
2. الثقة بالقدرة على استخدام الرياضيات في الحياة.
3. القدرة على حل المشكلات الرياضية.
4. القدرة على التواصل الرياضي.
5. القدرة على الاستدلال.

مكونات القدرة الرياضية الأساسية:

يعد المجلس القومي لمعلمي الرياضيات في الولايات المتحدة أن أول هدفين للرياضيات المدرسية هما: التعلم لإعطاء قيمة للرياضيات"وَ"التعلم لكي يصبح الفرد واثقاً بقدراته وبهذا تقرر مكونات القدرة الرياضية الأساسية:

1. الثقة بالنفس
2. التواصل الرياضي
3. التفكير الاستدلالي
4. القدرة على حل المشكلات (فريح،2011).

الثقة بالنفس:

هناك علاقة وثيقة بين مهارات التواصل والثقة بالنفس؛ فإن مهارات التواصل هي التي تمكنك من التعامل مع الآخرين بشكل جيد، وإن هناك الكثير لتتعلمه حتى تستطيع أن تحسن قدراتك ومهاراتك، ربما شعرت بالاستغراب أو الغيرة عندما تنظر إلى الطريقة التي تتكلم بها الشخصيات العامة، في خطبة مثلا أو في وسائل الإعلام، ولكن الذي لا تعلمه إن هؤلاء العظماء، أصحاب القدرات الخارقة في الحديث أمام الجمهور، لم يولدوا في معظمهم بهذه القدرات، ولكنهم تعلموها وتدربوا عليها، الثقة بالنفس هي حسن اعتداد المرء بنفسه واعتباره لذاته وقدراته حسب الظرف الذي هو فيه (المكان، الزمان) دون إفراط (عجب أو كبر أو عناد) ودون تفريط (من ذلة أو خضوع غير محمود). وهي أمر مهم لكل شخص مهما كان ولا يكاد إنسان يستغني عن الحاجة إلى مقدار من الثقة بالنفس في أمر من الأمور.

تصورات خاطئة عن الثقة بالنفس: هناك العديد من التصورات الخاطئة عن الثقة بالنفس وهي كالتالي:

1. أنها موجودة بكمالها أو مفقودة تماما، فهذا واثق بنفسه وذاك غير واثق أبدا، والواقع أن الثقة بالنفس تتماوج ارتفاعا وانخفاضا بحسب مقوماتها والظروف المحيطة (الموقف، المكان، الزمان والموضوع) فالشخص الذي يتحدث في موضوع يعلمه جيدا تكون ثقته أفضل مما لو تحدث في موضوع لايعلم عنه إلا القليل، أما إذا كان مؤشر الثقة مرتفعا بغض النظر عن مقومات الثقة فهذا يدل على علة في الشخص (تضخم الذات يصاحبه ثقة ظاهرية زائفة...) والعكس صحيح فإذا كان مؤشر الثقة منخفضا دائما رغم توفر مقومات الثقة فهذا يدل على علة في الشخص (تحقير الذات يصاحبه ضعف في الثقة بالنفس)

2. أنها تقتضي العناد والإصرار والثبات على الرأي وإن كان خاطئا والصحيح أن الواثق بنفسه يغير رأيه إذا اتضح له الصواب في غيره.
3. أنها تقتضي السيطرة على الآخرين والتحكم فيهم والتسلط عليهم (إما بقسوة الحجة والإقناع أو بقسوة النظام والقوانين الإدارية أو الأعراف الاجتماعية أو بالتسلط).
4. أنها تقتضي نبذ الحياء والتسلح بشيئ من الجرأة المبالغ فيها وهذا يدفعه إلى اقتحام أمور لا يقرها الأدب وحسن الخلق مثل التدخل في خصوصيات الناس والسؤال عن أمورهم الشخصية ونحو ذلك.
5. أنها تنعكس على القدرة على المفاخرة والمباهاة والتحدي والتعاظم والتعالي.

وهناك تمرينات عملية لجعل الفرد أكثر قدرة على التأثير في الآخرين منها:

1. شارك ثقافتك ومعلوماتك مع الآخرين: كي تكون متحدثا مؤثرا لابد أن يكون لديك ما تقوله، أقرأ كثيرا وعلِّم نفسك أن تشارك ما تقرأه من معلومات فريدة ومميزة مع الآخرين.
2. أنصت جيدا: إن الإنصات له نفس أهمية التحدث؛ وذلك لأنه يُشعر الآخرين باهتمامك بهم، وأيضا يساعدك على الرد بشكل عميق على كلامهم، لفهمك ما يقولونه جيداً، ولكن لا تنصت لنفسك، بمعنى ألا تراقب نفسك، فربما يقلل هذا من مستوى الثقة بالنفس لديك.
3. تحلَّى بالتواضع: ليس فينا معصوم، لذلك فإننا دون استثناء نرتكب الأخطاء وبشكل يومي، وعلى هذا عندما تكون وسط مجموعة من الناس لا تخف من أن تسألهم ما إذا كان كلامك صحيحا ومقبولا حول هذه النقطة، وإن كان ردهم سلبي، أجعل من الموقف مزحة، وأعدك أن الجميع سوف يضحكون، ويمر الموقف بسلام.
4. أجعل عينك تتكلَّم: هناك الكثير لنقوله عندما يأتي الأمر لجذب انتباه أحدهم عن طريق تركيز النظر عليه، ومنحه نظرة أخَّاذة، فإذا كنت تتحدث إلى مجموعة، فلتركز نظرك على كل واحد منهم لمدة (5) ثوان على أقل تقدير، وإن كنت تسمع إلى أحدهم، فلتركز نظرك طوال الوقت في عين المتحدث.
5. المزاح ليس عيبا: إن القليل من روح الدعابة له تأثير السحر في لفت الانتباه إليك، فهو يزيل الملل أثناء حديثك، كما أنه يزيل الفجوة التي قد تكون بينك وبين الآخرين إن كانوا غرباء عنك.
6. توقف عن التفكير والإحساس على أنك إنسان فاشل، الحقيقة أنك لست كذلك.. ولابد ان تتقبل نفسك حتى يتقبلك الآخرون، ففاقد الشيء لا يعطيه.

7. لا تفكر في النتيجة النهائية التي ترغب فيها أكثر من اللازم، فربما تحول ذلك من محفز لك إلى مخدِّر يلهيك عن بذل الجهد المطلوب، بل ركز جيدا في الخطوة التالية على الطريق نحو الهدف النهائي.
8. المتميزون يميلون دائما إلى المتميزين، والفشلة يكرهون غالبا المتميزين، فكن متميزا، ولا تهتم كثيرا لأمر الفشلة.
9. المهارات العالية عُملةٌ نادرة، وما إن تمتلكها حتى تتفتَّح أبواب النجاح أمامك.
10. عندما تقابل أشخاص يشعرون أنهم مغلوبون على أمرهم، وأن الثقة بالنفس لديهم ضعيفة؛ ساعدهم على التقدم إلى الأمام، فإن ذلك سوف يُعزز مهارات التواصل لديك، كما أنه سيشعر عقلك الباطن أنك في مرتبة أكثر ثباتا وجودة منهم، ولكن انتبه جيدا حتى لا يجروك هم إلى الخلف.
11. العالم ما هو إلا مدرسة كبير لتلقى مختلف الدروس؛ فتعلم من كل شيء حولك، ولا تخجل من أن يكون مدرسك أصغر منك سنا أو أقل خبرة، فالغراب علم الإنسان كما جاء في قوله سبحانه وتعالى:(بَعَثَ اللَّهُ غُرَاباً يَبْحَثُ فِي الْأَرْضِ لِيُرِيَهُ كَيْفَ يُوَارِي سَوْءَةَ أَخِيهِ قَالَ يَا وَيْلَتَى أَعَجَزْتُ أَنْ أَكُونَ مِثْلَ هَذَا الْغُرَابِ فَأُوَارِيَ سَوْءَةَ أَخِي فَأَصْبَحَ مِنَ النَّادِمِينَ) (المائدة:31).
12. أنك تستطيع أن تحقق أي شيء.. فقط إذا دفعت المقابل مجهوداً وعَرَقاً.
13. فلتجعل أهدافك أهدافا سامية مفعمة بالخير والمحبة؛ حتى تكون مرتبطة بالله؛ فالهدف المرتبط بما هو دائم يظل جديدا وصالحا مدى الحياة.
14. الأشياء التي تراها أن صغيرة، هي كبيرة بالنسبة لأشخاص آخرين، لذلك لا تبخل على أحد بالقليل من وقتك وجهدك؛ فربما عاد هذا عليك بالكثير بعد ذلك.
15. الرياضة ليست رفاهية، ولكنها شيئاً أساسياً لحياتك، إذ أنها ها التي تجعلك قادرا على الفعل.
16. عندما تصل إلى النجاح لا تغتر بنفسك، فلولا توفيق الله لك لما وصلت.. أشكره جل جلاله بأن تساعد الآخرين على النجاح بالطريقة الصحيحة التي تعلمتها أنت.

وردت هذه القصة في كتاب (طوق الحمامة)لضعف الصورة الذاتية.. وتأثيره على الثقة بالنفس للإمام أبن حزم الأندلسى حيث ذكر أن تنافسا شديدا وقع في الأندلس بين أربعة من التجار وتاجر مشهور، واشتد ذلك التنافس حتى كرهوه وقرروا أن يزعجوه، وحدث أنه كان خارجا من منزله صباح أحد الأيام، ذاهبا إلى عمله، مرتديا جلبابا أبيض وعمامة بيضاء، فقابله أول التجار الأربعة وألقى عليه التحية ثم نظر إلى عمامته، وقال: " ما أجمل هذه العمامة الصفراء ".. فقال التاجر: هل أنت أعمى؟!.. إن عمامتي بيضاء.. فرد عليه قائلا: " بل صفراء، صفراء وجميلة ".

ما كان من التاجر إلا أن تركه واستمر في طريقه مستغربا، ولكن سرعان ما قابله ثاني التجار، وألقى عليه التحية، ثم نظر إلى عمامته، وقال: " ما أجمل ثيابك اليوم، وخصوصا هذه العمامة الخضراء ".. فقال التاجر: " عمامتي بيضاء يا رجل ".. رد عليه قائلا: " لا.. إنها خضراء، خضراء وجميلة ".أكمل التاجر طريقة، وهو في قمة الاستغراب، حتى أنه بدأ ينظر إلى طرف العمامة ليتأكد من بياضها، وما إن وصل إلى عمله حتى أتى إليه ثالث التجار فألقى عليه السلام وقال له: " يا لله.. ما أجمل ثيابك اليوم، وما أروع هذه العمامة الزرقاء ".. خلع التاجر عمامته ليتأكد من اللون، وصاح بالرجل: " إن عمامتي كما ترى بيضاء ".. رد عليه قائلا: " ماذا أصابك؟!.. إنها زرقاء يا أخي، زرقاء وفي قمة البهاء ".. قالها وذهب إلى حال سبيله.

بدأ التاجر في عمله، وبين اللحظة والأخرى كان ينظر إلى طرف العمامة ليتأكد من لونها، ولم يمض وقت طويل حتى دخل عليه رابع التجار وألقى عليه التحية وقال: " من أي متجر حصلت على هذه العمامة الحمراء؟ "، فأخذ التاجر يصيح: " عمامتي زرقاء ".. رد عليه قائلا: " هي حمراء ".. فقال التاجر " بل خضراء.. لا لا.. إنها بيضاء.. لا لا سوداء.. لا لا "، ثم ابتسم، وضحك، ثم أجهش بالبكاء، ثم وقف وأخذ يقفز في الشارع، ومن يومها وهو مجنون في الشوارع.. يعرف الجميع قصته.. ويستهين به الأطفال.. وكلما رأوه قذفوه بالحجارة.

اختبارات الثقة بالنفس:

الاختبار الأول لثقة بالنفس:

يعد هذا الاختبار أحد المقاييس التي تساعدك على عرفة درجة ثقتك بنفسك وقدراتك:

ت		لا	لا ادري	نعم
.1	هل من الممكن أن تشارك في برنامج مسابقات تلفزيوني			
.2	هل من الممكن أن تكون واثقا من قدرتك على تنظيم إحدى حفلات الزواج			
.3	هل أنت إيجابي جدا			
.4	هل من الممكن أن تقود طائرة			
.5	هل تود أن تقابل إحدى الأسر الملكية أو الحاكمة			
.6	هل حدث وأن جادلت شخص أعلى منك مركزا			

ت		لا	لا ادري	نعم
.7	هل تنزعج إذا رآك أصدقاؤك بملابس النوم			
.8	هل من الممكن أن تجادل رجل المرور لو اعتقدت أنك على حق			
.9	هل تؤمن بأن "الهجوم خير وسيلة للدفاع"			
.10	هل تقود سيارتك بثقة في الشوارع المزدحمة			
.11	هل تعبر الطريق بثقة			
.12	هل من الممكن أن تركب قاربا في البحر بجو عاصف			
.13	هل تميل أحيانا إلى الغلظة			
.14	ألا تخشى أصحاب النفوذ			
.15	هل تتجاهل علامات التحذير			
.16	هل يمكنك أداء وظيفة أصعب			
.17	هل تود الظهور في حديث مباشر في التلفاز			
.18	هل تعتقد أنك أذكى من الشخص العادي			
.19	هل يمكنك إخراج مسرحية			
.20	هل تتمتع بالتثقة الكافية لقيادة سيارة في سباق سيارات			
.21	هل من الممكن أن تسير بين القبور ليلا			
.22	هل من الممكن أن تطير بطائرة صغيرة تسع شخصا واحد			
.23	هل تود أن تكون رجل سياسة			
.24	هل يمكنك السير على الحبل			
.25	هل من الممكن أن تمسك لصا			

إذا حصلت على درجة بين 36 و50 فأنت شخص إيجابي ومفعم بالثقة ولديك إيمان تام تقريبا بأي شيء تفعله ومن المحتمل أن تكون شخصا كفؤا في حالات الطوارئ ولأنك ثابت جدا ومعتمد على نفسك فإنك تحب أن تكون لك يد في كل مايحدث حولك فعلى سبيل المثال إذا كانت هناك إعادة تنظيم في المكان الذي تعمل به فإنك ستحب أن تكون مشتركا في التنظيم ويكون لك تأثير فيه كما أنك تطمح في أن يمدك هذا التنظيم بفرص وظيفية أفضل وفي نفس الموقف فإن شخصا أقل ثقة قد ينزعج ويخشى أن تؤدي إعادة التنظيم إلى زيادة أو تغييرات في مواصفات وظيفته، الشيء الوحيد الذي يجب أن تحذر منه هو خطر الإفراط في الثقة فمن الممكن أن يؤدي بك هذا إلى خوض مخاطر غير لازمة أو ضرورية أو

أن يراك الآخرون على أنك شخص مغرور أو متكبر، وتذكر أيضا أن النجاح لا يتحقق إلا بالعمل الجاد وليس بمجرد أنك تتوقع حدوثه.

اختبارات الثقة بالنفس:

الاختبار الأول لثقة بالنفس:

أقرا مفردات الاختبار بشكل جيد ثم اجب عن الأسئلة بـ (دائما ـ أحيانا ـ أبدا) ما تجده مناسبا لك، وضع ثلاث درجات (3) لكل سؤال تجيب عليه بـ (دائما) ودرجتين (2) لكل سؤال نجيب عليه بـ (أحيانا) ودرجة واحدة لكل سؤال تجيب عليه بـ (أبدا).

ت	الفقرات	دائما	أحياناً	أبداً
.26	أمل إلى الاتزان في سلوكي.			
.27	أحاول تحديد أهدافي.			
.28	أنسق وانظم أعمالي.			
.29	لي القدرة على مقاومة المشاكل التي تعترضني.			
.30	لي القدرة على التغلب على المواقف الصعبة التي أتعرض لها.			
.31	أحاول أن أستفيد من خبرات الغير.			
.32	أنظم الخبرات الجديدة وأشكلها وأجعلها تنسجم مع مفهومي عن ذاتي.			
.33	لي القدرة على المحافظة على ثبات وتماسك مفهوم الذات لدي.			
.34	يعتمد إدراكي لنفسي على المنطق.			
.35	لي القدرة على تقيم نفسي.			
.36	احمل معتقدات إيجابية حول نفسي.			
.37	لي محاولات دائبة لرفع شأني.			
.38	لدي مهارة الدفاع عن الذات.			
.39	لي القدرة على التوافق مع البيئة الاجتماعية التي			

ت	الفقرات	دائما	أحياناً	أبداً
	أعيش فيها.			
.40	لدي مهارة التنسيق مع البيئة التي أتعامل معها بحيث اجعلها تتفق مع مطالب المجتمع.			
.41	لا أتخوف من مجابهة المواقف الاجتماعية أيا كان نوعها.			
.42	أندفع إلى الانضمام إلى الجماعات من مختلف الأعمار والأجناس.			
.43	أسعى إلى تطوير ثقتي بنفسي.			
.44	لا أشكو من مظاهر تتعلق بنموي الجسمي والاجتماعي.			
.45	أشعر بالأمن والاطمئنان.			
.46	لا أشكو من نقص في إشباع حاجاتي البايولوجية والنفسية.			
.47	لدي القدرة على ضبط انفعالاتي.			
.48	لا أخاف من المجهول.			
.49	يمكنني أن أتخلص من التوتر والقلق بطرق وأساليب منطقية			
.50	لي القدرة على اكتساب الخبرات المتنوعة والمختلفة والاستفادة منها.			
.51	أحمل اتجاهات إيجابية نحو البيئة الاجتماعية التي أتعامل معها.			
.52	لا أتردد في التعبير عما يدور بخلدي.			
.53	أمارس نشاطي الحركي والفكري بشكل مستقل.			
.54	لي القدرة على توضيح أفكاري للآخرين.			
.55	أتقبل الانتقاد بصدر رحب.			
.56	أعترف بخطئي بثقة عالية وبدون تطرف.			
.57	لا أدع الغرور يسيطر علي.			
.58	لا يخدعني تملق الآخرين لي.			
.59	لي القدرة على قيادة الآخرين.			
.60	أتحمل المسئولية بالرغم من صعوبتها.			
.61	أتميز بالاستقلالية.			
.62	أكره الاتكالية.			

ت	الفقرات	دائما	أحياناً	أبداً
.63	لي القدرة الفائقة على تطوير قابليتي ومهاراتي.			
.64	أضع أمامي طموحات منطقية وأسعى لتطبيقها.			
.65	لا أتردد في اتخاذ القرار ولا أتراجع عنه.			
.66	لا أبالغ في حب الظهور أمام الآخرين.			
.67	جلب الانتباه لدي قليلا.			
.68	عامل الغيرة لدي ضعيف.			
.69	أنا قليل الشكوى.			
.70	لي القدرة على إلقاء التكلم والتحدث أمام الآخرين.			
.71	لا أتلعثم عند الكلام.			
.72	لي القدرة على إتمام الأعمال التي أبدأ بها.			
.73	يمكن الاعتماد علي في المواقف الصعبة.			
.74	أمشي رافعا رأسي وجسمي إلى الأعلى.			
.75	صريح وصادق في أقوالي وأفعالي.			
.76	أواجه المصائب بشجاعة ولا أنهار أمامها.			

إذا كان مجموع الدرجات التي حصلت عليها من 153– 127 هذا يعني أن ثقتك بنفسك عالية، وإذا حصلت من 125 - 102 فهذا يعني أن ثقتك بنفسك لا بأس بها، وإذا حصلت على 102 – 75 فأنت تحتاج إلى تدعيم ثقتك بنفسك، أما إذا حصلت على 75 – 51 فأنت تحتاج إلى العمل الجدي لتقوية ثقتك بنفسك وذلك بالطرق العلمية المختلفة.

التواصل الرياضي[1] :Mathematical Communication

أن الرياضيات لغة لها مفرداتها من رموز وأشكال وألفاظ، ولها قواعدها الخاصة التي تحكم هذه المفردات. واستخدام هذه اللغة يساعد الفرد على فهم الأفكار الرياضية والتعبير عنها للآخرين. ولأن اللغة هي وسيلة الاتصال بين الأفراد؛ فإن وظيفة الرياضيات المدرسية هي التواصل بين الأقران داخل غرفة الصف الدراسي وخارجها. من هنا يعد التواصل الرياضي من أهم أهداف تعليم الرياضيات في الوقت الحاضر، فهو جزء أساسي من الرياضيات وتدريسها. ويؤكد ذلك ما جاء في تقرير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM

([1]) سنتطرق أيضاً لموضوع التواصل في فصل أخر

(2000، من أشارة إلى ضرورة تعليم التواصل الرياضي للطلبة في جميع الم ا رحل التعليمية. "كما ناقش مجلس التربية الاسترالي حاجة الطلاب إلى تعلم التواصل في مادة الرياضيات وضرورة مساعدتهم على تنمية اللغة الرياضية ومهارات التواصل الرياضي عندهم والتواصل الرياضي يعد أحد المكونات الأساسية للقوة الرياضية التي تمثل الهدف الأساسي لتعليم الرياضيات، والتي تشمل الثقة بالنفس، والقدرة على حل المشكلات، والقدرة على الاستدلال، والتواصل حول ومن خلال الرياضيات ويقصد بالتواصل الرياضي: قدرة التلميذ على فهم التعبيرات الرياضية، والتعبير عن الأفكار الرياضية المتضمنة داخلها، وحل المشكلات الرياضية، والتحاور مع الآخرين من خلال جمل مكتوبة بلغة رياضية سليمة

والتواصل الرياضي يعد أحد المكونات الأساسية للقوة الرياضية التي تمثل الهدف الأساسي لتعليم الرياضيات، والتي تشمل الثقة بالنفس، والقدرة على حل المشكلات، والقدرة على الاستدلال، والتواصل حول ومن خلال الرياضيات. (Cantlon، 1998)

تعريف التواصل[2]:

عرفه كل من:

- (NCTM, 1989)، المجلس القومي لمعلمي الرياضيات بالولايات المتحدة الأمريكية: بأنه قدرة الطالب على استخدام لغة الرياضيات بمفرداتها ورموزها وبنيتها في التعبير عن الأفكار والعلاقات وفهمها
- (مصطفى، 2000) قدرة الطالب على فهم التعبيرات الرياضية، والتعبير عن الأفكار الرياضية المتضمنة داخلها، وحل المشكلات الرياضية، والتحاور مع الآخرين من خلال جمل مكتوبة بلغة رياضية سليمة.
- (بدوي،2003): تبادل الأفكار أو المعلومات أو الآراء الرياضية بين المعلم وطلابه، والطلاب أنفسهم عن طريق: المناقشة، والإستماع، والقراءة، والكتابة، والتمثيل.
- (محمد، 2004): قدرة المتعلم على استخدام لغة الرياضيات بما تحويه من رموز ومصطلحات وأشكال وعلاقات للتعبير عن الأفكار والعلاقات الرياضية، وفهمها، وتوضيحها للآخرين.

([2]) عبد الفتاح، ابتسام عز الدين محمد،2008،أثر استخدام إستراتيجية(فكر زاوج شارك) في تدريس الرياضيات علي تنمية التواصل والإبداع الرياضي لدي طلبة المرحلة الابتدائية، رسالة ماجستير كلية التربية،جامعة الزقازيق

وبذلك نتوصل إلى أن التواصل الرياضي: قدرة الطالب على استخدام اللغة والرموز واستخدام التمثيلات والنماذج الرياضية المختلفة في التعبير عن الأفكار الرياضية أو التمكن من تبرير موقف معين أو حل مشكلة في الرياضيات.

تعريف التواصل:

هناك أشكال عديدة للتواصل الرياضي: فيرى جون (Joan،1998) أن للتواصل الرياضي ثلاثة جوانب رئيسية هي:

- التواصل حول الرياضيات: ويقصد به: التأمل والتفكير في العمليات المعرفية والأفكار الرياضية، ووصف الإجراءات والاستنتاجات الخاصة بحل المشكلات الرياضية، وإيجاد تفسيرا ت وتبريرات الحلول الرياضية، ومناقشة الأفكار الرياضية، والتواصل مع الآخرين وأبداء وجهات النظر المختلفة.
- التواصل في الرياضيات: ويعني به: استخدام اللغة والرموز في التعبير عن الأفكار الرياضية واستخدام التمثيلات والرسوم البيانية والمعالجة الشفهية والكتابية للبيانات.
- التواصل بالرياضيات: يشير هذا المصطلح إلى استخدامات الرياضيات المختلفة التي تمكن الطلبة من التعامل مع المشكلات الحياتية.

تصنيف أما المجلس القومي لمعلمي الرياضيات لأشكال التواصل الرياضي:

أما المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM، 2000) فقد صنف أشكال التواصل الرياضي إلى:

1. القراءة: (أو مهارة القراءة الرياضية):عملية سيكولغوية تتضمن الإدراك البصري للرموز الرياضية والكلمات والأشكال وربطهما بمعانيها وترجمتها إلى ألفاظ منطوقة (جمال،1995)، وأن من أهم مقومات التعليم الجيد للرياضيات هو القدرة على قراءة المادة الرياضية قراءةً سليمةً صحيحة، وفهم دلالة الرموز والمصطلحات والأشكال، وهذا يتطلب جهداً من المدرس ومهارةً من المتعلم إذ أن لغة الرياضيات لها خصوصيتها التي تميزها، كما أن القراءة تزيد من دافعية الطلبة في تعلم الرياضيات وذلك من خلال زيادة مشاركتهم في حصصها والناتجة من قراءاتهم الرياضية. كما يمكن أن تعد صيغة من الكلام الهادف الذي فيه الطلبة يترجمون الكلمات المكتوبة لمنهجهم

ويفهموا ماذا تعني هذه الكلمات المكتوبة أنها تشمل كل من الترجمة والفهم من اجل حصول التواصل(Thompson, 2007).

و قراءة الرياضيات هي إحدى المهارات الأساسية اللازمة للطلبة، والتي ينبغي تنميتها، ونقص هذه المهارة لديهم يمكن أن يعرضهم وكذلك مدرسيهم لصعوبات في تعليم وتعلم الرياضيات، لما للقراءة من تأثيرات واسعة وعميقة ومتنوعة في الطلبة، فهي توسع دائرة خبرتهم، وتنميهم، وتنشط قواهم الفكرية، وتشبع فيهم حب الاستطلاع النافع، كما أن القدرة على قراءة المادة الرياضية قراءة سليمة وصحيحة، وفهم دلالة الرموز والمصطلحات والأشكال، وإدارك معنى الصيغ الرياضية من أهم مقومات التعليم الجيد لرياضيات وتوجد أربعة مستويات لعملية قراءة الرياضيات:

- إدارك الرموز.
- تحديد المعاني اللفظية للرموز.
- تحليل العلاقات بين الرموز.
- حل التمارين الرياضية مصوغة في شكل مسائل لفظية.

ولكي ينجح الطالب في أية مرحلة، فإنه لابد وأن يكون قد أنجز كل المراحل السابقة لها بنجاح: فلكي يحل الطالب مسألة لفظية ينبغي أن يكون قادراً على قراءة المسألة؛ حتى يدرك الرموز في صياغة المسألة، وربط المعنى الحرفي بكل رمز، ويحلل العلاقات بين الرموز، ثم يكون قادراً على حلها.

2. الكتابة (أو مهارة الكتابة الرياضية)العملية التي تساعد المعلم على مد طلبته بخبراتٍ مكتوبة وحلول للمشكلات كما يستخدمها الطلبة في تسجيل أفكارهم واستجاباتهم في المواقف التعليمية، وهي أداة مهمة جدا في عملية التعلم بصفةٍ عامة وتعلم الرياضيات بصفة خاصة إذ أنها تجبر الطلبة على التريث الذي يعمل على تحسين عملية التفكير والفهم،كما أن الكتابة الرياضية تعطي الطلبة القدرة على التعبير عن الأفكار والمفاهيم والعلاقات الرياضية وتوصيل ذلك للآخرين (Miller ،1991).

الكتابة تعزز التعلم في مادة الرياضيات؛ إذا أن استخدام أنشطة الكتابة يعد جزءاً أساسياً في عملية تدريس الرياضيات وتعتبر الكتابة إستراتيجية تدريس قوية؛ لأنها تضمن اشتراك جميع الطلبة في الأنشطة، وتمنح الذين لا يشعرون بالراحة في التعبير عن أفكارهم شفوياً فرصة للتعبير عنها كتابياً، كما أنها تعطى المعلمين فكرة عامة وجيدة عما يدور في أذهان طلابهم (NCTM, 1989).

الكتابة أداة مهمة جدا في عملية التعلم بصفةٍ عامة وتعلم الرياضيات بصفة خاصة إذ أنها تجبر الطلبة على التريث الذي يعمل على تحسين عملية التفكير والفهم، كما أن الكتابة الرياضية تعطي الطلبة القدرة على التعبير عن الأفكار والمفاهيم والعلاقات الرياضية وتوصيل ذلك للآخرين. (Miller, 1991)

أن الكتابة من أجل التعلم في دروس الرياضيات يمكن حصرها في الأنواع التالية:

- الكتابة المقالية.
- ابتكار المسائل الرياضية اللفظية.
- كتابة الأوراق والتقارير البحثية.
- إجابة التدريبات الصيفية.

3. التحدث: (أو مهارة المناقشة الرياضية): هي المهمة التي يمارس فيها الطلبة مهارات التواصل الشفهي ويترك لهم الحرية ليتحدثوا ويستجيبوا لأسئلة المعلم باستخدام اللغة الرياضية للتعبير عن الأفكار والعلاقات وعرض حلول بديلة ووصف إجراءات الحل للمشكلة الرياضية (Morgan, 1999)، وتلعب المناقشة الرياضية في التعلم الفعال من خلال مواقف يتحدث فيها المدرسون والطلاب، أو الطلاب مع بعضهم البعض ويشتركون في الأفكار والآراء والأسئلة التي تستخدم لإثارة النقاش تكون عادة عند مستوى معرفي عال(ليانا، 2004)، وهناك معتقد في ثقافتنا يتمثل في أن التدريس هو التحدث فحديث المعلم المتمثل في شرحه للدرس والقاء الأسئلة هما أكثر الأشكال تكراراً للتواصل في صفوف الرياضيات ويعد التحدث بلغة الرياضيات أحد أهم أشكال التواصل الرياضي التي يمارس فيها الطلبة مهارات التواصل الشفهي والمناقشة الرياضية التي تسمح للطلاب بشرح أفكارهم، والتعبير عن تفكيرهم الرياضي؛ بالألفاظ مما يجعلهم يدركون أهمية هذا التفكير، وللمناقشة الرياضية العديد من المزايا منها:

- تساعد المعلمين على الوقوف دائمً ا على مستوى الطلبة.
- تجذب انتباه الطلبة، وتثير اهتمامهم بالرياضيات.
- تساعد الطلبة على اكتشاف روابط متعددة بين الموضوعات الرياضية.
- تستثير تفكير الطلبة وتساعدهم على وضع روابط متعددة بين الموضوعات الرياضية.
- تنمى القدرة على الاستماع الجيد.

وعليه فإن دور المعلم لتنمية مهارة التحدث لدى الطلبة يكون من خلال:

- إتاحة الفرصة أمام الطلبة للتحدث، و إعطائهم الوقت الكافي للاستجابة.
- تشجيع الطلبة على طرح أسئلة، والبحث عن حلول بديلة بعد مناقشة المشكلات الرياضية.
- استخدام أسئلة تتطلب الاستجابة في كلمات قليلة، لتحث الطلبة علي المشاركة.
- الاستماع باهتمام لأفكار الطلبة.
- عرض تعليقات ومقترحات الطلبة أمام الفصل لإثراء المناقشات حولها.

4. الاستماع (أو مهارة الاستماع الرياضي: عملية اهتمام لتعليقات وآراء الآخرين لكلٍ من المعلم والطالب وطالب مع وزملائه(Morgan،1999)، ويعد الاستماع من أكثر أساليب التواصل شيوعاً؛ فهو من العوامل الرئيسية المطلوبة لفهم الآخرين، لأن فهم الآخرين يعد ضرورة حتمية للتواصل والتعامل معهم، كما يعد حسن الاستماع مظهراً من مظاهر الإحساس بمشاعر وحاجات الآخرين وفيه احترام وتقدير لهم، مما يشجعهم على زيادة اندماجهم في عملية التواصل.

الاستماع هو الوسيلة الفضلى لمساعدة كل طالب يبحث عن ذاته، ويركز على هويته هي الإصغاء اليه من المدرس، والاهتمام به، وبما يقوله، أو يفعله، حتى يتجنب إحراجه، فقد يشعر أن رد فعله عليه ما هو إلا تأنيب له، وعلى المدرس أن يشعر الطالب بكيانه وأهميته، وحريته في القول والعمل وهو في ذلك يزيل ما عنده من فوضى، وما يشعر به من ارتباك وقد يكون في هذا ما يطلعه منفذا للضوء من النفق المظلم الذي يعيش فيه، بعقله وقلبه، وهذا يحتاج من المدرس مهارة جيدة في الإصغاء. (عدس، 1996) كما إن استماع المدرس للطلبة يساعد في تقييمهم ومعرفةِ أخطائهم وسوءِ فهمهم لبعض المفاهيم والأفكار الرياضية، الأمر الذي قد يساعده على وضع برامج علاجية واختيار أسلوب التعلم المناسب لمستوى الطلبة وتفكيرهم (Brenner،1997).

ويقوم الاستماع على عدد من المهارات والقدرات الفرعية أهمها التركيز والانتباه ومتابعة المتكلم والفهم الشامل لأهم الأفكار والمضامين الواردة في الرسائل المسموعة، من هنا يعد الاستماع باهتمام لأراء وأفكار وتعليقات وأسئلة الآخرين من أهم أشكال التواصل الرياضي، فالتواصل في الرياضيات يحدث إذا تم تدريب الطلبة جيداً على الاستماع باهتمام لأفكار الآخرين.

5. التمثيل[3]: (أو مهارة التمثيل الرياضي): هي إعادة تقديم أو ترجمة الفكرة الرياضية أو المشكلة في صورة أخرى أو في شكلٍ جديد مما قد يساعد على فهم هذه الفكرة أو الاهتداء لإستراتيجية مناسبة لحلها (Baroody, 1993).

يعد التمثيل بمثابة القلب من الجسد بالنسبة لدراسة الرياضيات.فالطلبة بإمكانهم تطوير وتعميق فهمهم للمفاهيم الرياضية وذلك عندما يقومون بابتكار ومقارنة واستخدام أشكال متنوعة من التمثيلات الرياضية مثل الصور والأشكال والخرائط والرسوم البيانية والجداول والترجمة والمعالجة الرمزية،ومثل هذه التمثيلات تساعد الطلبة على تواصل تفكيرهم الرياضي (الرفاعي،2001)

تعريف تمثيل الرياضي: هو عملية استخدام الخطوط أو الأشكال لتوضيح مفهوم أو قاعدة رياضية، وذلك من خلال التحسين المرئي للعلاقات، وذلك عن طريق عمل روابط بين المعارف المجردة والنماذج المحسوسة المجسمة التي يتم التعامل معها في الحياة ومن ثم يعد التمثيل الرياضي وسيلة فعالة للتواصل بين الأفراد بالألفاظ والرسوم التوضيحية بناء على تبادل الأفكار شفهياً وكتابة أن عملية إنتاج تمثيلات رياضية تمر بأربع م ا رحل متتالية، هي:

- إنتاج تمثيل واحد.
- إنتاج أكثر من تمثيل.
- عمل ارتباط بين التمثيلات المختلفة للفكرة نفسها أو المشكلة الرياضية.
- تكامل ومرونة التحويل بين التمثيلات المختلفة.

من هنا يعد التمثيل بمثابة القلب من الجسد بالنسبة إلى دراسة الرياضيات؛ فالطلبة بإمكانهم تطوير وتعميق فهمهم للمفاهيم الرياضية، وذلك عندما يقومون بابتكار ومقارنة واستخدام أشكال متنوعة من التمثيلات الرياضية (مصطفى، 2003).

وفيما يلي عرض بعض أشكال التمثيلات الرياضية:

أ. الترجمة الرياضية: وهي تشكل أساس النجاح في حل معظم المشكلات الرياضية؛ فتمكن التلميذ من ترجمة المشكلة الرياضية التي يتعرض لها تقلل تخوفه اتجاهها وتعرف مهارات الترجمة الرياضية بأنها القدرة على التعبير عن الأفكار الرياضية المقدمة بصورة أخرى، بشرط أن تكون الصورة الثانية

([3]) سنتطرق في هذا الكتاب مبحث مفصل عن التمثيل الرياضي

مكافئة تماماً للأولى وفق قواعد ولغة الرياضيات. وتصنف مهارات الترجمة الرياضية على أساس الصورة التي تترجم منها أو إليها على النحو الآتي:

- مهارة الترجمة من الصورة اللفظية إلى أشكال هندسية.
- مهارة الترجمة من الصورة اللفظية إلى صيغة رياضية.
- مهارة الترجمة من الصيغة الرياضية إلى صورة لفظية.
- مهارة الترجمة من الصورة الرمزية إلى الصورة اللفظية.
- مهارة الترجمة من الأشكال الهندسية إلى الصورة الرمزية.
- مهارة الترجمة من الأشكال الهندسية إلى الصورة اللفظية.

ب. الرسم البياني: يقصد به ترجمة البيانات التجريبية المبوبة إلى صورة بيانية تعبر عن تلك البيانات والعلاقات بينها تعبيراً صحيحاً؛ فالرسم البياني قوم بتمثيل العلاقات العددية تمثيلاً بصرياً في صورة منظمة ومرتبة بشكل يظهرها بوضوح وسرعة، فهي تلخيص للبيانات العددية الموجودة في جدول في شكل خطوط أو أعمدة أو دوائر تظهر العلاقة الموجودة بين البيانات بوضوح.

التفكير الاستدلالي:

معنى الاستدلال لغة واصطلاحاً

الاستدلال: لغةً معناه تقديم دليل أو طلبه لإثبات أمر معين أو قضية معينة، وأما اصطلاحاً فهو عملية تفكيرية تتضمن وضع الحقائق أو المعلومات بطريقة منظمة بحيث تؤدي إلى استنتاج أو قرار أو حل لمشكلة. وقد ذكرت كثير من الموسوعات العلمية أن الاستدلال يستخدم للدلالة على معان مختلفة من بينها منها:

- التعقل أو التفكير المستند إلى قواعد معينة مقابل العاطفة والإحساس والشعور.
- العملية العقلية أو الملكة التي يتم بموجبها التوصل إلى قرار أو استنتاج.
- القدرة على الاستنباط والاستقراء في المنطق وعلم الكلام.
- أحد مكونات السلوك الذكي أو القدرة على حل المشكلات.
- توليد معرفة جديدة باستخدام قواعد واستراتيجيات معينة في التنظيم المنطقي لمعلومات متوافرة.

والاستدلال هو حل ذهني عن طريق الرموز والخبرات السابقة، وهو علمية تفكير لكنه يتضمن الوصول إلى نتيجة عن طريق مقدمات معلومة وهذا ما يميز الاستدلال عن غيره من ضروب التفكير، فالجديد فيه الانتقال من المعلوم إلى المجهول إذ يقتضى الاستدلال تدخل عمليات عقلية عليا كالتذكر، والتخيل، والحكم، والفهم، والاستبصار، والتجريد، والتعميم، والاستنتاج، والتميز، والتعليل، والنقد،....وغيرها

الاستدلال بوجه عام هو عملية تستهدف حل مشكلة أو اتخاذ قرار أو التوصل إلى قضية من القضايا استناداً إلى قضية أو عدة قضايا أخرى، وتسمى القضية أو القضايا الأصلية التي هي أساس الاستدلال بالمقدمات، والقضية المستجدة من هذه القضايا بالنتيجة.(حمزة، 1998)

ولا بد من وجود ثلاثة عناصر في كل عملية استدلال: (ادوارد، 1993)

1. مقدمة أو مقدمات يستدل بها.
2. نتيجة لازمة عن هذه المقدمات.
3. علاقة منطقية بين المقدمات والنتائج.

الاستدلال هو العمليات العقلية التي تنقل الفرد من مرحلة عقلية إلى أخرى من خلال كشف الحقيقة، والتوصل إلى حكم أو توليد معرفة جديدة وتتضمن هذه العمليات العقلية: توليد وتقييم الحجج والافتراضات، والبحث عن الأدلة، والتوصل إلى نتائج. والتعرف إلى الارتباطات والعلاقات السببية.

فقد استدل القرآن الكريم بخلق الإنسان والسموات والأرض وما فيهن على وجود الله تعالى،، وأرشد الناس إليه، وفي القرآن الكريم كثير من الآيات التي تشير إلى هذا الدليل وتوضح أن جميع ما في الكون مخلوق لله تعالى، ومن تأمل في المخلوقات أدرك لا محالة أن هناك إلهاً خلقها لأن المخلوق لا بد له من خالق، والموجود لا بد له من موجد، إذ يستحيل وجوده من ذاته من غير موجد حيث قال الله تعالى: (أَمْ خُلِقُوا مِنْ غَيْرِ شَيْءٍ أَمْ هُمُ الْخَالِقُونَ∃ أَمْ خَلَقُوا السَّمَاوَاتِ وَالْأَرْضَ بَلْ لا يُوقِنُونَ) (الطور:35– 36)

فيخبر الله تعالى بمقدمات الأولى كانت: أنتم موجودون وهذه حقيقة لا تنكرونها، والمقدمة الثانية: وجود السموات والأرض، والمقدمة الثالثة: لكل مخلوق خالق، ولا شك في ذلك، وهذا ما أدركه حتى راعي الإبل في الصحراء، فيقول: "البعرة تدل على البعير، والأثر يدل على المسير، فسماء ذات أبراج وأرض ذات فجاج وبحار ذات أمواج، ألا تدل على اللطيف الخبير، الاستنباط والاستنتاج، هما من صلب بناء المنهج القرآني، الذي بني بطريقة استدلالية، حيث ينطلق من وحدات صغيرة في ظاهرها عظيمة وفي حقيقتها تتناسب مع الموضوع الذي يستدل بها كما في الآيات الكريمات:

((أَفَرَأَيْتُمْ مَا تُمْنُونَ)) (الواقعة:58)، ((أَفَرَأَيْتُمْ مَا تَحْرُثُونَ)) (الواقعة:63) ((أَفَرَأَيْتُمُ الْمَاءَ الَّذِي تَشْرَبُونَ)) (الواقعة:68) ((أَفَرَأَيْتُمُ النَّارَ الَّتِي تُورُونَ)) (الواقعة:71)

إن هذا القرآن في منهجيته وبأسلوبه يجعل من القضايا المألوفة والمتكررة قضايا كونية كبرى يكتشف ويستنتج ويستنبط منها القوانين الإلهية في الوجود،بحيث ينمي لدى الفرد التفكير ويساعد على تصور كامل لهذا الوجود

الرياضيات والتفكير الاستدلالي:

تعد الرياضيات وسيطاً مهماً لتنمية مهارات التفكير المختلفة نظراً لما تتميز به من طبيعة خاصة، فمن حيث اللغة تتميز الرياضيات بدقة التعبير والوضوح والإيجاز، ومن حيث البنية تتميز الرياضيات ببنية استدلالية تعتمد على المنطق والمقدمات والدلالات الصحيحة، وكمادة دراسية تتميز الرياضيات بتراكمية البناء إلى جانب اعتمادها على التصور والتخيل وتكوين الصور الذهنية بما يحقق متعة لدارسيها.

أما من حيث ارتباطها بالتفكير، تعد الرياضيات وسيطاً للتفكير وأداة لتنميته في نفس الوقت، فمن حيث مادتها وقضاياها تتميز بالمنطقية والموضوعية، حيث يتم بناء البراهين الرياضية المنطقية بالاعتماد على الروابط المنطقية الأساسية مثل: بما أن، إذن، إذا كان فإن، ومن خلالها يتعود الفرد على التفكير السليم الذي ينعكس على طريقة معيشته في الحياة وحل المشكلات التي قد تواجهه في المستقبل.

الرياضيات نشاط ابتكاري للعقل البشري، ولها ميزات خاصة في تنمية التفكير الموضوعي، وذلك لبروز الناحية المنطقية فيها، لذا فان التفكير الاستدلالي يمكن تنميته عند الطالب بمادة الرياضيات، فهو تفكير تراعى فيه القواعد التي عن

طريقها يتم التوصل إلى حقائق مجهولة من حقائق معلومة، وهو يوصف بأنه الدعامـة الرئيسة للتفكير الرياضي.

لذلك أصبحت الرياضيات كمنهج تربوي، تتجلى آلياتها وجوهرها وغاياتها في اكتساب شتى أنواع التفكير: الإبداعي الاستدلالي،....إلخ، ولذلك فإن العلاقة بين الرياضيات ومجتمع المعرفة علاقة وثيقة للغاية من منطلق أن كلاهما يسعى إلى تحقيق هدف مهم من أهداف التربية وهو إكساب الطلاب أو المتعلمين أصول التفكير السليم، ولما كانت الرياضيات نشاط ابتكاري للعقل البشري، ولها ميزات خاصة في تنمية التفكير الموضوعي واعتمادها على المنطق، لذلك فانه يمكن تنمية التفكير الاستدلالي عند الطالب فهو تفكير يتم عن طريق التوصل إلى حقائق مجهولة من حقائق معلومة.

التفكير الاستدلالي يعتمد على المنطق من حيث أن تطبيقه لقواعد عامة صحيحة في البرهنة على صحة القضايا الخاصة، فنظريات الهندسة تعتبر قواعد عامة صحيحة لأن صحتها تثبت بالبرهان ويعتبر كل تمرين قضية خاصة. وعند استخدام التفكير الاستدلالي يجب ملاحظة أن كل خطوة من خطواته لابد وأن تستند إلى قاعدة صحيحة، وأي خطوة ليس لها هذا السند لا تعتبر صحيحة ومن المهم في تدريسنا للرياضيات أن يكتسب الطالب المهارة في استخدام جميع هذه الأساليب أثناء دراسته للرياضيات، فهذا يساعده في دراسته وفي حياته اليومية وأهم عنصر في التفكير الرياضي هو القدرة على تكوين علاقات بين الأنماط المختلفة حيث أن الرياضيات إطار معرفي متصل من داخله وفق مجموعة من المفاهيم والإجراءات لذا فهي بالغة التعقيد.

أن المهارة الاستدلالية هي واحدة من تسع مهارات أساسية عند الإنسان: الملاحظة، الاستدلال، التصنيف، التنبؤ، التواصل، استخدام العلاقات الزمانية المكانية، استخدام الأعداد، القياس، التنفيذ. (أبو الشيخ،و مصطفى، 1991)

وعملية الاستدلال هي اختيار وتنظيم وفهم واستبصار، لأنه يتضمن: (غانم، 2001)

1. اختيار الخبرات السابقة لحل مشكلة.
2. أدراك العلاقات الأساس بين الوسائل المحتملة والهدف.
3. أعادة تنظيم الخبرات السابقة في ضوء هذه العلاقات.

فيما يخص اختيار الخبرات السابقة فان التفكير الاستدلالي يتطلب اكبر قدر ممكن من المعلومات بهدف الوصول إلى حلول تقاربية، وهذا الاستخدام

للمعلومات يسمى: الأسلوب الاستدلالي القياسي، والذي نحصل من خلالها على نتائج جديدة من النتائج السابقة المتوفرة لدينا، والتفكير المنطقي الاستدلالي القياسي هو الانتقال من العام غالى الخاص، ومن المقدمات إلى النتائج (عبد الهادي، 2000).

تعريف التفكير الاستدلالي:

عرفه كل من:

- (أبو جادو،2000): عملية تفكير تتضمن وضع الحقائق والمعلومات بطريقة، منظمة أو معالجتها بحيث تؤدي إلى استنتاج أو قرار أو حل مشكلة.
- (عصر، 2005): إحدى عمليات التفكير التي تنطوي على التخريج واستخلاص النتائج وتشمل حل المشكلات بواسطة المبادئ العامة وتطبيقها على القضايا والواقع، وعرفه كذلك على أنه: تفكير منطقي قياسي يقوم على الانتقال من القضايا الكلية إلى القضايا الجزئية.
- (قطامى 2007): الاستدلال هو أشقاق حكم أو قضية من حكم أو قضية أخرى، أو من أحكام أو قضايا أخرى.

نستخلص من ذلك أن التفكير الاستدلالي:

الاستنتاج المنظم للمعلومات وفقًا لقواعد المنطق، بحيث يبرهن أو يتحقق من صدق إدعاء أو تأكيد، وهو العملية التي نستخدمها لاستنتاج أو استقراء أو استنباط من الملاحظات أو المقدمات، إلى استخلاص النتائج شريطة تواجد علاقة بين المقدمات والنتائج.

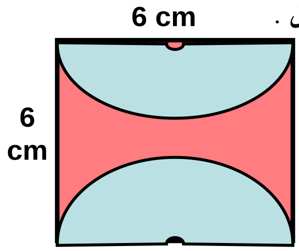
أنماط التفكير الاستدلالي:

يتضمن التفكير الاستدلالي الأنماط التالية:

1. التفكير الاستنباطي: ويقصد به الأداء المعرفي للعقل الذي يستخلص بواسطته الفرد حالات خاصة من حالات عامة مسلم بها، فالمستنبط لا يبحث فحسب ولكنه يسعى للوصول إلى حقائق مجهولة حتى يجدها، كما في الأمثلة الآتية:

مثال: احسب مساحة الجزء المظلل في الشكل المقابل.
مساحة المربع:
$$6 \times 6 = 36\ \text{cm}^2$$
مساحة الدائرة:
$$3 \times 3 \times 3.14 = 28.26\ \text{cm}^2$$
مساحة الجزء المظلل:
$$28.26 - 36 = 7.74\ \text{cm}^2$$

مثال1: احسب مساحة الجزء المظلل في الشكل المقابل .



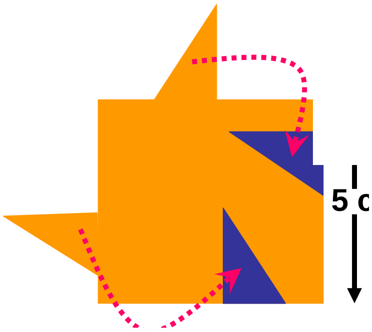
مساحة المربع $6 \times 6 = 36\ cm^2$

مساحة الدائرة

$3 \times 3 \times 3.14 = 28.26\ cm^2$

مساحة الجزء المظلل

$28.26 - 36 = 7.74\ cm^2$



مثال: اوجد مساحة الشكل المقابل.

$5 \times 5 = 25$ cm

مثال$_3$: م 1: يسمى العدد بالعدد التام إذا كان مجموع عوامله = العدد نفسه

م 2: عوامل العدد6=1،2،3 ومجموع هذه العوامل=6

من خلال المقدمتين السابقتين ممكن استنباط أن العدد 6 هو عدد تام

مثال$_4$: إذا كان الشرط الضروري لمعرفة المثلث قائم الزاوية أن يكون مجموع مربعي ضلعين فيه يساوي مربع الضلع الثالث ضع علامة (✓) أمام أطوال الأضلاع التي تشكل مثلث قائم الزاوية:

1. (5 , 13 , 12) ( ).
2. (9 , 9 , 9) ( ).
3. (5 , $\sqrt{10}$, $\sqrt{5}$) ( ).
4. (1 , 1 , 4) ( ).
5. (8 , 7 , 5) ( ).

2. **التفكير الاستقرائي:** هو عملية استدلال عقلي، تستهدف التوصل إلى استنتاجات أو تعميمات تتجاوز حدود الأدلة المتوافرة أو المعلومات التي تقدمها المشاهدات المسبقة.

إن التفكير الاستقرائي بطبيعته موجه لاكتشاف القواعد والقوانين، كما أنه وسيلة مهمة لحل المشكلات الجديدة أو إيجاد حلول جديدة لمشكلات قديمة أو تطوير فروض جديدة. وعوضاً عن تجنب الاستقراء، علينا أن نجعل استنتاجاتنا موثوقة إلى أقصى درجة ممكنة، وذلك بالحذر في إطلاق التعميمات أو تحميل المعلومات المتوافرة أكثر مما تحتمل خوفاً من الوقوع في الخطأ.

مكونات عملية الاستقراء:

1. تحليل المشكلات المفتوحة.
2. تحديد العلاقة السببية أو ربط السبب بالمسبب.
3. التوصل إلى استنتاجات.
4. الاستدلال التمثيلي.
5. تحديد المعلومات ذات العلاقة بالموضوع، ويتطلب ذلك البحث بين السطور، وتفسير العبارات والأسباب والأدلة المؤيدة منها والمخالفة والخصائص والعلاقات والأمثلة.
6. إعادة تركيبها أو صياغتها وحلها، وقد تأخذ هذه العملية عدة أشكال من بينها:

- التعرف على العلاقات عن طريق الاستدلال الرياضي أو العددي.
- التعرف على العلاقات عن طريق الاستلال اللفظي.
- حل مشكلات تنطوي على استبصار أو حدة ذهن.
- التعرف على العلاقات عن طريق الاستدلال المكاني.

ولنأخذ بعض الأمثلة:

مثال$_1$: لاحظ الأمثلة الآتية

$$1 = 1$$
$$1 + 2 = 3$$
$$1 + 2 + 3 = 6$$
$$1 + 2 + 3 + 4 = 10$$

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$ وهكذا.............

مثال$_2$: ما مجموع ن من هذه الأعداد؟أي ما مجموع:–

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 8 + \ldots\ldots\ldots N$

الجواب: مجموع ن من هذه الأعداد $= \frac{N\,(N+1)}{2}$

مثال$_3$: لاحظ الأمثلة الآتية واجب عن المطلوب:

$3 = 3$

$3 + 6 = 9$

$3 + 6 + 9 = 18$

$3 + 6 + 9 + 12 = 30$

$3 + 6 + 9 + 12 + 15 = 45$

$3 + 6 + 9 + 12 + 15 + 18 = 63$ وهكذا.............

السؤال: ما مجموع N^3 $3 + 6 + 9 + 12 + 15 + 18$ ،.......،

مثال$_4$: لاحظ الأمثلة الآتية واجب عن المطلوب:

$2^1 = 2$

$2^1 + 2^2 = 6$

$2^1 + 2^2 + 2^3 = 14$

$2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 = 30$

$2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 = 62$

$2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6 = 128$ وهكذا.............

السؤال: ما مجموع $2^n \quad 2^6 + 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^1$، + …….

مثال$_5$:لاحظ الأمثلة الآتية واجب عن المطلوب:–

$1^3 = 1$

$1^3 + 2^3 = 9$

$1^3 + 2^3 + 3^3 = 36$

$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = 100$

$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 = 225$

$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + = 441$ وهكذا............

السؤال ما مجموع $N^3 + \ldots\ldots + 6^3 + 5^3 + 4^3 + 3^3 + 2^3 + 1^3$

3. **التفكير الاستنتاجي**: القدرة التي من خلالها يمكن التوصل إلى استنتاجات معينة، بناء على حقائق وبيانات مقدمة، وهو الوصول إلى نتيجة خاصة من مبدأ معلوم أو مفروض أو هو عملية اشتقاق حقائق من قواعد عامة للوصول إلى نتائج.

عرض أمثلة متنوعة:

مثال$_1$: (استنتاج)

1عدد فردي+ 3عدد فردي=4 عدد زوجي

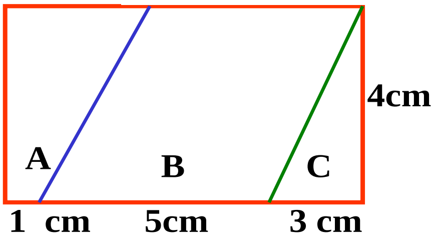
3عدد فردي+5عدد فردي=8 عدد زوجي

5عدد فردي+7عدد فردي=12 عدد زوجي

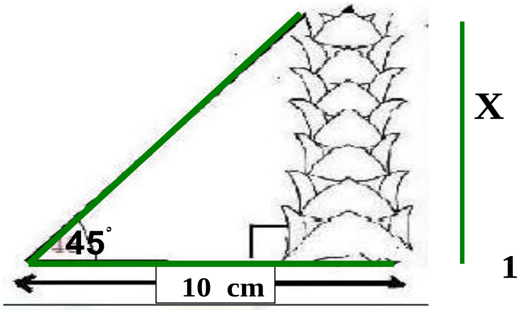
من خلال الأمثلة السابقة بإمكان الطالب وبتوجيه المدرس أن يستنتج أن:

عدد فردي + عدد فردي = عدد زوجي

مثال 2 : الشكل المقابل مقسم إلى 3 مناطق أوجد مساحة المنطقة A
هل تتفق معي أنها تساوي $10\ cm^2$



مثال 3 : احسب طول الضلع X المقابل للزاوية 45^o



هل تتفق معي انه يساوي 10 cm

مثال4: كل الأعداد الأولية لها عاملان مختلفان فقط هما العدد نفسه والواحد(مقدمة كبرى)

العدد(13) له عاملان مختلفان فقط هما (1،13)(مقدمة صغرى)

أذن (13) عدد أولي(نتيجة)

التفكير الاستدلالي والمنهاج:

تؤثر الخبرات التي يتعرض لها التلميذ في المدرسة على التفكير الاستدلالي، فقد تؤكد طريقة التعليم أهمية التلقين والحفظ للتراث القديم ولا تعني

بتنمية الأصالة، ويمكن تحقيق نظام تعليمي على التفكير الاستدلالي وينشط القدرات الاستدلالية في أكثر من اتجاه وأكثر من طريقة منها:

1. تدريس الاستدلال بأنواعه كموضوع مستقل في برامج رسمية دراسية خاصة في المراحل الدراسية العليا وهذا من شأنه أن يؤدي إلى تدريب الأصالة في الشخصية وتنميتها.
2. تعديل المنهاج الدراسية وصياغتها صياغة جديدة تساعد على تنمية الأسلوب الاستدلالي.
3. توفير مناخ اجتماعي تعلمي يشجع على إثارة القدرات الاستدلالية إما بطريقة مباشرة أو غير مباشرة، وذلك بغرس سمات من الشخصية أو خبرات تربوية ترتبط ارتباطاً واضحاً بالاستدلال. (عبيد، عفانة. 2003).

حل المشكلات:

يشغل حلّ المشكلات في الحياة اليوميّة حيّزاً كبيراً من النشاط الفكري الإنساني. وتعتبر مهارة حلّ المشكلات من المهارات الأساسيّة التي ينبغي على التعليم العام تنميتها في إطار مهمّته في إكساب الفرد المهارات الضروريّة للعيش في المجتمع. وإذا كان إكساب هذه المهارة ينبغي أن يشكّل هدفاً عاماً للتعليم المدرسي، فإن تعليم الرياضيّات كان، ولا يزال، يحتكر، من حيث الهدف المعلن على الأقل، إكساب هذه المهارة وتنميتها. أضف إلى ذلك أنه مع هيمنة الفهم البنائي في أوساط المشتغلين في ميدان تعليم الرياضيّات أصبح حلّ المشكلات يعتبر الإطار الأمثل لتعلّم الرياضيّات.

تعرف الرياضيات بأنها علم تجريدي من خلق وإبداع العقل البشري تهتم بأفكار طرائق وأنماط التفكير، ويمكن النظر إلى الرياضيات على أنها طريقة تفكير تتضمن عمليات عقلية تمتاز بعمقها، بالتجريد، والتصور، والتحليل، والحدس، والفهم، والتطبيق، وهي معرفة قائمة بذاتها، ولغة ووسيلة اتصال تعد تعبيرا عن العقل البشري، الذي يعكس القدرة العلمية والقدرة التأملية والرغبة في الوصول إلى الكمال والجمالية وحل المشكلات، فالرياضيات تكون ضربا من ضروب التفكير المجرد الذي يعتمد الرموز بدلا من المحسوسات وهي كذلك تدريب على طرائق حل المشكلات. (شفيق،2002)

الرياضيات هي نتاج لنشاط العقل البشري، ارتبط نموها وتطورها بتطور العقل البشري عبر حقب زمنية متسلسلة منذ فجر البشرية ولم تكن في يوم من الأيام حكرا على جماعة من البشر دون أخرى، تتم ممارسة الرياضيات عن طريق

حل المشكلات ولحل المشكلات، وفق خطوات مترابطة تحكمها قواعد التسلسل المنطقي الذي يخضع لمبدأ الاستنباط، و تتصف الرياضيات بمعالجتها لمواضيع من الواقع سرعان ما تنحوا منحنا نظريا بحتا يُرصّف بمفاهيم وعلاقات وقوانين ُتكوِّن صرح الرياضيات، وبهذا أصبحت الرياضيات وسيلة وأداة تساعد الفرد على حل المشكلات الحقيقية، فضلا عن إن حل المشكلات هي الطريق الطبيعي لممارسة التفكير بوجه عام فليس هناك رياضيات بدون تفكير وليس هناك تفكير بدون مشكلات.

ما الفرق بين السؤال والتمرين والمسألة والمشكلة والتمرين في الرياضيات؟

الشائع عند المعلمين أن المسائل الرياضية هي مسائل كلامية، تطبق فيها مبادئ وتعميمات رياضية أو عمليات حسابية. لقد ارتبطت المسائل اللفظية) الكلامية (بحل المسائل أكثر من التمارين عند جميع المعلمين تقريبا، وهذا أمر خاطئ، وقد يكون السبب في ذلك أن المسائل اللفظية أقوى أثراً في تعليم حل المسائل من التمارين، بالإضافة إلى أن الفائدة المرجوة من حل التمارين في حل المسائل لم تكن متحققة بالدرجة المتوقع حدوثها من المتعلم.

إن الفرق الرئيس بين التمارين والمسائل اللفظية يكمن في الغاية المرجوة من كل منهما، فالتمارين مثل تلك التي تعالج العمليات الأساسية والأسس والجذور والاشتقاق تستهدف تعليم مفاهيم رياضية وتطبيق مبادئ وتعميمات معينة،أما المسائل اللفظية فغايتها تعليم مبادئ التعليم التي تتعلق بحل المسائل وهذه لا علاقة لها بالضرورة بنوع معين من المسائل الرياضية.

ذلك أن طريقة حل المسائل هي في جوهرها واحدة لجميع المسائل.

ومع أن الدور الرئيس للتمارين هو أن تسبغ معنى وتعطي مزايا على تطبيق التعميمات والمفاهيم الرياضية إلا أنه ليس هناك ما يمنع من استعمالها كالمسائل اللفظية وذلك للتمرن على تطبيق مبادئ التعميم التي تعلمها الطالب في حل المسائل.

فهل كل مسألة كلامية هي مسألة الرياضية؟.

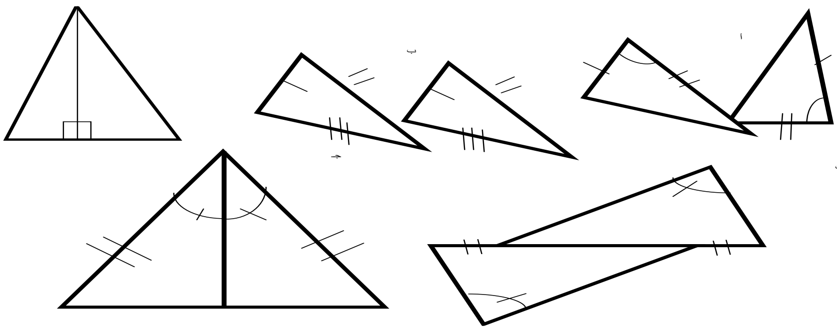
وهل يقتصر مصطلح المسألة الرياضية على المسائل الكلامية فقط؟

وهل يوجد فرق بين مسألة ومشكلة والتمرين في الرياضيات؟

يمكن التمييز بين ثلاثة مصطلحات مستخدمة في كتب الرياضيات هي:

أ. السؤال: وهو مثير أو موقف يحتاج إلى استجابة من المتعلم، وهذه الاستجابة هي تذكر أو استذكار للمعلومات السابقة، مثل: متى يكون الشكل الرباعي مستطيلاً؟ ما ناتج حسابية: 9 x 9

ب. التمرين: موقف يهدف إلى إكساب الطالب مهارة في إجراء العمليات الحسابية أو التدريب على استخدام القوانين والمفاهيم الرياضية، مثال: معطاة أزواج ما المثلّثات، حدّدوا في أيّ من الأزواج يتطابق المثلّثان ووفق إي حالة من حالات التطابق.



أي يستخدم في تدريس الرياضيات لتدريب الطالب على مهارات أو تطبيقات لترسيخ قواعد ومفاهيم رياضية درست سابقا.

ج. المسألة تطرح قضيّة تحتاج إلى معالجة، أو طلباً، أو تساؤلاً ضمنيّاً أو ظاهراً، من دون أن تشكِّل إجابة الطلب أو التساؤل، وليس بالضرورة تسبب مشكلة للمجيب ولنأخذ المثال الآتي: بائع فاكهة (تفاح) سأل عن عدد التفاح لديه: قال لا عرف ولكني إذا قسمته إلى مجموعتين متساويتين بقيت تفاحة واحدة، وإذا ثلاثة مجموعات متساوية بقيت تفاحة واحدة،وإذا أربع مجموعات متساوية بقيت تفاحة واحدة، وإذا خمسة مجموعات متساوية بقيت تفاحة واحدة وإذا ستة مجموعات متساوية بقيت تفاحة واحدة فكم عدد التفاح؟ فقد يفكر احد الطلاب 2 × 3 × 4×5× 6 =720 ويضيف واحد للناتج ويكون الجواب=721، وتختلف المسألة عن التمرين بحاجتها إلى تركيب داخلي من المهارات والفهم للقواعد والتعميمات الرياضية، وربما تحتاج إلى كل ما سبق في وضع جديد غير مألوف.

د. المشكلة :(Problem) موقف جديد يواجه المتعلم وليس له حل جاهز، فيحتاج المتعلم أن يفكر فيه ويحلله ومن ثم يستخدم ما تعلمه سابقاً ليتمكن من حله. وليس كل مسألة كلامية هي مسألة رياضية، كما في المثال الآتي: يراد توزيع

17 خروف لثلاثة أشخاص ب، يأخذ أحمد نصفها وقاسم ثلثها وسعيد تسعها، شرط لا يذبح أي خروف، فكيف تتم القسمة؟ (سيرد حله لاحقاً)

وهناك من يمزج بين المسألة والمشكلة ويعدها اسمان لمفهوم واحد ووجهة نظر الكتاب تتوافق مع هذا الطرح وسنستخدم كلمة المشكلة والتي تعني المسألة الرياضية.

تعريف المشكلة وشروطها:

يمكن اعتبار المشكلة في الرياضيات بأنها سؤال نريد الإجابة عليه ولكن ليس أي سؤال يعتبر مشكلة فقد يمثل السؤال مشكلة لطالب الصف الثاني الابتدائي بينما لا يمثل مشكلة لطالب الصف السادس الابتدائي فالمعرفة العلمية والاهتمام والجدية تختلف من طالب إلى آخر،وتعرف المشكلة:

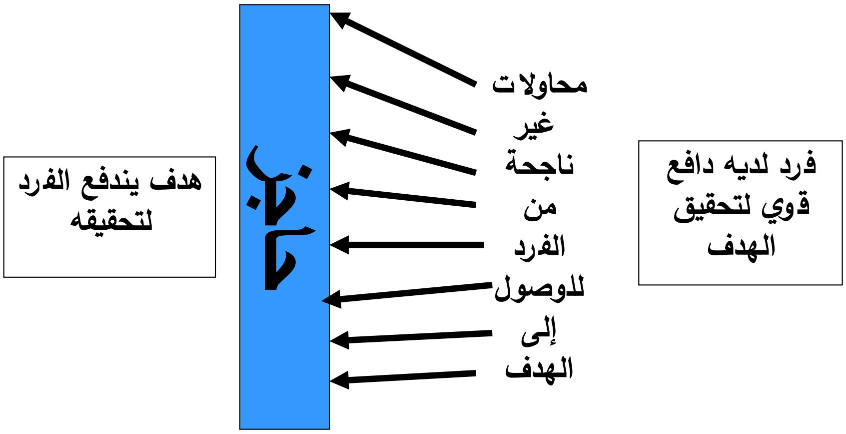
- تعرف المشكلة رياضياً،بأنها الموقف الذي يقابل الفرد فيه مجموعة من العلاقات الرياضية المتداخلة التي يواجه بها الموقف.
- موقف رياضي أو حياتي يتعرض له الطالب ويتطلب حله استخدام المعلومات الرياضية السابقة، ومن الضروري أن تكون المسائل التي يتعرض لها الطالب متنوعة وشاملة للمواقف التي تتطلب تطبيقا للمفاهيم والتعميمات والمهارات الرياضية، كما ويجب أن تشتمل هذه المسائل على مواقف حياتية تستخدم المعرفة الرياضية المكتسبة في حلها.

وعموماً لكي يمثل السؤال مشكلة لطالب ما فلابد من توافر شروط معينة فيه ومنها:

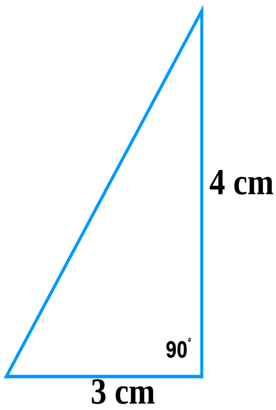
1. أن يكون فيه تحدي للطالب يدفعه إلى إنجاز وحل هذا السؤال.
2. أن لا يستطيع الطالب حل السؤال بالطرق السابقة المعروفة لديه.
3. أن يتطلب السؤال من الطالب خلفية جيدة من المعلومات والمهارات مع القدرة على تحليل وربط الأفكار وذلك للخروج باستجابات وافتراضات يكون فيها حلاً للمشكلة.

(الكبيسي،2008)

أي يكون لدى الطالب هدف واضح ومحدد تعيه ويرغب في الوصول إليه، ويوجد حاجز يتمثل (نقص الخبرات وعادات التفكير) يمنعه من الوصول إلى هدف أو حل، ومخطط الآتي يمثل ذلك:

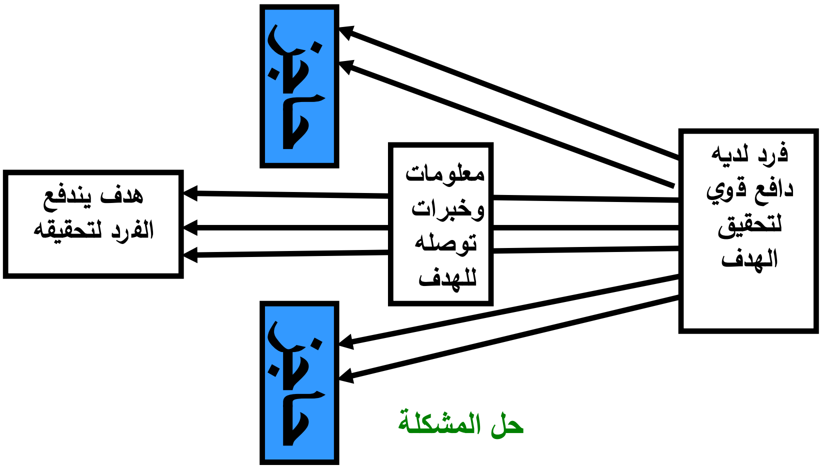


المشكلة مفهوم نسبي، فما هو مشكلة لشخص ما، في ظرف معيّن، قد لا يكون كذلك بالنسبة لشخص آخر، أو حتى للشخص نفسه في ظرف آخر.

مثال: لو طلب تعين وتر في المثلث القائم الذي طول ضلعيه الآخرين 3 cm، و 4 cm سنجد: 1. تلميذ في المراحل الأولى من الابتدائية: لا يعرف هذا المفهوم ولا هذه المبرهنة وجد صعوبة شديدة في الحل (مشكلة صعبة). 2. ومرحلة تليها: يعرف هذا المفهوم ولا يعرف هذه المبرهنة ويجد صعوبة أقل من الصعوبة التي واجهتها الطلبة الأولى (مشكلة أقل صعوبة). 3. ومرحلة أعلى: يعرف هذا المفهوم ويعرف هذه المبرهنة ويعده تمرين روتيني لا يمثل مش	

تعريف حل المشكلة الرياضية:

التعرف على وسائل وطرقٍ للتغلب على العوائق التي تعترض الوصول إلى الهدف وتوظيفها للوصول إليه،ويمثلها المخطط الآتي:



ومن مهارات حل المسألة يمثلها المخطط الآتي:

والمشكلة وحلها تحتاج إلى مهارات متعددة يمثلها المخطط الآتي:

القدرة على حل المسائل الرياضية وصعوبتها:

اكتسبت أهمية حل المسائل الرياضية أهمية كبيرة من حيث أنها تمثل جوهر تعلم الرياضيات، وأهمية وجود القدرة على حلها لدى الطلبة يجع التربويين والمختصين يولون اهتماما بالغا بالمسائل الرياضية وبدراسة العوامل المؤثر في قدرة الطلبة على حل المسائل الرياضية، وكيفية تنمية قدرتهم على حلها، ولذا يقسم أوزوبل (Ausubel) العوامل التي تؤثر في القدرة على حل المسألة الرياضية إلى نوعين رئيسين وهما:

أولا: العوامل التي تتعلق بالمسألة: إن القدرة على حل المسألة لا تتأتى إلا بخبرة طويلة مع مسائل من أنواع أخرى مختلفة، وإن تزويد الطالب بإرشادات في شكل تلميحات قد يسهل عليه حل المسألة ويؤدي إلى تطوير هذه القدرة لديه. والمسائل المادية التي تتناول أمورا حسية أسهل من المسائل المجردة، كما أن موقع المطلوب في المسألة ودرجة وضوحه، ووجود معلومات زائدة لها أثر في القدرة على حل المسألة الرياضية.

ثانيا: العوامل التي تتعلق بالفرد: لقد وجد أن الذكاء من أهم المتغيرات المؤثرة في القدرة على حل المسائل الرياضية كما أن سمات عقلية أخرى مثل التفتح العقلي والمرونة والقدرة على توليد الفرضيات اليقظة والوضوح والحساسية للمسألة كذلك لها القدرة على حل المسألة الرياضية.

وتتأثر القدرة على حل المسألة بعدة عوامل أخرى منها:

1. قدرة الطالب العقلية.
2. مستواه التفكيري وفق تصنيف بياجيه.
3. طلبة التفكير المادي يختلفون عن طلبة التفكير المجرد.

إذ يمثل حل المسائل الرياضية صعوبة بالغة لدى معظم طلاب وطالبات مادة الرياضيات ويرجع سبب الصعوبة إلى أن الطلبة ليس لديهم القدرة على التفكير بعيدا عن الموضوع المطروح أو أنهم لم يتعودوا على أن يحللوا ما تقع عليه أعينهم،أو أنهم لم يستطيعوا فهم أو تحديد لغة المسألة أو أنهم لم يستطيعوا فهم الطرائق والمراحل الأساسية التي يمر بها حل المسألة، إن المهمة الأساسية لمعلم الرياضيات في العملية التعليمية / التعلمية هو توجيه الطلاب نحو الطرائق والاستراتيجيات المتعلقة بحل المسائل في الرياضيات، وتتوقف هذه المهمة على خبرة المعلم وتمكنه من مادته العلمية وقدرته على أدارة الصف ومبادراته في طرح الأسئلة على الطلاب وإشراكهم في العملية،وأتباعه إستراتيجيات وطرائق التدريس التي يتبعها المعلمين عند تدريسهم لمسائل الرياضية.

فلو أخذنا المثال الآتي وخططنا لطالب مخطط يتبعه ونرتبها كالآتي:

عمر رجل الآن ثلاثة أمثال عمر ابنه، فإذا كان مجموع مربعي عمريهما = 1000 فما عمر كل منهما؟

المعطيات: --

المطلوب: --

الفروض: --

المعادلة: --

حل المعادلة: --

عمر الأب = --

عمر الابن=--

فالمطلوب: إيجاد عمر كل من الأب وابنه.

وضع الفروض:

نفرض أن عمر الابن الآن = X سنة

ونفرض أن عمر الأب الآن= $3X$ سنة

تكوين المعادلة الجبرية:

$X^2 + (3x)^2 = 1000$ ثم حلها

$X^2 + 9x^2 = 1000$

$10x^2 = 1000$ بالقسمة على (10) نحصل

$x^2 = 100$ ومنها بعد اخذ الجذر التربيعي يكون $x = 10$

أي عمر الابن = 10 سنة

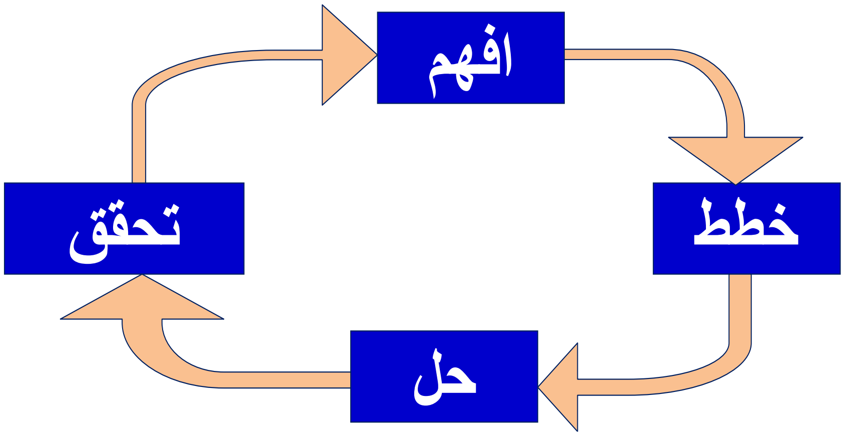
و عمر الأب = 30 سنة

التحقق من صحة الحل : $100 + 900 = 1000$

خطوات حل المشكلة:

أي لحل مشكلة معينة يمتزج الفهم والتخطيط والحل والتحقق منه:

خطوات حل المسألة



وخطوات حل المشكلة نفس خطوات التفكير العلمي وهي:

أولا: الشعور بالمشكلة: إن الشعور بالمشكلة يمثل أولى خطوات أسلوب حل المشكلات وهو وجود حافز لدى الشخص أي شعوره بوجود مشكلة ما ووجود الشعور بالمشكلة يدفع الشخص إلى البحث عن حل المشكلة وتتضح المشكلة من عبارة:شرط لا يذبح أي خروف

ثانيا: تحديد المشكلة وتوضيحها:

دور المعلم هنا مساعدة المتعلمين على تحديد المشكلة وصياغتها بأسلوب واضح، وأن تكون المشكلة محدودة لأنها قد تكون شاملة ومتسعة، ولكن بتوجيه المعلم ومشاركة المتعلمين يمكنهم أن يختاروا جانبا محددا من المشكلة،ونحدد المشكلة كون العدد 17 لا يقبل القسمة على 2 أو 3.

ثالثا: جمع المعلومات حول المشكلة:

تأتي هذه الخطورة بعد الشعور بالمشكلة وتحديدها حيث يتم جمع المعلومات المتوافرة حول المشكلة وفي ضوء هذه المعلومات يتم وضع الفرضيات المناسبة للحل وهي كيف نجعل العدد المعطى في السؤال يقبل القسمة على 2 أو 3

رابعا: وضع الفروض المناسبة:

1) وهو حلول مؤقتة للمشكلة، وأمامنا فرضيتين أما تضيف 1 للعدد 17 أو نطرح 1

خامسا: اختيار صحة الفروض عن طريق الملاحظة المباشرة أو عن طريق التجريب:

(1) عند طرح 1 من العدد 17 يصبح 16 ممكن القسمة على 2 لحل مشكلة احمد لكن العدد 16 لا يقبل على 3، أو 9

(2) نضيف واحد للعدد 17، 18= 1 +17 لكي يقبل القسمة

فيكون نصيب أحمد $9 = \frac{1}{2} \times 18$

فيكون نصيب قاسم $6 = \frac{1}{3} \times 18$

فيكون نصيب أحمد $2 = \frac{1}{9} \times 18$

سادسا: التأكد من الحل والتوصل إلى النتائج والتعميم:

ومن المعلوم أنه لا يمكن تعميم النتائج إلا بعد ثبوتها عدة مرات والتأكد من مطابقتها على جميع الحالات التي تشبه وتماثل الظاهرة أو المشكلة وعلى المعلم مساعدة الطلبة في كيفية تحليل النتائج والاستفادة منها، ومساعدتهم على اكتشاف العلاقات بين النتائج المختلفة وتكرار التجربة أكثر من مرة لغرض مقارنة النتائج وذلك قبل إصدار التعليمات النهائية.

وعندما نجمع $9 + 6 + 2 = 17$

إرشادات لمدرس الرياضيات لطلبته في حل المشكلات في الرياضيات:

الخطوة الأولى: فهم المسألة

- قراءة المسألة بعناية أكثر من مرة، وإعادة صياغتها بكلماتك الخاصة.
- ينبغي أن تعرف عناصر المسألة الرئيسة:

  - ما هي المعطيات؟ (حدّد الحقائق المفتاحية والتفاصيل).
  - ما هو المطلوب؟ (أي: ما الذي تريد إيجاده؟).
  - ما هي الشروط؟

- رسم شكل إن أمكن وتدوين الملاحظات والبيانات عليه.
- ما المعلومات التي تحتاجون لمعرفتها كي تحلوا هذه المسألة(مثل تحويلات بين الوحدات أو إيجاد مجهول غير مُعطى)؟
- هل المعطيات الواردة كافية لحل المسألة؟

الخطوة الثانية: التخطيط للحل

- أصعب الخطوات وفيها يطرح المعلم العديد من الأسئلة ويتم تقديم استراتيجيات متنوعة للوصول لفكرة الحل:

- هل هناك مشكلة ذات صلة تشبه المسألة الحالية وحللتها من قبل؟
- كيف ترتبط الحقائق بعضها ببعض؟
- هل تستطيع حل جزء من المشكلة؟
- هل استخدمت كل البيانات؟
- ما الإستراتيجية المناسبة لحل هذه المسألة؟ ولماذا؟
- يجب أن تكون هذه الأفكار مبنية على خبرات سابقة ومعارف مكتسبة.

الخطوة الثالثة: تنفيذ الحل

- نفذ خطتك التي توصلت إليها.
- اكتب خطوات الحل بوضوح.
- اكتب خطوات الحل في جمل رياضية كاملة.
- ما هو الحل؟ (تفسير الحل: اقتناع الطالب بكل خطوة من خطوات الحل).

قد ينسى الطالب الخطة التي سيتبعها في الحل إذا كان تدخل المعلم في ابتكار الخطة كبيراً. أما إذا كان قد توصل إلى الخطة بنفسه وبمساعدة بسيطة من المعلم فليس من السهل أن ينساها الطالب منها الفرق بين خطوتي (أخطط)، (أحل)، أخطط (نكتب فيها وصفًا لإجراءات الحل)،أحل (نكتب فيها الحل نفسه بتفاصيله).

الخطوة الرابعة: مراجعة الحل

- هل أجبت عن السؤال؟
- راجع خطوات حلك (إذا لم تنجح الخطة راجعها أو اختر خطة أخرى)

- اختبر صحة الحل الذي حصلت عليه، أي: هل تتوافق إجابتك مع معطيات المسألة؟ أو: هل الناتج معقول وصحيح (الحكم على معقولية الناتج)؟ وهل نفذت جميع العمليات بطريقة صحيحة؟
- هل توجد إستراتيجية أخرى يمكنك استخدامها لحل المسألة؟
- هل تستطيع استخدام خطة حل هذه المسألة في مسألة أخرى مشابهة؟

تشير الدراسات إلى أهمية خطوة تحقق إلا أن الطلاب ينفرون من التحقق من صحة حلولهم، لأنهم يكونون قد بذلوا جهدًا في حل المسألة ولأنهم يملّون مراجعة الحلول، التحقق من الحل من قبل الطالب وما توصل إليه تزيد معلوماته تركيزاً ويزداد مقدرة على حل المسائل).

خطط (استراتيجيات) حل المشكلة:

الاستراتيجيات هي العمليات أو الخطوات التي يجريها الفرد للوصول إلى حل للمشكلة مستخدماً في ذلك المعلومات والمعارف التي تعلمها سابقاً.

ويمكن للطالب استخدام العديد من الاستراتيجيات للوصول إلى حل المشكلة، والبحث في استراتيجيات حل المشكلات يعد من أكثر جوانب مجال حل المشكلات ثراءً وأهمية ويقول، (Schoenfield 1979): إذا تمكنا أن نحدد بنجاح استراتيجيات جيدة ومفيدة لحل المشكلات، فإن العائد بالتأكيد سيكون عظيماً، ويمكن تقسيم هذه الاستراتيجيات إلى قسمين:

القسم الأول: الاستراتيجيات المساعدة

هي الاستراتيجيات التي تساعد في فهم المشكلة واستيعابها، كما تفيد أيضاً في تنظيم المعلومات الواردة فيها وإدراك العلاقات بين هذه المعلومات. فالاستراتيجيات المساعدة تستخدم في الخطوة الأولى من خطوات بوليا لحل المشكلة، وهي خطوة: فهم المشكلة، وسنستعرض قسم منها:

(1) إستراتيجية عمل جدول:

في حل بعض المشكلات قد يكون إنشاء جدول عاملاً مساعداً في فهم المشكلة ومن ثم اكتشاف طريقة الحل، أو قد يساعد على رؤية نمط معين يلمح إلى الحل. أو على الأقل قد يوحي باستعمال إستراتيجية ما.

وفي هذه الإستراتيجية يتم عمل جدول يضم البيانات المعطاة في المشكلة بترتيب معين، هذا الترتيب يساعدنا في اكتشاف البيانات المفقودة ويوضح ما بينها من علاقات، مما يقودنا إلى سهولة إدراك العلاقة بين المعطيات والمطلوب

وصولاً إلى الحل، ويعد أسهل طريقة لتنظيم المعطيات هو وضعها في جدول، ففي كثير من الأحيان يجعل ذلك الوصول إلى النتيجة أيسر على الطالب، وتساعد هذه الإستراتيجية الطالب على تنظيم تفكيره الرياضي، حيث تتم نمذجة (ترجمة) المسألة على صورة جدول توضح جميع المعطيات والعمليات الواردة في المسألة.

مثال: قرأ سالم يوم السبت 10 صفحات من كتاب فيه 150 صفحة، ويريد أن يقرأ يومياً مثل عدد الصفحات التي قرأها في اليوم السابق. ففي أي يوم ينهي قراءة الكتاب؟

اليوم	السبت	الأحد	الإثنين	الثلاثاء
عدد الصفحات التي قرأها	10	20	40	80
مجموع ما قرأه	10	30	70	150

إذن سينتهي سالم قراءة الكتاب يوم الثلاثاء.

(2) إستراتيجية عمل قوائم منظمة لاكتشاف نمط

ويتم فيها تنظيم تفكيرنا حول المشكلة بوضع البيانات المعطاة بطريقة منظمة على شكل قائمة، وهذا مما يسمح لنا بمراجعة ماذا عملنا؟، وما هي الخطوة المهمة التي نحتاج لعملها لإكمال حل المشكلة.

مثال[10]: يراد تعليق 9 صور متجاورة على استقامة واحدة على حائط ما أقل عدد من الدبابيس للتعليق علما بأن كل صورة فيها أربع مواضع للتعليق؟.

طريقة التفكير والحل:يضع الطالب تصوراً لتثبيت صورة واحدة ثم صورتين وثلاث.... ثم يحاول أن يكتشف نمط معين بعد عدد من تعليق الصور وينظمها في قائمة،ليكتشف علاقتها بعدد الدبابيس:

عدد الصور	1	2	3	4	5	6	7	8	9
عدد الدبابيس(n)	4	6	8	10	12				

وبعد أن يعمل جدول قد يصل إلى النمط: عدد الدبابيس = $2n+ 2$ حيث ن عدد الصور.

(3) إستراتيجية التمثيل (المحاكاة) أو إنشاء نماذج

قد لا يكون فهم المسألة سهلاً، وفي مثل هذه المواقف نمثل (أو محاكاة) وذلك باستخدام: أشخاص، نماذج لأشياء حقيقية (ملموسة)، أو يدويات (مثل: المكعبات والمربعات ومؤشر القرص الدوّار،.... وغيرها)، وتساعد هذه الإستراتيجية في تخيّل وتصوّر المسألة وبالتالي في اتخاذ قرار حول كيفية استكمال الحل.

وتأتي فائدة هذه الإستراتيجية من خلال الفرصة التي تتهيأ للتلميذ لرؤية المتغيرات في المشكلة وكذلك العلاقات بين هذه المتغيرات. وهي أنواع فقد يكون:

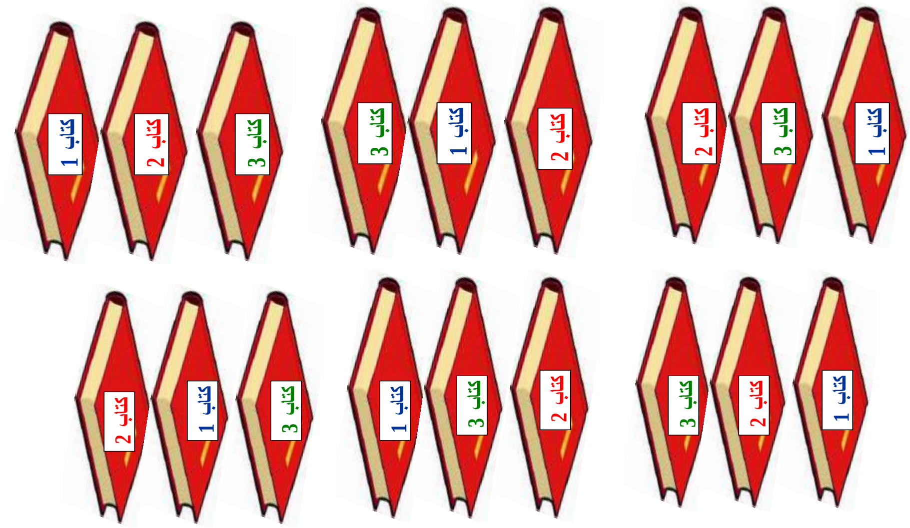
أ. التمثيل بالمحاكاة:

ويتم بها تمثيل الموقف أو المشكلة في الواقع العملي وتطبيقها على الحياة الواقعية مما يساعد في فهم المشكلة وتسهيل اكتشاف الحل.

هذا يسمح لك بالتّحرّك حول الأشياء، كما يساعد في تذكّر المشكلة وطريقة حلها لكي تكون قادراً على استخدامه ثانية لحلّ المشاكل المتشابهة الأخرى.

مثال: بكم طريقة يمكن ترتيب كتب على استقامة واحدة؟

الحل: يمكن تمثيل هذه الكتب بطريقة حقيقية أمام الطلاب كتاب بجانب كتاب، ومن ثم حساب عدد حالات الترتيب وتكون ست طرق.

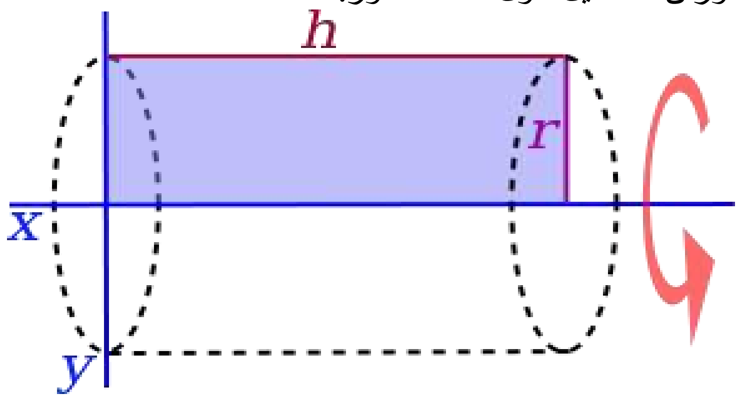


رغم أن السؤال يحل في صفوف متقدما بما يسمى مضروب العدد ويكون الجواب:

$$3\,! = 3 \times 2 = 6$$

ب. التمثيل باستخدام المجسمات أو النماذج المحسوسة:

ويتم بها تمثيل موقف المشكلة عن طريق نموذج مادي محسوس،هذا التمثيل يتيح لنا تحريك الأجسام بسهولة مما قد يكون له أثر كبير في اكتشاف الحل أو تذكر المشكلة المشابهة لهذه المشكلة،كما في كيفية تكوين الاسطوانة خلال دوران مستطيل حول احد المحاور.

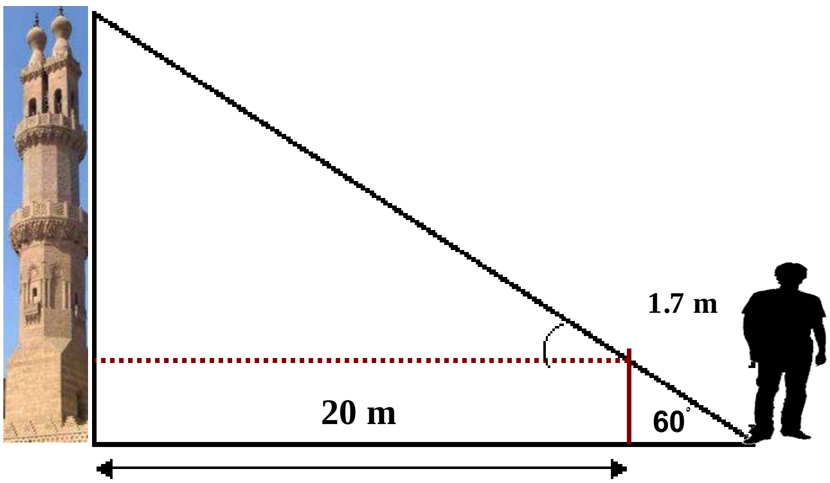


ج. التمثيل بالرسم:

يتم بها التعبير عن الموقف وما يتضمنه من معطيات وشروط وعلاقات برسم شكل تخطيطي أو بياني أو صورة توضيحية مما يساعد في فهم واستيعاب المشكلة، وفي الحقيقة ما هي إلا تحويل للمشكلة من المستوى المجرد إلى مستوى شبه المحسوس، وفي هذا المستوى الأخير قد تكون المعلومات والعلاقات بين هذه المعلومات بارزة أكثر مما قد يوحي للتلميذ بأشياء تفيده في إنشاء خطة الحل، وهذه الإستراتيجية مفيدة خصوصاً في المشكلات التي تتضمن خرائط، أو رسومات هندسية.

مثال:ينظر رجل إلى مئذنة بزاوية ارتفاع =60°، أحسب ارتفاع المئذنة عن سطح الأرض علما بأن طول الرجل 1.7m، ويقف على بعد 20m من قاعدة المئذنة؟

الحل: يمكن رسم شكل هندسي يساعد في فهم هذه المشكلة وحلها حيث تظهر في هذا الشكل المعلومات والعلاقات بين هذه المعلومات بشكل بارزة مما قد يوحي للتلميذ بأشياء تفيده في إنشاء خطة الحل، ثم يسهل على التلميذ معرفة العلاقة بين معطيات المسألة واستخدام النسب المثلثية لإيجاد ارتفاع المئذنة (سوف يستخدم التلميذ النسبة: ظا هـ = المقابل ÷ المجاور) والشكل التالي يوضح ذلك:



ثانياً: الاستراتيجيات العامة

الاستراتيجي: هي خطة عامة محددة المعالم للوصول إلى حل المشكلة، وهذه الاستراتيجيات تستخدم في الوصول إلى حل المشكلة. فالاستراتيجيات العامة

تستخدم في الخطوة الثانية من خطوات بوليا لحل المشكلة، وهي خطوة: إنشاء خطة لحل المشكلة.

(1) إستراتيجية بناء جملة رياضية:

من أقوى الاستراتيجيات، حتى أن كثيراً من المشكلات يمكن حلها عن طريق هذه الإستراتيجية، وكثر استعمالها مما جعلها أول إستراتيجية تتبادر إلى الذهن عندما نريد حل مشكلة ما، ورغم قوة هذه الإستراتيجية وشيوعها إلا أن هناك ملاحظتان يجب التنبيه عليهما:

- أنها تتطلب في كثير من الأحيان رياضيات عالية لاستخدامها.
- ولهذا يصعب استخدامها في رياضيات المرحلة الابتدائية.

خطواتها: يقوم الطالب بـ:

- ترجمة المشكلة اللفظية إلى جملة رياضية.
- حل الجملة الرياضية لإيجاد قيمة أو قيم المجهول والذي يمثل حل المشكلة.

متى تستخدم هذه الإستراتيجية: تكون هذه الإستراتيجية مفيدة: إذا استطعنا أن نجد علاقة تربط بين متغيرات المشكلة، وكانت الجملة الرياضية المكونة تناسب مستوى الطالب.

مثال 1: ينصب الماء في خزان بمعدل 50 لتراً قي الساعة، ويتسرب منه بمعدل 15 لتراً في الساعة. فما الزيادة في حجم الماء قي الخزان بعد مضي 3 ساعات؟

الحل:

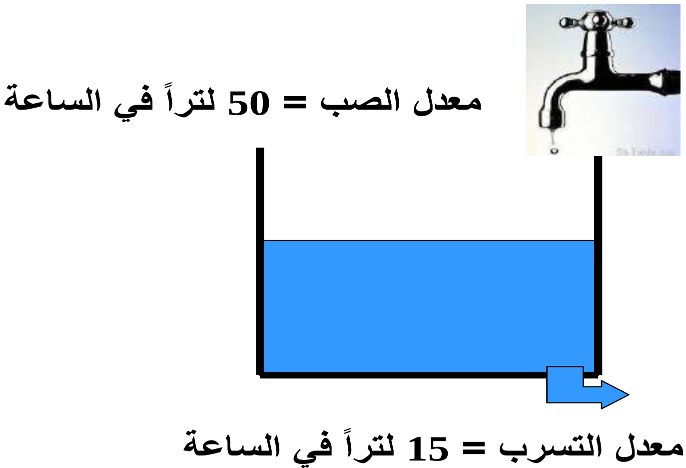
- فهم المسألة:

المعطيات: معدل الصب = 50 لتراً قي الساعة.

معدل التسرب = 15 لتراً قي الساعة. الزمن 3 ساعات.

المطلوب: مقدار الزيادة في حجم الماء بعد 3 ساعات.

- وضع خطة للحل:يمكن رسم نموذج للمسألة كالتالي:



وباستخدام إستراتيجية بناء معادلة رياضية، نستطيع كتابة المعادلة التالية:

معدل زيادة حجم الماء = معدل الصب – معدل التسرب

مقدار الزيادة = معدل زيادة حجم الماء × الزمن

- تنفيذ الخطة:

معدل زيادة حجم الماء: 50 – 15 = 30 لتر/ساعة

مقدار الزيادة= 35 × 3 = 105 لتر

4. مراجعة الحل:

هل كان هذا هو المطلوب؟ نعم

هل يبدو الجواب معقولاً؟ نعم

هل يمكن التأكد من الجواب بدقة؟ نعم

مقدار الصب في 3 ساعات = 50 × 3 = 150 لتراً

مقدار التسرب في 3 ساعات = 15 × 3 = 45 لتراً

مقدار الزيادة= مقدار الصب – مقدار التسرب =150– 45 = 105 لتراً.

مثال 2:

إذا كان شراء مسطرتين و4 أقلام يكلف أكثر من شراء قلمين و4 مساطر بريالين. فما الفرق بين سعر القلم وسعر المسطرة؟

الحل: باستخدام إستراتيجية بناء معادلة رياضية، نضع: مسطرة = م، قلم = ق

فتتكون لدينا المعادلة التالية:

2 م + 4 ق = 4 م + 2ق + 2

2 ق = 2 م + 2

ق = م + 1

ق – م = 1

الفرق بين سعر القلم وسعر المسطرة هو ريال واحد.

(2) إستراتيجية التخمين(المحاولة والخطأ):

تتمثل ببساطة في تطبيق العمليات الممكنة على المعلومات المعطاة ضمن المشكلة، ويلجأ إليها بعض التلاميذ ذوي الخبرة القليلة في حل المشكلات.
خطواتها: يقوم الطالب بـ:

- تخمين جميع الاحتمالات الممكنة لحل المشكلة.

- ثم فحص واختبار مدى صلاحية هذه الاحتمالات لحل هذه المشكلة، وذلك بتجريب كل احتمال على حدة إلى أن يتم اختيار الاحتمال المحقق منها.

تستخدم هذه الإستراتيجية:

- عندما تتطلب المشكلة اختيار حل وحيد من مجموعة كثيرة من الحلول الممكنة.
- عندما تحوي المشكلة أعداداً كثيرة أو بيانات كثيرة.

لدى شخص مزرعة صغيرة فيها عدد من الأرانب والدجاج فإذا كان عدد الرؤوس (19 رأس) والأرجل(56) ولا يوجد اقل من 8 من كل نوع فما عدد من الأرانب والدجاج؟

افهم:

- اقرأ المسألة بتمعن.
- ما المعطيات الواردة في المسألة؟

- نوعان من الحيوانات دجاج وأرانب.
- عدد الرؤوس 19 والأرجل56
- لا يوجد اقل من 8 من كل نوع
- المطلوب: عدد من الأرانب والدجاج؟

خطط: يمكن استخدام إستراتيجية التخمين والتحقق، وذلك عن طريق تخمين عدد من الأرانب والدجاج وفق المعطيات، ثم التحقق من صحة التخمين.

التخمين	عدد الدجاج	عدد الأرانب	عدد الأرجل	عدد الرؤوس
الأول	8	8	16 + 32=48	16
الثاني	8	9	16 + 36=52	17
الثالث	8	10	16 + 40=56	18
الرابع	9	8	18 + 32=50	17

الخامس	9	9	+ 18 54=36	18
السادس	9	10	+ 18 58=40	19
السابع	10	8	+ 20 52=32	18
الثامن	10	9	+ 20 56=36	19

نلاحظ من الجدول أن الاحتمال الثامن هو الذي يحقق فيكون:

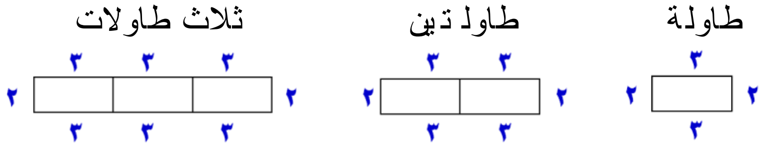
عدد الأرانب = 9 والدجاج =10

(3) إستراتيجية البحث عن نمط:

النمط: هو سلسلة (قائمة) من الأعداد أو الأشكال أو الحركات تتبع قاعدة معينة أي تتكرر بطريقة يمكن توقعها (أو تتبعها)، وتتطلب هذه الإستراتيجية امتلاك الطالب لمهارة اكتشاف النمط(النمط العددي والنمط الهندسي والنمط الحركي)، تساعد هذه الإستراتيجية في:

- ✓ تعلم الاكتشاف والاستدلال الرياضي مما يكسب الطلاب أساساً متيناً لتعلم الجبر في المراحل اللاحقة.
- ✓ تنمية مهارة التوقع لدى الطالب، من خلال توسيع النمط.

مثال: تتسع طاولة مستطيلة لمقعدين عند عرضها ولثلاثة مقاعد عند طولها. إذا وضعنا 7 طاولات جنبا إلى جنب عند عرض كل طاولة، ما أكبر عدد من المقاعد (الكراسي) التي نحصل عليها؟الجواب: لإيجاد أكبر عدد من المقاعد، نبدأ بإيجاد عدد المقاعد مع طاولة ثم طاولتين ثم ثالثة... ثم نتوسع في النمط



عدد المقاعد : 10 16 22

نتوسع في النمط (إضافة 6 دائما) :

عدد الطاولات	1	2	3	4	5	6	7
عدد المقاعد	10	16	22	28	34	40	46

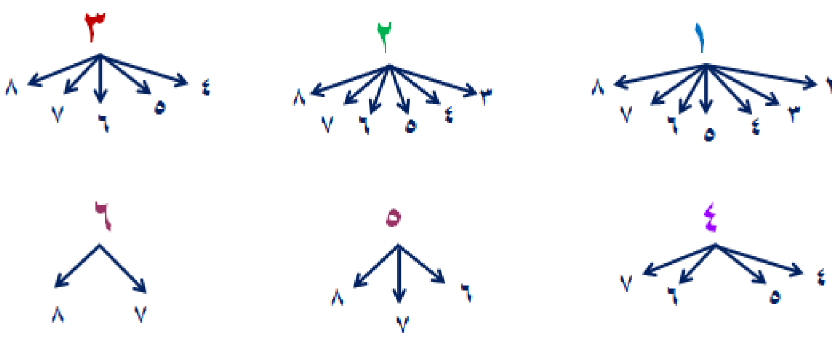
إذن : أكبر عدد من المقاعد التي نحصل عليها هي 46 مقعدا .

رابعا: إستراتيجية إنشاء قائمة منظمة (أو رسم شجيري)

إن من أسهل الطرق كذلك لتنظيم المعطيات والمعلومات هو وضعها في قائمة منظمة،و تُنشأ القائمة بكتابة عدة اختيارات، قد تضم القائمة نفس العناصر مع اختلاف ترتيبها، أو قد تختلف العناصر، وذلك وفقًا للمطلوب وللشروط الواردة في المسألة.

مثال: يشارك ثمانية طلاب في بطولة تنس الطاولة التي تنظمها المدرسة. في الجولة الأولى يواجه كل لاعب سائر اللاعبين الآخرين. ما عدد المباريات في هذه الجولة؟

يمكن استخدام إستراتيجية الرسم الشجري وتكون عدد المباريات = 28 مباراة



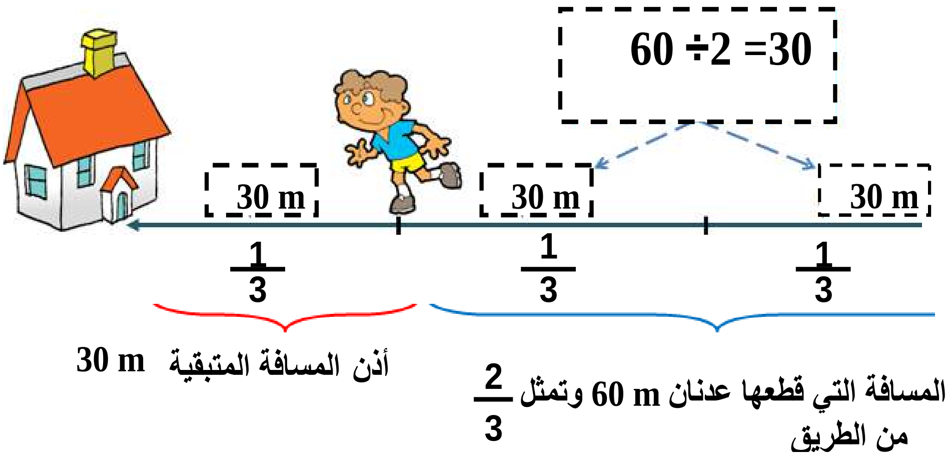
ومن الممكن أن تحل بطريقة التوافيق في مراحل متقدمة:

$$ق^{8}_{2} = \frac{7 \times 8}{1 \times 2} = 28 \text{ مباراة}$$

(4) إستراتيجية إنشاء رسومات (رسم صورة):

يقصد بالرسومات هنا، الرسومات التوضيحية لمعطيات المسألة دون التركيز على تفاصيل الرسم،وتساعد هذه الإستراتيجية الطلاب – خاصة في المرحلة الابتدائية – على تحويل المسألة من معطيات مجرّدة إلى رسومات محسوسة قابلة للتفسير، مما يمكنهم من التوصل إلى الإجابة بسرعة،ويمكن تطوير هذه الإستراتيجية بحيث تلائم الطلاب الأكبر سناً وذلك عن طريق تمثيل المسألة بالرسوم البيانية أو أشكال فن أو الرسوم الشجرية ولنأخذ المثال الآتي:

قطع عدنان مسافة 60 cm، والتي تمثّل $\frac{2}{3}$ الطريق إلى منزل شقيقه فما المسافة المتبقية ليصل الى منزل شقيقه؟ ممكن أن نقسم المسافة الى ثلاثة اقسام؟



(5) خطة(إستراتيجية) الحل (أو العمل) عكسيًا

تتطلب هذه الإستراتيجية إتقان الطالب مفاهيم العمليات الحسابية وارتباطها ببعض، كما تتطلب إتقان الطالب مهارات إجراء تلك العمليات الحسابية.

مثال:عدد إذا أضفت إليه 8، وطرحت 10 من المجموع، ثم ضاعفت الفرق تحصلت على 44 فما العدد؟

أبدأ من الناتج 44

$$44 \div 2 = 22$$

أقسم ÷ 2 للتراجع عن مضاعفة الفرق

$$\begin{array}{r} 22 \\ +\ 10 \\ \hline 32 \\ -\ 8 \\ \hline 24 \end{array}$$

نجمع 10 للتراجع عن طرح 10 من المجموع

نطرح 8 للتراجع عن إضافة 8 للعدد

إذن العدد هو 24

(6) إستراتيجية تبسيط المشكلة

وذلك بتحويل المسألة من معقدة إلى بسيطة، فنقوم بحل مسألة أبسط من المسألة المطلوبة، ومن ثم تعميم الحل ليمتد إلى حل المسألة المطلوبة.

خطواتها: يقوم التلميذ بـ:

- تبسيط المسألة بأحد طرق تبسيط المشكلة (سيأتي الحديث عنها).
- حل المسألة الأبسط.

تعميم الحل ليمتد إلى المسالة المطلوبة.

ولتبسيط المشكلة عدة طرق، نذكر منها:

أ. تبسيط الأرقام المتضمنة في المشكلة من كبيرة إلى صغيرة، أو من معقدة إلى بسيطة.

ب. بتجزيء المشكلة والبحث عن حلول جزئية، وبطريقة ما نتمكن من تركيب هذه الحلول الجزئية لتكون الحل العام للمشكلة الأصلية.

ج. تتثبيت أو إضعاف أو حذف بعض الشروط أو تقليل عدد المتغيرات إن أمكن ذلك، ويمكن التعبير عن ذلك بعبارة بوليا: خذ شرطاً واحداً ثم أضف شرطاً آخر. فكرة حل المشكلة الجديدة يمكن أن تقودنا إلى الحل النهائي للمشكلة الأصلية.

د. الربط بمشكلة مشابهة نعرف فكرة حلها.

ه. كما أن فحص حالات خاصة من المشكلة، ومن ثم اكتشاف الحل أو النمط (استراتيجية البحث عن نمط) أحد أنواع تبسيط المشكلة.

و. الاستفادة من التماثل الموجود في المشكلة: فكثير من المشكلات الرياضية يمكن حلها عن طريق الاستفادة من التماثل الداخلي في بنية المشكلة. وغالباً ما

يكون تتبع هذا التماثل في المشكلة قد ينمي في الطالب القدرة على إهمال المعلومات التي ليس لها علاقة والتركيز على المعلومات أو العناصر ذات العلاقة. بالإضافة إلى ذلك فإن فكرة التماثل موجودة في كثير من فروع الرياضيات وبالذات في الهندسة حيث تدرس موضوع مستقل.

متى تستخدم: هذه الإستراتيجية مفيدة:

- عندما تكمن صعوبة المسألة في أرقامها المعقدة، فإننا نستخدم الطريقة (أ).
- وعندما تكون المشكلة مركبة من مشكلات جزئية يمكن تجزئتها عن بعضها فإننا في هذه الحالة نستخدم الطريقة (ب).
- أما إذا كانت شروط المشكلة كثيرة فعندئذ يمكن أن نستخدم الطريقة (ت).
- وإذا كانت فكرة المشكلة مشابهة لفكرة مشكلة أخرى نعرف طريقة حلها، فإننا نستخدم الطريقة (ث).
- وعندما يكون المطلوب هو حل عام للمشكلة (قانون ما) وبدراسة حالات خاصة منها يمكن أن تكون مفتاحاً لاكتشاف الحل (النمط)، ففي هذه الحالة نستخدم الطريقة (ج).
- وعندما يكون هناك تماثل في المشكلة فيمكن حلها عن طريق الاستفادة من التماثل الداخلي في بنية المشكلة، ففي هذه الحالة نستخدم الطريقة (ح).

مثال1: أوجد مجموع الأعداد الصحيحة من 1 إلى 200 والتي ليست من مضاعفات العدد 4 أو العدد 9؟

الحل: لحل هذه المشكلة هي تبسيط المسألة عن طريق تجزيء المشكلة والبحث عن حلول جزئية، حيث يمكن تجزيء هذه المشكلة إلى ثلاث مشكلات جزئية، هي:

1) أوجد مجموع الأعداد الصحيحة من 200 –1؟ (1،2،3،.....4.5،200)

2) أوجد مجموع مضاعفات العدد 4 إلى 200؟ (4،8،16،20،....،200)

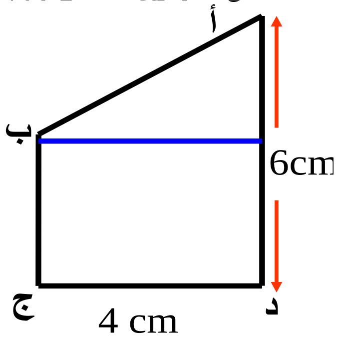
3) أوجد مجموع مضاعفات العدد 9 إلى 200؟ (1،9،18،27،....،189)

ثم يكون الحل العام للمشكلة الأصلية = الحل الأول – الحل الثاني – الحل الثالث.

قانون مجموع المتتابعة العددية إذا علم الأول والأخير $S_n = \frac{n}{2} \; [a + U_n]$

مثال2: من الرسم جد مساحة المضلع أ ب جـ د

الحل: نجزئ الشكل الى مربع ومثلث، ثم نحسب مساحة المضلع.



مساحة المربع $= 4 \times 4 = 16\ \text{cm}$

مساحة المثلث $= \frac{2\times4}{2} = \frac{8}{2} = 4\ \text{cm}$

مساحة المضلع $= 16 + 4 = 20\ \text{cm}$

(7) إستراتيجية الاستدلال/التبرير المنطقي:

الاستدلال المنطقي يكون إما استقراءً (خبرة جديدة) أو استنتاجًا (استخدام مفاهيم وحقائق سابقة)، أو مزيجًا من الاثنين، وتوصلنا طريقة الاستدلال الاستقرائي إلى نتيجة (أو تخمين رياضي) بعد ملاحظة عدة أمثلة أو أنماط، و وتوصلنا طريقة الاستدلال ألاستنتاجي إلى حل المسألة بعد تطبيق حقائق معروفة لموقف ما.

مثال1: فارس وماهر وسلمان ثلاثة طلاب، أحدهم في الصف الرابع، والثاني في الصف الخامس، والآخر في الصف السادس. إذا علمت أن ماهرًا ليس في الصف الرابع، وأن اسم الذي في الصف الخامس يتكون من أكبر عدد من الأحرف، فما صف كل واحد منهم؟

الحل: ماهر ليس في الصف الرابع.

- سلمان اسمه يتكون من أكبر عدد من الأحرف، إذن لابد أن سلمان في الصف الخامس.
- ماهر وسلمان كلاهما ليسا في الصف الرابع، إذن فارس في الصف الرابع.
- إذن ماهر يكون في الصف السادس، لأنه الصف الوحيد الذي تبقى

وفق المعلومات المعطاة نرتبها في جدول.

الأسماء	الصف الرابع	الصف الخامس	الصف السادس

فارس	نعم	لا	لا
ماهر	لا	لا	نعم
سلمان	لا	نعم	لا

يكون فارس في الرابع وماهر في الخامس وسلمان في السادس.

مثال2: كيف نتوصل بدون استخدام معادلات لمجموع سبع أعداد متتالية مجموعها (274)

باستخدام الاستدلالي المنطقي (الاستقرائي):
3 أعداد متتالية مثل: 3 ، 4 ، 5 مجموعها = 12 إذن 12 ÷ 3 = 4 = العدد الذي في الوسط
5 أعداد متتالية مثل: 3 ، 4 ، 5، 6، 7 مجموعها = 25 إذن 25 ÷ 5 = 5 = العدد الذي في الوسط
7 أعداد متتالية مثل: 2، 3 ، 4 ، 5، 6، 7، 8 مجموعها = 35 إذن 35 ÷ 5 = 5 = العدد الذي في الوسط
وهكذا
إذن: إذا كان لدينا ن من الإعداد المتتالية (حيث ن عدد فردي) فإن العدد الذي في الوسط = مجموعها ÷ ن
الآن: 7 أعداد متتالية مجموعها 294 إذن العدد الذي في الوسط = 294 ÷ 7 = 42
إذن الأعداد المتتالية المطلوبة هي: 39، 40، 41، 42، 43، 44، 45

باستخدام الاستدلال المنطقي (الاستنتاجي):

في البيانات (الأعداد) المتتالية (أو المتساوية) فإن: الوسيط = الوسط الحسابي (قاعدة) الآن: 7 أعداد متتالية مجموعها 294

إذن العدد الذي في الوسط (الوسيط) = الوسط الحسابي = 294 ÷ 7 = 42

إذن الأعداد المتتالية المطلوبة هي: 39، 40، 41، 42، 43، 44 ، 45

القوة الرياضية

القوة الرياضية

أولاً: القوة الرياضية: Mathematical Power

من المفاهيم التربوية الحديثة في عالم الرياضيات وتقويمها مفهوم القوة الرياضيةً الذي يمثِّل معيارا لَتقويم إنجاز الطلبة في الرياضيات، إذ تعد مدخلا حديثاً وغير تقليدي في تقويم معرفة مدى تقدمُّ الطلاب في دراسة الرياضيات، وأرتبط ذلك بالمعايير الرياضيات المدرسية العالمية التابعة لـ (NCTM)، وذلك بقياس قدرتهم على استخدام لغة الرياضيات في تواصل الأفكار،وكذلك قدرتهم على التحليل والاستدلال الرياضي، دون الوقوف عند مستوى المعرفة القوة الرياضية كما في التحصيل، وتتضح القوة الرياضية أيضاً في قدرة الطالب على إدراك الترابطات بين مجالات الرياضيات والعلوم الأخرى وبين مجالات الرياضيات وبعضها البعض بحيث يتمكن الطالب من بناء تصور عن فائدة الرياضيات ومدى ارتباطها بالمشكلات الحياتية (زنقور،2008).

تعد القوة الرياضية كما حددتها اللجنة القومية لمعلمي الرياضيات بالولايات المتحدة الأمريكية في المعيار الرابع للتقويم الرياضي هي المعرفة وما بعد المعرفة الرياضية تتضمن قدرات الطالب على الاستدلال والتفكير إبداعيا ونقدياً، بالإضافة إلي القدرة على صياغة وحل المشكلات المألوفة وغير المألوفة. إن القوة الرياضية هي الحد الأقصى من المعرفة الرياضية والتي يمكن للطالب توظيفها للتفكير والتواصل رياضيا وحياتياً، وتتضمن مجموعة من المكونات:

قدرة الطالب على توظيف معارفه لحل المشكلات حول الخبرات المعرفية المتباينة.

قدرة الطالب على استخدام لغة الرياضيات في تواصل الأفكار.

قدرة الطالب على التحليل والاستدلال الرياضي.

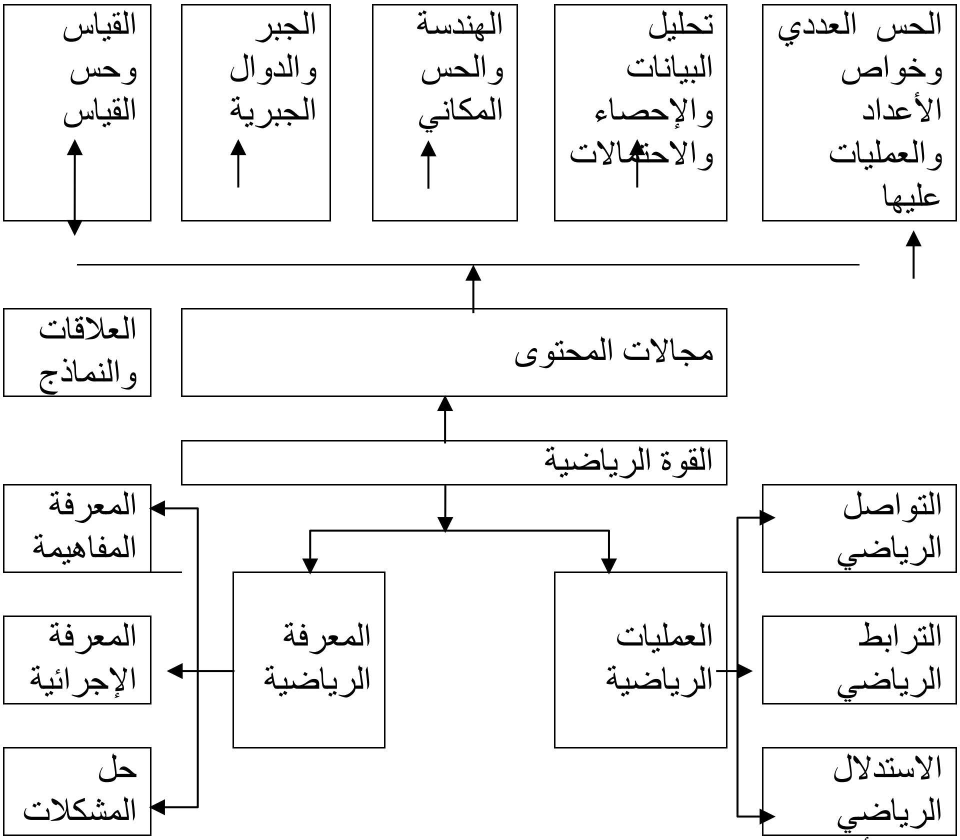
قدرة الطالب علي الربط بين المعرفة المفاهيمى والإجرائي أو العملياتى.

إدراك طبيعة الرياضيات ومدي نفعيتها والميل نحوها.

إدراك تكامل المعرفة الرياضية وغيرها من المعارف بشكل يوضح تناسق المعرفة ويشير المركز القومي للإحصاء التربوي إلي أن القوة الرياضية تهدف إلي تحديد مستوى أداء الطالب في المعرفة والعمليات في أحد مجال الرياضيات أو في الرياضيات بصفة عامة.

وأشارت المؤسسة القومية للإنجاز التربوي إلى أن القوة الرياضية هي مجال تقييم الطالب رياضيا، حيث تمثل الشخصية الرياضية للطالب والتي تصف قدرات الطالب في إدراك وتوظيف المعرفة الرياضية في أبعادها الثلاثة (مفاهيمي، إجرائي، مشكلاتي)، وذلك في الاكتشاف والترابط والاستدلال الرياضي، حيث تظهر هذه القدرات في حل المشكلات غير المألوفة وتواصل الأفكار الرياضية والترابط بين المجالات والموضوعات والأفكار وذلك في المستويات المختلفة للخبرة الرياضية (عصر،2006).

تعريف القوة الرياضية:
عرفها كل من:
(NAEP،2000): مجال تقويم الطالب رياضيا، حيث تمثل الشخصية الرياضية له التي تصف قدراته في إدراك وتوظيف المعرفة الرياضية في أبعادها الثلاثة (المفاهيمي، الإجرائي، والمشكلاتي) وذالك في الاكتشاف والترابط والاستدلال الرياضي.
(بدوي،2003): قدرة الطالب الكلية في جمع وتوظيف المعرفة الرياضية خلال الاكتشاف والتخمين والتفكير المنطقي وحل المشكلات غير الروتينية والتواصل بلغة الرياضيات حول وعبر الرياضيات من خلال ربطه للأفكار الرياضية لمحتوى رياضي ما مع أفكار محتوى رياضي آخر أو مع أفكار محتوى آخر في مادة أخرى ذات علاقة بما يدرسه الطالب في الرياضيات.
(البهوت وبليطة، 2006): استخدام الفهم الإدراكي (معرفة الحقائق والمفاهيم وتوظيفها، مقارنة المفاهيم والقواعد المرتبطة، تمييز وتفسير المصطلحات المستخدمة لتمثيل المفهوم)، والمعرفة الإجرائية (إنتاج جداول البيانات والرسوم البيانية، إثبات أو تبرير صحة إجراء رياضياتي باستخدام التمثيلات) في التواصل بلغة الرياضيات، وعمل ترابطات بين فروع الرياضيات (جبر، حساب مثلثات، هندسة تحليلية) من ناحية وبين المواقف الحياتية من ناحية أخرى، وإجراء الاستدلال الرياضي للتوصل للمفاهيم والتعميمات والقوانين.
نتوصل بذلك إلى أن القوى الرياضية: القدرة على استخدام المعرفة الرياضية بمستوياتها (المفاهيمية، والإجرائية، والمشكلاتية) بالغة التواصل الرياضية، وعمل الترابطات بين فروع الرياضيات نفسها وبينها وفروع العلم الأخرى من جهة ثانية، وإجراء الاستدلال الرياضي للتوصل للمفاهيم والتعميمات والقوانين الرياضية وتطبيقاتها في المواقف الحياتية العامة.
أبعاد (مكونات) القوة الرياضية:
أن ألقوة الرياضيةً تتضمن ثلاثة مستويات من المعرفة: المعرفة المفاهيمية، والمعرفة الإجرائية، وحل المشكلات (أو ما فوق المعرفة)،وتشمل ثلاثة عمليات رياضية هي: التواصل الرياضي، والترابط الرياضي، والاستدلال الرياضي، وست إبعاد للمحتوى الرياضي تستخدم عند تقويم الطالب(جاد،2009)، ويمكن أن نمثل ذلك بالمخطط الآتي:



البعد الأول: العمليات الرياضية

وتتضمن ثلاثة أنواع هي التواصل الرياضي والترابط الرياضي والاستدلال الرياضي وكما في فصل سابق تم توضيح التواصل الرياضي، والترابط الرياضي:

الاستدلال:

يَعُدُّ كثيرٌ من علماءِ الرياضيات والقائمين على تدريسها أن الاستدلال والبرهان الرياضي قلبُ الرياضيات، فعملية الاستدلال هي اختيار وتنظيم وفهم واستبصار، لأنه يتضمن اختيار الخبرات السابقة لحل المشكلة التي تتطلب أكبر قدر ممكن من المعلومات بهدف الوصول إلى حلول تقاربيه، ويوجد اختلاف بين نشاط المحاولة والخطأ وبين نشاط الاستدلال ومنها التفكير الاستدلالي، ففي الاستدلال يجرب

الطالب الاحتمالات المختلفة في ذهنه بدلاً من أن يندفع على الفور في نشاط حركي لا يسبقه تأمل وتخطيط، وفيه يستهدي في حل المشكلة بما توحيه آلية ذاكرته وخبرته السابقة (غانم، 2001).

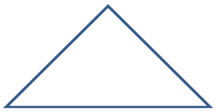
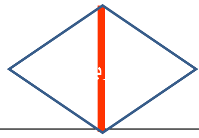
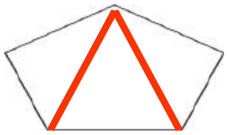
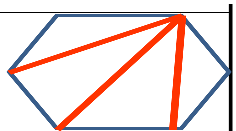
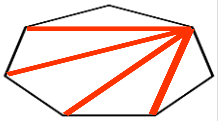
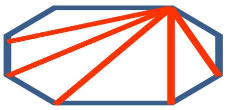
للاستدلال دورا بارزا في التعامل مع المسائل الرياضية والقضايا الهندسية خصوصا منها التي لا تعتمد على الحساب، وبالمقابل فإن للحساب العددي والجبري أيضا دورا مهما بل وأساسيا في البرهان والاستدلال في أغلب المسائل والممارسات الرياضية، إلا إن طبيعة الأنشطة التعليمية هي التي تحجب هذا الدور ما دامت هذه الأنشطة ترتكز في أغلبيتها على الطابع التقني الصرف المتمثل في إنجاز العمليات بإتباع قواعد الحساب المألوفة. أما الدور الذي يضطلع به الحساب الذهني والسريع فلا يخفى على أحد، إذ يتم إبراز الترابط بين الحساب والاستدلال منذ المراحل الأولى لتعلم الرياضيات. إن ممارسة التلميذ للحساب الذهني والسريع، تجعله يقوم بعمليات ذهنية واستدلالية أكيدة حيث يتم الربط بين مفهوم العدد وخاصيات الأعداد والعمليات.

كذلك تعد الهندسة الميدان الخصب وحقل اشتغال الاستدلال بشقيه الاستقرائي والاستنتاجي على اعتبار أن الممارسة تتوسل الربط بين الأشكال الهندسية وبين عناصرها وخاصيات هذه المكونات. ويرتكز الاستدلال في الهندسة على خطوات أساسية تنطلق من الملاحظة باعتبار الرسوم والأشكال الهندسية والبيانية التي تشكل سندا بصريا أكيدا لتجسيد الوضعيات قبل الشروع ومباشرة البحث. وبعد الملاحظة تأتي مرحلة توليد المقترحات، وهي محطة الفحص والتجريب وإعادة النظر في التخمينات والتقديرات والنقذ الذاتي التي تمهد إلى التصديق والمصادقة، فالطالب يستخدم ما لديه من معلومات وبيانات عن الموقف المشكل الذي يواجهه، وذلك عن طريق السير بخطوات استنتاجيه تربط كل سبب بنتيجة، وذلك بإدراك العلاقات بين النتائج ليصل إلى علاقة تؤدي إلى حل الموقف المشكل.

أن القدرة على إدراك العلاقات يقصد بها القدرة على استخلاص علاقات أو معلومات جديدة لم يسبق دراستها، ولكن أمكن التنبؤ بها من العلاقات والمعلومات المعطاة، أي مسألة أو تمرين رياضي يحتوي على عدد معين من العناصر والأفكار والمعطيات، وإذا استطاع الطالب أن يدرك العلاقة بينها إدراكاً سليماً وأمكنه الربط بين هذه المكونات (المعطيات) أدى ذلك إلى وصوله بنجاح إلى الحل الصحيح. أما إذا لم يدرك هذه العلاقة أو لم يستطع التوصل إليها، فإن ذلك يؤدي إلى حل خاطئ أو عدم التوصل إلى الحل مطلقاً، ولكي يستطيع التلميذ إدراك العلاقات الرياضية يتطلب ذلك امتلاكه نمطاً من أنماط التفكير يطلق عليه التفكير العلاقي"، والذي يقوم على إدراك العلاقات بين العوامل المختلفة في الموقف أو المشكلة، إذ إن الاستدلال يؤكد على التفكير العلاقي الذي يعد الأساس للتفكير البشري، وما الرياضيات إلا دراسة العلاقات في صورة مجردة، ويتمثل الاستدلال

الرياضي في طريقة تنظيم الطلاب أفكارهم من خلال صياغة الأسئلة وتوضيح وتبرير الحلول

والمثال الآتي يوضح قدرة الطال على إدراك العلاقات في الموقف الرياضي:
لمعرفة مجموع قياسات الزوايا الداخلية في المضلع نعمل جدول:

اسم المضلع	عدد أضلاعه N	المثلثات التي ينقسم إليها	مجموع زوايا الداخلية
	3	1	$1 \times 180^\circ$
	7	5	$2 \times 180^\circ$
	8	7	$6 \times 180^\circ$
	6	4	$4 \times 180^\circ$
	7	5	$5 \times 180^\circ$
	8	6	$6 \times 180^\circ$

سيستدل الطالب بوجود علاقة تربط ما بين أضلاع المثلث وعدد المثلثات المتكونة:
وهي $(n - 2)$ وتكون مجموع الزوايا $S = (n - 2) \times 180^\circ$

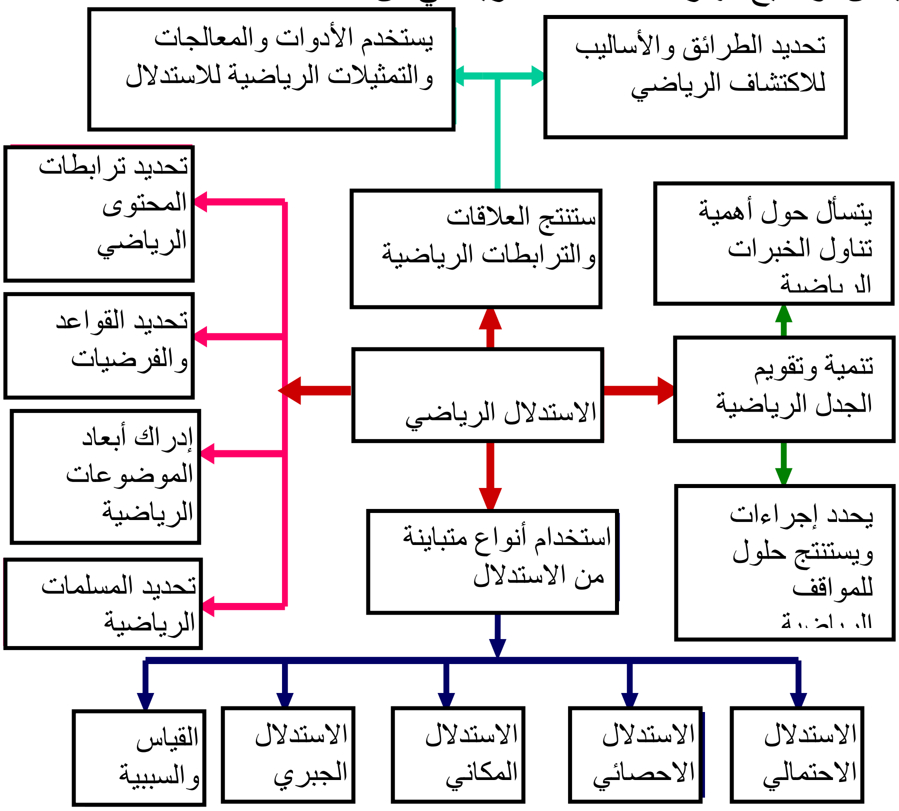
الداخلية لأي مضلع ستكون:

ثم يستنتج لمضلع منتظم عدد أضلاعه (n)هو مجموع قياسات قياس الزاوية الداخلية(X) (زواياه أضلاعه(n) الداخلية) مقسوما على عدد

$$X0 = \frac{(n-2) \times 1800}{n}$$

مهارات الاستدلال الرياضي

ويمكن توضيح مهارات الاستدلال الرياضي من خلال الشكل:



مهارات الاستدلال الرياضي (عبيدة، 2006)

الاستدلال المنطقي(4) Logical Reasoning:

---

(4) علي،إسماعيل إبراهيم،2103،الاستدلالات المنطقية لدى المراهق العراقي وفقا لنظرية الإرتقاء المعرفي،بحث مقدم لندوة التفكير العلمية الخامسة،جامعة الكوفة، في 2013/5/13.

قدرة عقلية له مرادفات متعددة منها التفكير المجرد والتفكير الشكلي، والتفكير المنطقي، والذكاء المجرد وقد استخدم (جان بياجيه) هذه المرادفات للدلالة على العمليات العقلية لدى المراهقين بعد سن الثانية عشرة من العمر فما فوق،ويقسم إلى ستة أنواع كما في الآتي:

الاستدلال التناسبي: القدرة على إقامة علاقة بين علاقتين للوصول إلى حل للمشكلة التي تشكل أساس العلاقة النسبية، وفقاً للقواعد التناسبية.

س1: أجرى مدرس اختباراً على طلابه الموزعين على ثلاث شعب أية شعبة كانت أفضل من باقي الشعب وفق النتائج الآتية:

الشعبة الأولى (30) طالباً نجح منهم (20) طالباً.

وفي الشعبة الثانية (42) طالباً نجح منهم (22).

وفي الشعبة الثالثة (20) طالباً نجح منهم (12) طالباً

الجواب: الشعبة الأولى.

س2: محل حلويات يحتاج إلى (4) كغم من الطحين حتى يصنع (12) قطعة من الحلويات، كم قطعة من الحلويات يمكن أن يصنعها صاحب المحل من (6) كغم من؟ الجواب:18

س3: (4) برتقالات كبيرة تكفي للحصول على (6) أقداح من العصير، فان عدد الأقداح التي يمكن الحصول عليها من (6) برتقالات هو: (9) برتقالات

س4: ثلاث مجموعات من الأطفال يستعدون للسباحة في بحيرة بصحبة حراس الإنقاذ.

المجموعة الأولى: (12) طفلاً وحارسان.

المجموعة الثانية : (7) أطفال وحارس واحد.

المجموعة الثالثة: (21) طفلاً وثلاثة حراس.

أية مجموعة تكون فيها المراقبة أفضل؟ الجواب: المجموعة الأولى

الاستدلال الاحتمالي: إحكام احتمالية حول المواقف والموضوعات المختلفة بشكل دقيق وموضوعي.

تقدم (16) خريجاً و(8) خريجات للتعيين كموظفين في إحدى دوائر والمطلوب اختيار شخص واحد فقط عن طريق القرعة ما هو احتمال أن يكون الموظف المختار من الإناث؟ الجواب: 1 من 3.

إذا كان في مرعى أسامة (15) بقرة (7) منها سود، وفي مرعى سمير (15) بقرة (5)منها بقرات سود، فإذا علمنا أن لكل مرعى سياجا له باب واحد يؤدي إلى الحظيرة ولا يسمح بالمرور إلا لبقرة واحدة فقط في الوقت نفسه. وفتح كلاهما باب سياج مرعاه ليقود أبقاره إلى الحظيرة فمن أي مرعى تكون الفرصة اكبر في أن

نرى أول بقرة سوداء وهي تغادر المرعى؟ الجواب: من مرعى أسامة لان لديه (7) بقرات سود من بين (15) بقرة.
يغادر عمال مصنع عملهم من بابين: فعن طريق الباب الأيسر سيغادر (31) منهم(9) نساء، وعن طريق الباب الأيمن سيغادر (27) شخصاً منهم (9) نساء. فمن خلال أي باب ستكون الفرصة اكبر في رؤية أول امرأة تغادر المصنع؟
الجواب: من خلال الباب الأيمن حيث العدد الأقل من الرجال سيغادرون منه.
صندوق يحتوي على (21) قطعة من الحلويات المتنوعة في الطعم واللون. وعلمت أن فيه:

ثلاث قطع بطعم الموز، ولونها احمر.
أربع قطع بطعم الموز، ولونها اصفر
خمسة قطع بطعم الموز، ولونها اخضر.
أربع قطع بطعم التفاح، ولونها احمر.
قطعتان بطعم التفاح، ولونها اصفر
ثلاث قطع بطعم التفاح، ولونها اخضر.

المطلوب ماهو احتمال أن يكون لون قطعة الحلويات المختارة حمراء: الجواب 1 من 3
الاستدلال التركيبي: القدرة على تشكيل احتمالات مختلفة من ترابطات وعلاقات في محاولة لإيجاد حل للمشكلة).
س1: كم فريق يمكن تشكيله لركوب سيارة للأطفال تسع راكبين بضمنها السائق، إذا علمت أن عدد الأطفال (ثلاثة) هم (وليد وبشار وأيمن). لاحظ أن (و، ب) يعني أن وليد كان السائق وان بشاراً كان الراكب؟
الجواب الاحتمالات هي: (و، أ)،(ب، و)، (ب، أ)، (أ، و)، (أ، ب)،(و، ب)
س2: حسن وليث ووحيد ومنصور) أربعة أولاد رغبوا في أن يعرفوا من هو أحسنهم في لعبة التنس لذلك قرروا أن يلعب كل واحد منهم شوطاً ضد الآخرين، على سبيل المثال (ح،ل) تعني المباراة بين حسن وليث.اذكر اللعب التي ستقام بينهم؟
الجواب: (ح، و)، (ح، م)، (ل، و)، (ل، م)، (و، م)،(ح، ل)
س3: (كريم) طالب لديه حقيبة بالأرقام السرية، وفي يوم نسي ترتيب الأرقام لكي يفتح حقيبته، إلا انه يتذكر أن الأرقام هي (7، 9، 3، 5) لكنه غير متأكد من ترتيبها. اكتب كل المحاولات؟
الجواب:(7935)، (7953)، (7359)، (7395)، (7539)، (7593)، (9573)، (9537)، (9375)، (9357)، (9735)، (9753)، (5397)، (5379)، (5793)، (5739).
س4: أب له ولدان (مصطفى، محمد) وأربعة بنات (زينة، مريم، هالة، شهد)، طلب الأب من ولديه أن يصطحب كل واحد منهما اثنتان من أخواته عند ذهابهم إلى المدرسة اكتب كل الاحتمالات التي من الممكن أن يصطحب فيها كل ولد اثنتين من أخواته أثناء خروجهم إلى المدرسة؟

الجواب:(مص زم)، (مص هـ ش)، (مص ز هـ)،(مص ز ش)، (مص م ش)، (مص م هـ)، (مح ز م)، (مح هـ ش)، (مح ز هـ)، (مح ز ش)، (مح م ش)، (مح م هـ).

الاستدلال الافتراضي (الاستنباطي):هو القدرة على طرح مجموعة من الفروض ومحاولة اختبار صحتها واستنباط الحل والوصول إلى نتائج، إي استدلال بشان نتائج ممكنة الوقوع.

س1: أراد مدير مدرسة أن يكرم الأول على ثلاث شعب في الصفوف السادسة فوجد أن احمد الأول على شعبة (أ) وسرمد الأول على شعبة (ب) واسعد الأول على شعبة (ج).

الفرضية: أن احمد الأول على شعبته فقط ، وسرمد الأول على شعبته وشعبة (ا)، واسعد الأول على شعبته وشعبة (ب) النتيجة: اسعد هو الذي يحصل على التكريم.

س2: إذا كان الشخص مصابا بالحمى فانه يعالج بأحد الأدوية (ا، ب، ج، د). وإذا كان الشخص مصابا بالتهاب اللوزتين فانه يعالج بأحد الأدوية (ب، ج، د). وإذا كان الشخص مصاباً بالتهاب القصبة الهوائية فانه يعالج بأحد الأدوية (ج، د، هـ). الفرضية: أن شخصا ما مصاباً بالأمراض الثلاثة المذكورة؟النتيجة:علاجه بالدواء (ج).

س3: الطلبة المجتهدون في مادة الرياضيات مثابرون، مهند طالب مجتهد في الرياضيات لذا فان: مهند طالب مثابر.

س4: تعلق سيدة كل قميص بقراصتين بحيث أن القراصة المشتركة تمسك قميصين فكم قراصة تحتاج لتعليق (12) قميصاً على حبل واحد؟ الجواب (13) قراصة

القياس المنطقي: (القدرة على استخلاص النتائج من حقائق معينة)

س1: صندوق يحتوي صندوقين وفي كل منهما (3) صناديق وفي كل صندوق من الأخيرة (4) صناديق أخرى ما عدد الصناديق؟ الجواب. (33) صندوق

س2: أي من الفرق الرياضية الآتية فائزة. علماً ان لكل فوز نقطتين والتعادل نقطة واحدة، والخسارة لاشيء إذا كان الفريق له:

أ. فوزان، وتعادل واحد، وخسارتين ب. فوزان، وتعادلان، وخسارة واحدة.

جـ. فوز واحد وتعادلان وخسارتان د. فوز واحد وتعادل واحد وثلاث خسارات

الجواب: ب

س3: يحصل خالد على (3) درجات عن كل مسالة صحيحة يحلها، وينقص (درجة واحدة) من الدرجة النهائية عن كل مسالة يخطا في حلها، فإذا حل (15) مسالة عرضت له وتم تصحيحها وحصل على (25) درجة، فان عدد المسائل الصحيحة التي حلها خالد هي:

أ.(8) مسالة. ب.(12) مسالة. جـ. (10) مسالة. د. (15) مسالة

الجواب: جـ. (10) مسالة.
س4: محمد أطول من محمود، واحمد اقصر من محمد. أي من هذه البدائل صحيحة أكثر:
أ. احمد أطول من محمود ب. محمود أطول من احمد. ج. احمد ومحمود متساويان في الطول د. لا يمكن معرفة أي منهما أطول.
الجواب: د. لا يمكن معرفة أي منهما أطول.
ضبط المتغيرات: القدرة على معرفة تأثير احد المتغيرات المرتبطة بالمشكلة، وعزل وضبط المتغيرات الأخرى غير المرتبطة بالمشكلة.
س1: قامت مجموعة من الطلبة بدراسة تأثير طول مدة التمرين على معدل النبض حيث تؤدي مجموعات من الطلبة تمرين القفز العالي لفترات مختلفة ثم تم قياس معدل النبض لكل طالب بحيث:المجموعة
الأولى: تؤدي تمرين القفز العالي لمدة دقيقة واحدة.
الثانية: تؤدي تمرين القفز العالي لمدة دقيقتين.
الثالثة: تؤدي تمرين القفز العالي لمدة ثلاث دقائق.
الرابعة: لا تقوم بأداء تمرين القفز العالي.
لذلك: أن قياس معدل النبض في هذه الدراسة يتم بإحصاء عدد:

أ. القفزات لمدة دقيقة واحدة	ب. التمارين التي يؤديها كل فريق.	جـ. القفزات التي تم انجازها من قبل كل فريق	د. نبضات القلب في الدقيقة لكل طالب.

س2: قام مزارع بوضع (150) حشرة ذات أحجام وألوان وأعمار مختلفة في جرار متساوية الحجم، بمعدل (30) حشرة في كل جرة، ثم قام برش كل جرة بكميات متساوية من مبيد الحشرات فحدث كما هو مبين في الجدول الآتي:

رقم الجرة	حجم الحشرات	لون الحشرات	عمر الحشرات	نوع المبيد المستخدم	نتيجة القضاء عليهم
1	كبير	احمر	2	YY	ماتت
2	كبير	اخضر	1	XX	ماتت
3	صغير	احمر	2	XX	لم تمت
4	صغير	اخضر	1	XX	لم تمت
5	كبير	احمر	2	YY	ماتت

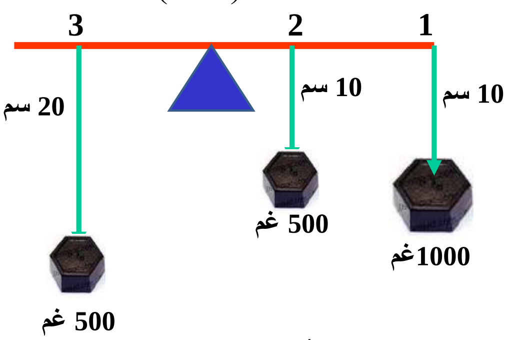
فإذا أراد معرفة ما إذا كان لحجم الحشرة تأثيره في القضاء أو عدم القضاء عليها، فأي الجرار يختار للمقارنة؟ الجواب (2، 4)

س3: قام باحث بتقسيم (115) فأرا بألوان مختلفة وأعمار مختلفة إلى خمس مجموعات، ثم أخضعهم لبعض الإجراءات المختلفة (الحقن والتدريب) ليقوموا بعبور متاهة طويلة بنجاح فحث كما مبين في الجدول الآتي:

المجموعة	عدد الفئران	الحقن بهرمون منشط	لون الفئران	عمر الفئران	مدة التدريب	عبور المتاهة
1	20	حقنوا	ابيض	7 أيام	4 أيام	عبروا
2	25	لم يتم حقنهم	اسود	5 أيام	8 أيام	لم يعبر
3	25	لم يتم حقنهم	ابيض	7 أيام	8 أيام	لم يعبر
4	20	حقنوا	ابيض	7 أيام	4 أيام	عبروا
5	25	حقنوا	اسود	5 أيام	8 أيام	عبروا

فإذا أراد معرفة ما إذا كان للحقن بهرمون منشط تأثيره في نجاح أو فشل الفئران في عبور المتاهة، فأي المجموعات يختار للمقارنة؟ الجواب(2 و5)

س4: في الشكل المجاور عتلة معلق عليها إثقال بخيوط حسب الأطوال والأوزان المثبتة وكانت الخيوط والأوزان قابلة للتأرجح ولمعرفة هل أن لطول الخيط تأثير في مدة الوقت في التأرجح؟ المطلوب ما الخيط والوزن الذي يجب أن يستخدم في التجربة؟



الجواب: نختار الأول والثالث

البعد الثاني: المعرفة الرياضية

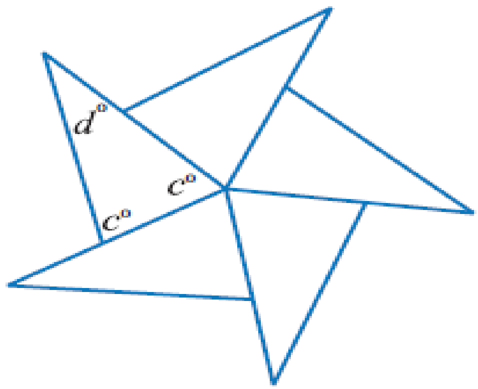
تتضمن كتب الرياضيات أشياء كثيرة كالأعداد، العمليات الرياضية، المعادلات، الأشكال الهندسية (المثلث، المربع، المكعب،......) الرموز، الصيغ الرياضية، العلاقات،... ولا شك أن معرفة الطالب والمعلم لكل من هذه الأشياء وغيرها من المعرفة الرياضية (أي معرفة ما هو كل شيء من هذه ألأشياء؟) يعد خطوة مهمة لإدراكها وفهمها بالنسبة للطالب، كما أنها مهمة بالنسبة للمعلم؛ ليتمكن من تقديمها وعرضها وتقويم تحصيل الطلاب فيها بالطريقة المناسبة لكلٍ منها. فالرياضيات ليست مجرد عمليات روتينية منفصلة عن بعضها أو مهارات آلية، بل إنها عبارة عن أنظمة وأبنية محكمة ترتبط ببعضها ارتباطاً وثيقاً. هذه الأبنية والتراكيب تتكون من لبنات أساسية تعد المكونات الرئيسة للمعرفة الرياضية،وتتضمن المعرفة الرياضية ثلاثة أنواع من المعارف والخبرات وهي المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية وحل المشكلات، وكما يأتي:

المعرفة المفاهيمية:
يتألف الأداء العقلي بصورة عامة من مجموعة من المكونات هي الوحدات المعرفية والعمليات المعرفية. وأول شروط تعلم معلومات جديدة وحل المشكلات الجديدة هو مجموعة مكتسبة من الوحدات المعرفية، والتي تتركب من صور ورموز (كلمات وأعداد) ومفاهيم وقواعد، فالوحدات المعرفية الأولى هي على فهم أي معلومة تتلاءم مع ما يحمله من صور ورموز وقواعد، وما يبدو من الأدوات الرئيسة التي يعتمدها الطفل في تفسيره لما حوله، وعن طريقها يقوم بتأدية عمله العقلي.

وتتضح من خلال فهم الطالب للمفاهيم الرياضية، وذلك عندما يحرز تقدماً في إدراك وتسمية المفهوم وطرح الأمثلة واللا أمثلة عليه ومن ثم القدرة على استخدامه وتقديم تمثيلات عليه من خلال النماذج والأشكال وإمكانية تداوله وتعريفه وتوظيف قواعده، فضلاً عن امكانية الطالب في التكامل بين المفاهيم ذات الصلة، ليصل بذلك إلى طبيعة تلك المفاهيم، بحيث يستطيع ان يميّز ويفسر ويوظف الإشارات والرموز والمصطلحات المستخدمة لتمثيل المفهوم، كما تكون لديه القدرة على تفسير الفرضيات والعلاقات المتضمنة لمفاهيم في أوضاع ومواقف رياضية مختلفة، بمعنى أن يتمكن الطالب من التفكير في مواقف تتضمن التوظيف الواعي لتعريفات المفهوم من خلال أداء الطالب وإنتاجه للأمثلة (بدوي، 2003).

فعندما يعرف الطالب على سبيل المثال أن خواص مثلث متطابق الضلعين ومجموع زوايا المثلث = 180°، ويعرف أنواع الزوايا ومنها الزاوية الدائرية = 360° أمكنه حل المسألة الآتية: يتكون الشكل المجاور من 5 مثلثات متطابقة، وكلٌّ منها متطابق الضلعين، وقد وضعت بجانب بعضها حول نقطة أوجد قيمة كلٍّ من c، d

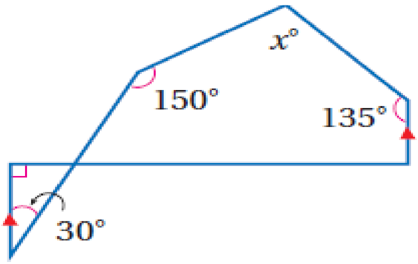
زاوية $c = 72^\circ$، $d = 36^\circ$



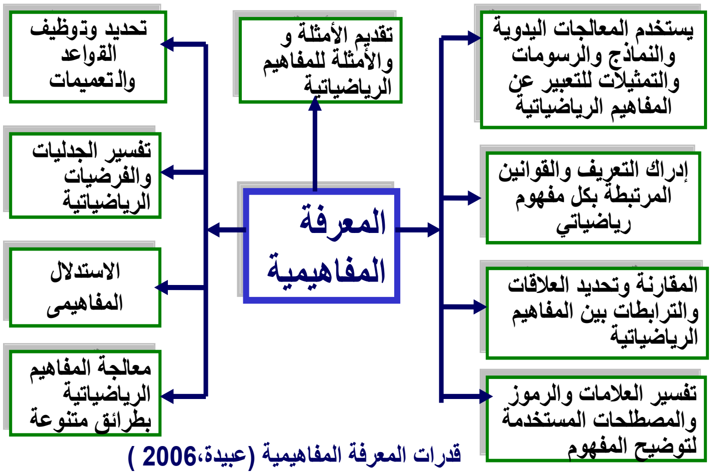
ويحتاج مفهوم الزوايا الداخلية لمضلع ومفهوم الزوايا وأنواعه فضلا عن ومجموع زوايا المثلث = 180° يمكنه حل المسألة الآتية:

أوجد قيمة x في الشكل المجاور

$X = 105^{\circ}$



ويمكن توضيح قدرات المعرفة المفاهيمية كأحد مكونات القوة الرياضية من خلال الشكل:



قدرات المعرفة المفاهيمية (عبيدة، 2006)

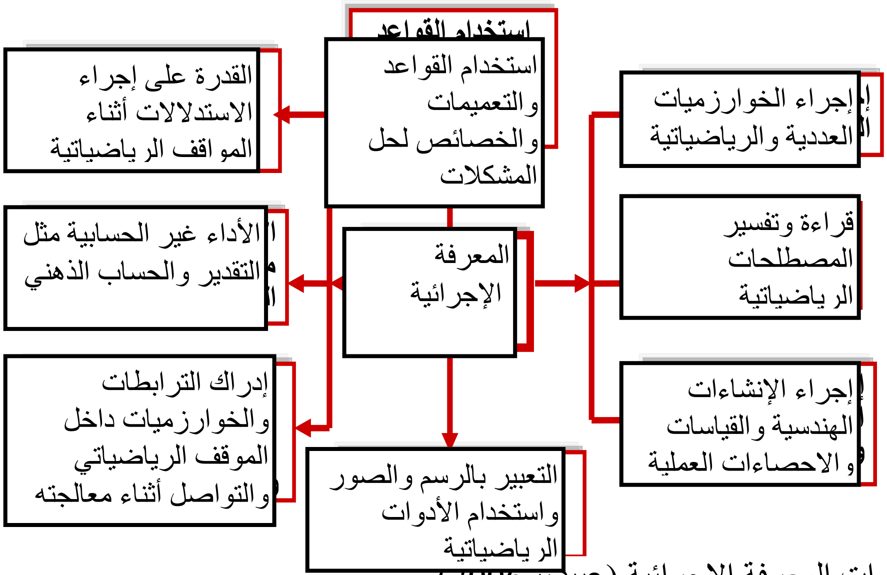
المعرفة الإجرائية:

يثبت الطالب معرفته الإجرائية في الرياضيات عندما يختار ويوظف الإجراءات المناسبة للموقف الرياضي على نحو صحيح، وذلك في التحقق من إجراءاته عندما يستخدم النماذج المحسوسة أو بالطرق الرمزية المجردة. وتتضمن المعرفة الإجرائية كافة الخوارزميات العددية في علم الرياضيات (كالعمليات الحسابية الأربعة على الأعداد)، كما تتضمن قدرات القراءة وإنتاج الرسوم البيانية وإجراء المهارات غير الحسابية كالتقدير والترتيب، إذ إن امتلاك هذه الأنشطة (التقدير والترتيب) تعني أن الطالب يمتلك الفهم المفاهيمي للتمثيل الرياضي ومن ثم يستطيع توظيف ذلك كأداة لابتداع ناتج أو لتحقيق نتيجة عددية (بدوي، 2003).

مثال1: لكل شخص يدان وقدمان وكل منهما بها عدد من العظمات، علما عدد عظام اليد اكبر من عدد عظام القدم الواحدة والمطلوب أستخدام الأعداد (1، 27، 106، 26، 54) في ملأ الفراغات الآتية فيما يتعلق بأحد الأشخاص(مهند) يتم حل المسالة من خلال التفكير المنطقي والاستدلالي وتحليل العلاقات بين الأقل والأكبر للمعطيات:.

كل يد من مهند بها........ عظمة.
كل قدم من مهند بها........ عظمة.
ولكن عدد العظام في كل قدم أقل بمقدار...... عن عدد عظام في كل يد.
مجموععدد العظام في يدي مهند يساوي.......
والمجموع الكلي لعدد العظام في الأربعة أطراف(اليدين والقدمين) يساوي.... عظمة.
الأجوبة(أ– 27، ب=26، ت=1، ث= 54، ج =106).

والشكل الآتي يمثل قدرات المعرفة الإجرائية كأحد مكونات القوة الرياضية:

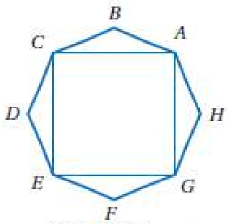


قدرات المعرفة الإجرائية (عبيدة، 2006)

حل المشكلات(5):
وبصورة عامة، يرتبط التفكير وحلّ المشكلة بتعلم المفهوم بصورة كبيرة، لأن التفكير في جوهره نشاط معرفي يتناول معالجة الرموز بأنواعها المختلفة، وربما تكون المفاهيم أكثر الرموز أهمية في هذا النشاط، وغالباً ما يستخدم التفكير في أوضاع تنطوي على مشكلات تتطلب حلولاً مناسبة، ويمّثل التفكير أكثر النشاطات المعرفية تعقيداً، وهو ينجم عن القدرة في معالجة الرموز والمفاهيم واستخدامها بطرق مختلفة من أجل حلّ المشكلات التي تواجهه في الأوضاع التعليمية والحياتية المختلفة.
إن تفكير الفرد يتجه عادة نحو إيجاد حلول للمشكلات ذات الأهمية الحيوية في حياته، وإن نشاط التفكير يزداد عندما يفشل الفرد في إيجاد الحلول بناء على

(5) تم عرض الموضوع في فصل سابق

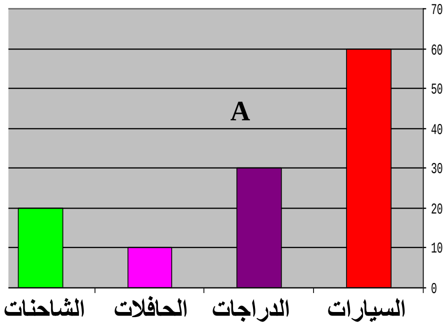
مهاراته السابقة مما يدفعه إلى البحث عن طرق تفكير جديدة تساعده في إيجاد حلول للصعوبات أو المشكلات التي تواجهه حيث يعتمد التفكير على أسلوب منهجي ينتقل فيه من خطوة إلى خطوة باتجاه الحل، والانتقال من خطوة إلى خطوة تليها لا يتم إلا بعد التأكد من صحة الخطوة السابقة واعتبارها مقدمة للخطوة اللاحقة، ويكون الاستدلال ما استنتاجاً أو استقراء حيث يقوم الإنسان بحلّ المشكلات واتخاذ القرارات كل يوم، في المنزل وفي العمل...، ولكن هناك بعض المشكلات والقرارات تكون ذات تحدي كبير، وتحتاج إلى التفكير والبحث، بل وإلى معرفة بخطوات حلّ المشكلات، وهي "تحديد المشكلة، وجمع المعلومات، وإعطاء البدائل، وتقييم البدائل، واختيار أفضل البدائل، وتنفيذ الحل (المنصور،2012). كما في المخطط الآتي:

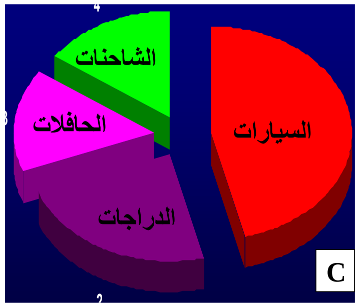
مثال:في الشكل أدناه مثمن منتظم اوجد قياس الزاوية (m BAC)  $\frac{6\times 180^\circ}{8}=135^\circ$	$AB=BC$ $\angle BAC\cong\angle BCA$ $m\angle B+m\angle BAC+m\angle BCA=180^\circ$ $135^\circ+2m\angle BAC=180^\circ$ $2m\angle BAC=45^\circ$ $m\angle BAC=22.5^\circ$

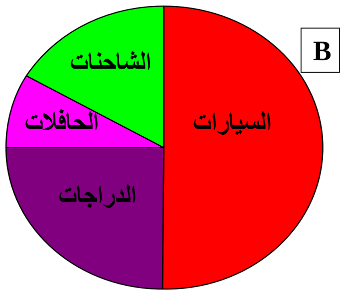
مثال2: راقب أربعة طلاب حركة السير أمام مدرستهم خلال ساعة واحدة. يشير الجدول إلى ما عاينوه من نوع وسيلة النقل وعددها

السيارات	60
الدراجات	30
الحافلات	10
الشاحنات	20

وضع كل طالب رسماً بيانياً لإظهار نتائجه. أي منهم الذي يبيّن النتائج بشكل صحيح؟







الجواب: A و B صحيح.

التواصل والترابط الرياضي

التواصل والترابط الرياضي

يلعب التواصل والترابط الرياضي دوراً مهماً في مجال تعليم وتعلم الرياضيات. ويعد التواصل والترابط الرياضي مناشط يتم من خلالها تعلم المكونات المختلفة للمعرفة الرياضية من: مفاهيم وتعميمات ومهارات، وكذلك التحقق من هذه المعرفة، وذلك من خلال توضيح تطبيقات الخبرات الرياضية والعلاقات المتبادلة بينها، كذلك يُساعد التواصل والترابط الرياضي في تحسين الدافعية نحو تعلم الرياضيات وجعلها أكثر إثارة ومتعة، كما يزيد من الشعور بقيمة الرياضيات في حياتنا من خلال تطبيق الرياضيات في مختلف المجالات الحياتية والعلمية، ينبغي أن يكون التواصل والترابط الرياضي هو المحور الأساسي لأنشطة الرياضيات المدرسية، وألا يكون جزءً منفصلاً عن برامج تعليم وتعلم الرياضيات لكي ينمي المعلم مهارات التواصل والترابط الرياضي لدي متعلميه، ويصبح قادرًا على استخدام التواصل والترابط الرياضي في التدريس بصورة فعالة داخل وخارج الفصل الدراسي؛ فهو في حاجة إلى أن يكون على دراية بالتواصل والترابط الرياضي، ومهارتهم المختلفة، واستراتجياتهما وأنشطتهما المختلفة وكيفية تصميمها واستخدامها.

أولاً: التواصل الرياضي Mathematic Communication

تعد الرياضيات لغة لها مفرداتها الخاصة وقواعدها، ولهذه اللغة وظيفة مهمة وهي التواصل بها ومن خلالها، وهو ما يعرف بالتواصل الرياضي، وهو أحد المكونات الأساسية للقوة الرياضية التي تمثل الهدف الرئيس لتعلم الرياضيات، أي التواصل بلغة الرياضيات، ويكون موضوع التواصل إما رياضيا عندما يتم بلغة الرياضيات حول موضوع فيها، أو غير رياضي حينما يتم بلغة الرياضيات حول موضوع ما في مجال آخر، كالفيزياء أو الكيمياء وغيرها من المواد الدراسية علمية كانت أو إنسانية مثلا مستخدمين في ذلك مفردات اللغة الرياضية من إعداد متوسطات ونسب مئوية ورسوم بيانية أو جداول إحصائية، وهذا من مهمات مدرس الرياضيات.

أن التواصل الرياضي الذي ينشئه المدرس في داخل غرفة الصف يعد من المهارات المهمة في تشكيل المعاني الرياضية وبنائها،فالخطاب المنغلق على القوانين التي تربط الرموز الرياضية وعلاقتها لا يستطيع أن ينتج سوى علامات فارغة، وبهذا يترك لطلابه أمكانية ملئها بمعان، وغالبا ما تكون هذه المعاني فارغة هي أيضا، ومن هذا المنطلق نلاحظ أن خطاب المدرس يشكل بعدا جوهريا من أبعاد الموقف التواصلي، والتواصل الرياضي لا يمكن اختزاله إلى مجرد انتقال المعلومات من المعلم إلى الطالب، أو توضيح المفاهيم، بل يشتق معناه ودلالته مما ينطوي عليه من فعل وتفاعل وتبادل التأثير والتأثر بين الأفراد، وبحيث يكون له مفعول على مستوى الواقع التجريبي وحتى يكون له مفعول يجب أن يكون له معنى، فالذي ليس له معنى لا وجود له على مستوى التواصل

الرياضي، ومن هنا يكون دور المدرس مهما في توظيف اللغة من اجل بناء المعاني في النظام الرياضي، ومن خلالها يتم الانتقال من (اقل رياضيه" إلى لغة أكثر رياضية) في داخل جو تشاركي – تفاعلي يكون الطالب فيه مشاركا في بناء المعرفة، موظفا اللغة في الرياضيات. (وائل،2006).

تعريف التواصل الرياضي:

عرفه كل من:

(Baroody،1993): قدرة المتعلم على استخدام لغة الرياضيات بما تحويه من رموز ومصطلحات وتعبيرات عن الأفكار والعلاقات وفهمها وتوضيحها للآخرين.

(NCTM، 2000): عملية تبادل الأفكار الرياضية وتعزيزها وتنظيمها والتعبير عنها بطريقة واضحة ونقلها للآخرين بلغة رياضية دقيقة، إذ توضع للتأمل والتطوير والنقاش والتعديل والنقد، وهذا ما يعطي هذه الأفكار المعنى والديمومة.

(مراد، والوكيل، 2006): تبادل الأفكار والمعلومات والآراء الرياضية للمعلم وطلابه، وطلبة أنفسهم عن طريق التحدث، والاستماع، والقراءة، الكتابة، التمثيل.

(الشقرة،2006): قدرة المتعلم على استخدام لغة الرياضيات في وصف الأشكال الهندسية، واكتشاف خواصها، والعلاقات بينها، وتبادل الأفكار الرياضية، وعمل أشكال ورسومات هندسية فنية.

(بدوي،2007): عملية التعبير عن الأفكار والفهم الرياضي بشكل شفهيي وبشكل بصري وكتابي باستخدام الأعداد والرموز والصور والرسوم البيانية والأشكال التوضيحية والكلمات.

تعريف الكتاب: مقدرة الفرد على استخدام لغة الرياضيات وبنيتها في التعبير عن الأفكار والمواقف والمشكلات ووصفها في أشكال بيانية أو هندسية أو مخططات وتوضيح العلاقات وفهمها وتوضيحها، عن طريق التحدث، والاستماع، والقراءة، الكتابة، التمثيل.

التواصل يشير أيضاً:

قدرة الفرد على استخدام مفردات لغة الرياضيات (ألفاظ، أشكال، رموز) ومصطلحاتها للتعبير عن الأفكار والعلاقات والحلول وتوضيحها للآخرين.

قدرة الفرد على استخدام المصطلحات والرموز الرياضية للتعبير عن الأفكار الرياضية بالتحدث، أو الكتابة، أو بتمثيلها بشكل مرئي (أي في شكل شفهي أو مكتوب أو بصري)، وأن يكون لديه القدرة على فهم الأفكار الرياضية للآخرين، وتفسيرها، وتقويمها من خلال قراءتها أو الاستماع إليها.

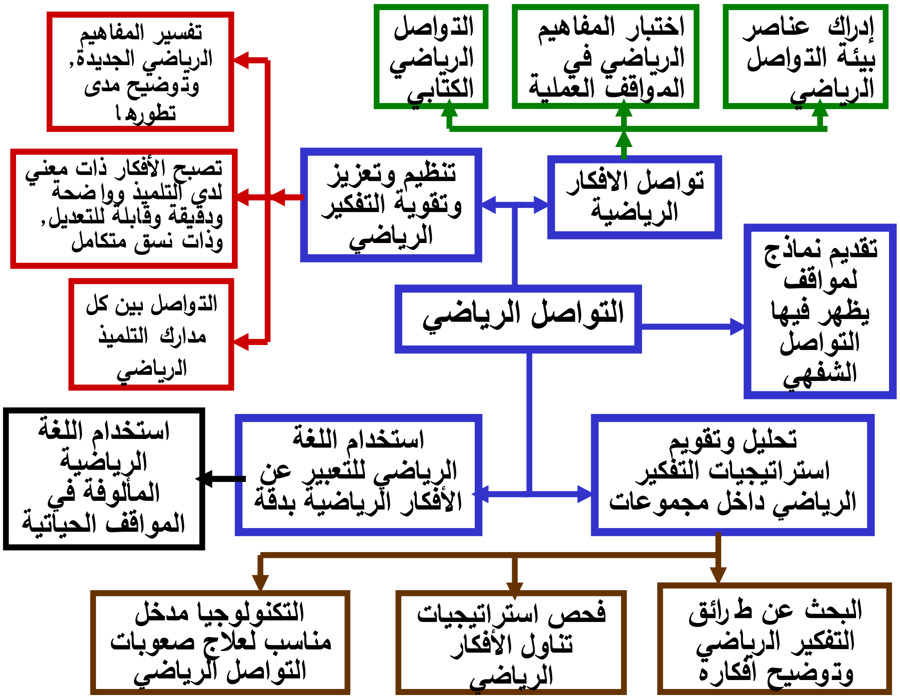
توظيف مهارات اللغة من قراءة وكتابة وتحدث واستماع بالإضافة إلى مهارات التمثيل الرياضي مما قد يساعد التلاميذ على فهم الرياضيات وزيادة قدرتهم على توظيفها في المواقف الرياضية والحياتية المختلفة.

تبادل الأفكار أو المعلومات أو الآراء الرياضية بين المعلم وتلاميذه، والتلاميذ أنفسهم عن طريق: التحدث، والاستماع، والقراءة، والكتابة، والتمثيل، وذلك

للتواصل حول الرياضيات ذاتها، وحول المواد التعليمية الأخرى، وحول المواقف الحياتية.
المهارات الرئيسية والفرعية في التواصل الرياضي:
وهناك أربع مهارات أساسية، والمهارات الفرعية (الأغراض السلوكية لتحقيقها): (طافش، 2011)
تنظيم التفكير الرياضي وتمثيل المواقف والعلاقات الرياضية بصورة مختلفة بحيث:
يتعرف على الصياغات المتكافئة لنفس النص الرياضي.
يعبر عن الأفكار الرياضية بصورة كتابية.
يعبر عن التعميمات الرياضية التي يتم اكتشافها من خلال الاستقراء.
يترجم النصوص من أحد أشكال التعبير الرياضي (كلمات، جدول، شكل هندسي، تمثيل،...) إلى شكل أخر من أشكاله.
نقل العبارات الرياضية بشكل مترابط وواضح للآخرين بحيث:
يوضح التعميمات الرياضية المستخدمة.
يذكر أسماء كل المصطلحات المستخدمة.
يفسر العلاقات الرياضية التي يتضمنها النص الرياضي.
يلخص ما فهمه للآخرين عن الأفكار والإجراءات والحلول.
تحليل وتقويم الحلول الرياضية المقدمة من قبل الآخرين بحيث:
يعطي أفكار صحيحة على علاقات أو مفاهيم رياضية.
يعلل اختباره إجابات أو إجابة لموقف رياضي.
يعلل اختياره تعميمات رياضية تناسب موقف أو فكرة رياضية.
استخدام اللغة الرياضية للوصف والتعبير عن الأفكار الرياضية بوضوح:
يستخدم لغته الخاصة لتقريب المفاهيم الرياضية.
يستخدم الأدوات التكنولوجية (الآلة الحاسبة، الكمبيوتر،...) في تنمية اللغة الرياضية والأشكال الرسومية والرموز الرياضية وتوصيل الأفكار الرياضية للآخرين.
يصف العلاقات والأفكار الرياضية المتضمنة في المشكلات اللفظية للآخرين.
يقرأ النصوص الرياضية المكتوبة بفهم
فوائد التواصل الرياضي في العملية التعليمية:
إذا كان للتواصل بصفة عامة فوائد كبيرة في العملية التعليمية على اختلاف مستوياتها ومراحلها، فإن للتواصل الرياضي بصفة خاصة فوائد بالغة في تدريس الرياضيات وتفعيل عملية تعليمها وتعلمها سواء بالنسبة للمعلم أو المتعلم.
أولاً: بالنسبة للمعلم: يساعد التواصل الرياضي المعلم على:
بناء معان للمفاهيم والقوانين الرياضية المختلفة.
أعطاء رؤية عن تفكير التلاميذ تساعد على توجيهم بشكل صحيح.

توفير الجو المناسب للتلاميذ للتعبير عن أفكارهم والاستماع للآخرين وهم يتحدثون عن أفكارهم مما يمكنهم من اكتساب عناصر جديدة في التفكير.
زيادة التفاعلات التي تتم داخل الفصل بين المعلم والتلاميذ أو التلاميذ وأنفسهم من خلال استخدام لغة الرياضيات ومهارات التواصل المختلفة.
اكتشاف وعلاج الأخطاء التي قد يقع فيها المتعلمين.

ثانياً: بالنسبة للمتعلم: يساعد التواصل الرياضي المتعلم علي:
التعبير عن الأفكار والمواقف الرياضية بوضوح، ونقلها للآخرين.
مناقشة الأفكار الرياضية وتكوين الحجج والبراهين.
تفسير وتبرير الحلول والأفكار الرياضي المختلفة، ونقدها.
بناء المعارف والمهارات الرياضية مما يؤدي لتحسين وتعزيز فهمه للرياضيات.
نمذجة المواقف شفاهة أو كتابة باستخدام المحسوسات أو بالصور أو بالرسوم.
تمثيل المواد الفيزيقية والصور والمخططات بما يقابلها من أفكار رياضية.
توظيف مهارات القراءة والاستماع والمشاهدة والفحص في تفسير وتقويم الأفكار.
صياغة التعريفات الرياضية، والتعبير عن التعميمات التي يكتشفونها سواء بشكل مكتوب أو مسموع أو مرئي.
زيادة الدافعية نحو التعلم.
خصائص التواصل الرياضي:
على ضوء مما سبق يمكن استخلاص خصائص التواصل الرياضي الآتية:
طريقة لتوضيح الأفكار والمعلومات الرياضية وتبادلها بين المعلم وتلاميذه، والتلاميذ أنفسهم.
يتطلب من الفرد استخدام مفردات لغة الرياضيات من رموز وألفاظ وأشكال.
يتضمن توظيف مهارات اللغة مثل مهارات قراءة وفهم النصوص الرياضية والاستماع إليها، التحدث والكتابة بلغة الرياضيات، بالإضافة إلى مهارات التمثيل الرياضي.
يستخدم لتوضيح الأفكار حول الرياضيات ذاتها، وحول المواد التعليمية الأخرى، وحول المواقف الحياتية.
يساعد المتعلمين على بناء المعلومات الرياضية بطريقة ذو معني.
يكسب المتعلمين القدرة على التفكير، حل المشكلات، توظيفها الرياضيات في المواقف الرياضية والحياتية المختلفة(محمد2012).
ويمكن التعبير عن مهارات التواصل الرياضي من خلال الشكل الآتي:



مهارات التواصل الرياضي: تتضمن عمليه التواصل الرياضي مهارات خمسة هي:

مهارة المناقشة الرياضية:

قدرة الطلبة على متابعة الدرس بالتحدث والاستجابة لأسئلة المدرس باستخدام لغة الرياضيات في جو تفاعلي قائم على المشاركة للوصول بالطلبة لحل مشكلة رياضية.

مهارة الإصغاء الرياضي:

قدرة الطلبة على متابعة الاهتمام لتعليقات وأراء الآخرين لكل من المدرس والطلبة والاستجابة لموضوع الدرس بالإعادة والتعديل والتوضيح والإضافة. (السعدي،2008)

أن أسلوب المهارتين أعلاه له ميزة خاصة في تدريس الرياضيات،إذ تركزان على دور الأحاديث والمناقشات بين الطلاب والمعلمين لذلك يجب على كل من المعلم والطالب أن يصغي كل منهما للأخر، يتجاوبوا معا ويتبادلوا الأسئلة بينهم. فتفاعل الطالب مع الطالب له نفس الأهمية التي تكون لتفاعل الطالب مع المعلم التي ينتج عنها صناعة المعاني الرياضية. وعموما فأن تفاعل الطالب مع المدرس يتخذ مسارا مختلف ولا يصبح دوره قاصرا على نقل المعلومات بل يصبح جزء من عملية التعليم ذاتها. فيجب أن تصبح هذه الأحاديث الرياضية جزء لا يتجزأ من

العملية التعليمية في الصف، الطالب مع الطالب والطالب مع المعلم. في مثل هذا المناخ يستطيع الطالب أن ينمى ويطور من أفكاره تجاه الرياضيات، وعموما فأن التفاعل في الدرس حول الرياضيات يجب أن يتميز ويتصف بالتزام صادق وحقيقي للتواصل والذي من منطلقه يرى المعلم أن تفاعل أو شرح الطالب لأفكاره الخاصة بالرياضيات مقبولة من وجهة نظره أو نظرها الخاص حتى لو لم يكن هذا واضحا للمعلم. (Cobb et al.1991)

أن المعلم في حاجة إلى نظرة ثنائية الأبعاد يفهم بها الرياضيات من خلال عقل الطالب في الوقت الذي يفهم به عقل الطالب من خلال الرياضيات، وهكذا فأن المعلم يحاول أن يتخيل الأفكار الرياضية التي يتصورها الطالب والأسباب التي أدت أليها. أن مهمة المعلم تظهر في انه يجب أن يصحح من أفكار الطالب وبراهينه (Ball، 1993).

والآن لنعش مع هذه المحادثة بين حد مؤلفي الكتاب وطلبة على مستوى مرحلة التعليم الأساسي.

المدرس للطلاب: اطلب منكم أن تخبروني عددين مختلفين مجموعهما نفس حاصل ضربهما.

طالب: ماذا عن 2 + 2 = 2 x 2 لهما نفس الناتج 4.

المدرس: نعم لنسجل هذا المثال. هل من توصل إلى مثال أخر.

طالب أخر: 0 +0 = 0 x 0 والناتج أيضا صفر.

طالب أخر: ارجوا أن ينتبه الطلاب أنت قلت يا أستاذ عددين مختلفين وهذه الأمثلة لا تصح.

المدرس: هذا صحيح أعيدوا التفكير في المطلوب.

طالب: لا يوجد عددين تنطبق عليهما هذه الحالة حيث لو أخذنا عددين مختلفين 4، 3 سيكون مجموعهما =7، وضربهما 12 أي حاصل الضرب دائما يكون اكبر من حاصل الجمع.

طالب أخر: مهلا كلامك غير صحيح ليس دائما الضرب أكبر من الجمع.

طالب الذي تكلم: وكيف أعطني مثال.

الطالب: $1 \times 1 < 1+1$

الطالب: هذا صحيح

المدرس: المطلوب منكم عدم التسرع.

طالب أخر: هل توجد مثل هذه الأعداد يا أستاذ.

المدرس(مع الابتسامة) وبكثرة جدا بل أقول لكم لا أحد يستطيع عدها.

طالب آخر: اعتقد توصلت إلى شيء المدرس قال لنا أعداد ولم يحدد إلا طبيعية لماذا لا نجرب الكسور.

المدرس: فعلا جربوا الكسور(الأعداد النسبية).

طالب 3 = 1 + 1 ولكن 1 = 1 × 1

4 2 8 4 2 4

هنا الجمع يصبح اكبر من الضرب دائما، عفوا لربما تسرعت في هذا الكلام اقصد اكبر في هذا المثال فقط ولربما يصح على مثال أخر.هل يعرف أحد مثال يعطي العكس.

طالب أخر: كل الأعداد الصحيحة الضرب اكبر من الجمع

المدرس: أنا طلبت عددين مختلفين مجموعهما نفس حاصل ضربهما ولم اشترط أن تكون الإعداد صحيحة.

طالب نأخذ مثل هذه الأعداد $\frac{9}{8}$ $\frac{3}{2}$ هذه أعداد كسرية

المدرس: ولما لا أليست أعداد نسبية.

طالب أخر: أنت حلها يا أستاذ.

اغلب الطلبة اعترضوا: لا لا دعنا نفكر.

المدرس: وأنا متأكد سوف تصلون إلى الحل، واستفادا من الفكرة الأخيرة الأعداد الكسرية

طالب: نعم لنركز على أخر الحل الذي جاء بأعداد كسرية (أي الكسور المختلطة) فلقد لاحظنا مرة يكون الجمع اكبر ومرة اصغر فكروا الآن بالتساوي.

طالب آخر: وجربوا عدد صحيح مع كسر مختلط.

بدأ الطلاب بعضهم لوحده والبعض الأخر مشتركين يكتبون ويجربون بالورقة والقلم وبعد صمت قليل.

طالب: وجدت مثالا وتحقق منه وهو

$3 + \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$ وكذلك $3 \times \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$

المدرس: هذا صحيح نريد المزيد أيها الأبطال.

طالب $4 + \frac{4}{3} = \frac{16}{3}$ وكذلك $4 \times \frac{4}{3} = \frac{16}{3}$

طالب $5 + \frac{5}{4} = \frac{25}{4}$ وكذلك $5 \times \frac{5}{4} = \frac{25}{4}$

طالب أخر: كلامك كان صحيحا يا أستاذ الآن أقدر أن أضرب أمثلة أخرى لا تعد ولا تحصى.

المدرس: وكيف؟

الطالب: عندما أضيف واحد على العدد الصحيح الأول، أضيف واحد على كل من البسط والمقام للعدد الثاني.

المدرس: قم بإيضاح فكرتك على السبورة

طالب $6 + \frac{6}{5} = \frac{36}{5}$ وكذلك $6 \times \frac{6}{5} = \frac{36}{5}$

و $7 + \frac{7}{6} = \frac{49}{7}$ وكذلك $7 \times \frac{7}{6} = \frac{49}{7}$

و $8 + \frac{8}{7} = \frac{64}{7}$ وكذلك $8 \times \frac{8}{7} = \frac{64}{7}$

وهكذا يا أستاذ نحصل على أمثلة غير محدودة لعددين مختلفين حاصل جمعهما يساو ي حاصل ضربهما.

أدركنا بعد المشاركة من تفاعل الطلاب في المحادثات، المحادثة الرياضية تقدم طريقة لقياس مدى الفهم، تمكن المشاركين من التعرف على تصورات الآخرين والتأثير فيها. وكان لاختيار الموضوع المناسب وأسلوب الأسئلة دور حيوي في هذه العملية كما كان للطريقة التي جلس بها الطلاب في الدرس دور هام في التأثير على جودة المحادثات.

مهارة القراءة الرياضية:

القراءة الرياضية ليست مجرّد قراءة سطحية وشكلية للرموز والمصطلحات بل هي القابلية على قراءة المادّة من خلال الكشف عن إمكانات الفرد في مستويات القدرة الرياضية التي تشمل أربعة مستويات(Earle، 1976):

المستوى الأول: إدراك الرموز: ويعني القدرة على إدراك المصطلحات والرموز من خلال نطقها بصورة صحيحة وكتابة مدلولها اللفظي، فعند شرح المجموعة ورموزها والعمليات عليها نؤكد على الطالب كيف يقرأ الرموز كما توضحه الأمثلة الآتية:

{ x:x : محافظة عراقية}	وتقرأ: مجموعة كل x حيث x محافظة عراقية
الرمز $\in$ هو رمز الانتماء	ويقرأ (ينتمي إلى)
الرمز $\notin$ هو رمز عدم الانتماء	ويقرأ) لا ينتمي إلى)
الرمز $\supset$ احتواء مثلا $A \supset B$	تقرأ المجموعة B جزئية من المجموعة A

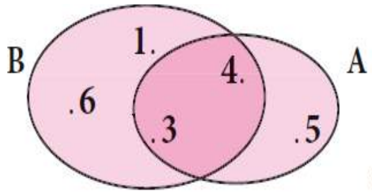
العدد a^n تُبين عملية الرفع إلى القوة، وتُقرأ a الأُس n، أو a مرفوعة للقوة n.

a: يُمثل العدد المضروب بنفسه (العدد المتكرر)، وهو أساس القوة، بحيثُ أن: $a \in R$.

n: يُمثل عدد المرات المضروب بها العدد بنفسه، وهي أُس القوة، بحيثُ أن: $n \in N$.

المستوى الثاني: ربط المعنى الحرفي بالرموز: ويعني القدرة على إعطاء تعريف أو استنتاج مناسب أو أمثلة أو ما يعنيه المصطلح أو الرمز أو الشكل.

مثال1: اتحاد مجموعتين A، B هي المجموعة التي عناصرها تنتمي إلى A أو B ونرمز لها بالرمز $B \cup A$.



اذا كانت $A=\{3,4,5\}$

$B=\{1,3,4,6\}$

اوجد : $A \cup B$, $B \cup A$ ماذا تلاحظ ؟

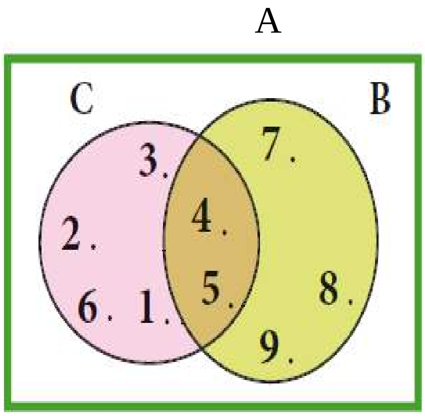
مثال2: لتكن E هي مجموعة الأعداد الطبيعية المحصورة بين 1،2.
أن مجموعة الأعداد الطبيعية هي:
$\{0 ......,1,2,3\}$
فيمكن ملاحظة أنه لا يوجد عدد طبيعي بين 1، 2 فهي مجموعة خالية:
وتكتب أما $E=\phi$ أو $E=\{\ \}$
ويمكن أن نرمز للمجموعة الخالية بأحد الرمزين $\{\ \}$ أو ϕ ويقرأ (فاي) ونطلب من الطالب أمثله على مجموعات خالية.

مثال3: إذا كانت D هي مجموعة الاعداد الفردية التي تقبل القسمة على 2بدون باقٍ

من المعلوم أن الأعداد الفردية لا تقبل القسمة على 2 بدون باقٍ مثل هذه المجموعة تدعى المجموعة الخالية وهي لا تحتوي على أي عنصر فتكتب هذه المجموعة بشكل $D=\phi$

المستوى الثالث: تحليل العلاقات مع الرموز: ويعني القدرة على معالجة حقائق أو أفكار أو مصطلحات رمزية والتعبير عن الموقف النهائي بالرموز واستبعاد المعلومات غير المرتبطة بالموضوع.

مثال:لاحظ الشكل المجاور واوجد



أ) $A=\{.... .. ..\}$

ب) $B=\{.... .. ..\}$

جـ) $C=\{... ....\}$

د) $B \cap C=\{... ....\}$

هـ) $B \cup C=\{.............\}$

المستوى الرابع: التعبير بالرموز عن المسائل اللفظية: ويعني القدرة على فرض الفروض وإيجاد العلاقات الرياضية بين المتغيرات والتعبير عن ذلك بالرموز والأشكال المناسبة.

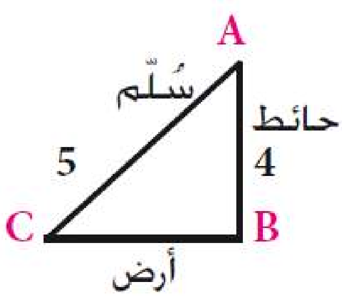
تعرف المسألة الرياضية اللفظية على أنها:
التمارين التي تتطلب من الطالب القيام بأنشطة تشمل إدراك الكلمات والرموز وربط المعنى الحرفي بالكلمات والرموز، وتحليل العلاقات بين الكلمات والرموز، وتكون هذه التمارين مصاغة في صورة نثر.
موقف كمي تم وضعه في صورة كلمات، هذا الموقف يحتوي على سؤال يتطلب إجابة، ولا يشير الموقف صراحة إلى العمليات والخطوات اللازمة للوصول إلى الإجابة، ويستخدم فيه التفكير السليم للوصول إلى علاقات تربط بين عناصر الموقف

مثال1: عبر رمزيا عن ثلاثة أمثال عدد منقوض منه (2) يعطي خمسة
الجواب: نعيد كتابة العبارة برموز: ليكن العدد = X فتكون المعادلة
$(3X - 2 = 5)$

مثال2: عبر بالرموز عن مساحة دائرة 616 cm2؟
الجواب: مساحة الدائرة $= 616$ cm2 π R2

مثال3: مستطيل طوله (5a m) وعرضه(2a m) مساحته تساوي160m2 عبر عن ذلك رمزياً: المساحة = الطول ×العرض A= 5a x 2a = 160 cm2
مثال4: معّين طولا قطريه 18cm، 30cm عبر عن مساحته رمزياً
مساحة المعَين $= \frac{1}{2}$ حاصل ضرب طولي قطريه $A = \frac{1}{2} \times 18 \times 30$

مثال3: أراد أحمد أن يعلق صورة على حائط تبعد 4m عن الأرض أحضر أحمد سُلم طوله 5m بأي بُعد عن الحائط يجب على أحمد وضع طرف السلّم لكي يستطيع تعليق الصورة؟



فيثاغورس
$(AC)2 = (AB)2 + (BC)2$
$(5)2 = (4)2 + (BC)2$
$25 + - 16 = 16 + - 16 + (BC)2$
$(BC)2 = 9$
$\therefore \ BC = \sqrt{9} = 3m$
$\therefore$ البعد $= 3m$

ومن أنشطة القراءة الرياضية التي أوصت بها (NCTM) وأكّدت على ضرورة استخدامها هي:

مساعدة الطلبة على فهم المفردات الرياضية، وهذه المفردات التي يحتاجها الطالب تنقسم إلى ثلاثة أقسام:
المفردات الخاصة بالألفاظ مثل (البسط، المقام، القاسم المشترك،............)
المفردات اللغوية التي لها دلالة رياضية مثل (رقم، ارتفاع، وتر، عشري،....)
الرموز الرياضية مثل (+، – ، ×، ÷، %، ∪، ∩، Ø،...............)
تعليم الطلبة كيفية قراءة واستخدام الكتاب المدرسي.
(NCTM، 2000: 67)
أسس تدريس المسائل اللفظية:
تعتد الأسس الآتية من الأسس الضرورية لتدريس المسائل اللفظية للتلاميذ اللذين لديهم صعوبات تعلم ومنها:
يمكن للمعلم وضع قائمة بالكلمات التي تعني (+) والتي تعني (–) ومع ضرورة تفهيم الطالب العلاقة بين اللفظ والرمز الرياضي فالفرق = (–)
تجنب إعطاء الطالب حيلاً يستخدمها في حل المسألة مثل إذا رأيت كم بقي فأطرح. فالصحيح أن تعلم الطالب كيف يفهم لغة المسألة
أعط الطالب مسائل متنوعة تتطلب عمليات رياضية مختلفة واطلب منه تحديد نوعية العملية المطلوبة
تأكد من أن جميع المسائل اللفظية مكتوبة على مستوى يناسب مستوى الطالب الاستقلالي في القراءة
ذا كان الطالب يعاني من صعوبة في القراءة فسجل له المسائل على شريط يسمعه أثناء قراءته للمسألة ودرب الطالب على أن يلاحظ نهاية المسألة ويوقف الشريط.
عند إعطاء الطالب مسألة لفظية تأكد من أن العمليات الحسابية المترتبة عليها واللازمة لحلها سهلة، فهذا يساعد الطالب على التركيز على لغة المسألة.
يمكن في البداية استخدام أشياء محسوسة لتقريب الفكرة حتى يتدرب الطالب على مفهموم المسائل اللفظية، فهذا يساعده أيضاً على حل المسائل اللفظية.
درب الطالب على ملاحظة عدد الخطوات اللازمة لحل المسألة ونوع العمليات المطلوبة وترتيبها
درب الطالب على إستراتيجية بسيطة لحل المسألة مثل:
أقرأ المسألة.
أعد قراءتها لمعرفة محتواها ومعرفة المطلوب استنتاجه.
أستعمل أشياء محسوسة لمعرفة العمليات اللازمة.
أكتب المسألة حسابياً.
قم بإجراء العمليات اللازمة.
مهارة الكتابة الرياضية:
أن السياق اللغوي السهل يساعد الطلبة على حل المسائل الرياضية، كما أن هناك علاقة بين قدرة الطلبة على الكتابة وتعلم الرياضيات، وأن تعليم القراءة أو الكتابة

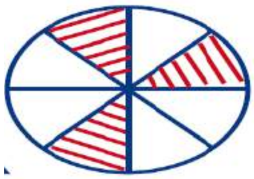
مع الرياضيات يؤثر في تنمية المهارتين معاً، أن التكامل بين اللغة العربية والرياضيات ينبغي أن يكون على النحو الآتي:
اللغة تلعب دوراً كبيراً وحيواً في تعليم الرياضيات، ويستخدم المتعلم في فهمها جميع المهارات اللغوية؛ لذا لابد من مناسبة اللغة المستخدمة في بناء مناهج الرياضيات وفي تنفيذها لمستوى التلاميذ اللغوي.
السياق اللغوي الذي تعرض فيه المسائل الرياضية، وخاصة اللفظية منها يؤثر في قدرة التلاميذ على حل المسائل الرياضية.
استخدام المعلم لأساليب تعليمية تعتمد على تدريب الطلبة على القراءة والكتابة أثناء تعليم الرياضيات يؤثر في قدرة المتعلم على حل المسائل الرياضية، وتنمية مهاراتهم القرائية والكتابية.
تدريب التطلبة على كتابة خطوات حل المسألة، وكتابة أرقامها بالحروف يؤدى إلى تنمية مهارات حل المسائل الرياضية؛ لأن كتابة المسائل بهذه الطريقة يعطى فرصة أفضل للتفكير في الحل، وإلى تنمية مهارات الكتابة الإملائية والتعبيرية والخطية.
وتعرف مهارة الكتابة في الرياضيات: قدرة الطلبة على التعبير بلغة الرياضيات كتابيا بالوصف والحل للمشكلات الرياضية.
مثال1: مجموعة تقاطع المجموعتين A، B تكتب بشكل الآتي:

$$A \cap B = \{x : x \in A \ \text{and}\ x \in B\}$$

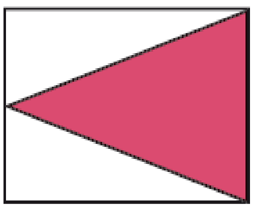
مثال2: مجموعة اتحاد المجموعتين A، B تكتب بشكل الآتي:

$$A \cup B = \{x : x \in A \ \text{or}\ x \in B\}$$

مثال3: مثل مجموعة الأعداد الطبيعية الأصغر من 4 تكتب بالصورة:
{ x:x عدد طبيعي اصغر من 4 }
مثال4: عبر عن نسبة الأجزاء المضللة على الأجزاء الكلية:
الجواب: $\frac{3}{8}$

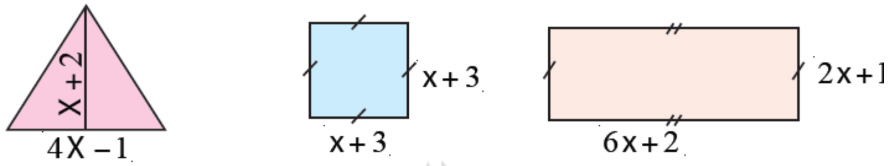


مثال5: جد مساحة المنطقة المضللة بالشكل المقابل.
الجواب: مساحة المنطقة المضللة عبارة عن مثلث متساوي الساقين:



$\frac{1}{2}$ القاعدة × الارتفاع
المساحة $A = 2 \times 8.5 = 17\ cm^2$

مثال6: اوجد مساحة كل شكل من الأشكال الآتية بدلالة X؟

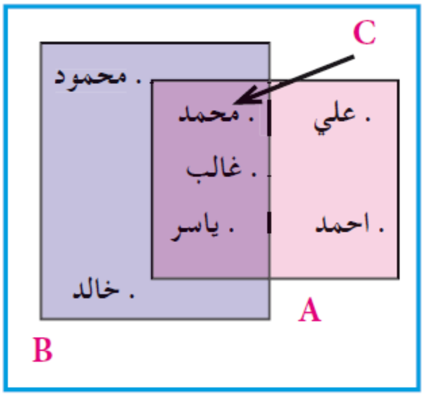


5) مهارة التمثيل الرياضي:

قدرة الطلبة على أعادة تقديم الفكرة الرياضية أو المشكلة الرياضية من شكل إلى أخر لفهم أو للوصول إلى الحل المناسب للموقف الرياضي.

مثال1: عند تقديم موضوع تقاطع المجموعات يمكن أن نمثل لهم الموضوع بالصورة الآتية:

إذا كانت { علي، احمد، محمد، غالب، ياسر } =A مجموعة الطلبة المتفوقين في مادة الرياضيات، وكانت المجموعة{ خالد، محمود، محمد، غالب، ياسر} = B مجموعة الطلبة المتفوقين في مادة الكيمياء.



من هم الطلبة المتفوقين في الرياضيات والكيمياء معاً؟.

نحتاج إلى تمثيل الموضوع برسم مخطط نلاحظ: أن محمد، غالب، ياسر متفوقون في كل من الرياضيات والكيمياء: لتكن

C= {محمد، غالب، ياسر}

نلاحظ أن: $C \subset A$

$C \subset B$

وتسمى المجموعة C مجموعة تقاطع A، B وتكتب على صورة

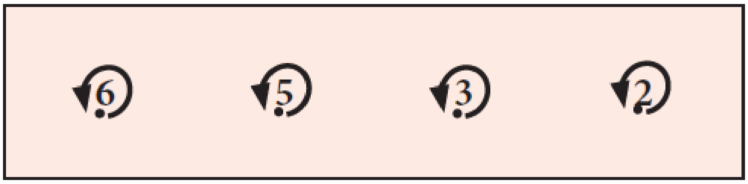
$C = A \cap B$ ويقرأ الرمز $\cap$ « تقاطع »

مثال1: ليكن $X = \{2, 3, 5, 6\}$ وR علاقة على شكل أزواج مرتبة

مثال2: لتكن $X = \{2, 3, 5, 6\}$ والعلاقة R معرفة على شكل أزواج

$R = \{(2,3), (3,5), (5,6), (6,6)\}$

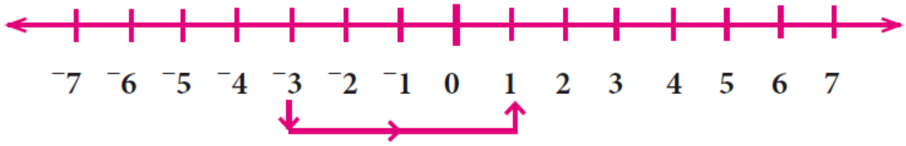
مثل العلاقة بمخطط سهمي وبين نوعها؟



العلاقة(R) انعكاسية لوجود عروة لكل عنصر من عناصر المجموعة(X)

مثال3: جد ناتج عملية الطرح $-4+3$ ممكن نمثلها على خط الأعداد كما في الآتي:

الحل: نبدأ من موقع النقطة التي تمثل(-3) ثم نتحرك يميناً (4) وحدات لنحصل على الجواب =1 وبتكرار الأمثلة ممكن أن يتوصل الطلبة إلى القاعدة



1) ${}^{+}a + {}^{+}b = {}^{+}(a+b)$

2) ${}^{-}a + {}^{-}b = {}^{-}(a+b)$

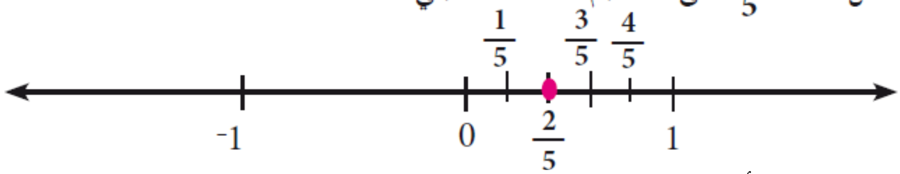
3) ${}^{+}a + {}^{-}b = 0$ ، إذا كان $a = b$

4) ${}^{+}a + {}^{-}b = {}^{+}(a-b)$ ، إذا كان $a > b$

5) ${}^{+}a + {}^{-}b = {}^{-}(b-a)$ ، إذا كان $b > a$

مثال4: ممكن أن نمثل العدد النسبي أيضاً:

نمثل العدد $\frac{2}{5}$ على مستقيم الاعداد كما يلي :



مثال5: عند أيجاد على سبيل المثال مربع الحدانية $(a+b)2$ ممكن تمثيلها بعد إشكال أما بالاستعانة بتمثيلها بالمساحة أو بضرب قوسين توزيع احدهما على الآخر وبتالي استنتاج القاعدة

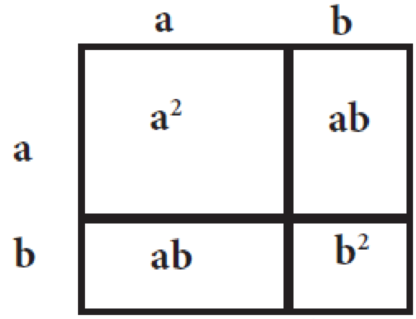
$$(a+b)^2=(a+b)(a+b)$$

$$= a^2+ab+ba+b^2$$

$$= a^2+ab+ab+b^2$$

$$= a^2+2ab+b^2$$

$$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$$

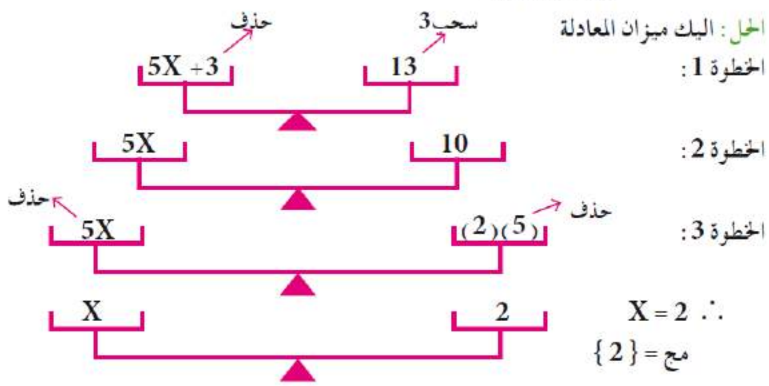


نموذج المساحة

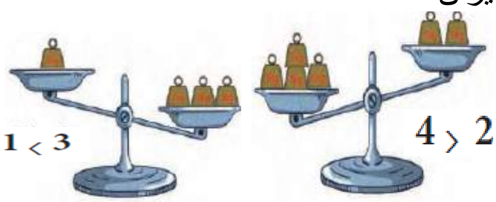
ومن ذلك نستنتج

مثال6: عند تقديم موضوع المعادلة وطلب جد مجموعة الحلول للمعادلة $5X + 4$
$13 =$ يمكن تمثيلها بالخطوات الآتية:

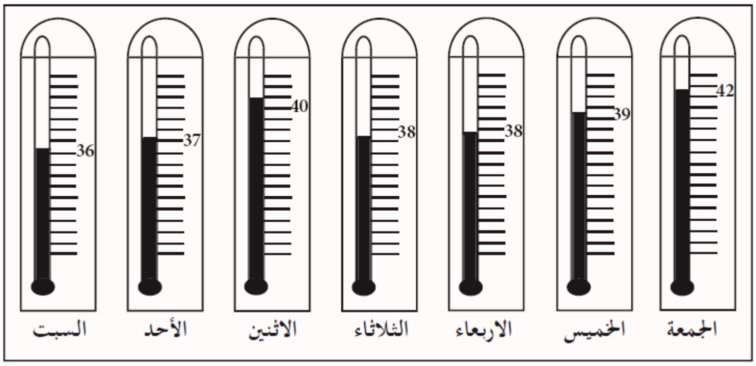
$5X + 3 = 13$



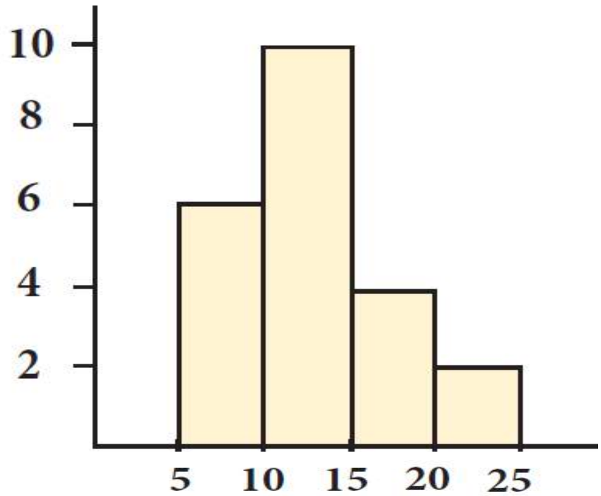
مثال7: كذلك الحال عند تقديم المتباينات والمتراجحات ممكن أن نمثلها بكفتي ميزان



مثال8: فيما يلي درجات الحرارة المقاسة خلال أسبوع في احد المدن وفي وقت واحد تأمل الشكل في أدناه واجب عن الآتي:



أعلى درجة حرارة في هذا الوقت كانت في يوم..........
أدنى درجة حرارة في هذا الوقت كانت في يوم..............
في الوقت الذي قيست فيه درجة الحرارة كان يوم........ ادفأ من يوم الأثنين.
في الوقت الذي قيست فيه درجة الحرارة كان يوم الثلاثاء ابرد من يومي........... و............
عندما رصدت درجة الحرارة كان يومي.......... و.......... هما الأبرد وكان يومي.......... و........... هما الأدفأ.
درجة الحرارة متساوية في كل من.............. و................
مثال9: اوجد الجدول التكراري المناظر للمدرج التكراري الآتي:



أدوار المعلم لتنمية التواصل الرياضي لدي الطلبة:

إن مهمة تنمية مهارات التواصل الرياضي لدي المتعلمين تقع على كل من المعلم والكتاب المدرسي وخاصة مهارتي القراءة والكتابة الرياضية، وللمعلم دور بارز في تنمية المهارات المختلفة للتواصل الرياضي وذلك خلال:

استخدام استراتيجيات مناسبة لتنمية مهارات التواصل لدي المتعلمين.

توفير بيئة صفية تتمتع بروح التشجيع والثقة المتبادلة والاحترام للمتعلمين لكي يعبروا عن أفكارهم الرياضية بحرية بدون نقد شخصي.

اختيار المهمات التي تتطلب من المتعلم أن يفكر ويفسر الأفكار والمفاهيم الرياضية الرئيسة بحيث تسمح هذه المهمات بأكثر من طريقة حل، أو تمثيل، وأن تسمح للمتعلم أن يفسر ويبرر ويربط الأفكار الرياضية الرئيسية.

تقديم مشكلات لها حلول يستخدم المتعلمين التواصل الرياضي كجزء طبيعي وضروري لحلها.

وضع الأسئلة التي تصدر في وقفات جيدة أثناء الدروس والتي يمكن أن توسع وتتحدى تفكير المتعلمين وفي نفس الوقت تعطي المعلم فرصة لكي يقيم فهم تلاميذه.

أن يكون نشطاً وميسراً ومرشداً، ومراقباً ومديراً للنقاش لتحقيق الأهداف المرجوة.

تقديم تغذية راجعة ليس فقط على المحتوى والأفكار، بل أيضاً على نوعية التواصل

عرض أسئلة ومهمات تتحدى تفكير تلاميذه.

الاستماع باهتمام إلى أفكار التلاميذ.

تكليف التلاميذ بتوضيح وتبرير أفكارهم شفهياً وكتابياً.

تحديد ما الأفكار التي على التلاميذ أن يستمروا في متابعة مناقشتها بعمق من بين الأفكار التي قد توصلوا إليها من خلال مناقشاتهم.

تقرير متى وكيف يعقب على اللغة والرموز الرياضية التي يستخدمها التلاميذ في عرض أفكارهم.

ثانياً: الترابط الرياضي

تعليم الرياضيات هو الجهد المبذول لزيادة عدد الارتباطات العقلية لدى المتعلم كمنتج للرياضيات، ولن يتعلم الطالب هذه المادة بشكل جيد ما لم يشعر أن به حاجة واقعية لتعلمها، إذ يفترض تدريسها في سياقات واقعية، وان يراها الطالب دعامة الحياة وهي المنظمة ليومنا الحاضر، وبدون الأعداد والدلائل الرياضية فإننا لن نستطيع أن نحسم مسائل حياتنا اليومية، فهناك توقيتات، معدلات أجور،مناقصات، خصومات، مطالبات، وظائف، أسهم، ضرائب صرافة، استهلاك،... إلخ. وفي غياب هذه البيانات الرياضية علينا أن نواجه الارتباك والفوضى. لذا أصبحت الرياضيات الرفيق الوفي للإنسان، والمساعد له منذ بدء وجوده على سطح الأرض، حيث اخترع علم الحساب وتلاه علم الجبر، ثم القياسات والأشكال في علم الهندسة، وظهر علم حساب المثلثات، عندما أراد الإنسان تحديد موقع الجبال

العالية، والنجوم، ومعرفة اتجاه القبلة لذا فالمعرفة الرياضية ظهرت عندما شعر الإنسان بالحاجة إليها في معالجة مشكلات حقيقية في الاقتصاد والفيزياء والعلوم والتاريخ والكيمياء وغيرها من العلوم، وإذا لم يحدث هذا فلن يكون هناك رياضيات ذات معنى إلا لتلك الفئة الموهوبة التي تعشق الرياضيات كرياضيات للذهن وتنشيط الذهن وهذه الفئة قليلة، وبذلك يفترض تعليم الرياضيات من أجل الحياة، تشير الترابطات الرياضية إلى فكرة أن الطلبة في جميع المراحل التعليمية لابد أن يدركوا أن الرياضيات ترتبط بالواقع في كل ما حولنا، وتشير إلى الترابطات بين المفاهيم الرياضية في الموضوعات المختلفة للرياضيات، وتوجد ترابطات بين القوانين الرياضية واستخداماتها في الفيزياء، وفي رسم الخرائط،وإدارة الإعمال في الصناعة والتجارة وفي الاتصالات،وفي معالجة وتحليل البيانات التي على أساسها تؤخذ القرارات السياسية والاجتماعية والاقتصادية..........، فالعمليات الحسابية تكاد تكون لغة ثابتة لكثرة استعمالاتها في الحياة اليومية وكما تزخر صفحات الجرائد والمجلات بالجداول والرسوم الإحصائية التي يتعذر استيعابها بدون حد أدنى من الدراية بالرياضيات(فدعم،2012)

أن إدراك الطالب الترابط الوثيق بين محتوى الرياضيات وبين المواقف والمشكلات الحياتية، وبين الرياضيات والمواد الدراسية الأخرى وبين الرياضيات ومواقف الحياة اليومية يسهم في تنمية الحس الرياضي لديه وينمي مهارات التواصل الرياضي والمهارات الأخرى المتمثلة في قراءة الجداول والمخططات والرسوم البيانية، فضلاً عن تنمية مهارات البحث في الرياضيات، وذلك بتنمية أساليب التفكير وحل المشكلات التي بدورها تؤدي إلى تنمية تذوق الطالب للجمال الرياضي وأدائه لقوة الرياضيات وأهميتها في حياتنا. وربط الرياضيات بواقع الطالب وبيئته والمواد الدراسية التي يدرسها تساعد على تنمية ثقافته من جهة. وهذا يعني أن الترابط الرياضي يثري معلومات الطالب وينمي ثقافته من جهة أخرى. وربط الرياضيات بواقع الطالب وبيئته والمواد الدراسية التي يدرسها، مما تساعده على التدريب على البحث والمتمثلة بجمع البيانات واستخراج المعلومات وتفسيرها وبناء توقعات محددة– من جهة أخرى. (بدوي 2003)

تعريف الترابط الرياضي:

(السواعي،2004): المعيار الذي ينقل الرياضيات من قطع متناثرة،إلى كل مترابط ومتناسق بشكل محكم، ويربط الرياضيات مع المواضيع الأخرى والعالم الحقيقي.

(المليجي وسلامة، 2006) فيعرفانه: بأنه" اتصال الفكرة الرياضية بغيرها من الأفكار لبناء هيكل رياضي متكامل، وبه يتمكن الطلاب من ربط الأفكار الرياضية بعضها مع بعض فان ذلك يزيد الفهم لديهم وتصبح المعلومة أكثر عمقا وأبقى أثرا.

(ابر زينة وعبانة،2007): بأنه (إحدى الكفايات التعليمية للطلبة لتمكينهم من ربط المعرفة الرياضية بالمعرفة الإجرائية وربط التمثيلات المفاهيمية والإجراءات مع

بعضها البعض وتعرف العلاقات والروابط بين الموضوعات المختلفة في الرياضيات واستخدامها في حقول المعرفة الأخرى وفي الحياة).

(فدعم،2012): قدرة طلبة على إدراك الترابطات داخل مستويات المعرفة الرياضية والترابطات بين مجالات الرياضيات المختلفة إضافة إلى الترابطات بين الرياضيات والعلوم الأخرى، والتي تمكنهم من بناء تصور أو تقوية تصور قائم بالفعل عن الرياضيات ومدى فائدتها، ويمكن توضيحها من خلال الترابطات بين المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية وحل المشكلات الرياضية التي تمثل إبعاد المعرفة الرياضية الرئيسة.

تعريف الكتاب: أدراك العلاقات والترابط بين مواضيع الرياضية في الموضوع الواحد أو المعرفة الرياضية المختلفة (المفاهيمية، والإجرائية وحل المشكلات)، فضلا عن تداخل الرياضيات في كافة العلوم الإنسانية والعلمية.

الترابط الرياضي في المعرفة المفاهيمية: إدراك التكامل والتداخل بين المفاهيم داخل المجال وبين المجالات، وإدراك الترابطات بين المفاهيم الرئيسية والفرعية، مع إدراك الرياضيات كنسق مفاهيمي كبير.

الترابط الرياضي في المعرفة الإجرائية: ربط العمليات والإجراءات في الرياضيات بالمواقف الحياتية، وتوظيف العمليات الرياضية في مجالات الرياضيات المختلفة، مع إدراك الترابطات بين المعرفة المفاهيمية والإجرائية.

الترابط الرياضي في حل المشكلات: إدراك العلاقة بين الرياضيات داخل المدرسة وخارجها، وإدراك الترابطات والعلاقات بين الرياضيات وباقي فروع المعرفة، واستخدام هذه الترابطات في إجراء عمليات حل المشكلة الرياضية.

أدوات الترابطات:

يمكن استخدام الأدوات الآتية لتدعيم الترابطات المفاهيمية:

- التدريبات:

الهدف: إيجاد ناتج جمع عددين عشريين، ضرب عدد صحيح في عدد عشري

تدريب (1): أوجد ناتج: 12)3،(2.75 + 25. (معيار الأعداد)

تدريب (2):

ما وحدة الطول المترية المناسبة لقياس كلٍّ مما يأتي؟

1) سمك الآلة الحاسبة. 2) المسافة بين المنزل والمستشفى.

3) ارتفاع شجرة. 4) عرض شاشة حاسوب.

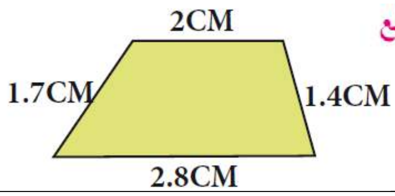
تدريب (3): جد محيط دائرة قطرها 14cm

$$c = \frac{22}{7} \times 14 = 44cm$$

تدريب (4) : جد محيط المضلع الموضح في الشكل

الحل : $C = 1.4+1.7+2+2.8$ محيط المضلع

$= 7.9c\ m$



تدريب :(5)	مستطيل طوله 25cm وعرضه 12cm فما مساحة منطقته؟

الحل المساحة = الطول × العرض $A=12 \times 25 = 300cm^2$

يلاحظ من خلال التدريب أنه تم الربط بين معايير المحتوى الآتية: القياس، الهندسة، العلاقات والنماذج، الأعداد

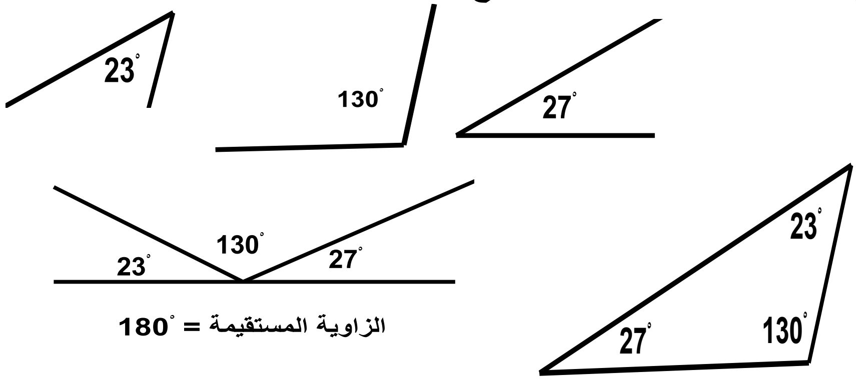
– الأنشطة الصفية:

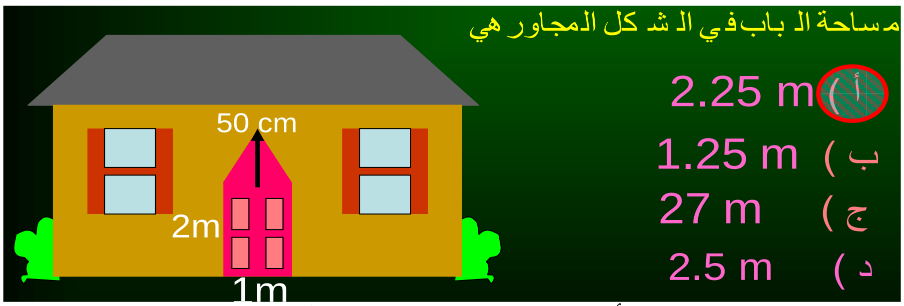
الهدف: استنتاج مجموع زوايا المثلث 180°

نشاط (1): اخذ مثلث معلوم الزوايا وقص زواياه ثم إلصاقها بجانب بعضها. ماذا تلاحظ؟

ستجد مجموع زوايا المثلث = 180°

ثم كرر الحالة سيكون دائما مجموع الزوايا=180°





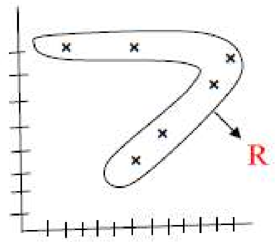
يلاحظ من خلال النشاط أنه تم الربط بين المعايير الآتية:

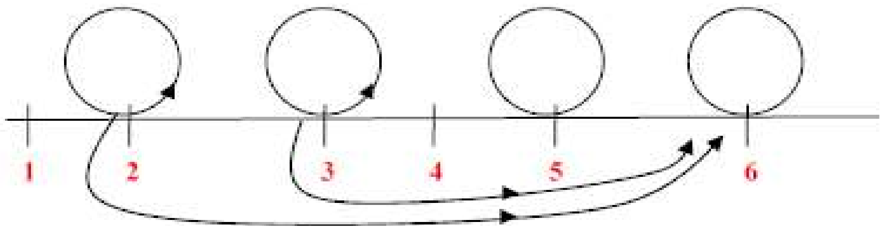
الهندسة، الأعداد، القياس، العلاقات والنماذج (الجبر وما قبل الجبر)

مثال: اذا كانت $R = \{(2,2), (2,6), (3,3), (3,6), (5,5), (6,6)\}$ ارسم المخطط بطريقة بـ:

أ. طريقة المخطط البياني.

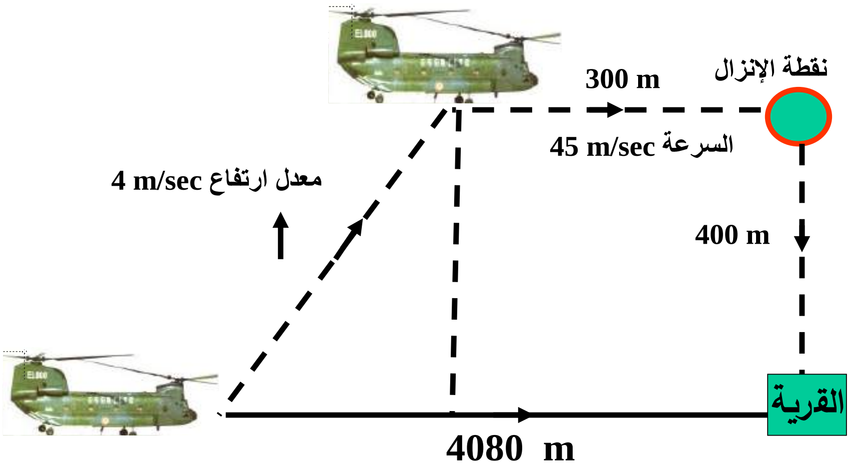
ب. بطريقة المخطط السهمي.





– المشاريع:

مثال: على إثر أمطار غزيرة اجتاحت احد القرى نفذ مشروع وطلب من السلاح الجوي إرسال مؤن غذائية وصحية عاجلة بالمروحية للقرية تبعد (4080 m) عن المطار وتقع نقطة الإنزال على ارتفاع (400 m)عن سطح المطار، فأقلعت المروحية بشكل مائل بمعدل ارتفاع (4 m/sec)حتى قطعت مسافة أفقية (300 m)، ثم طارت بشكل أفقي(على نفس الارتفاع) بسرعة (45 m/sec).فكم الوقت الذي تستغرقه المروحية للوصول إلى نقطة الإنزال فوق القرية؟ بعد تحديد المعطيات والمطلوب يرسم رسم لتوضيح المسألة:



مرحلة التمثيلات والتوصل لأكثر من نموذج للحل:

أولاً: التمثيل الجدولي:

يرشد المعلم الطلبة إلى تمثيل المشكلة على مرحلتين وذلك من خلال طرح بعض الأسئلة التي تكون إجابتها معينة على ذلك:

المرحلة الأولى(الصعود): ما الارتفاع المطلوب بلوغه؟ ولماذا؟

تمثيل الزمن والارتفاع.

الزمن (sec)	0	1	2	3	4	....	؟
الارتفاع (m)	0	4	8	12	16	....	400

من خلال الجدول نلاحظ الارتفاع= الزمن × 4 أي تحتاج المروحية (100 sec) للمرحلة الأولى (الصعود) كون نقطة الإنزال تبعد (400 m)

المرحلة الثانية (المسافة الأفقية): ما المسافة الأفقية المطلوب بلوغها؟ ولماذا؟

الزمن (sec)	0	1	2	3	....	؟
المسافة (m)	300	300	345	390	....	4080

من خلال الجدول نلاحظ المسافة = (45 × الزمن) + 300 أي

(45 × الزمن) + 300 = 4080

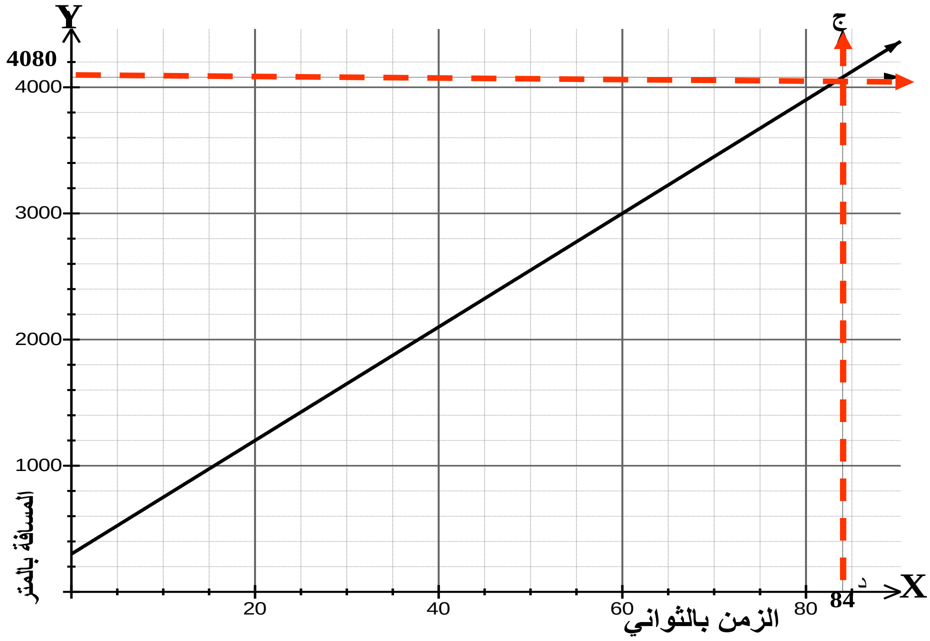
$$\text{الزمن} = \frac{4080 - 300}{45} = 84 \text{ sec}$$

الزمن الكلي= 100 + 84 = 184 sec

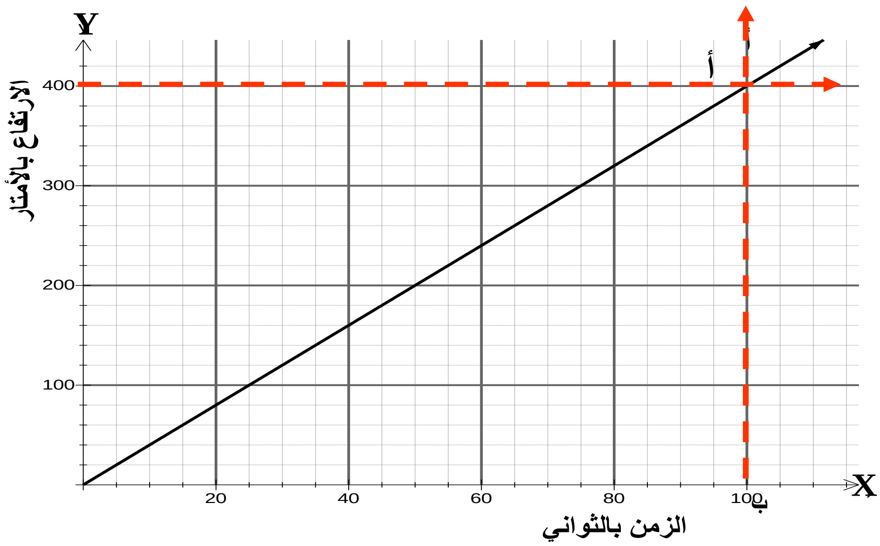
ثانياً: التمثيل البياني:

نعمل جدول بقيم لرسم العلاقة المسافة = (45 × الزمن) + 300

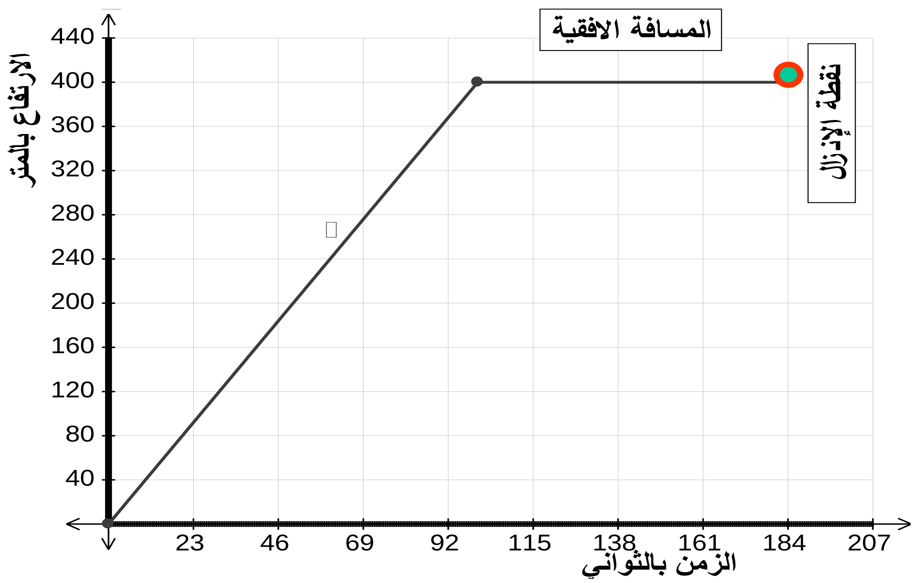
من النقطة التي تمثل العدد (4080) على المحور الصادي نرسم قطعة مستقيمة توازي المحور السينات وتقطع المستقيم في نقطة ولتكن ج، ثم نسقط من النقطة ج عموداً على المحور السيني فيقطعه في د فيكون العدد الذي يمثل د هو الزمن الثاني = (84) ثانية.



ثانياً: الزمن الثاني نرسم العلاقة بين ن، ع بمقياس الرسم مناسب؟
من النقطة التي تمثل العدد (400) على المحور الصادي نرسم قطعة مستقيمة توازي المحور السينات وتقطع المستقيم في نقطة ولتكن أ، ثم نسقط من النقطة أ عموداً على المحور السيني فيقطعه في ب فيكون العدد الذي يمثل ب هو الزمن الثاني =100 ثانية.



الزمن الكلي = 84 + 100 = 184 ثانية



أنواع الترابطات في الرياضيات:
أن أنواع الترابطات الرياضيات تنقسم إلى قسمين:
أولا: ترابط داخلي (داخل الرياضيات) وينقسم إلى نوعين:
ترابط بين الأفكار الرياضية للدروس مع بعضها البعض: مثال تعليم الجمع ثم الطرح ثم الضرب ثم القسمة فلا يفهم الطالب الدرس الثاني إلا بفهم الأول فلا يفهم القسمة إلا بعد معرفته لعملية الجمع والطرح والضرب.
رابط بين موضوعات الرياضيات بشكل عام: مثال لا يتم نقل الطالب من مرحلة إلى مرحلة إلا بعد تعلم مهارات الرياضيات للمرحلة الأولى لان الرياضيات تشكل سلسلة من الموضوعات المترابطة ترابطا وثيقا مثال لا يفهم الطالب المعادلات إلا بعد فهمه للعمليات الحسابية بدقة ولا النظريات إلا بعد فهمه للمسلمات ولا يفهم المركب إلا بعد فهمه للبسيط ولا يفهم الجديد إلا بعد فهمه للقديم.
ثانيا: ترابط خارجي (خارج الرياضيات) وينقسم نوعين:
ترابط بين الرياضيات والمواد الأخرى: مثل الترابط الوثيق للرياضيات بالفيزياء وكذلك بالكيمياء وكذلك بالاجتماعيات وجميع المواد إلا انه يختلف مقدار أو نسبة الترابط للرياضيات بالمواد الأخرى فالكل مادة نسبه ترابط بالرياضيات تختلف عن الأخرى
ترابط بين الرياضيات والبيئة: مثل استخدام نظرية فيثاغورث في البناء عندما نريد أن ننشئ زاوية قائمة أو المسائل اللفظية الكلامية التي تعبر عن موقف ما ويتم حله باستخدام الرياضيات.

معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM) فيما يخص الترابط الرياضي:

أولاً – التعرف على الروابط بين الأفكار الرياضية واستخدامها (أبو عجين،2012):

أ. استخدام الترابطات الرياضية لحل المشكلات الرياضية:

أن حل المشكلات يضفي على الموضوعات الرياضية نوعاً من الترابط الجيد، بحيث تبدو الرياضيات موضوعاً واحداً مترابطاً....وكذلك فإن الترابطات الرياضية يمكن أن تتم من خلال مواقف مشكلة يستخدم فيها الطالب مختلف فروع الرياضيات لحل المشكلة الواحدة، ويتطلب هذا أن يعرض المنهاج مشكلات أو مسائل يتطلب حلها الربط بين فروع الرياضيات المختلفة، وتبرز البناء الرياضي الموحد. فعند تقديم مثال الآتي:

اوجد مجموعة الحلول للمعادلتين الآنيتين: $X + 2y = 10$ ، $X - 2y = 2$ بأكثر من طريقة ونستخدم (طريق الحذف، طريقة التعويض، طريقة المحددات، طريقة الرسم البياني) يظهر بوضوح ترابط الرياضيات مع فروعها المختلفة كما في الحلول الآتية:

(أولاً)الحل بطريقة الحذف

$$X - 2y = 2 \quad -----(1)$$

$$X + 2y = 10 \quad -----(2)$$

بالجمع

$$2X = 12 \longrightarrow x = 6$$

وبتعويض عن قيمة (x) في المعادلة(2) نحصل $y = 2$

أي مجموعة الحلول (2، 6)

ثانياً الحل بطريقة التعويض

من معادلة(1) نحصل $X = 2 + 2y$

نعوضها في معادلة(2) نحصل

$$2 + 2y + 2y = 10$$

$4y = 8$ ومنها $y = 2$ نعوض عن قيمة y

تكون $x = 6$

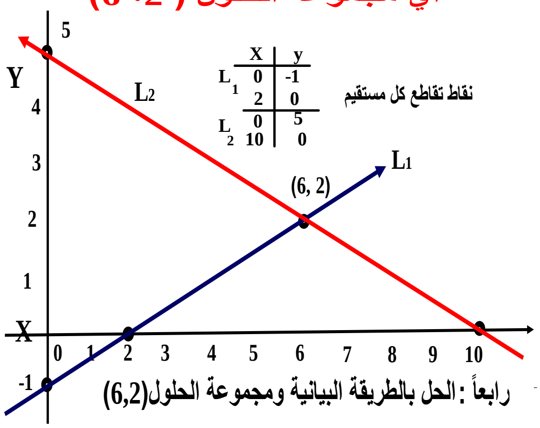
أي مجموعة الحلول (2، 6)

ثالثاً: الحل بطريقة المحددات

$$X = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 10 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{-20 \; -2}{-2 \; -2} = 6$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 10 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{2 \; -10}{-2 \; -2} = 2$$

أي مجموعة الحلول (2، 6)



رابعاً: الحل بالطريقة البيانية ومجموعة الحلول(6,2)

ب. الأفكار الرياضية المترابطة لابد أن تتخلل المحتوى الرياضي عبر كل المستويات:

عرض المجلس أمثلة للروابط بين الأفكار والمفاهيم كتقديم الضرب كجمع متكرر، واستخدام العمليات الحسابية في سياقات مختلفة كإيجاد النسب المئوية وحساب المساحات والحجوم ورؤية خواص العمليات كالجمع في مجموعات الأعداد المختلفة ومن ثم في المقادير الجبرية، ومن ثم النسبة والتناسب والكسور والأعداد النسبية، هي مواضيع المتداولة في المرحلة الأساسية من التعليم العام،مع توظيفها في الحياة اليومية، وفي ضوء النظرة إلى الرياضيات ككيان متكامل يقوم على أساس عدد من المفاهيم الأساسي، كذلك بالنسبة للمجموعات والعمليات عليها فأن التسلسل المنطقي يكون:

التعبير عن المجموعة،تتم بطرقتين الأولى:

طريقة القائمة أو الحصر كما في المثال1 الآتي:

$Z = \{0, 2, 4, 6, 8\}$

طريقة الصفة المميزة: ففي المثال1 صفة الأعداد كانت مجموعة رموز الأعداد الزوجية الأصغر من 10ونعبر عنها {X: X عدد زوجي < 10}.

ثم يعطي الرموز ينتمي ولا ينتمي

$8 \notin \{4, 5, 6, 10\}$

$a \in \{r, a, f, d\}$

والاحتواء وعدم الاحتواء أو التساوي $B \subset A$ $B \not\subset A$ $A = B$

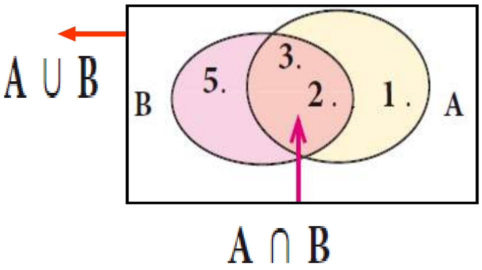
المجموعة المنتهية $X = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots, 4999\}$

المجموعة الغير منتهي $C = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$

المجموعة الخالية $E = \{\ \}$ أو $E = \phi$

التقاطع بين مجموعتين $C = A \cap B$ ويقرأ الرمز ∩ « تقاطع »

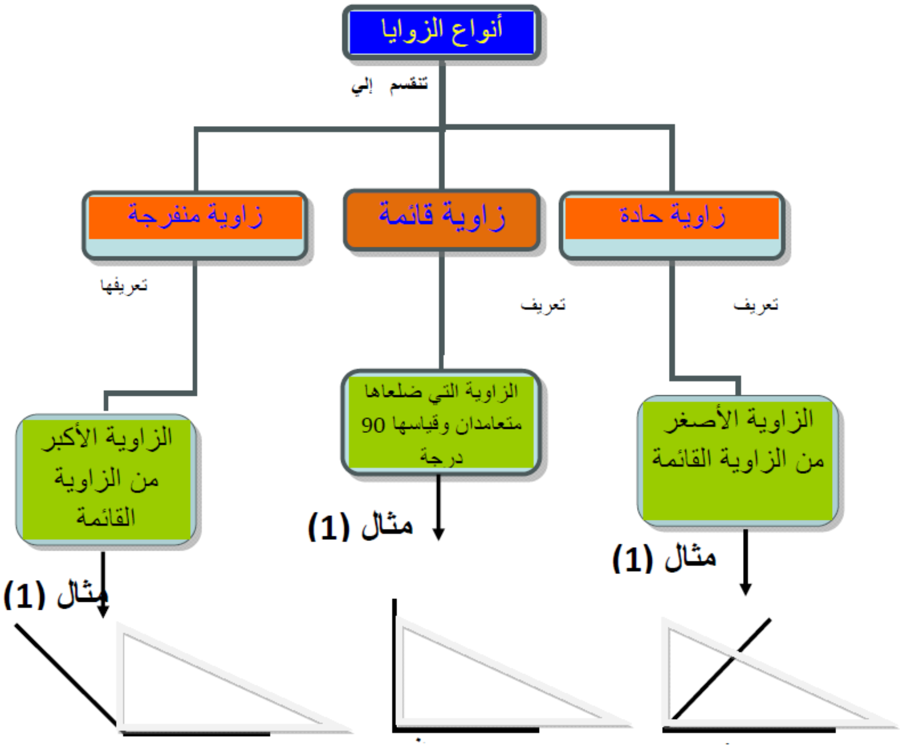
الاتحاد بين مجموعتين وتمثيل كل منهما بمخططات فن



وهكذا لباقي العمليات على المجموعة،مع توظيف المجموعات في عرض مفاهيم العدد والعمليات الحسابية الأربع، وعلاقات التساوي وبعض المفاهيم الهندسية ويدعو كذلك إلى تكامل الموضوعات دون تقسيم بين هندسة وحساب وجبر، ومن الأساليب وطرائق البرهان التي تستند إلى نفس القواعد المنطقية في الجبر والهندسة.

ج. النظرة للأفكار الجديدة كتوسعة للأفكار السابقة، واستخدام الطلبة لما تعلموه مسبقاً للتعامل مع أوضاع جديدة، وربط التمثيلات المتعددة للمفهوم الواحد وتمييزها:

يتطلب هذا مراعاة الانتقال بين المواضيع المختلفة بشكل تدريجي، بما يبرز السمات والملامح المشتركة وفي نفس الوقت يعرض خصوصية كل موضوع عن الآخر ضرورة توظيف الأفكار والموضوعات لخدمة بعضها البعض وذلك لضمان وحدة البناء الرياضي داخل الصف الواحد، وداخل المرحلة التعليمية، وعلى سبيل المثال يبدأ المنهاج في نهاية الصف السادس في الانتقال من الحساب إلى الجبر، وإذا كان الحساب يشكل بنية رياضية تتكون من مجموعة من المفاهيم تُسمى أعداداً معرفاً عليها العمليات الحسابية الأربع والتي تُشكل بدورها بنية أساسها عملية الجمع فإن الجبر يعمل على تعميم ما تم دراسته في الحساب، ويبدأ المنهاج في عرض المعالجة المجردة وطرح الأفكار الأساسية في الجبر وهي المتغيرات، النسبة والتناسب، المعادلات، الإقترانات، وكذلك عند التعامل مع مجموعات الأعداد، ومع الأشكال الهندسية، يبدأ بعرض الزوايا وأنواعها:



وإيجاد مجموع زوايا الأشكال الرباعية والخماسية بمعرفة مجموع زوايا المثلث وإيجاد صيغة عامة لمجموع زوايا المضلعات المنتظمة، أو إيجاد مساحة الأشكال الرباعية كشبه المنحرف ومتوازي الأضلاع بمعرفة مساحة المستطيل والمثلث، أو تطبيق نظرية فيثاغورث لإيجاد العلاقة بين مساحة المربع وقطره، أو إيجاد العلاقة بين أطوال المضلعات المنتظمة داخل دائرة ونصف قطرها وعند الانتقال لحساب المثلثات يمكن إيجاد مساحة المثلث بمعرفة النسب المثلثية، وكذلك الربط بين متباينة المثلث والنسب المثلثية لتوضيح تزايد وتناقص تلك النسب بالنسبة للزوايا المختلفة، وهذه الأمثلة توضح الترابط بين الأفكار الرياضية، وكذلك لابد من توضيح التمثيلات المتعددة للمفهوم مثل عرض الكسر، والعدد الكسري، والكسر العشري، والنسبة المئوية، والنسب المثلثية، ونسبة مساحة المثلث إلى مساحة متوازي الأضلاع المشترك معه في القاعدة، أو التعبير عن المجموعات بصور مختلفة.

ثانياً: فهم كيفية ارتباط الأفكار الرياضية وتماسكها لتصبح كلاً متكاملاً:

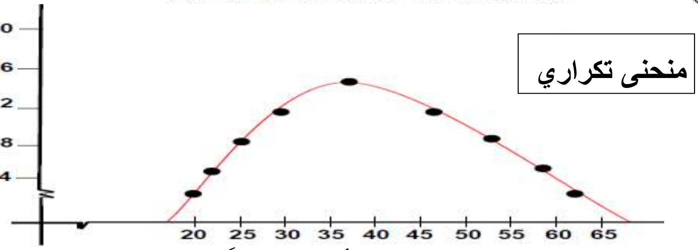
أ. القدرة على رؤية نفس التركيب الرياضي في أوضاع مختلفة ظاهرياً:

يؤكد المجلس(NCTM) على ضرورة أن تتوافر لدى المتعلمين القدرة على رؤية نفس البناء الرياضي في أوضاع تبدو مختلفة ظاهرياً، وذلك أثناء تقدمهم في

المراحل الدراسية المتتالية، ويتطلب هذا من المنهاج عرض نفس التركيب الرياضي بصور مختلفة، وهذا يسهم في إيجاد ترابط بين موضوعات تبدو مختلفة للمتعلم، فيمكن مثلاً عرض التناسب الطردي كحالة خاصة من المعادلات الخطية، أو عرض معادلات الدرجة الأولى في صورها المختلفة، واستخدام خط الأعداد في عرض مفهوم القيمة المطلقة، واستخدام هذا المفهوم لإيجاد المسافة بين نقطتين على خط الأعداد كمقدمة لإيجاد المسافة بين نقطتين في حالة نظام الإحداثيات، واستخدام خط الأعداد لإيجاد تمثيل الأعداد غير النسبية، وعلى ذلك فأن عرض المواضيع الرياضية يجب أن يستند إلى الخبرات السابقة للمتعلمين ويمهد لخبرات لاحقة عبر الصفوف المتتالية،كما في طرح الأشكال الإحصائية المختلفة لسؤال واحد على سبيل المثال: جدول تكراري لأجور (100) عامل بالريال في اليوم الواحد:

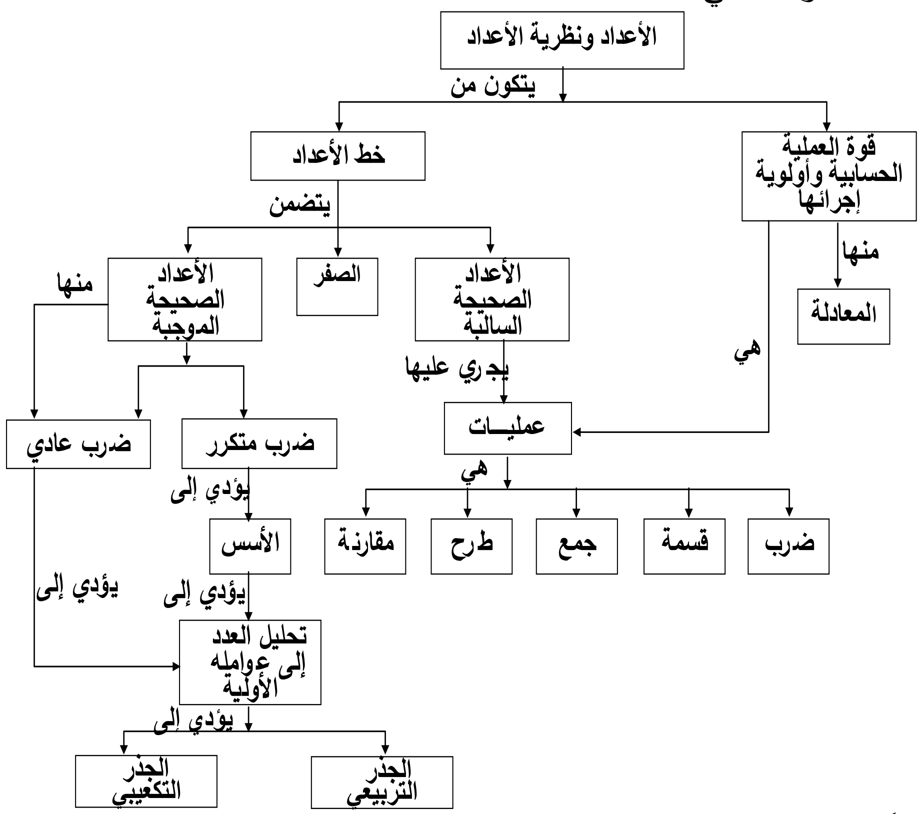
جدول تكراري لأجور (100) عامل بالريال في اليوم الواحد

فئات أجوراد عمال	20 -	52 -	30 -	35 -	40 -	45 -	50 -	55 -	60 - 65	المجموع
عدد العمال(التكرار)	3	9	13	16	20	15	13	8	3	100



ب. التكامل بين الإجراءات والمفاهيم يجب أن مركزياً عبر الرياضيات المدرسية: يؤكد المجلس(NCTM) أنه بدون الربط بين الاستيعاب المفاهيمي والإجراءات فإن الرياضيات تبدو كمجموعة من القواعد العشوائية، وكذلك فإن تطوير المتعلمين لرؤيتهم للرياضيات كبناء متماسك يتضمن الحد من رؤية المفاهيم والمهارات كعناصر متباعدة، ويعرف الاستيعاب المفاهيمي بالقدرة على التمييز بين الأمثلة المنتمية وغير المنتمية للمفهوم، واستخدام التمثيلات المتعددة للمفهوم، وتطبيق الحقائق والتعريفات، والمقارنة والمطابقة بين المفاهيم ذات الصلة، أما الإجراءات فتشمل المهارات، والعمليات، والآليات واليدويات والحسابات التي يستخدمها الطالب لحل المشكلات، لذلك في ضوء مفهوم منظومة التدريس وخاصة في تنظيم

المحتوى الدراسي بطريقة فعالة يساعد المتعلم على التحصيل الأكاديمي، والتعامل بصورة صحيحة مع مفاهيمه الرياضية والعلمية، حيث أن ما يتعلمه الطالب من معلومات يعتمد كثيراً على نمط تنظيم هذه المعلومات وتركيبها، فإذا حاول الطلاب تعلم معلومات معينة دون فهم تنظيم هذه المعلومات في البداية، فإنهم يجدون صعوبة في تذكرها (Kelly, 1999)، أن تنظيم المحتوى المقدم للطالب بطريقة صحيحة يعد أحد العوامل المهمة في استيعاب المفاهيم التي يتضمنها هذا المحتوى، وهناك العديد من الاتجاهات لتنظيم المحتوى الدراسي منها الاتجاه المنظومي، الذي يتطلب القيام بعدة مهمات تحليلية متسلسلة تبدأ بتحليل النظام المفاهيمي ككل، وتنتهي بوحدات بسيطة هي المفاهيم الأساسية التي تشكل البنية الرئيسة للمضامين المعرفية المراد تصميمها أو تطويرها وهذا يوضح أهمية المفاهيم وعلاقتها معاً كنظام يوضح ويفسر مكونات المعرفة العملية، وفي هذه الحالة تشكل هذه المفاهيم ومجمل علاقاتها وتداخلاتها معاً، وهو يساعد في تقديم عدد كبير من المفاهيم المعرفية للطلبة على شكل يبين ويفسر ما بينها من علاقات وتداخلات، وقد يحقق هذا الترابط الرياضي بين المادة نفسها، فعلى سبيل المثال الأعداد وما يتعلق بها تشكل منظومة الآتي:



ثالثاً: التعرف على تطبيقات الرياضيات في سياقات غير رياضية:

أي تتضمن الرياضيات المدرسية، عبر كل المستويات الدراسية، أمثلة حول تطبيقات رياضية في مجالات أخرى، وترتبط هذه الأمثلة بالمواد الدراسية الأخرى كما ترتبط بالحياة اليومية للمتعلمين، ويأتي هذا تعبيراً عن أهمية الرياضيات كمادة تطبيقية وليست مجرد قواعد صماء مجردة،فمثلا عن شرح أنواع الزوايا نربطها بتحركات عقارب الساعة:

أهمية ربط الرياضيات بالمواد الدراسية الأخرى على اعتبار أن بناء منهج للرياضيات بمعزل عن المنهج المدرسي قد يوافق بنية الرياضيات ذاتها ويوافق المتعلمين من ذوي الذكاء العالي لأنهم وحدهم الذين قد يستطيعون ربط الرياضيات بغيرها من المعارف ولربط الرياضيات بالأمور الحياتية:

س 1 / مثلنا إنتاج مصنع قطع صابون في ثلاثة أشهر بالبيانات التالية :

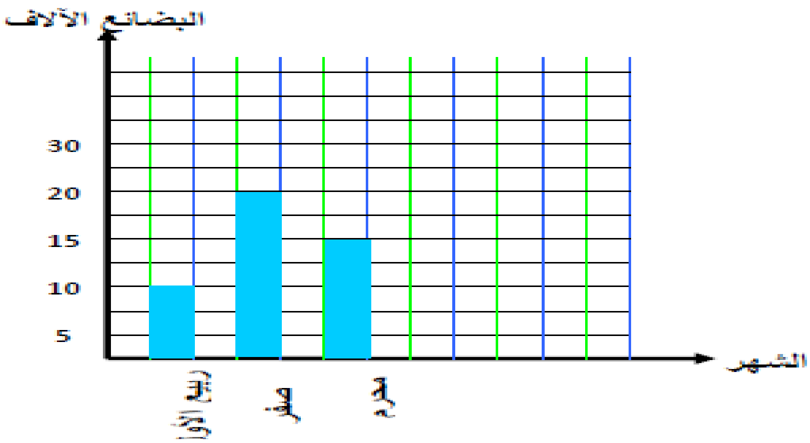
أولاً: أكمل الجدول

الشهر	محرم	صفر	ربيع الأول	المجموع
عدد البضائع				

ثانيا: اجب عن الأسئلة

أ) في أي شهر كان إنتاج المصنع أقل من 000 15؟؟ ____________

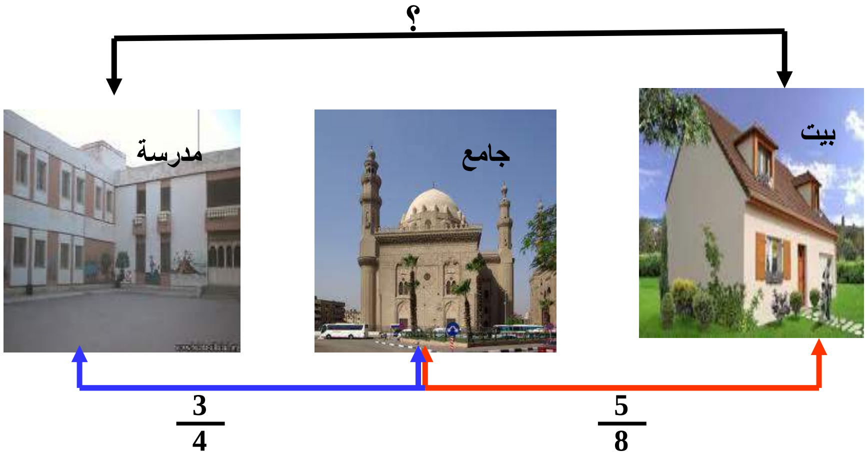
ب) في أي شهر كان إنتاج المصنع أكثر من 000 15؟؟ ____________



أن يهتم المحتوى بإظهار جوانب الصلة المباشرة بالمهارات الحياتية في الكتب التي تُقدم للمتعلمين كالتطبيق الفعلي لبعض الموضوعات على مواقف حياتية تتعلق بالقياس وعمليات البيع والشراء داخل الصف وخارجه، وهذا يتطلب التحويل بين

وحدات النقد المختلفة واستعمال التناسب للمقارنة بين الأسعار المعروضة للسلع المختلفة، وكذلك التحويل بين الوحدات المستخدمة في قياس الأرض الزراعية في العراق أو الدول المجاورة، وكذلك إبراز دور الرياضيات في التقنيات المتطورة والتي تشمل التعامل مع الصور الرقمية والنصوص المكتوبة في أجهزة الحاسوب والهواتف النقالة بما يتناسب مع ما هو مطروح في محتوى المناهج، وكذلك دور الرياضيات في الأنشطة الرياضية المختلفة وكذلك يمكن إبراز العلاقة بين الرياضيات والحياة اليومية:

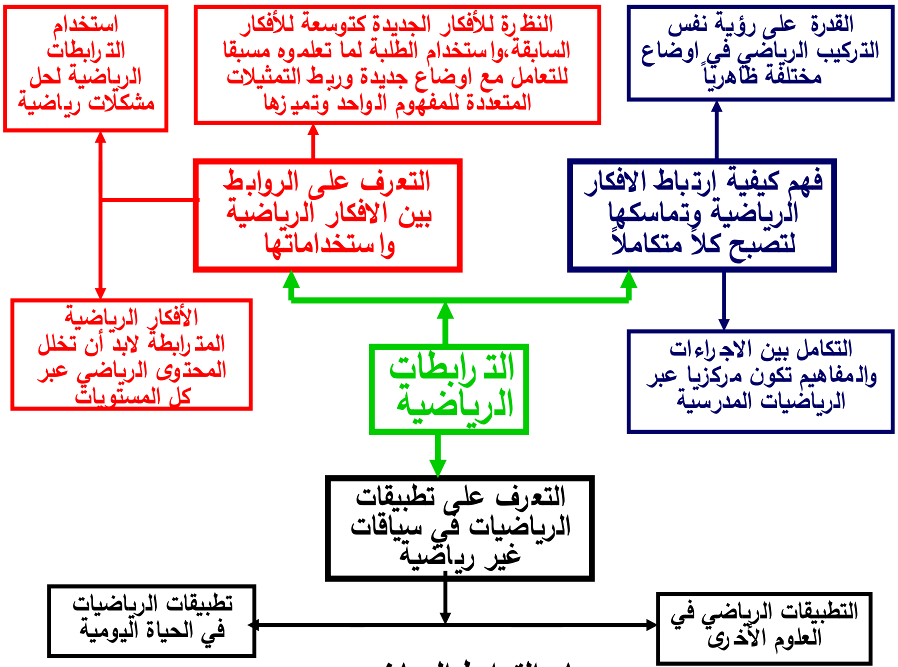
المسافة بين منزل احمد والمسجد $\frac{5}{8}$ كم وبين المسجد ومدرسته $\frac{3}{4}$ كم فكم المسافة بين منزله والمدرسة



الجمالية للرياضيات تظهر في لوحات فنية تحمل أشكالاً هندسية من المثلثات والمربعات:

فضلاً عن بعض لعب الأطفال تصمم أيضا على أشكال هندسية:

ويبقى المجال مفتوحاً أمام الترابط بين الرياضيات والمواد الدراسية الأخرى، والحياة اليومية للمتعلم، فالتطبيقات الرياضية تلعب دوراً هاماً في تقدم العديد من العلوم الأخرى، واستشعار هذه التطبيقات أمراً هاماً في تحقيق وحدة المعرفة وتكاملها. ومخطط (معيار الترابط الرياضي) الآتي يوضح ما سبق ذكره:



معيار الترابط الرياضي

أنماط مهارات الترابط الرياضي (بدوي،2003، ص312)

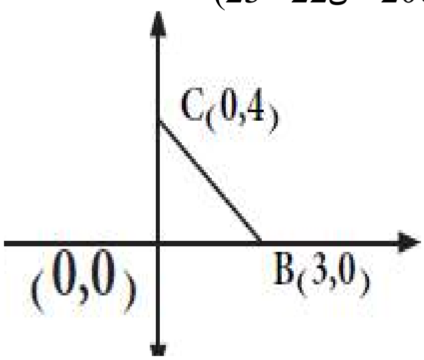
أن لمهارة الترابط الرياضي مهارات فرعية، هي:

.القدرة على إدراك الترابطات بين أفرع الرياضيات: وتتمثل في قدرة المتعلم على الربط بين مجالين أو أكثر من مجالات الرياضيات، فمثلا الهندسة التحليلية تحتاج إلى تمازج المعرفة في فرعي الهندسة والتحليل الرياضي وان ربط المجالات الرياضية تسهم في تكوين ميول ايجابية لاستخدام الرياضيات في معالجة المعلومات الرياضية المختلفة وعدم النظر إليها على أنها تتكون من مواضيع الحساب والجبر والهندسة والتحليل التي كانت منفصلة ويمكن وصفها بانها النظام الثنائي المرتب (المجموعة، البنية) (عقيلان،2000،ص22– 23)

مثال:اوجد محيط المثلث الذي رؤوسه

المثلث،C(0و4)،B(3و0)،O(0و0)

OBC القائم الزاوية في O، لذا يكون BC وتر له،وحسب نظرية فثاغورس



$$MOB = |3-0| = 3$$

MOC = | 4 – 0 | = 4

$$C = \sqrt{(3)^2 + (4)^2} = \sqrt{9+16}$$

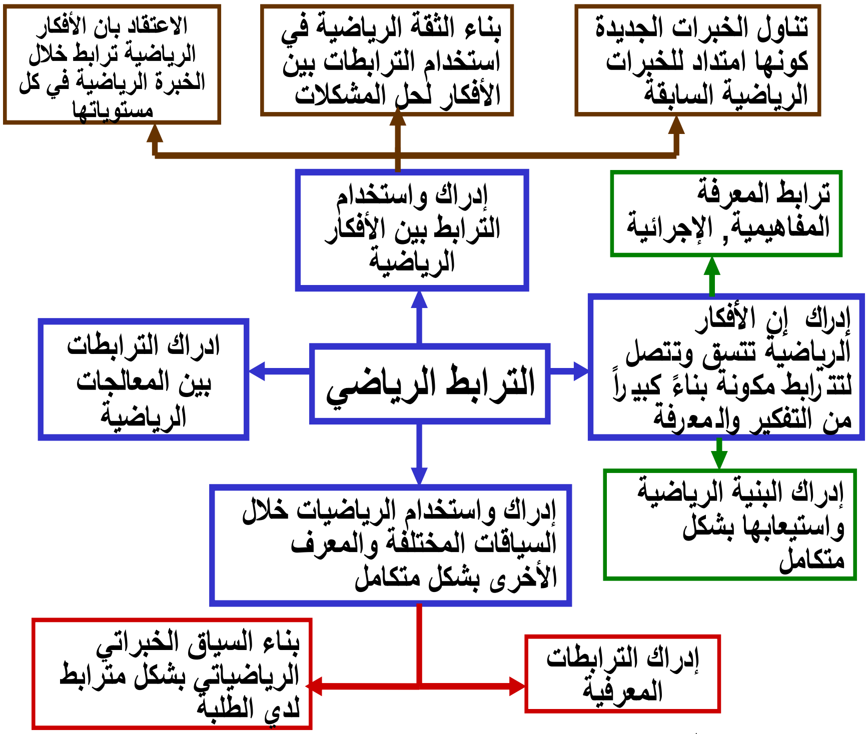
$$= \sqrt{25} = 5$$

محيط المثلث = مجموع اطوال اضلاعا

$$4 + 3 + 5 = 12$$

لقدرة على إدراك الترابطات بين الرياضيات والمواد الدراسية الأخرى: فالرياضيات لغة مفيدة في التعبير الرمزي وأبرز خاصية لها أنها طريقة للبحث تعتمد على المنطق والتفكير العقلي مستخدمة سرعة البديهية ودقة الخيال، وأوصت الجنة القومية الاستشارية لتعليم الرياضيات (NACOME, 1975)، إلى ضرورة تدريب الطلبة على استخدام معلوماتهم الرياضية في مواقف تطبيقية لحل مشكلات حقيقية في الاقتصاد، والهندسة والعلوم وغير ذلك من ميادين المعرفة التي تساعد المتعلم بعد تخرجة ليعيش حياته ويختار نوع التخصص الملائم له في الجامعة فيما بعد (سلامة،2005).

القدرة على إدراك الترابطات بين الرياضيات ومواقف الحياة اليومية: اذ زاد اهتمام علماء الرياضيات قديما بالبحث عن معالجات لمشكلات عملية وحياتية سواء ما كان منها متصل بالأمور الاقتصادية أو الدينية وغيرها من أمور الحياة ونظر الناس إلى الرياضيات على أنها وسيلة لحل المشكلات الحياتية، ويمكن التعبير عن مهارات الترابط الرياضي من خلال الشكل:



مهارات الترابط الرياضي (عبيدة،2006)

دور المعلم في تنمية الترابط الرياضي(محمد،2012):

الترابطات الرياضية لا تحدث عن طريق الصدفة. فالمعلمين بحاجة أولا لتوفير مواقف لجعل الرياضيات مترابطة. وفي هذه الحالة تصبح الترابطات ذات معني وهدف لأن المتعلمين يمكنهم تثبيت مفاهيم الرياضيات الجديدة عن طريق ربطها بالمعرفة التي لديهم بالفعل. فالبحث عن الترابطات ينبغي أن تصبح عادة من عادات العقل لدي المتعلمين. وهذه العملية هي عملية مكتسبة ومتعلمة. كما أن المعلمين تقع على عاتقهم المسؤولية لتصميم نموذج لمثل تلك السلوكيات لدي المتعلمين وتقديم الدعم الذي يعزز مثل هذه السلوكيات.

وللمعلم دور بارز في تنفيذ الصور المتعددة للترابطات الرياضية من خلال:

البحث الدائم والمستمر عن تقاطعات المنهج الرياضي مع الواقع وإن لم تكن موجودة بشكل ظاهر في الكتب المدرسية.

تقديم المادة التعليمية للمتعلم قائمة على الفهم والمعنى بغض النظر عن حجمها وعمقها واتساعها.

عرض المحتوي الرياضي (المفاهيم والتعميمات) مصحوبًا بتقديم أمثلة تساعد على إقامة أحدى صور الترابطات السابقة.
ربط المصطلحات الرياضية البحتة والتطبيقية بفروع المواد الدراسية الأخرى، وإظهار الروابط والعلاقات بينهم.
التأكيد على القيم التربوية للرياضيات، وأهمية استخدام لغة الرياضيات في صياغة قوانين ونظريات وتركيبات العلوم الأخرى.
تقديم المشكلات الرياضية والتمارين القائمة على أحد صور الترابطات الرياضية.
تقديم أنشطة ومهام صفية بالاعتماد على الترابطات الرياضية المختلفة.
تكليف التلاميذ بأنشطة ومهام لا صفية، وواجبات منزلية تساعده على الترابط الرياضي.
طرح أسئلة تساعد على تعزيز وإقامة الترابطات الرياضية، مثل:
كيف يرتبط درس اليوم بدرس الأمس؟
هل الاستراتيجية التي طورتها تعمل مع هذه المشكلة؟
متى قد يكون هذا قابل للتطبيق خارج الفصل؟
من هم في حاجة لمعرفة مثل هذه المعلومات؟
توظيف البيئة والواقع المحيط بأبسط صوره، وهذا من شأنه خلق فرصة أم الطالب ليري الرياضيات مفيدة وذات معني.
تشجيع المتعلمين على البحث عن مشكلات حياتية تتطلب حل وأيضا شجعهم على استخدام إستراتيجيات حل المشكلات بأنواعها المختلفة وطرق البرهان بأنواعها المختلفة.
الربط بين استخدام الرياضيات في حل بعض المشكلات القديمة، وبين استخداماتها في حل بعض المشكلات المعاصرة أو المتوقعة.

الفصل الرابع

التمثيلات الرياضية

برز التمثيل الرياضي كأحد معايير العمليات في وثيقة المبادئ والمعايير "الصادرة عام 2000 كمعيار مستقل، بعد أن كان وارداً بشكل ضمني كأحد مؤشرات معيار التواصل في وثيقة عام 1989إذ تم إعطاء التمثيل أهمية كبرى عند تحديث المبادئ والمعايير عند تحديث معايير 2000 نظراً لأهمية الدور الذي يلعبه لكونه أداة للاتصال والتفكير أن هذا التحول في بروز التمثيل بشكل مستقل جاء متسقاً مع نتائج الأبحاث التربوية التي أكدت أهمية التمثيلات، فالطرق الخاصة بتمثيل الأفكار الرياضية تُعد أمراً مهماً بالنسبة لفهمها، ومن الأمثلة على ذلك المقارنة بين عملية الضرب باستخدام الأرقام الرومانية أو استخدام الأرقام العربية في إجراء نفس العملية، والعديد من التمثيلات التي نعرفها بالنسبة للأعداد سواء في النظام العشري أو الثنائي، الكسور، الحدود الجبرية، المعادلات وغير ذلك خضع لعمليات تنقيح وتعديل متوالية عبر العصور الماضية، كون يعد التمثيل الرياضي أحد أدوات المعرفة والفهم، ويلعب دوراً مهماً في تجسيد العلاقات المتضمّنة في البيانات والمسائل الكلامية، وتوفير الحجج، وتثبيت النتائج، ويمكن من خلاله توضِيّح وتبرِّير فهم المواقف الرياضية، وتوصيل الفكر للآخرين، ورسم استنتاجات لتنظيم المعرفة وتلخيصها، ويتضمن معيار التمثيل الرياضي لعام 2000 تمكُّن الطلبة من الأهداف الآتية: (NCTM, 2000, P. 67)

بناء واستخدام التمثيل الرياضي لتنظيم وتسجيل وتوصيل الأفكار الرياضية.

اختيار وتطبيق وترجمة التمثيلات الرياضية لحل المسألة.

نمذجة وتفسير الظواهر الرياضية والطبيعية والاجتماعية.

تعريف التمثيل الرياضي:

عرفه كل من بأنه:

(Asli, 2001): تجسيد رياضي للأفكار والمفاهيم الرياضية لتعطي نفس المعلومات في أكثر من شكل.

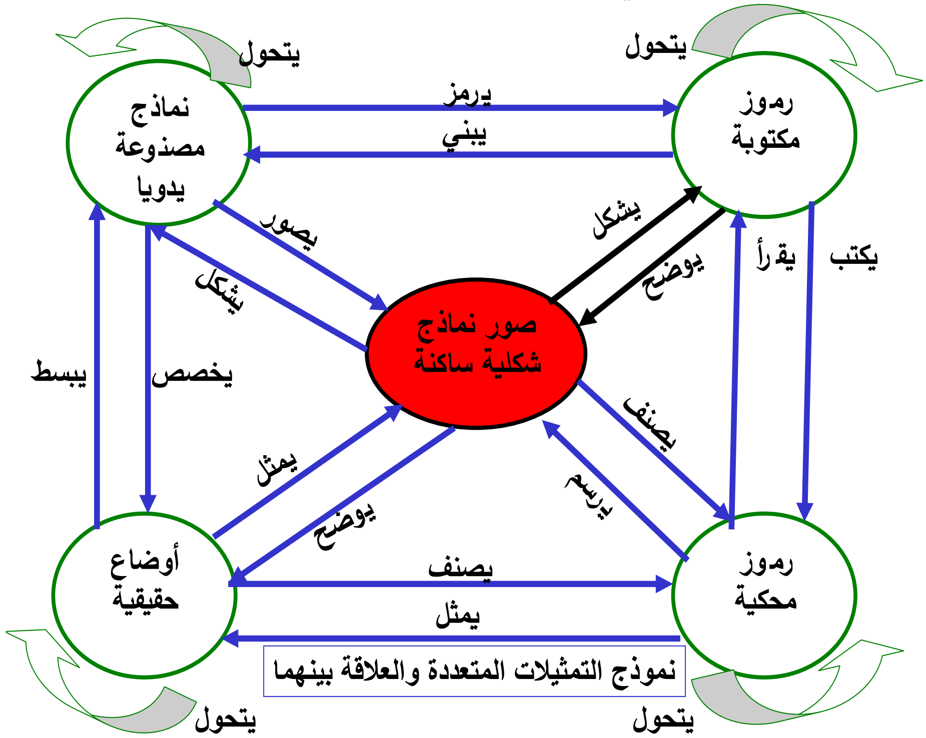
(Coulompe and Berenson, 2001): هي لغة الرياضيات مع التركيز على أهمية التفسير والانتقال بين التمثيلات الرياضية بسهولة. كما يعتقدان أن تكامل العنصرين السابقين يساعد الطلاب في بناء التفكير الجبري. وقد أوضح الباحثان أن هناك نوعين من التمثيلات المستخدمة، هما التمثيلات التقليدية والتمثيلات متعددة الاتجاهات.

(Kastberg, 2002): أفكار في عقل المتعلم يتم إبلاغها للآخرين خلال أربعة أنماط تمثيلية: مكتوبة، مصورة، جدولية، شفهية.

(Hwang and other, 2007): عملية نمذجة أشياء ملموسة في العالم الحقيقي في مفاهيم مجرة أو رموز.

وقد ينظر لتمثيل الرياضي نموذج تدريسي يربط بين مراحل تمثيلية مختلفة وهذه المراحل هي: (الرموز واللغة، الصور والإشكال، العمل اليدوي، الأوضاع

الحقيقية) ويمكن الانتقال من مرحلة لأخرى عبر نظام تمثيلي مترابط بين مراحله كما يوضحها المخطط الآتي:



نموذج التمثيلات المتعددة والعلاقة بينهما

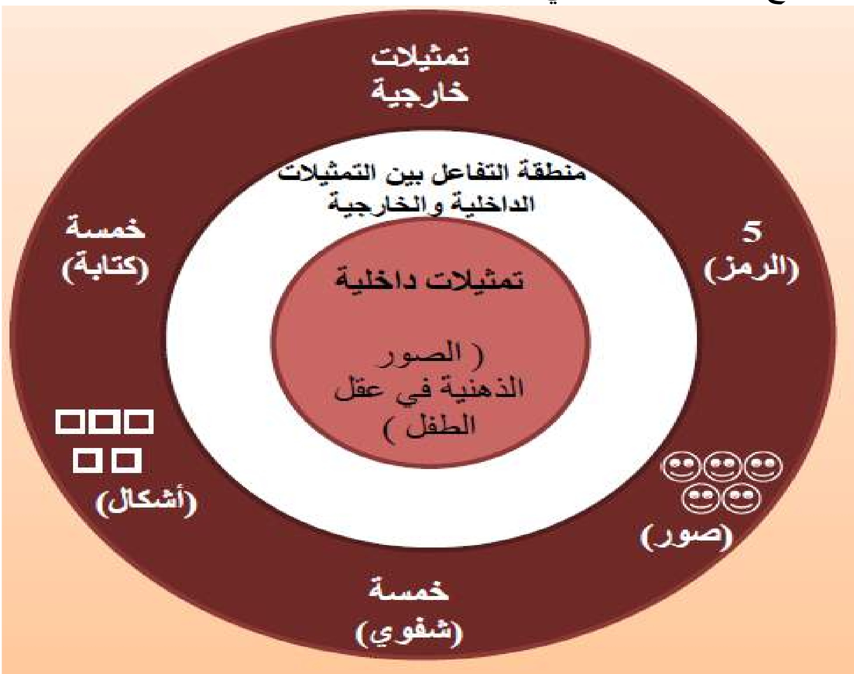
تعريف الكتاب:

تجريدات داخلية للفكر الرياضية، أو مخطط معرفي قد يساهم المتعلم في تطويره من خلال الخبرة. وتعتد التمثيلات العددية والجبرية والرسومات والجداول والمخططات والقوائم توضيح خارجي للمفاهيم، أو تجسيد للبناءات العقلية، أي أن الطلبة يبنون تمثيلات داخلية لتنظيم الأفكار الرياضية أو حل المسألة. ويمكن عد التمثيل بأنه عملية يتم من خلالها التفاعل بين مدخلات التمثيل الخارجي مع الصور الذهنية، ويجري تعلم المفاهيم الرياضية من خلال بناء تدريجي للصور الذهنية للمفاهيم الأولية، كما يعتقد وجود تأثير متبادل بين شكل التمثيل الداخلي والخارجي، وأن طبيعة كل منهما يؤثر في الآخر.

عرض العلاقات الرياضية بالصورة أو الرسم أو الرمز، وتمثيلات الصورة تشمل رسم المجسمات والرسوم التخطيطية ورسوم الموازين والخطوط والخرائط، أما التمثيلات البيانية تشمل الخط أو الشعاع أو الأعمدة والدوائر والأشكال البيانية بشكل(عام، والتمثيل الرمزي يشمل الجداول والتعبير عن المتغيرات بصيغ عامة أو اقترانات وتمثيلات واقعية.

ويعد (Pape & Tchoshanov, 2001) أن عملية التمثيل يتم من خلالها التفاعل بين مدخلات التمثيل الخارجي مع الصور الذهنية، ويجري تعليم المفاهيم الرياضية

خلال بناء تجريدي للصورة الذهنية للمفاهيم الأولية، كما يعتقد وجود تأثير متبادل بين شكل التمثيل الداخلي والخارجي، وأن طبيعة كل منهما يؤثر في الآخر، ويوضح ذلك المخطط الآتي:



العلاقة بين التمثيلات الداخلية في عقل الطفل والتمثيلات الخارجية

مظاهر للتمثيل الرياضي:
أورد (Brennar etal,1999) ثلاثة مظاهر للتمثيل الرياضي جاءت على النحو التالي:
أولاً: المرونة في الترجمة خلال نظام تمثيل رمزي واحد: وتتشكل هذه المرونة لدى الطلبة عبر الخبرات السابقة في موضوع معين. على سبيل المثال يمكن الكشف عن هذه المهارة بجعل الطلبة يعبرون عن كسر على صورة مجموع كسرين.
ثانياً: المرونة في الترجمة عبر أنظمة متعددة من التمثيلات الرمزية، ويمكن الكشف عن هذه المهارة بجعل الطلبة – مثلاً– يعبرون عن الكسر العادي بصورة عشرية، أو على شكل نسبة مئوية، أو علاقة تناسبية.
ثالثاً: المرونة في الترجمة عبر أنظمة تمثيل مختلفة، ويتم الكشف عنها من خلال اختبار مقدرة الطالب على ترجمة التمثيلات البصرية والمادية والرمزية.

ومثال ذلك جعل الطلبة يمثلون المعادلة الخطية بمتغيرين بخط مستقيم في المستوى البياني.

ولما كان الاستخدام المرن للتمثيل الرياضي هو أحد أهداف الرياضيات كان لا بدّ أن تشتمل سلوكيات المعلم وممارسات الطلبة على الجوانب التالية:-

إعطاء الطلبة فرصاً عديدة لترجمة الأفكار الرياضية من خلال أنشطة متنوعة.

استخدام التمثيل كأداة للتفكير والتفسير . (Pape and Tchoshanov, 2001)

النمذجة الرياضية:

فضلاً عن ذلك يأخذ التمثيل الرياضي شكلاً آخر من أشكال التمثيل يسمى النمذجة الرياضية. ويعرِّف(bano) النمذجة الرياضية إنها محاولة لوصف بعض أجزاء العالم الحقيقي بدلالات رياضية, ويعرفها (Burkhardt) بأنها العمل على استخدام الرياضيات للمساعدة على فهم أفضل واتخاذ قرارات صحيحة عن مواقف من الواقع. وتعنى النمذجة الرياضية لظاهرة معقدة بأنها التمثيل الرياضي للعناصر والعلاقات بصورة مثالية، ويستخدمها الطلبة لتوضيح وتفسير الظواهر المادية والحياتية (NCTM ,2000).

ويؤكد إدواردز (Edwards, 1990) أن تعلم النمذجة يكون بالممارسة الفعلية، وتتمثل بتطبيق المهارات الرياضية للحصول على إجابات مفيدة لمشاكل الحياة الحقيقة وذلك بإتباع الخطوات التالية:-

فهم المشكلة: ويتم ذلك من خلال التعرف إلى عناصر المشكلة من معطيات، ومطلوب، وشروط، وتحديد المتغيرات والثوابت، ورسم شكل مناسب توضح عليه عناصر المسألة ومتغيراتها.

صياغة نموذج رياضي: ويتضمن ذكر العوامل ذات العلاقة بالمسألة، وترميز المتغيرات، وجمع معلومات تشرح سلوكها، وذكر الفروض المستخدمة، بالإضافة إلى استخدام المعادلات، والمصفوفات، والاحتمالات، والتوزيعات الإحصائية، وغيرها من النماذج الرياضية لعمل علاقات بين متغيرات المشكلة.

حل النموذج المختار بطريقة مناسبة.

تفسير الحل: ويجري باختبار النتائج وتقييم مدى مناسبة قيم المتغيرات من حيث الحجم والإشارة، بالإضافة إلى النظر في إمكانية عمل تعديلات، والتعبير عن بعض القيم الأولية.

المقارنة مع الواقع: هل يمكن تطبيق القيم الناتجة على الواقع؟ هل الحلول الرياضية مقنعة؟ هل يمكن تحسين النموذج؟

كتابة التقرير: لمن التقرير؟ لماذا يريد القارئ أن يعرف؟ ما مقدار التفاصيل اللازمة في التقرير؟ كيف تنظم التقرير؟ (الجراح، 2000). ولنأخذ مثال مشكلة على مستوى المرحلة الابتدائية: مستطيل مساحته تساوي محيطه (عددياً) وبعداه

مختلفان وطول كلاً منهما عبارة عن عدد صحيح أوجد بعديه؟ (علماً بأن طول المستطيل أقل من 10سم)

تحديد المشكلة وتحليلها:

المعطيات: مستطيل فيه:

(1) الطول لا يساوي العرض.

(2) مساحته = محيطه

المطلوب : إيجاد بعدي المستطيل.

س/ ما هو قانون مساحة المستطيل؟

س/ ما هو قانون محيط المستطيل؟

الفرضيات: هي جميع الاحتمالات الممكنة لبعدي المستطيل.

مناقشة الفرضيات: وتتم دراسة جميع الاحتمالات الممكنة لبعدي المستطيل إلى أن يتم التوصل إلى البعدين المناسبين وفق الجدول التالي :

الطول	العرض	المساحة	المحيط	الطول	العرض	المساحة	المحيط
2	1	2	6	5	2	10	14
3	1	3	8	5	3	15	16
3	2	6	10	5	4	20	18
4	1	4	10	6	1	6	14
4	2	8	12	6	2	12	16
4	3	12	14	6	3	18	18
5	1	5	12				

يتضح من السطر المظلل في الجدول أنه إذا كان:

طول المستطيل = 6 cm ، وعرضه = 3 cm

فإن مساحته = 18 cm ، و محيطه = 18 cm وهي تعتبر حلاً لهذه المشكلة.

ترتيب وتسجيل الحل: من خلال الجدول السابق يتضح أنه لحل هذه المشكلة لابد أن يكون :

طول المستطيل = 6 cm

عرض المستطيل = 3 cm

وبالتالي فإن مساحة المستطيل = 6 × 3 = 18 cm

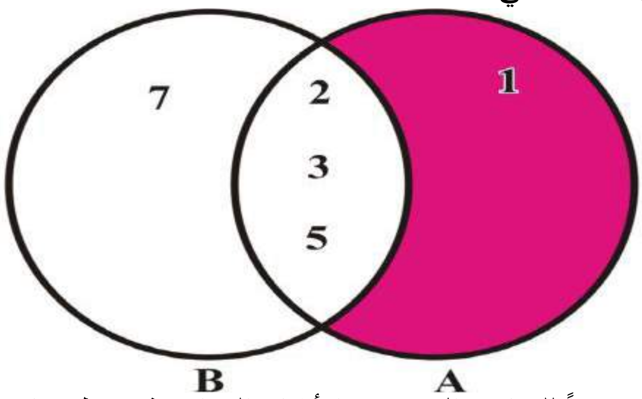
محيط المستطيل = 2 × (6 + 3) = 18 18 cm.

تضمينات التمثيل الرياضي:

بعض ما يتضمنه التمثيل الرياضي:

قدرة المتعلم على التفسير والبناء والاتصال بفعالية، واستخدام نماذج من التمثيلات البصرية والمادية تؤدي إلى تحسين القدرة الرياضية في حل المسألة والتفكير

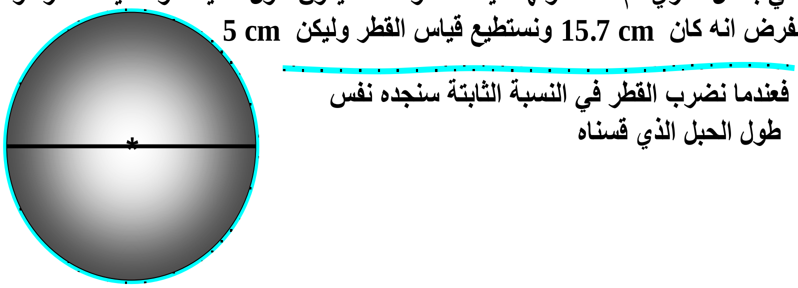
الرياضي، وتدعو وثيقة مبادئ ومعايير المناهج المدرسية لعام 2000 م إلى تمكن الطلبة من أشكال مختلفة من التمثيل وإظهار المرونة في الترجمة عبر التمثيلات المختلفة.(NCTM,2000, P.285) فمثلا يمثل مجموعة الفرق بين مجموعتين بالشكل الآتي :



عرضاً للمفاهيم المجردة والأفكار الرياضية وتنظيمها بغرض تسهيل فهمها، وذلك خلال الأعداد، والجداول، والمخططات، والقوائم، والرموز، والرسومات، والمعادلات الجبرية، ويمكن أن يكون للمفهوم الواحد أو للفكرة الواحدة تمثيلات (Pape & Tchosnov, 2001) ، فمثلا محيط الدائرة يعطى بالقانون محيط = القطر× (3,14) وممكن عن طريق التمثيل نستنتج القانون، كما في الآتي:

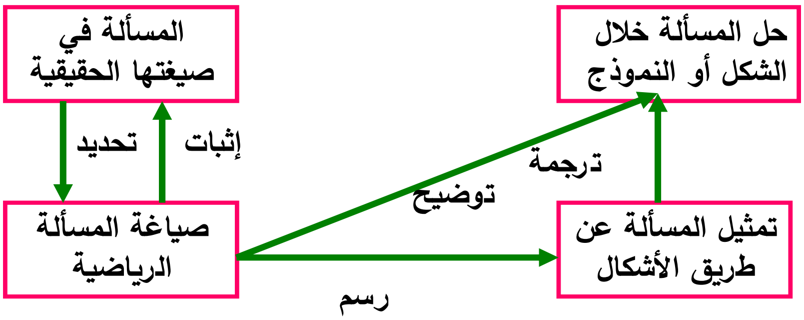
محيط الدائرة

نأتي بشكل دائري ثم نلف حولها خيطا لفة واحده ،فيكون طول الخيط هو محيط الدائرة و لنفرض انه كان 15.7 cm ونستطيع قياس القطر وليكن 5 cm



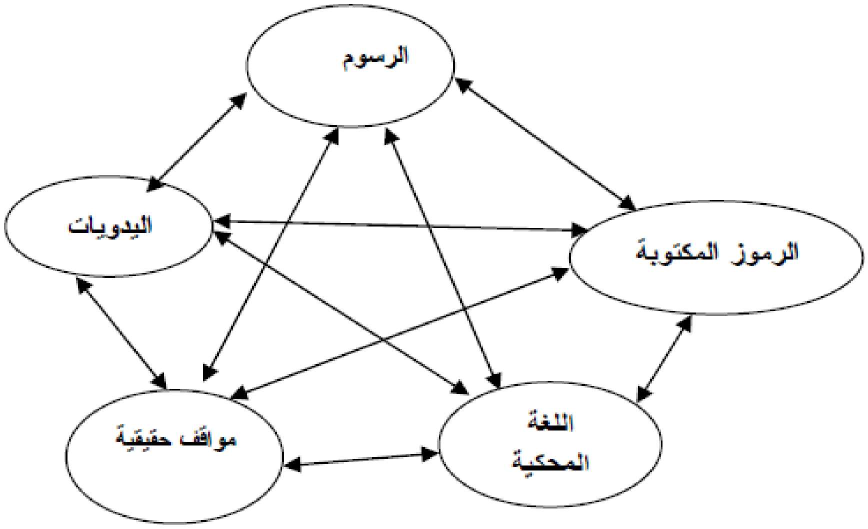
فعندما نضرب القطر في النسبة الثابتة سنجده نفس طول الحبل الذي قسناه

ترجمة المسألة أو الفكرة إلى شكل جديد، حيث يقوم الطالب بالتعبير عن الفكرة في قالب بديل يكون أكثر اكتمالاً وقبولاً وإثارة لدى الآخرين. ويتضمن التمثيل الرياضي أيضاً ترجمة المخططات والنماذج المادية إلى رموز أو كلمات، ويستخدم التمثيل الرياضي كذلك في ترجمة أو تحليل المسألة اللفظية لتوضيح معناها وتسهيل حلها. (NCTM,1989,p.27) كما في المخطط الآتي:



عملية حل المسألة الرياضية عن طريق
الصور أو خلال النموذج(MCTM)

وتتضمن التوقعات الخاصة بمعيار التمثيل الرياضي:
بناء واستخدام التمثيلات الرياضية لتنظيم وتسجيل وإيصال الأفكار الرياضية.
اختيار وتطبيق التمثيلات والترجمة فيما بينها لحل المشكلات الرياضية.
استخدام التمثيلات لنمذجة وفهم الظواهر الطبيعية والاجتماعية والرياضية.
نماذج التمثيل الرياضي:
هناك من يقسم التمثيل الرياضي إلى قسمين هما:
التمثيلات خارجية تتمثل في جميع الأشكال الرياضية للفكرة الواحدة التي تقدم للطالب مثل الصور، الصيغ/الرسوم الإحصائية، الرموز، والمحسوسات، واللغة المحكية.
التمثيليات الداخلية أي الصور الذهنية التي يبنيها الطالب للمفهوم.
أي أن التمثيلات تهدف إلى عرض المفهوم أو العلاقة الرياضية في صور رمزية قد تكون مكتوبة أو مجسمة لتقربه من ذهن المتعلم، وتتخذ تلك الصور أشكالاً متعددة.
ويقدم(Lesh) نموذج للتمثيلات الرياضية باعتباره احد ابرز النماذج الخاصة بالتمثيلات الرياضية، ويتكون من خمسة عناصر: اللغة المحكية، الرموز الكتابية وتمثل أي وسيلة للتعبير عن فكرة بكتابة تلك الفكرة مثل التمثيل الجبري بالرموز أو الأعداد، والرسوم وتشمل الصور والأشكال البيانية والمنحنيات والجداول البيانية، واليدويات والمواقف الحقيقية أي الحياتية والعلمية والعملية، وكما يمثله المخطط الآتي:



أهمية التمثيل الرياضي:

تأتي أهمية التمثيل الرياضي من ارتباطه بكافة مجالات الرياضيات، فالرياضيات المدرسية لا يتم التعامل معها بصورة مجردة، فلا يتم طرح أي مفهوم أو علاقة في أياً من مجالاتها إلا ويكون مرتبطاً بتمثيل أو عدة تمثيلات توضح هذا المفهوم، سواء كان ذلك في الحساب، الجبر، الهندسة، القياس، والاحتمالات فجميع المفاهيم ترتبط بتمثيل يجسدها ويقربها من ذهن المتعلم، حيث أن تعلم المفاهيم يأتي عبر البناء التدريجي للصور الذهنية لتلك المفاهيم أن التمثيل بالخطوط والأشكال والصور لمفهوم أو قاعدة أو عملية رياضية يهدف إلى تحويل المحتوى اللفظي إلى محتوى رمزي ينتج عنه التجسيد المرئي للعلاقات والعمليات بصورة وظيفية من أجل تحسين عملية الإدراك العقلي والتمثيل البصري للمتعلمين.

أن التمثيلات تجعل الأفكار الرياضية أكثر وضوحاً ويمكن تأملها، وتساعد في التعرف على العناصر المشتركة للأوضاع الرياضية المختلفة، كما أنها تعمل على تعزيز فهم المفاهيم والإجراءات الرياضية واستخدامها عندما يستطيع الطلبة نقل الفهم بين التمثيلات المختلفة لنفس الفكرة .

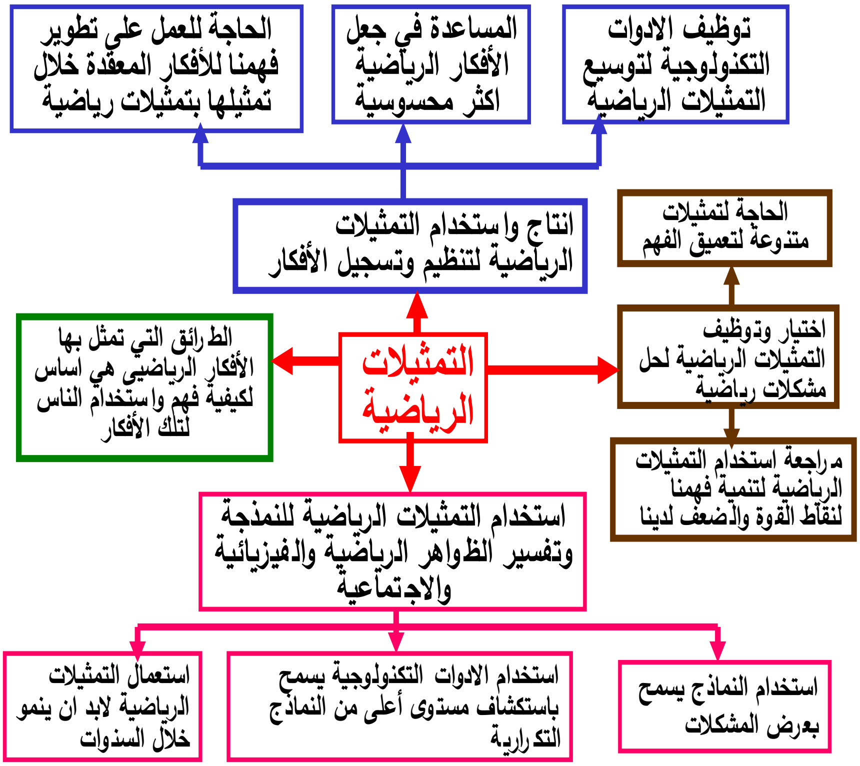
ولا تقتصر أهمية التمثيل على تجسيد المفاهيم وتأملها، بل أنها تعمل على التمييز بين المفاهيم الرياضية كالمحيط والمساحة أو التطابق والتشابه، أو إيضاح العلاقة بين العمليات الحسابية أن استخدام التمثيلات في تعلم الموضوعات المختلفة من شأنه أن يعمل على تنمية لغة الرياضيات لدي المتعلمين.

عندما يصبح الطلبة قادرين على تمثيل مسألة أو حالة رياضية بطريقة ذات معنى بالنسبة لهم،

يصبح من الممكن الوصول إلى حل، وأن من شأن استخدام التمثيلات سواء كانت رسوم، صور ذهنية، مواد ملموسة أو معادلات وقوانين أن يساعد الطلبة على

تنظيم تفكيرهم، والوصول إلى فهم واضح للحل، ويرتبط التمثيل بمعيار التفكير والبرهان وتؤكد المعايير (NCTM, 2000) على ضرورة تأكد الطلبة من صحة تخميناتهم وتوقعاتهم باستخدام المجسمات والآلات الحاسبة والتأكيد على ضرورة استخدام التمثيلات الرياضية والرموز عبر الصفوف الدراسية، أن الدراسات التربوية والنفسية أوضحت أن التمثيلات البصرية أو غير اللغوية تزيد من قدرة المتعلم على التحصيل وأيضا في زيادة النشاط العقلي والقدرة على القيام بالعمليات العقلية العليا مثل ملاحظة النمط أو النموذج أو الاستدلال وإدراك العلاقات والبرهان وغيرها (ميخائيل،2009).

ويوضح المخطط الآتي أهمية التمثيلات في بناء وفهم المفاهيم الرياضية (بدوي،2007):



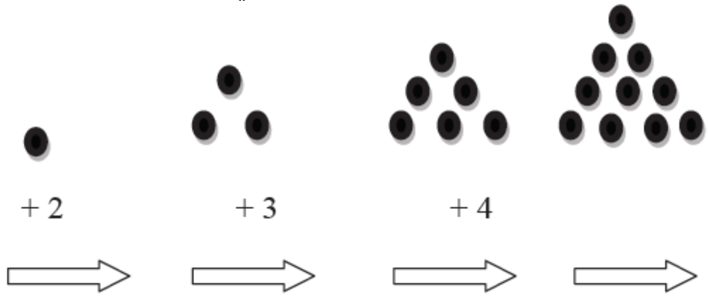
مخطط استخدامات التمثيلات الرياضية

التوقعات الخاصة بمعيار التمثيل الرياضي ومؤشراتها:

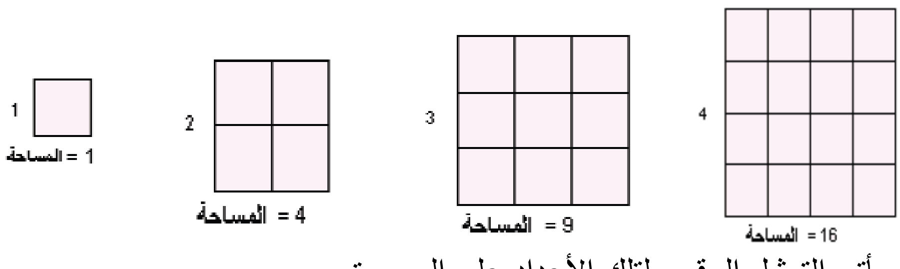
أولاً: بناء واستخدام التمثيلات الرياضية لتنظيم وتسجيل وإيصال الأفكار الرياضية:

تطوير فهم الأفكار الرياضية من خلال التمثيلات:

تؤكد المعايير العالمية (NCTM,2000) على أهمية وعي المتعلمين لاستخدام التمثيلات المكتوبة للأفكار الرياضية كجزء أساسي لتعلم الرياضيات، وان التمثيلات الخاصة التي يكونها الطلبة أثناء حلهم للمسائل الرياضية أو استقصاء الأفكار الرياضية يمكن أن تلعب دوراً مهماً في فهم وحل المسائل بالإضافة إلى أن تلك التمثيلات تلعب دوراً مهماً في تسجيل طرق الحل وإيصالها للآخرين، وانه حتى لو كانت التمثيلات الأولية التي يقدمها الطلبة غير مناسبة يمكن للمعلمين التدخل لجسر الهوة بين تلك التمثيلات والتمثيلات الأكثر مناسبة.
أهمية التمثيلات لتطور المفاهيم لهذا يجب الاهتمام بها وبربطها بالخبرة المباشرة للمتعلمين وأن إقامة الروابط بين التمثيلات المحسوسة و التمثيل الرمزي يساعد المتعلمين على تكوين العلاقات المناسبة، ومن الأمثلة التي يقترحها سيجل(Siegel,2003)
مثال :(1) استخدام التمثيل الهندسي للأعداد المضلعة مثل الأعداد المثلثة
..... ,1 , 3, 6, 10, 15, 21, 28 و يأتي على شكل مثلثات



ويأتي التمثيل الرقمي لتلك الأعداد على الصورة
$1 , 1 + 2 , 1 + 2 + 3 , 1 + 2 + 3 + 4 , 1 + 2 + 3 + 4 + 5 , \ldots\ldots\ldots$
ومن ثم يمكن ملاحظة أن مجموع أي عددين مثلثين يساوي مربع الفرق بينهما.
مثال (2): وهو خاص بعرض الأعداد المربعة (1, 4, 9, 16, 25, 36,...) على شكل مربعات، ويأتي كل منها معبراً عن مساحة مربع طول ضلعه مساوٍ لرتبة العدد المربع.



ويأتي التمثيل الرقمي لتلك الأعداد على الصورة
$1, 1 + 3 , 1 + 3 + 5 , 1 + 3 + 5 + 7 , 1 + 3 + 5 + 7 + 9 , \ldots\ldots\ldots$

كما يمكن استخدام التمثيلات لإبراز دور المتغيرات في الحصول على تعميمات وذلك عند بداية الانتقال من دراسة الحساب إلى الجبر، بما يمهد لاستيعاب المتعلم لأهمية التمثيل الجبري باستخدام الرموز بدلاً من استخدام الأعداد كما في المثال الآتي:

مثال (3): إيجاد مجموع أول 6 حدود من متتابعة فيبوناتشي(1,1 , 2 , 3 , 5 , 8 , 11 , 19) و مجموع أول 6 حدود = 20 و هو مساوٍ لحاصل ضرب الحد الخامس في 4 ويفيد هذا التمثيل في دراسة الأنماط، ويمكن الحصول على نفس الناتج لأي متتابعة على هذا النمط مثل:

2 , 6 , 8, 14 , 22 , 36 , 58

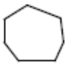
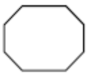
وهنا يمكن استخدام التمثيل الجبري باستخدام الرموز للوصول إلى نتيجة عامة كما يلي ، إذا كانت الحدود على الصورة:

س ، س + أ ، 2 س + أ ، 3 س + أ ، 5 س 2 + أ ، 8 س 3 + أ ، 13 س 5 + أ ، 8 س + أ

فإن مجموع أول 6 حدود = 20 س + 12أ = 4(الحد الخامس) بغض النظر عن أول حدين

في تتابع الأعداد كذلك يمكن استخدام التمثيل البياني لعرض حالات التناسب الطردي والتناسب العكسي بما يعمق ويطور الفهم لتلك الحالات.

مثال: (4) يمكن استخدام التمثيلات المختلفة لاستنتاج العلاقة بين عدد الأضلاع وعدد الأقطار، وذلك برسم تلك المضلعات ومعرفة عدد أقطارها واستنتاج عدد الأقطار لمضلعات أخرى وترتب بالجدول الآتي:-

الشكل						
عدد الأضلاع	3	4	5	6	7	8
عدد المثلثات	1	2	3	4	5	6
عدد الأقطار	0	2	5	9	14	20
الزيادة في عدد الأقطار		2 +	3 +	4 +	5 +	6 +
العلاقة بين عدد الأضلاع وعدد الأقطار	0	2=2	2+3=5	=9 4+3+2	=14 5+4+3+2	= 20 6+5+4+3+2

يمكن ملاحظة العلاقة بين عدد الأضلاع وعدد الأقطار كما يلي:

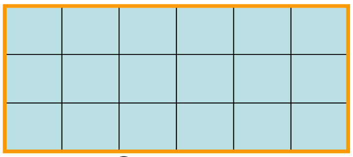
عدد الأقطار= $\Sigma\ (n - r)$ حيث n : عدد الأضلاع، $n > 3$ أو الوصول إلى الصيغة الآتية:

عدد الأقطار = - $(3 - n)$.

وممكن استخدام التمثيلات للتمييز بين مفهومي المساحة للمستطيل والمربع بحساب عدد المربعات التي نحولها كما في الآتي:-

مساحة المستطيل و مساحة المربع

مساحة المستطيل
نحسبها بعدد المربعات
التي تغطي المنطقة الداخلية
وتساوي هنا $18\ cm^2$

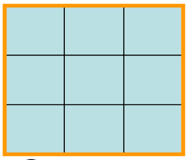


3 cm

6 cm

مساحة المستطيل = الطول × العرض

مساحة المربع
نحسبها بعدد المربعات
التي تغطي المنطقة الداخلية
وتساوي هنا $9\ cm^2$



3 cm

3 cm

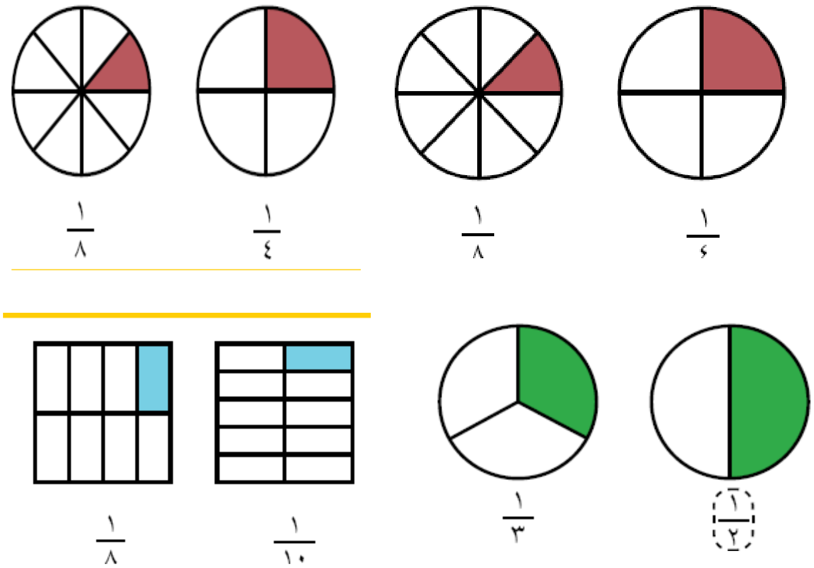
مساحة المربع = طول الضلع × طول الضلع

التمثيلات تساعد المتعلمين على تنظيم أفكارهم وجعل الأفكار الرياضية محسوسة بشكل أكبر:

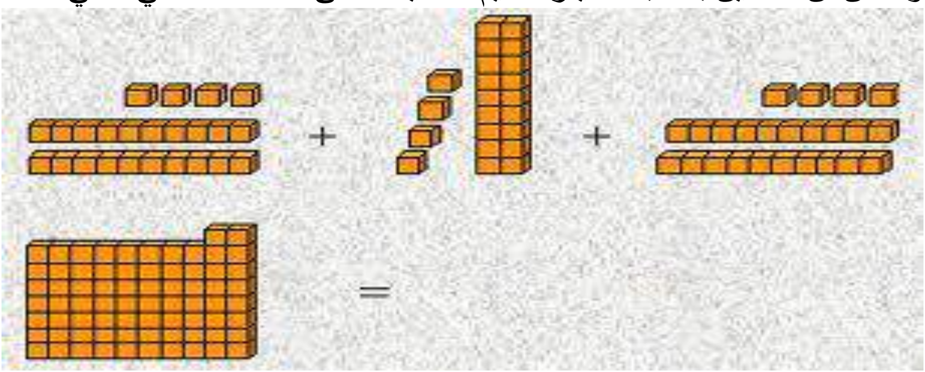
يتيح استخدام التمثيلات الفرصة للمتعلمين على تنظيم أفكارهم، وإمكانية استنتاج علاقات رياضية، كما في المثال السابق الخاص بالعلاقة بين عدد الأضلاع وعدد الأقطار، كما أن استخدام التمثيلات المختلفة يساعد على تجسيد الأفكار الرياضية، وهذا يتناسب مع بداية عرض المفاهيم الرياضية أو الأشكال الهندسية، ويجب أن يشجع المنهاج على استعمال تلك التمثيلات في بداية التعامل مع الأفكار والمفاهيم الجديدة وجعل الأفكار الرياضية محسوسة بشكل أكبر ويمكن تأملها، أن معاناة المتعلمين في فهم بعض الأفكار الرياضية يمكن أن يخفف باستخدام تمثيلات بديلة قبل استخدام الرموز المجردة مما يزودهم بأساس مفاهيمي صلب يمكن أن يبنوا عليه تفكيراً رياضياً ذا مستوى أعلى، إلي وجود أتفاق بين التربويين على ضرورة توفير خبرات حسية متعددة للمتعلمين قبل تعليمهم مفاهيم مجردة ويأتي هذا تمهيداً للانتقال نحو المستوى المجرد الكامل.

ويعد المعداد من تلك التمثيلات الشائع التي يتناسب استخدامها لتعلم الأعداد والعمليات عليها ، بطاقات النماذج الصورية، ومكعبات دينز، واللوحة الهندسية

فمثلا لتعبير عن الكسور نستخدم البطاقات التي تشير إلى بعض الكسور كما في الآتي:



وممكن أن نستعين بمكعبات دينز لتقديم العمليات على الأعداد كما في الآتي:

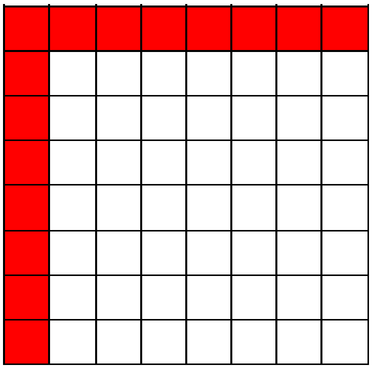


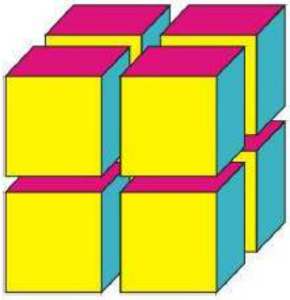
مثال1 : جد الجذر التربيعي للعدد 64

يكون الجواب $\sqrt{64} = \pm 8$

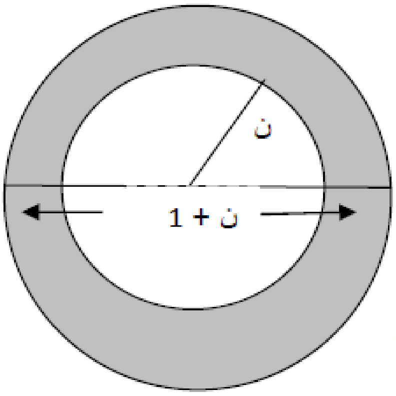
مثال2 : جد الجذر التكعيبي للعدد 8

يكون الجواب $\sqrt[3]{8} = 2$

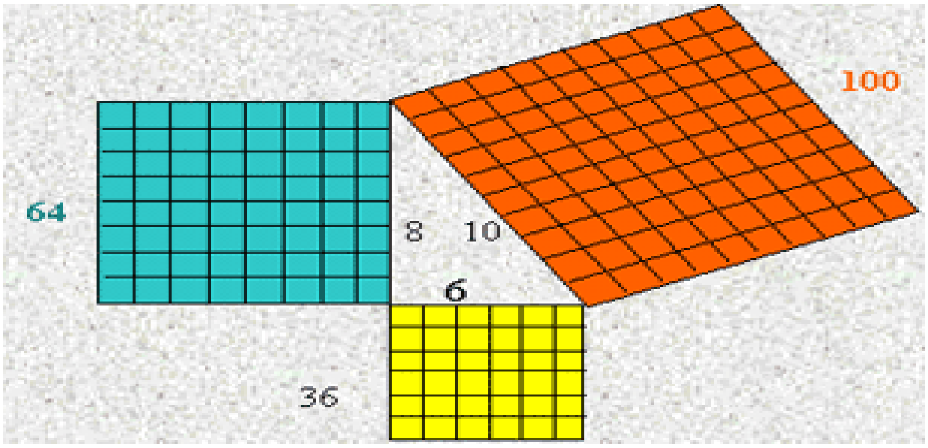




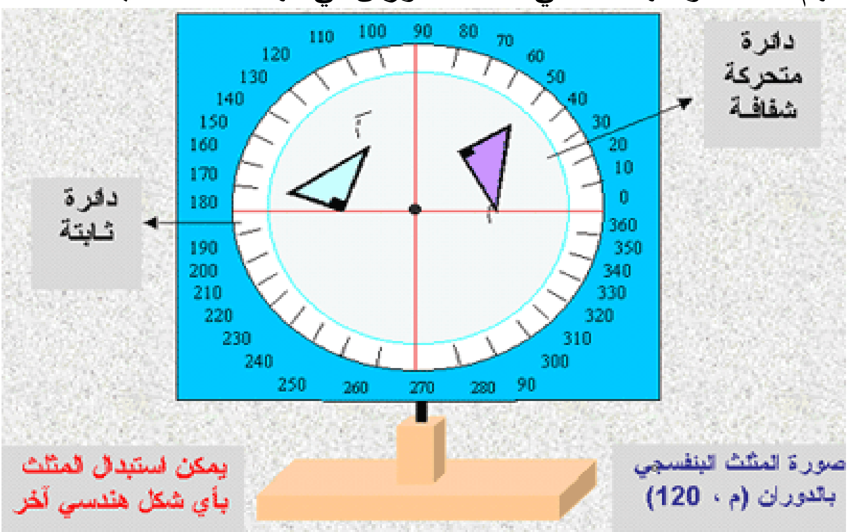
ثانياً: اختيار وتطبيق التمثيلات والترجمة فيما بينها لحل المشكلات الرياضية:
أ. التمثيلات المتعددة تعكس جوانب مختلفة لنفس المفهوم أو العلاقة:
تعكس التمثيلات المختلفة، في الغالب، جوانب مختلفة من المفاهيم أو العلاقات الرياضية المركبة التمثيلات تأتي لعرض التناسب والارتباط الخطي بشكل متداخل مع استخدام المتغيرات بمرونة لتمثيل الكميات المجهولة وتوظيف الجداول والمنحنيات كأدوات للتمثيل والتحليل ،(NCTM, 2000)
إن عرض المتباينات لفظياً والتمثيل الجبري لها، وتمثيلها على خط الأعداد يتيح للمتعلم استكشاف العلاقات بين المتغيرات بشكل أكثر فعالية، أي الاستخدام المكثف لنوع واحد من التمثيلات عند عرض المفاهيم لا يسهم في تحسين الفهم المفاهيمي للمتعلمين، وأن الانتقال بشكل مرن بين تمثيل وآخر يتيح لهم الفهم بصورة أفضل.
مثال: مثل : عبر عن مساحة كل من الدائرتين في الشكل المقابل علماً بأن قطر الدائرة الصغرى(ن)، وقطر الدائرة الكبرى (ن + 1) وإذا ن= 10 سم جد مساحة الجزء المحصور بينهما.



وبالإمكان الاستعانة بالمربعات لإثبات صحة مبرهنة فثاغورس:-



ب. اختيار التمثيل الأنسب لحل المسائل الرياضية:
يرتبط حل المسائل الرياضية، إلى حد ما، بالقدرة على تمثيلها أن التمثيل الجيد للمسألة يعد سمة رئيسية لفهمها وأن المعرفة التمثيلية تيسر حل المسائل المعقدة وتسهم في نقل أثر التعلم إلى مواقف جديدة، وكما ورد سابقاً فإن كل تمثيل يبرز مظهراً من المفهوم، كذلك فإن المسائل المعدة بشكل يتطلب استخدام تمثيلات متعددة والانتقال بين تمثيل وأخر تبرز قدرة المتعلم على اختيار التمثيل الأنسب لفهم المسألة وحلها ،كما في مسائل الدوران في الهندسة الاحداثية.

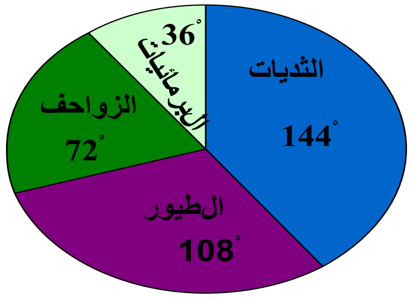


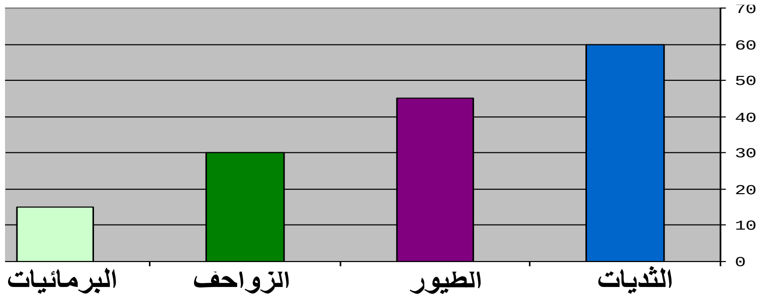
ثالثاً: استخدام التمثيلات لنمذجة وفهم الظواهر الطبيعية والاجتماعية والرياضية:النموذج الرياضي على انه تمثيل رياضي للعناصر والعلاقات لظاهرة معينة، وتستخدم النمذجة الرياضية لتوضيح وتفسير الظواهر ولحل المشكلات،

النمذجة على أنها تمثيل رياضي لشكل أو مجسم أو علاقة للموقف، أن النمذجة تقوم على استخدام العلاقات والمفاهيم الرياضية لوصف مشكلة بدلالة متغيراتها ومداخلها المختلفة والعلاقات السببية بينها ويعبر عن ذلك على صورة علاقات رياضية يمثل كل رمز فيها أحد المتغيرات موضع الاهتمام وغالباً ما يأخذ النموذج الرياضي شكل معادلة رياضية أو مصفوفة أو رسوم بيانية أو أية إشكال أخرى.
النمذجة كتطبيقات للرياضيات حيث تعتمد على تحويل الموقف أو المشكلة الحياتية إلى مسألة رياضية واختبار الحلول على الموقف الحياتي، ومن ثم اختيار أفضل المشكلة الحياتية إلى مسألة رياضية واختبار الحلول على الموقف الحياتي، ومن ثم اختيار أفضل الحلول أن النمذجة الرياضية للظواهر احد اقوي استخدامات الرياضيات لذا لابد أن تتاح الفرصة لجميع الطلبة في جميع المستويات لنمذجة العديد من الظواهر الرياضية بطرق تناسب مستواهم، ويمكن بالتالي تقديم بعضاً من تلك التطبيقات لطلبة بما يتناسب مع محتوى المناهج في تلك المرحلة ومنها ما يتعلق باستخدام المتغيرات والمتباينات والأشكال والرسوم البيانية وكذلك ما يتعلق بالأشكال.
مثال: يبين الجدول الآتي عدد أصناف الحيوانات المهددة بالانقراض.مثّل هذه البيانات على بوسائل إحصائية(قطاعات دائرية، أعمدة بيانية)

الصنف	العدد
الثديات	60
الطيور	45
الزواحف	30
البرمائيات	15
المجموع	150

لرسم القطاعات الدائرية نجد النسب أولاً،ونحولها إلى زوايا:
60 + 45 30 +15 =150
نسبة الثديات =40% والزاوية(كل قيمة تضرب ×(3.6) =°144
نسبة الطيور =30%   الزاوية =°108
نسبة الزواحف =20%   الزاوية=°72
نسبة البرمائيات =10% الزاوية=°36
(لاحظ مجموع الزوايا=°360 وهذا يؤكد الحل صحيح)


الثديات
144˚
الطيور
108˚
الزواحف
72˚
البرمائيات
36˚


70
60
50
40
30
20
10
0
الثديات
الطيور
الزواحف
البرمائيات

الفصل الخامس
القدرة العددية والحساب الذهني والحس العددي
أنواع القدرات العقلية

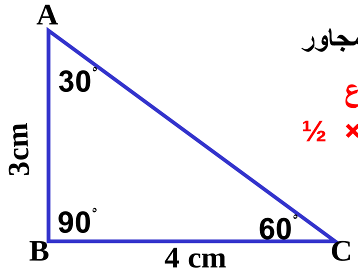
- القدرة على الفهم اللغوي: وتشير إلى القدرة على فهم الأفكار التي تعبر عنها الكلمات عن طريق القراءة، كما يستطيعون التعبير عن أنفسهم بالكتابة والخطابة. ولما كان معظم تعليمنا يعتمد على فهمنا لما نقرأ، فان هذه القدرة ضرورية للنجاح في الدراسة. وتعتمد هذه القدرة على عدد الكلمات التي يعرفها الفرد، ويستطيع استخدامها في عبارات مفيدة.

القدرة المكانية: وتشير إلى القدرة على تصور ما قد يبدو عليه الشيء إذا ما تغير وضعه، والى القدرة على رؤية علاقة شيء بآخر في الفراغ كما يحدث في الرسم الهندسي ورسم المساقط.

القدرة على التفكير: وهي القدرة على حل المشكلات، والتوقع بما يمكن أن يحدث، وتصور الأمور على أساس من الخبرة السابقة، ووضع المخططات على أساس الحقائق. وتظهر هذه القدرة ببساطة عندما تستطيع أن تصل إلي النتائج من المقدمات بطريقة صحيحة، أي بطريقة منطقية.

القدرة العددية: وهي القدرة على معالجة الأرقام والقيام بحل المسائل البسيطة بسرعة ودقة.
القدرة اللفظية: وهي القدرة على الكتابة والتخاطب بسهولة، فالطلاقة اللفظية تتضمن السرعة والسهولة اللتين تستطيع بهما أن تستخدم الكلمات التي تعرفها.
سهولة الإدراك: وهي القدرة على تحديد التفاصيل بدقة، وهذه القدرة تعتبر هامة في المواد الدراسية والمهن التي تتطلب السرعة على التعرف أو التمييز بين ما هو متشابه وما هو مختلف.
التذكر: وهي القدرة على استدعاء ما حدث في الماضي، ولهذه القدرة أهمية كبيرة في جميع المواقف تقريبا.
وتسمى هذه القدرات (السبع) بالقدرات العقلية الأولية ذلك أنها جميعا تتصل بالنواحي المعرفية، كما أنها مستقلة تقريبا بعضها عن بعض، بمعنى أن التفوق في واحدة منها لا يستلزم بالضرورة التفوق في الأخرى.
القدرة العددية:
توصل ثيرستون: إلى تحديد عدد من العوامل الطائفية أطلق عليها القدرات العقلية الأولية وهي الآتي:
القدرة اللغوية: فهم معاني الكلمات.
الطلاقة اللفظية: التفكير بالكلمات بسرعة.
القدرة العددية: معالجة الأرقام بسرعة.
القدرة المكانية: تصور الأشياء بعد تغيير مكانها.
القدرة على التذكر: استرجاع ماتعلم.
القدرة الاستدلالية الاستقرائية: البحث والمعلومات الصحيحة.
القدرة الإدراكية: المقارنة واختلاف الأشياء.
أصبحت الطريقة الرياضية في التفكير ضرورة مطلقة في عالم متميز بنواتج التكنولوجيا الحديثة وبالتغيرات التي تعد تابعاً لهذه التكنولوجيا في جميع المجتمعات، إن العادات والطرائق المعرفية التي يتم من خلالها التفاعل مع العمليات والتدريبات الجديدة والغير متعارف عليها أصبحت الآن ضرورية مثلها في ذلك مثل الخطوات المستخدمة في تناول العمليات والتدريبات المعروفة بسهولة وفاعلية،كما أن المقدرة والإحساس والشعور بالرياضيات يتطلب أن يكون جزءاً فعالاً يحل محل السرعة في حل التمارين والتعويض الخارجي للدرجة التي يمنحها المعلم أو التقييم كمقاييس للنجاح، ومن الضروري ممارسة بعض التمارين تتجلى فيها القدرة العددية.
تعريف القدرة العددية:
المقدرة على تنمية وإعادة تسمية الأعداد بطرق متنوعة ومتعددة، فهم العلاقات بينها تقدير حجم, تقريب, تماثل، وتخمين والحساب العقلي، إصدار الأحكام ونقل

وترجمة المعلومات، وهي ليست شياً يمكن تدريسه في شكل دروس معدة مسبقا ولكنها على النقيض هي شيء تباعدي يتخطى الزمن.
معاجلة الأرقام، والقيام بحل المسائل البسيطة، ويرمز لها بالرمزN ، ويقصد بها سرعة دقة إجراء العمليات العددية ،(÷، × ، - ،+) الرئيسية وأكثر العمليات تشبعاً بتلك القدرة هي عمليتي الجمع والضرب، وتشمل القدرة العددية كل من القدرة التي تتعلق بالحساب والجبر والقدرة الهندسية ، فالقدرة الأولى التي تتعلق بالحساب والجبر وفروعه لها جانبان، جانب يتعلق بالعمليات، وهذا يتطلب الإتقان والسرعة وتعتمد على الذاكرة والاتزان الانفعالي، والجانب الثاني يتعلق بالتفكير الرياضي وحل المسائل وهذه تعتمد على القدرة المنطقية والفهم السليم. أما القدرة الثانية التي تتعلق بالهندسة بفرعيه (المستوية والفراغية). فيما يتعلق بالهندسة المستوية فهي ترتبط بعمليات الإدراك الحسي، أما فيما يتعلق بالهندسة الفراغية فهي ترتبط بعمليات التصور البصري والمرونة في تداول الصور الذهنية.
اختبار القدرة العددية:
تقاس القدرة العددية بالاختبارات الآتية:
اختبارات العمليات الحسابية: وتقيس قدرة الفرد على إجراء العمليات الحسابية بدقة وسرعة، وفيه يحدد زمن معين للانتهاء من الإجابة.
اختبار التفكير الحسابي: ويتضمن هذا الاختبار عدداً من المسائل الحسابية.
مثال1:عندما نسأل كم مرة نطرح الرقم (5) من العدد(20) يأتي الجواب بعد برهة من الزمن(4) مرات فحين الجواب الصحيح هو مرة واحدة فقط لأنه حينما نطرح(15=5-20) انتهى دور العدد (20).
مثال2: كل صباح يسلق أحمد بيضة للفطور في ثلاث دقائق، وذات يوم جاءه صديقان، كم من الوقت يلزم أحمد ليُعِد ثلاث بيضات للجميع؟ الجواب ثلاث دقائق
مثال3:بعض الأشهر الميلادية تحتوي على(31) يوما والبعض على(30)يوما أي الأشهر تحتوي على(28 أو 29) يوما؟يسارع البعض ويجيب شهر شباط في حين الجواب الصحيح:كل الأشهر.



مثال4 :بكم طريقة تستطيع ان تجد مساحة المثلث المجاور

الجواب1 :مساحة المثلث = ½ القاعدة × الارتفاع

$\frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6\ cm^2$

مساحة المثلث = ½ حاصل ضرب ضلعين × جا °90

$\frac{1}{2} \times 3 \times 4 \times 1 = 6\ cm^2$

جواب اخر :نستطيع ان نجد الضلع AC= 5 cm فثاغورس ونطبق القانون

مساحة المثلث = √ح (ح – أَ) (ح – بَ) (ح – جَ) حيث أَ = ضلع المقابل A

ح نصف المحيط

$\sqrt{6(6-4)(6-3)(6-5)} = \sqrt{36} = 6\ cm^2$

مثال5: كم مرة نلفظ الرقم (1 واحد) عندما تعد حتى من 1 إلى 200 ؟ هنا مطلوب من الطالب اخذ كل الاحتمالات:ويكون الجواب= 18 مرة

1, 21 , 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91, 101, 121, 131,141, 151, 161, 171, 181,191

الحس العددي(6):

الحسّ العددي يفرّق بين ما يقوم به الجنس البشري وما تقوم به الآلات, ولذلك فإن القرن الحادي والعشرين ارتفع فيه رصيد الحسّ العددي نتيجة لاهتمام القائمين على التربية, كما أنّ للحسّ العددي ولتنميته أبلغ الأثر إذ يتيح للطلبة إمكانية الإدراك العميق للأعداد والمرونة في التعامل معها, وكذلك فهو ينمّي سرعتهم في الأداء وخاصّة في المواقف الحياتية.

تطوّر مفهوم الحسّ العددي في أوائل الثمانينات من القرن الماضي وذلك عندما بدأت الدعوة إلى الحساب الذهني, وبدأ الاهتمام بالتقدير التقريبي، وفي التسعينات تجمّع مفهوم الحسّ العددي حول مجموعة مكوّنات تهتم بالفهم العام للمنظومة العددية وبنشأتها ومدى تطوّرها واتساعها, فضلا عن العمليات عليها والمرونة في استخدامها, كلّ ذلك من أجل تنمية الأداء الذهني والذي ينمّي لدى الطالب القدرة على التفكير واتخاذ القرارات والانتباه إلى معقولية النتائج، وفي الأعوام (1995، 1991 ، 1989) أعلن المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات في أمريكا (NCTM) عن تبني موضوع الحس العددي والأداء الحسابي بصورة رسمية في المناهج الدراسية والتقويم ضمن كتاب المعايير الرياضية تحت العناوين التالية: المعيار الخامس: العلاقة بين الأعداد والحس العددي، المعيار السابع: الحساب والتقدير.

(6) للزيادة: الحبار ،عبدالواحد لقمان محمد أمين،2013 المدخل البصري لحلّ المسائل الرياضية وأثره في تنمية الحسّ العددي والتواصل الرياضي ،رسالة ماجستير غير منشورة كلية التربية ، جامعة الموصل

وكما يتضح من خلال المعايير التي حددها المجلس القومي لمعلمي الرياضيات في الولايات المتحدة الأمريكية في العام 2000 في مجال الأعداد والعمليات عليها، فإن الحس العددي يتضمن:

فهم الأعداد وطرق تمثيلها والعلاقات فيما بينها والأنظمة العددية.

فهم معاني العمليات وارتباط كل منها بالأخرى.

المهارة في الحساب وإجراء تقديرات معقولة.

وبالطبع فإن هذه المعايير لا يمكن تحقيقها عن طريق التدريس التقليدي، أي عن طريق الحفظ الاستظهاري والتركيز المبالغ به على سرعة الحساب، وعلى العكس فإن تنمية الحس العددي تتطلب تعلماً عن طريق الاستكشاف والبحث عن الأنماط والعلاقات العددية(السواعي،2004)، وبالتالي فإنه لتحقيق الحس العددي يحتاج الطلاب فرص لاستكشاف وبناء العلاقات بين الجوانب الثلاث المكونة للنظام الرياضي، وهي: الكميات الموجودة فعليا في الوقت والمكان، الأرقام، الرموز الرسمية مثل الإشارة العددية والعملية الحسابية.

والحس العددي هو هدف بعيد – في تنميته – عن الطرائق الروتينية والإجراءات التي تعتمد على الحفظ والاستظهار، ولكن الهدف يكمن في تنمية الفهم والإدراك العام للأعداد والعمليات عليها، واستخدام المنظومة العددية بطرائق تتسم بالسرعة والمرونة لمواجهة المشكلات المتعددة (المألوفة-غير المألوفة)، بالإضافة إلى الاعتماد على الحساب الذهني والتقدير.

والحس العددي والأداء الحسابي يعودان إلى الفهم العام للأعداد والعمليات، ويشمل ذلك الميل والقدرة في استخدام هذا الفهم بطرق مرنة من أجل إصدار أحكام رياضية وتطوير استراتيجيات مفيدة وفعالة في معالجة الأعداد والعمليات. كما يشمل انطباعات الشخص عن الحس العددي وأن الأعداد عبارة عن شيء له وجود ومعنى وأن الأعداد مفيدة وأن الرياضيات هي طريقة تفكير منظمة ومنطقية.

تعاريف الحس العددي:

عرفه كل من:

(Greeno,1992): مصطلح يحتاج إلى تحليل نظري بدلا من إعطاءه تعريفا محددا، وهو عبارة عن تفكير مفاهيمي أو استدلالي مفاهيمي بمعنى أن الحس العددي يشتمل على المرونة الحسابية للأعداد والتقدير العددي وإصدار أحكام كمية واستدلالية"

(Paul and Diane,1999): قدرة الطالب على التعامل عدديا بمرونة، والتفكير في أكثر من بعد واتجاه، وينظر إليه على أنه القراءة والكتابة بواسطة الأعداد والتعامل معها وبها، ويعتبر الحس العددي قيمة منطقية في ذاته ومكون أساسي من صميم عمل الرياضيات يسمح للطلاب بالتعامل المرن والمطلق مع الأعداد.

(NCTM, 2001): نوع من أنواع التفكير يستخدم ليصف عملية الحساب الذهني والقدرة على اكتساب الحقائق والمهارات الأساسية، وحل المشكلات العددية، فضلا

عن التفكير التأملي الدقيق، والسببية والتقدير التقريبي"، إن الحس العددي يلعب دورا مهما في المساحات السابقة، وأن هذه المصطلحات كل حده أو مجتمعه لا تصف الحس العددي كلية، وإنما هو يتطور بتطور المنظومة العددية والعمليات عليها ويتسع باتساعها.

(Kaminski, 2002): البديهة أو الحدس الجيد حول الأعداد والعلاقات بينها, وهو يتطوّر تدريجيا كنتيجة لاكتشاف الأعداد ورسم تصوّر لها في مختلف السياقات من خلال الربط بين هذه الأعداد بطرائق لا تتقيّد بالخوارزميات التقليدية.

(Willson,2005) : مجموعة من الأفكار مثل معنى الأعداد وطرق تمثيل العدد والعلاقة بين الأعداد،والحجم النسبي للعدد ومهارة التعامل مع الأعداد.

(Mc Carthy, 2007): مفهوم معقّد ومركّب يشمل فهما غنيّا بالأعداد وما يتعلّق بها, كما يشمل هذا الفهم مختلف الأفكار والعلاقات والمهارات المتعلّقة بالأعداد.

(الخطيب،2011)عبارة عن شعور حدسي نحو الأعداد واستخداماتها المختلفة وتفسيراتها، وإدراك عدة مستويات من الدقة عند العمليات الحسابية، والقدرة على تعقب الأخطاء الحسابية، وإحساس عام نحو الأعداد، والحس العددي ليس شيء منته يمتلكه أو لا يمتلكه الطالب، وليس وحدة دراسية يمكن أن تدرس ثم ننتهي منها، بل هو طريقة من طرق التفكير والتي يمكن إكسابها لدى الطالب إذا وجدت طرق تدريس وفرص تعلم.

تعريف الكتاب: عملية ذهنية يستخدم بها التفكير لتحليل المشكلات العددية ويتمثل في المظاهر الآتية: إدراك معنى الأعداد، إدراك أثر العمليات على الأعداد، إدراك العلاقة العددية المميزة، المهارة في استراتيجيات الحساب الذهني والتقدير التقريبي.

مكوّنات الحسّ العددي:

يتضح من خلال المعايير التي حددها المجلس القومي لمعلمي الرياضيات في الولايات المتحدة الأمريكية في العام 2000 في مجال الأعداد والعمليات عليها، فإن الحس العددي يتضمن:

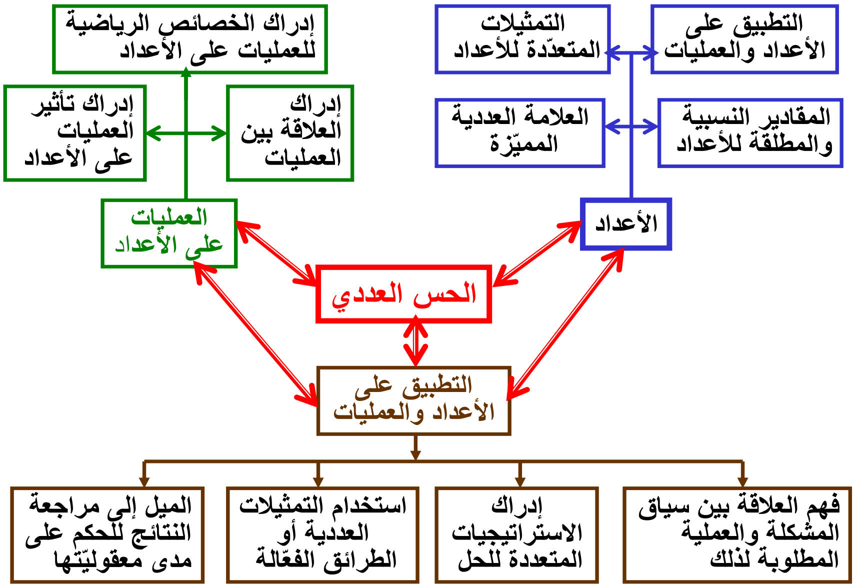
فهم الأعداد وطرق تمثيلها والعلاقات فيما بينها والأنظمة العددية.

فهم معاني العمليات وارتباط كل منها بالأخرى.

المهارة في الحساب وإجراء تقديرات معقولة.

وبالطبع فإن هذه المعايير لا يمكن تحقيقها عن طريق التدريس التقليدي، أي عن طريق الحفظ الاستظهاري والتركيز المبالغ به على سرعة الحساب، وعلى العكس فإن تنمية الحس العددي تتطلب تعلما عن طريق الاستكشاف والبحث عن الأنماط والعلاقات العددية ، وبالتالي فإنه لتحقيق الحس العددي يحتاج الطلاب فرص لاستكشاف وبناء العلاقات بين الجوانب الثلاث المكونة للنظام الرياضي، وهي: الكميات الموجودة فعليا في الوقت والمكان، الأرقام، الرموز الرسمية مثل الإشارة العددي والعملية الحسابية(طالب،2008).

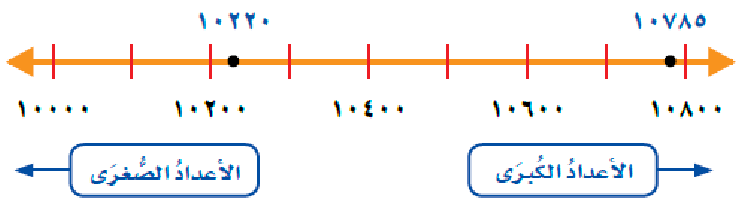
يتمثّل الحسّ العددي في ثلاثة مكوّنات أساسية و المكوّنات السابقة كما يوضحها المخطط الآتي:(McIntosh & et al , 1992)



مكوّنات الحسّ العددي

قد ماكنتوش ورفاقه (Mcintosh et al, 1992, 1997)، ست مكونات من الحس العددي وهي:

أولا: مفهوم الأعداد: فهم معنى وحجم الأعداد ومقدارها، ويتم هذا عن طريق فهم النظام العشري للأعداد الطبيعية والصحيحة والكسور العادية والكسور العشرية، وتشمل الأنماط والقيمة المنزلية التي تزودنا بإرشادات حول معنى وحجم ومقدار الأعداد،مثلا مفهوم العدد (3) ليس له علاقة بالأقلام أو الفرق أي من المواقف الخاصة التي من بين خواصها أنها ثلاثة أشياء، إن مصطلح مفهوم الرقم، من شأنه، أن يمثل تسلسلا معينا. وهذا ما يعرف)الأعداد الترتيبية للرقم)، أو أن يمثل كمية أو حجما وهذا ما يعرف بالمفهوم الكمي للرقم، لذلك حين يقوم الطالب المبتدئ باستيعاب مفهوم الرقم يصبح بإمكانه البدء بعمليات المقارنة بين الأعداد، ترتيب الأعداد ، العدّ بصوره واعية ويستطيع أيضاً، أن يبني عملية اكتساب العمليات الحسابية على أساس فهمه واستيعابه لمفهوم الرقم، أن العدد النسبي $\frac{2}{3}$ مثلاً: أقل من واحد صحيح وهو قريب من العدد واحد بسبب العلاقة بين البسط والمقام، أو العدد(2000)عدد كبير بالنسبة لعدد طلاب صف، وعدد صغير بالمقارنة مع عدد سكان بلد ما، ويرتبط مفهوم العدد أيضا بالقدرة على استخدام مقارنات رياضية اما على خط الأعداد.



أو المقارنة بالقيمة المكانية للعدد:

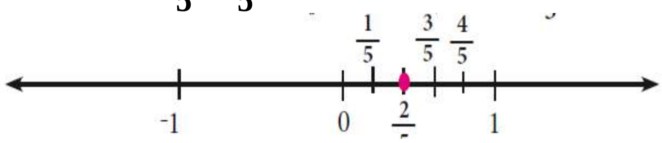
رَتِّبِ الدُّوَلَ المُوَضَّحةَ في الجدولِ المجاورِ من الأكبرِ مساحةً إلى الأصغرِ مساحةً

الدّولةُ	المساحةُ (كلم٢)
قطر	١١٤٣٧
العراق	٤٣٧٠٧٢
اليمن	٥٢٧٩٧٠
تركيا	٧٨٠٥٨٠
الأردن	٩٢٣٠٠

مَا الإجراءُ الذي تَتَّبِعُهُ عندمَا تُقارِنُ بينَ عددَيْنِ وتجدُ أنَّ الرقمينِ الموجودينِ في المنزلةِ نفسِها متساويانِ؟

سؤال: مثل العدد $\frac{2}{5}$ على خط الاعداد

و كم عدد نسبي مختلف موجود بين العددين $\frac{2}{5}$ ، $\frac{3}{5}$



وتستمر المحاورة بين التلاميذ ومعلم:

لا يوجد، لماذا؟

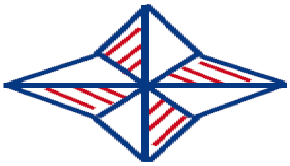
واحد، ما هو؟

قليل، أذكر واحد.

كثير، أذكر ثلاثة.

ثانيا: التمثيل المتعدد للأعداد: وهو أن يدرك الطالب ويعرف أنه يوجد للعدد عدة تمثيلات، وبصور مختلفة، فمثلا: العدد النسبي يمكن تمثيله بصورة عشري، وبصورة مئوي، وبصورة نقطة على خط الأعداد، ويشمل أيضا أن يختار الطالب التمثيل المناسب، ويستخدمه في الوضع المناسب، والتنقل من تمثيل لآخر لنفس العدد مع القدرة على التحليل والتركيب.

حول العدد النسبي إلى نسبة مئوية:



الأعداد النسبية مثل $\frac{3}{8}$ ، $\frac{5}{4}$ ، $\frac{7}{9}$.

عدد الاجزاء المظللة الى عدد الاجزاء غير المظللة .

الصورة العشرية للأعداد النسبية

$\frac{432}{1000}=0.432$ ، $\frac{341}{100}=3.41$ ، $\frac{17}{100}=0.17$ ، $\frac{3}{10}=0.3$

حول الكسر إلى نسبة مئوية $\frac{7}{25}=\frac{7\times 4}{25\times 4}=\frac{28}{100}=\%\,28$

حول النسبة المئوية إلى كسر $\%125=\frac{125}{100}=1.25$

أكتبِ العددَ بالصِّيغتينِ القِياسيَّة والتَّحليليَّةِ
مئتين وثمانيةً وثلاثين ألفًا وثلاث
مئةٍ وسبعِينَ 238370

أُكتبْ القِيمةَ المنزِليَّةَ للرَّقمِ الَّذي تحتَهُ خطٌّ
في العددِ 6 5 4 7 8

قارنْ بينَ العددَيْنِ مستعملاً > أو < أو = 234 , 432

ثالثا: تأثير العمليات: أن يفهم ويستوعب الطالب معنى العمليات وتأثيرها بشكل عام، أو على مجموعة محددة من الأعداد، فمثلا: القسمة وتعني تجزئة العدد إلى مجموعة من الأعداد المتكافئة، ومثلا: إذا ضربنا أي عدد موجب في كسر أقل من واحد صحيح تكون النتيجة أقل من هذا العدد، ويشمل تأثير العمليات قدرة الطالب في الحكم على معقولية الحل، فمثلاً مسألة حسابية تطلب عدد العمال ويكون الناتج كسر، أو يظهر نتيجة طول شخص معين صفر أو سالب.

مثال: دون إجراء عملية حسابية، إن أفضل قيمة تقريبية للمقدار: 44×0.52 هي:

أكثر من 44

أقل من 44.

يساوي 44.

اقل من نصف 44.

مثال أخر: خذ عدد ثلاثي مثلا(765) وكرره ليصبح(765765) ستلاحظ انه يقبل القسمة على ثلاثة إعداد هي(7، 11، 13) دائما و بدون باقي:

حيث العدد $765765 \div 7 = 109395$

حيث العدد $765765 \div 11 = 109395$

حيث العدد $765765 \div 13 = 109395$

مثال أخر العدد(123) نكرره ليصبح123123 ونقسم:

$123123 \div 7 = 17589$
$123123 \div 11 = 11193$
$123123 \div 13 = 9471$

هل تستطيع تفسير ذلك: لاحظ لو ضربنا الأعداد الثلاثة(7,11,13)، يكون الناتج:

$7 \times 11 \times 13 = 1001$

ولو كررنا نفس المطلب السابق بأخذ عدد ثلاثي مثلا(765) وكرره ليصبح(765765) ستلاحظ انه يقبل القسمة على (1001)دائما و يرجع نفس العدد المختار لاحظ:

$765765 \div 1001 = 765$
$345345 \div 1001 = 345$

رابعا: الصيغ والتعابير المتكافئة: وهي عبارة عن قدرة الطالب على فهم، واستعمال صيغ متكافئة، ومن خلال ترجمة صيغة معينة إلى صيغة أخرى مكافئة لها، ويكون هذا الفهم والاستعمال مستندا إلى خصائص العمليات مثل التبديل والتجميع والتوزيع والهدف من هذه الصيغ المتكافئة هو التسهيل والاختصار وتطوير استراتيجيات للحل:

مثال (1): جد ناتج $^{+}76 + {}^{-}45 + {}^{+}60 + {}^{-}73$

الطريقة الاولى

$({}^{+}76 + {}^{+}60) + ({}^{-}45 + {}^{-}73)$
$= {}^{+}136 + {}^{-}118$
$= {}^{+}18$

الطريقة الثانية

$({}^{+}76 + {}^{-}45) + ({}^{+}60 + {}^{-}73)$
$= {}^{+}31 + {}^{-}13$
$= {}^{+}18$

مثال (2): جد ناتج ${}^{-}3 \times ({}^{+}6 + {}^{+}4)$

الطريقة الاولى

${}^{-}3 \times ({}^{+}6 + {}^{+}4)$
$= ({}^{-}3 \times {}^{+}6) + ({}^{-}3 \times {}^{+}4)$
$= {}^{-}18 + {}^{-}12$
$= {}^{-}30$

الطريقة الثانية

${}^{-}3 \times ({}^{+}6 + {}^{+}4)$
$= {}^{-}3 \times {}^{+}10$
$= {}^{-}30$

خامسا: استراتيجيات العد والحساب: وتشمل القدرة والبراعة في استخدام أساليب الحس العددي في عمليات العد وإجراء الحسابات، مثل أسلوب التقدير وأسلوب الحساب الذهني.

مثال(1): دون إجراء عملية حسابية أفضل تقدير للمقدار:
$8090+8137+8972+9965$

الجواب:4200.

مثال (2):قرب الاعداد الكسري الى اقرب عدد صحيح

$$7\frac{3}{5} \simeq 8$$ لان البسط > نصف المقام

سادسا: نقاط الإسناد: استخدام أسلوب الحس العددي في قياس أوضاع مختلفة، وذلك عن طريق الفهم في استخدام المقاييس المعيارية وغير المعيارية والمقاييس الشخصية، مثل: وزن كتاب الرياضيات حوالي 400 غم، خمس حبات برتقال تزن واحد كيلوغرام، وهنالك المقاييس الرياضية والفيزيائية، مثل: الكتلة، والحجم، والطول، والزمن، والزوايا.

مجالات الحسّ العددي:

يذكر الحبار،2013 أن مجالات الحسّ العددي هي:

1) مجال إدراك الكم المطلق والنسبي للعدد:

ويقصد بهذا المجال أنّ كلّ عدد من الأعداد يمثّل كمّا ومقدارا معينا وهو ما يُعرف بالكمّ المطلق للعدد, أي ما يقترن بهذا العدد من كم بصرف النظر عمّا قد يكون حوله من أعداد أخرى, أمّا إذا نظرنا إلى كمّ العدد في علاقته بكمّ عدد آخر أو أعداد اخرى فهنا نتحدّث عن الكمّ النسبي للعدد, أي كمّ العدد منسوبا إلى _ أو مقارنا_ بكم عدد آخر ويتمثّل هذا المجال بتحديد علاقة العدد بالأعداد الأخرى التي تصغره أو تكبره.

2) مجال إدراك الأثر النسبي للعمليات على الأعداد:

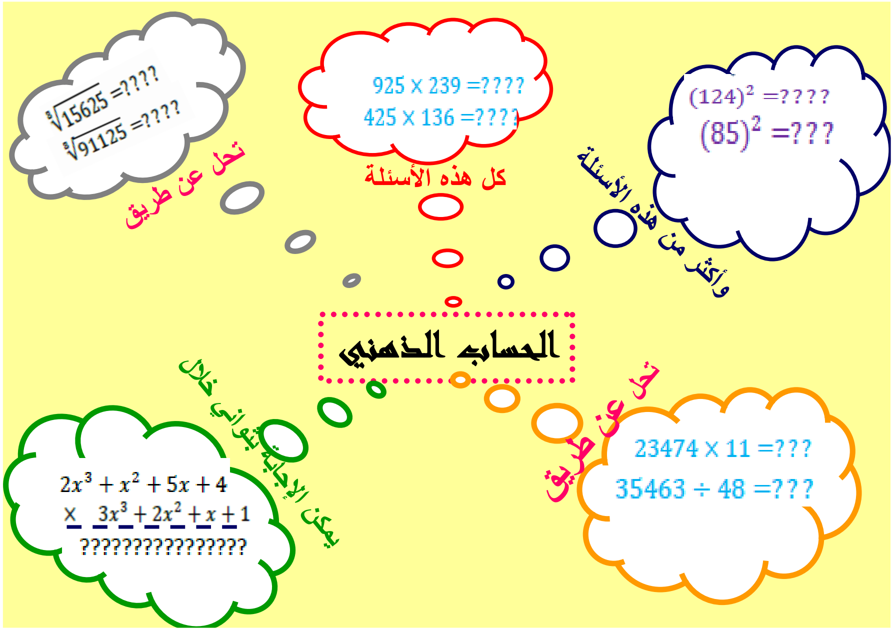
ويقصد بهذا المجال إدراك الطالب أنّ كلّ عملية من العمليات الحسابية الأربع (+ ,-,×,÷) لها تأثير خاص على ناتج العملية, وأنّ هذا التأثير لا يتوقّف على نوع العملية فقط وإنما يتوقّف أيضا على الأعداد التي تُجرى عليها العملية (كونها صحيحة أو كسرية) وعلاقة هذه الأعداد ببعضها البعض.

3) مجال انتقاء العلامة المميّزة واستعمالها:

العلامة العددية المميّزة هي عدد يختاره المتعلّم لمساعدته على إصدار الأحكام العددية والحسابية، فمثلا لكي يدرك الطالب ناتج جمع ($\frac{5}{6} + \frac{2}{3}$) أكبر من 1 , يمكنه هنـــــا أن يقارن كلاًّ من العددين بالعدد $\frac{1}{2}$ ، وحيث أنّ $\frac{5}{6}$ أكبر من $\frac{1}{2}$ و الـ $\frac{2}{3}$ أكبر من $\frac{1}{2}$ ايضاً, فيكون ناتج جمع العددين ($\frac{5}{6} + \frac{2}{3}$) أكبر من 1، فالطالب هنا قد اختار العدد $\frac{1}{2}$ وهو هنا يمثّل العلامة العددية المميّزة ليقارن بها كلاًّ من العددين $\frac{5}{6}$ و $\frac{2}{3}$ حتى يسهل عليه الحكم بأنّ ناتج جمعهما أكبر من 1 ,

أي أنَّ الطالب قد اختار العلامة العددية المناسبة ووصفها لمساعدته على إصدار حكم يتعلّق بناتج جمع عددين.
4) مجال استخدام الحساب الذهني والتقدير التقريبي لنواتج العمليات على الأعداد:
يقصد بالحساب الذهني إيجاد نواتج مضبوطة للعملية الحسابية ذهنيا من دون إجرائها بالطرائق الروتينية المعتادة أي بدون استخدام الورقة والقلم.
وللحساب الذهني استراتيجيات عديدة منها:
توظيف خواص العمليات على الأعداد: ويقصد بذلك الاستفادة من خواص العمليات مثل الإبدال والتجميع والتوزيع في تسهيل الحسابات حتى يمكن إجراؤها ذهنيا.
إعادة تسمية الأعداد: ويقصد بذلك إعادة تسمية واحد أو أكثر من الأعداد المطلوب إجراء العملية عليها بهدف تسهيل الحسابات, أي كتابة العدد على صورة حاصل جمع أو ضرب أو قسمة عددين آخرين.
أما التقدير التقريبي فيعني إيجاد قيمة تقريبية لناتج عملية حسابية من دون إجراء العملية بالأسلوب المعتاد أي بدون استخدام الورقة والقلم.
وللتقدير التقريبي استراتيجيات عديدة منها:
التقريب: ويقصد به تقريب الأعداد الأصلية المطلوب إجراء العملية عليها بقصد تسهيل الحسابات, ويكون التقريب هنا طِبقاً لقواعده المعروفة, فمثلا عندما يُراد إيجاد ناتج تقريبي لــ(36 ÷ 812) نوظّف التقريب بالشكل الآتي(812 ≅ 800 و 36 ≅ 40) , إذن (20 = 40 ÷ 800), وبطبيعة الحال لا يوجد جواب واحد فقط مقبول وإنّما هناك إجابات كثيرة لمثل هذه المسألة, ولكن أفضلها هو الناتج الأقرب إلى النتيجة الدقيقة.
الأعداد المرتبطة: وهي أعداد توجد بينها علاقة ما, كأن يكون أحد العددين مضاعفا للآخر أو مقاسِما له, فمثلاً لإيجاد ناتج تقريبي لـ (88 ÷ 7324) نستبدل هذين العددين بعددين آخرين بينهما علاقة ما, فالعددان 72 و 9 هما عددان مرتبطان, لأن العدد 9 هو عامل من عوامل العدد 72 مما يسهّل إيجاد الناتج التقريبي أي أنّ (100 ≅ 80 = 90 ÷ 7200 ≅ 88 ÷7324).

الحساب الذهني:



تلعب الرياضيات بشكل عام والحساب الذهني بشكل خاص دورا رئيسا في حياتنا ليس لأنه يعلم الأطفال أساليب دقيقة للتعامل مع البيئة ولكن لأنه يساعد على رسم ارتباطات بين ما يدور في ذهن الفرد وما يمر به من خبرات، كما أنه يساعد على رسم ارتباطات بين آليات الحساب الذهني ومعناها، ومنها انتقلت النظرة من الرياضيات من أجل التعليم إلى الرياضيات من أجل الحياة، كما تغير تدريس الرياضيات فبعد أن كان تدريس الرياضيات يركز على التدريبات والتطبيقات الإجرائية أصبح الآن يركز على تنمية التفكير والفهم العام ، و ظهرت مساحة كبيرة في مناهج الرياضيات للمفاهيم والعلاقات والتعميمات بالإضافة إلى تنمية التفكير الرياضي والحساب الذهني.

بدأت الدعوة نحو الحساب الذهني والاهتمام بالتقدير التقريبي في بداية الثمانينات وتوسع في التسعينات، إن هذه الوجهة الجديدة أدت إلى تغير أدوار المعلم والمتعلم داخل غرفة الدراسة ، حيث أصبح من المنتظر منه أن يكون قادرا على تحديد أساليب التعلم الجيدة في الرياضيات وتحديد استراتيجيات العمل.

وقد أكدت العديد من نظريات التعلم على أهمية الحساب الذهني حيث أكدت نظرية التعلم القائم على المخ أهمية التواصل بين الطرائق الحسابية (الذهنية والكتابية)، كما أشارت النظرية البنائية إلى أهمية التعلم القائم على المعنى ، فضلا عن اجتماعية المعرفة وأهمية الخبرة السابقة لدى الطالب ، وتأكيدا لأهمية توظيف المعرفة وتوليدها فيما أكدت نظرية ما وراء المعرفة أهمية التخطيط والتنظيم وقدرة الطالب على التفكير، حيث يستطيع تقويمها وقد استفاد من ذلك في تحديد

بعض خصائص الإستراتيجية منها: الذهنية والمرونة في الأداء والاستمرارية والتواصل بين الطرائق الحسابية.
ولقد أدرك المهتمون بتطوير الرياضيات الحاجة لجعل المنهج المدرسي متفقا مع الاستخدام اليومي للرياضيات؛ وذلك بتضمين الحساب الذهني والتقدير كعناصر أساسية وثابتة في المنهج، فهو أداة تربوية تساعد على تنمية المفاهيم والمهارات المرتبطة بالأعداد والعمليات عليها ، فالطالب في بداية تعلمه للعد يستخدم أصابعه كمعداد يعتمد عليها عند العد أو ضم المجموعات الصغيرة ذات العناصر المحدودة ولكن بعد فترة من الدراسة فإنه لابد أن يجري العمليات الحسابية دون الحاجة للأصابع فيكون قد ارتقى إلى مستوى الحساب الذهني.
تعريف الحساب الذهني:
عرفه كل من:
المجلس القومي لمعلمي الرياضيات(NCTM, 2000): مهارة حياتية أساسية تساعد في تنمية الثقة لدى الطلاب وتجعلهم يمتلكون المهارة لحل مسائل رياضية بدقة وبسرعة.
(Bill, 2002): مهارة ذهنية لإيجاد نتائج لمسائل رياضية.
(Rivera, &et al 2005): نوع من الحساب الذي لا يحتاج غالى أدوات خارجية لاستخدامها في إيجاد نتائجه.
(النعيمي،2009): أداة ووسيلة تنمي الفهم الجيد والعميق لبنية الأعداد والعمليات عليها، وتساعد على ابتكار طرائق لمعالجة الأعداد ذهنياً بدون استخدام الورقة والقلم أو أي مساعدات حسابية أخرى.
(السعدي، والطائي،2011) القدرة على إيجاد ناتج العملية الحسابية بدون استخدام الورقة والقلم، أو أي وسيله مساعدة أخرى، عن طريق الاسترجاع السريع واللحظي لحقائق الإعداد، بإيجاد الإجابات باستخدام إستراتيجيات يقوم بها الطالب تلقائيا.
تعريف الكتاب: الأنشطة التي ينجزها الفرد للوصول إلى النتيجة الحسابية استنادا إلى معرفة وفهم مسبقين لحقائق حسابية وتطبيقها ذهنيا ويقدم النتيجة فقط ثم يشرح كيفية الوصول إليها حين يطلب منه ذلك، و لا يعني الاستغناء التام عن الكتابة خلاله.
أهمية الحساب الذهني:
الحساب الذهني ليس مجرد أرقام وسرعة في الحساب ولكن هو المزج بين قوة العقل وعلم التحليل المنطقي. فهو يحتاج إلى التركيز والهدوء، من خلال إنجاز العمليات الحسابية والتعامل مع الأرقام ذهنياً يتحقق للطالب النمو الذهني وارتفاع نسبة ذكائه ً،الحساب الذهني يعد كذلك المفتاح لنمو الذكاء, فهو ليس مجرد تقنيات للحساب بل هو تدريب على تطوير ورفع مستوى الذكاء لدى الطالب، و تتلخص أهمية الحساب الذهني كمهارة حياتية أساسية تساعد في تنمية الثقة لدى الطلاب

بأنهم يمتلكون المهارة لحل مسائل رياضية بدقة وبسرعة. وبالتالي فإنه لا يمكن النظر للحساب الذهني كموضوع معزول أو منفصل، بل يجب أن يتكامل مع الموضوعات الرياضية الأخرى طوال فترة الدراسة، فضلا عن أنه يمارس بصورة منتظمة ، وتشير الدراسات على أن النصف الأيسر من مخ الإنسان يحتوي على الذاكرة الحسابية والمنطقة المتعلقة بعملية الحساب الذهني للأعداد، في حين يحتوي النصف الأيمن على مناطق التخطيط والتنظيم وأن الحساب الذهني وتنمية الاستراتيجيات المختلفة حول العدد والعمليات عليه تولد وتنشط طاقة حسابية تمكن الإنسان من استخدامها في المواقف المختلفة، ولا تقتصر أهمية الحساب الذهني على ذلك بل أن هناك مجموعة أخرى من الإيجابيات التي تتحقق عند استخدام الفرد للحساب الذهني ، منها:

يزيد من فهم الأعداد والعمليات الحسابية.
ينمي القدرة على الحكم والتقدير لنواتج العمليات.
ينمي القدرة على حل المشكلات التي تواجهه.
يسمح بتنمية التفكير الرياضي والتأملي.
يمكن من إصدار القرارات والحكم على مدى معقولية النتائج.
يساعد في استخدام العدد في مواقف متعددة.
يساعد على معالجة الكميات العددية بشكل مختزل وسريع.
يزيد من فهم أثر العمليات على الأعداد
تزيد من الاستقلالية في إصدار الأحكام

أهداف تعليم الحساب الذهني:

إن عملية تدريس الحساب الذهني والتقدير للطلبة ليست بالعملية السهلة لأن هاتين العمليتين تتطلبان مهارات تفكير عليا وليس مجرد مهمات آلية يقوم بها الطالب. يحقق الحساب الذهني الكثير من الأهداف. فإلى جانب تمرين وتدريب وتقوية الذكاء لرفع مستوى الطلاب وتحسين مستواهم العلمي, يهدف تعليم الحساب الذهني إلى:

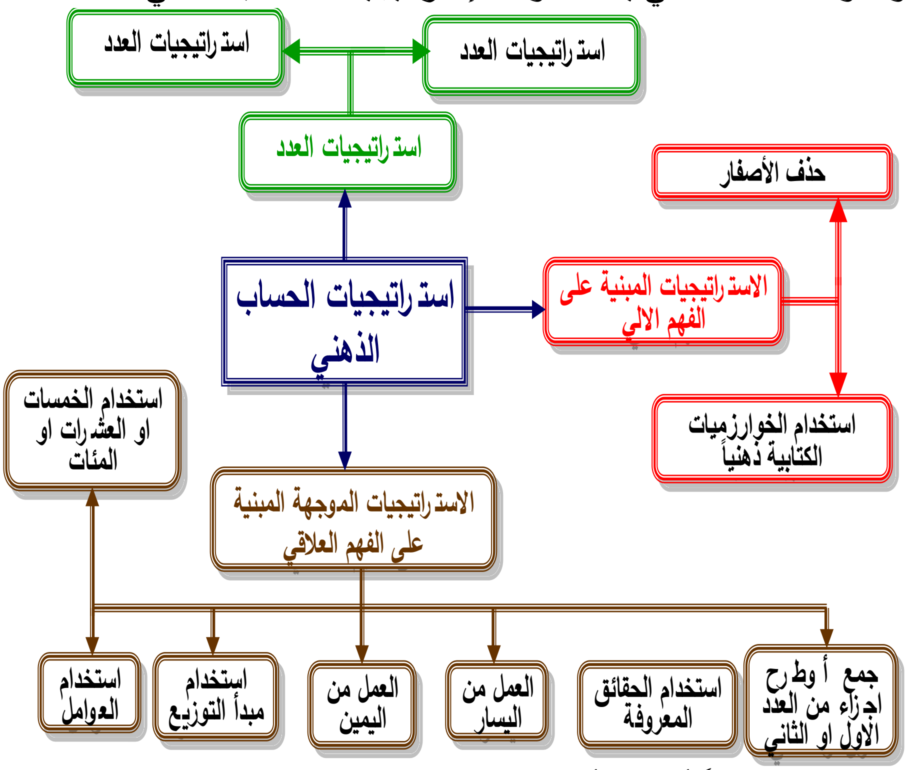
التقوية في الحساب والرياضيات بصفة عامة.
يزيد من فهم الأعداد والعمليات الحسابية.
يساعد على تنمية التفكير الرياضي.
يمكن من معالجة الكميات العددية بشكل مختزل وسريع.
يزيد من فهم أثر العمليات على الأعداد.
ينمي القدرة على الحكم والتقدير لنواتج العمليات.
تنشيط وتقوية الذاكرة والاستفادة منها في تخزين واسترجاع البيانات بكفاءة وفعالية بجانب تنمية قدراته التخيلية وطاقته الإبداعية.
تقوية القدرة على التركيز من خلال تنمية مهارات التخيل.

تقوي لدى الطالب الثقة بالنفس من خلال إبراز قدراته الذهنية ومواهبه ومهاراته المتعددة.
تقوية مهارات الفهم والتحليل: تدريب الطالب وترسيخ سرعة تحليل المعلومة وسرعة البديهة لديه.
مكونات الحساب الذهني:
أربع مكونات مكوناته الأساسية (Morgan, 1999) هي:
المكونات الوجدانية: تتمثل في إكساب الطلاب مهارات الحساب الذهني لتنمية ثقتهم في قدرتهم للحل ذهنيا، فالأطفال يكتسبون ثقتهم بالأساليب الذهنية التي يستخدمونها إذا سمح لهم لأن يبنوا ويكتشفوا الرياضيات بأنفسهم، خاصة عندما تقدم الرياضيات في مواقف ذات معنى. ويمكننا تلخيص المكونات الوجدانية للحساب الذهني في:
الثقة في القدرة على الحل ذهنيا.
إدراك أهمية وفائدة الحساب الذهني.
إدراك أن الأساليب الذهنية يمكن أن تنمي الفهم الجيد.
المكونات المفاهيمية:تتمثل في القدرة على تحديد وتمييز المحتوى الحسابي الذي يكون فيه استخدام الحساب الذهني مناسبا، حيث يحدد الطالب الأسلوب الذي يستخدمه لحل المسألة تبعا للعملية المقدمة إليه والذي من خلاله يستطيع أن يصل إلى المفهوم الرياضي ، والطلاب غالبا ما يختارون الإستراتيجية المناسبة للحل بناء على فهمهم للأعداد والعمليات.
ويمكننا تلخيص المكونات المفاهيمية للحساب الذهني في النقاط التالية:
إدراك المحتوى الحسابي الذي يمكن أن تكون الحسابات الذهنية فيه مناسبة أكثر.
القبول بأكثر من إستراتيجية للحصول على إجابة صحيحة ذهنيا.
إدراك أن مدى مناسبة الإستراتيجية للحل ذهنيا يعتمد على محتوى العملية الحسابية.
المهارات المرتبطة: تتمثل في مجموعة من المهارات التي تنمي الحساب الذهني لدى الطالب ويتمثل في القدرة على:
ترجمة المسألة إلى شكل يسهل التعامل معه ذهنيا.
فهم وتطبيق مفاهيم القيمة المكانية.
استرجاع وتذكر الحقائق الأساسية المتعلقة بالعمليات الأربع.
التعامل مع مضاعفات وقوى العدد عشرة.
تركيب وتحليل الأعداد والتعبير عنها بطرق متنوعة.
استرجاع واستخدام مدى واسع من العلاقات بين الأعداد بما فيها الأعداد الصحيحة، والكسور الاعتيادية، والكسور العشرية، والنسب المئوية.
استخدام خاصيتي الإبدال والتجميع لعمليتي الجمع والضرب.
استخدام خاصية التوزيع لعمليتي الضرب والقسمة.

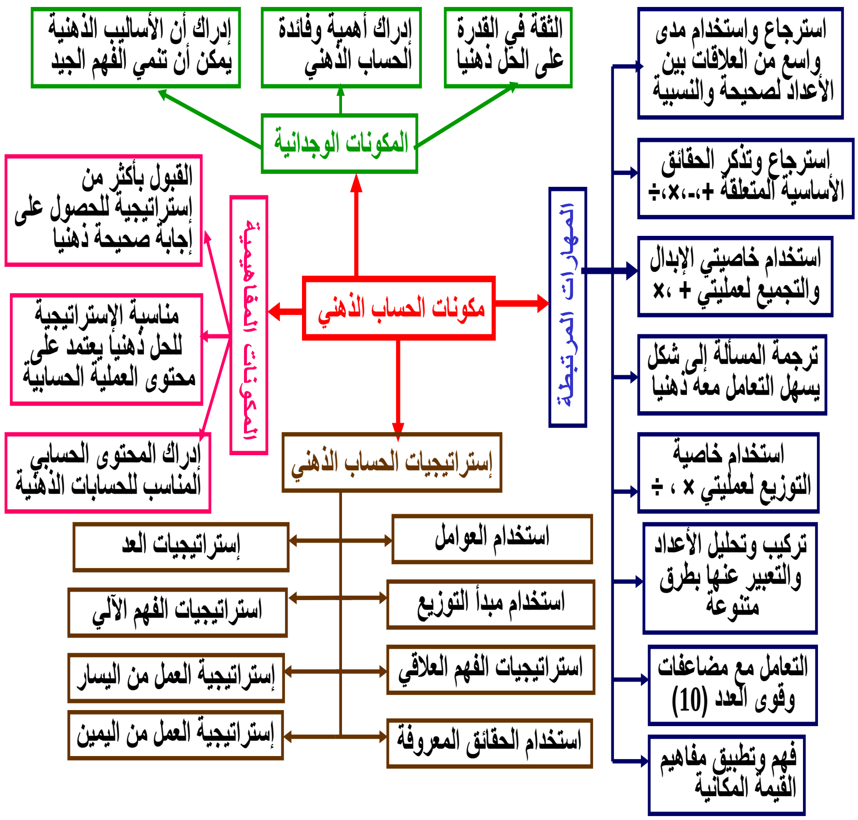
استراتيجيات الحساب الذهني:
تتمثل في القدرة الذهنية للطالب في حل المسائل وفق ما يراه مناسبا ، حيث يستخدم الطالب الإستراتيجية المناسبة للحل وفقا لخبراته السابقة وقدراته العقلية، و تستند هذه الاستراتيجيات على فكرة وجود عداد ذهني في الرأس يمكن ضبطه على أي عدد ثم تتم زيادة هذا العداد وصولا للنتيجة النهائية، ويختلف عدد المرات التي يزاد بها العداد باختلاف الإستراتيجية، وعرف إستراتيجية الحساب الذهني كل من
(Holloway,1997): تلك الأساليب التي نستخدمها تلقائياً للحساب الذهني، أحياناً يتم تدريسها وأحيانا نبتكرها بأنفسنا.
(النعيمي ،2009): خطوات وأساليب إجرائية نستخدمها للحساب الذهني قد نتعلمها بالمدرسة وقد نبتكرها من الخبرة الحياتية.
هناك ثلاثة أنواع رئيسة من الإستراتيجيات الحسابية الذهنية(Morgan, 1999)، وكالأتي:-
أولاً -إستراتيجيات العد: وتقسم إلى قسمين:
(أ): العد الأولي: ولهذه الإستراتيجية فروعها:
العد بإضافة أصغر العددين:لجمع العددين (7 + 92)، يتم ضبط العداد على العدد الأكبر ذو الرقمين ،ثم يعد بعدد مرات العدد الأصغر أي يضاف إلى العدد الأكبر.
العد بإضافة الوحدات الأصغر: في(7 + 92) يتم بإعادة تجميع العملية لتصبح (97 + 2) ويبدأ التلميذ بالعد مرتين ،فيكون: 98 ، 99 ، فيكون الناتج النهائي هو 99.
العد للخلف بالواحد:في عملية(2- 57) سيقول 56 ثم 55
العد بالواحد وصولاً للعدد الأكبر عملية(55- 57) سيقول 55 ثم 56 ثم 57 أي بعد رقمين وصلنا أي الجواب سيكون 2
(ب):العد بوحدات أكبر:أي تثبيت الرقم الكبير ويبدأ بإضافة أو طرح العد للأمام أو للخلف بالإثنينات أو الخمسات أو العشرات: مثل: (60 +70) نثبت الرقم الكبير(70) ونزيد بالعشرات بالمعداد آو أصابع ست من اليد ونقول (70, 80, 90, 100, 110,120 ,130)
ونفس الشيء بالطرح (20 - 40) أي نطرح أربع خمسات ونقول (40, 35.30,25,20)
ثانياً: الإستراتيجيات المبنية على الفهم الآلي:وتتنوع(مثل: حذف الأصفار: – 90 40 نعملها (5 =4 – 9) ثم نضيف الصفر فيكون الناتج(50)) وسنضرب الأمثلة عليها لاحقاً.

ثالثاً: الإستراتيجيات الموجهة المبنية على فهم العلاقات (الفهم العلاقي): وتتم أما بالتحليل أو كتابة العدد بتسميات مختلفة. مثال: لجمع (0.8+5.6+0.4) ، ذهنيا نعلم 0.6 + 0.4 = 1
وعليه الناتج(6.8). ممكن نستعمل موازنة: مثلا(297 -362) بصورة الآتية:
نضيف (3) للعددين فيصبح(65 =300 – 365) ثم نطرح الزيادة التي أضفناها يكون الناتج (59) وكما ستوضحها الأمثلة القادمة.

وعموما المخطط الآتي يمثل مكونات إستراتيجيات الحساب الذهني:



ولكي نحقق فهماً أوسع وأشمل للحساب الذهني، لابد من فهم ومعرفة مكوناته لأساسيات الحساب الذهني والذي يوضحها المخطط الاتي:



طرق لتطوير وتنمية الحساب الذهني لدى الطلاب:

يحتاج الطالب باستمرار إلى تنمية الحساب الذهني وتطويره بحيث يستطيع استخدامه في المواقف المختلفة حيث لا يمكن أن يكتسب الطالب مهارات الحساب الذهني وينميها عن طريق الحظ ولا بالتعامل فقط مع صفحات كتاب الرياضيات، وإنما يمكن للمعلم أن ينمي الحساب الذهني ويطوره من خلال الممارسات الصفية، ويتمثل ذلك في:

ضرورة البدء مع الطلاب بالعد عن طريق الأصابع ثم الإنتقال إلى استخدام الحساب الذهني تدريجيا.

توفير البيئة التربوية المناسبة والتي تساعد على إحساس الطالب بالراحة عند التعامل مع الأعداد وخاصة إذا لم يتوافر القلم والورقة.

إتاحة الفرص للطلاب لكي يشرحوا ويناقشوا ويقيموا استراتيجياتهم للحساب الذهني.

إعداد أسئلة يمكن أن تحل ذهنيا عند عمل الطلاب في مواضيع مختلفة كالمتوسط والحجم.

السماح للطلاب لإظهار ما يعرفونه وما يمكنهم عمله عند التعامل مع العمليات الحسابية.
تحفيز الطلاب على طرح الأفكار الجديدة والحلول البديلة حول المسألة الحسابية.
تزويد الطلبة بالتغذية الراجعة عن أدائهم.
تزويد المعلم الطلبة بتعليقات مناسبة عن رأيه على أداء الطلبة.
التحدث بعبارات واضحة تتحدث عما يريده المعلم من الطلبة.
أمثلة متنوعة لحساب الذهني
1) طريقة ضرب رقمين × رقمين من 10 – 19
نوجد ناتج جمع خانة الآحاد من أحد الرقم نٌ مع الرقم الآخر كاملاً.
نوجد ناتج ضرب خانة الآحاد من الرقم الأول بخانة الآحاد من الرقم الثاني.
نضرب الناتج الذي حصلنا عليةٌ في الخطوة الأولى بالعدد(10) ومن ثم نضيف له الناتج الذي حصلنا عليه في الخطوة الثانية فيكون الحاصل هو ناتج الضرب:
$13 \times 12 =$

١. $(13 + 2 = 15)$ أو $(12 + 3 = 15)$.
٢. $(3 \times 2 = 6)$.
٣. $(15 \times 10 = 150)$ و $(150 + 5 = 156)$. وهو الناتج المطلوب

$16 \times 13 =$

١. $16 + 3 = 19$
٢. $6 \times 3 = 18$
٣. $19 \times 10 = 190$ و $190 + 18 = 208$ وهو الناتج.

طريقة أخرى:
لحساب جدول الضرب ذهنياً وللإعداد الكبيرة ضرب الأرقام من 19 -11
الطَريقة:
اضرب الآحاد بالآحاد، والناتِجُ هو آحادُ الجواب، وفي حَالِ كان الناتج أكبرَ من 10 نَأخذُ منه الآحاد فقط والباقي يَبقى [بِاليدّ] لِنُضيفَه إلى مَنزلة العشرات.
اجمع للرقم الأكبرِ آحادَ الرقم الأصغرِ، والجوابُ هو باقي منازل الجواب النهائي، ولا تَنسى إضافَةَ ما باليدّ إنْ وُجد.
الجوابُ النهائيّ هو آحادُ الخَطوةِ الأولى إلى جانِبِ نَاتِجِ الخَطوةِ الثانية.
أمثلة (1): جد حاصل ضرب 16 × 13؟
الحل $6 \times 3 = 18$:
نأخذ 8 للجواب النهائي والواحد يجمع للخطوة التالية:
$16 + 3 = 19 + 1 = 20$
الواحد الذي جمعته للـ 19 هو ما بقي باليد من ضرب الآحاد.
الجواب النهائي: 208

(2) جد حاصل ضرب 17 × 19 ؟

الحل63 = 9 × 7

19 + 7 = 26 + 6 = 32 الجواب: 323

(3) جد حاصل ضرب 15 × 15 ؟

الحل25 = 5 × 5

15 + 5 = 20 + 2 = 22 الجواب: 225

(4) جد حاصل ضرب 11 × 14 ؟

الحل 4 = 1 × 4 :

14 + 1 = 15 الجواب: 154

ضرب الأرقام من 20 – 29 :

الطَّريقة: اضرب الآحاد بالآحاد، والناتِجُ هو آحادُ الجواب، وفي حَالِ كان الناتج أكبرَ من 10 نَأخذُ منه الآحاد فقط والباقي يَبقى [بِاليدّ]ِلنُضيفَه إلى مَنزلة العشرات.

اجمع للرقم الأكبرِ آحادَ الرقم الأصغرِ.

لأن الأرقام المضروبة هي من [فئة العشرينات]، نضرب الرقم في الخطوة السابقة بـ 2.

نضيف إليه ما تبقى باليد، والجواب هو باقي منازل الجواب النهائي.

أمثلة:

(1)جد حاصل ضرب 26 × 23؟

الحل 18 = 3 × 6 :

26 + 3 = 29

29 × 2 = 58 + 1 = 59

الواحد الذي جمعته للـ 58 هو ما بقي باليد من ضرب الآحاد.

الجواب النهائي: 598

(2)جد حاصل ضرب 27 × 29 ؟

الحل63 = 9 × 7 :

29 + 7 = 36

36 × 2 = 72 + 6 = 78 الجواب: 783

(3)جد حاصل ضرب 25 × 25 ؟

الحل: 25 = 5 × 5

25 + 5 = 30

30 × 2 = 60 + 2 = 62 الجواب: 625

(4) جد حاصل ضرب 21×24 ؟

الحل: $4 \times 1 = 4$

$24 + 1 = 25$

$25 \times 2 = 50$ لجواب: 504

ضرب الأرقام من 30 – 39 :

بنفس الخطوات السابقة، مع فارق الضرب بـ 3 لأن الأرقام من فئة الثلاثين...

مثال :جد حاصل ضرب 39×36 ؟

الحل: $9 \times 6 = 54$

$39 + 6 = 45$

$45 \times 3 = 135 + 5 = 140$ الجواب: 1404

ملاحظة:

تُعمَّم القاعدة السابقة على باقي مجموعات الأرقام [الأربعينات، والخمسينات... التسعينات] ويتم التعامل معها بطريقة مشابهة، حيث نضرب كل مجموعة بقيمة عشراتها كما فعلنا مع العشرينات والثلاثينات...

قد يُصبح من الصعب – نسبياً – إجراء عملية الضرب على الأرقام الكبيرة ذهنياً [كضرب ناتج الجمع في 9 لمجموعة الأرقام بين 90 – 99 مثلا] ، لكن هذه الطريقة على الورق أسهل بامتياز من الطريقة التقليدية في الضرب، حيث أن عملية الضرب الوحيدة اللازمة هنا هي ضرب ناتج الجمع برقم من منزلة واحدة فقط، والباقي عمليات جمع عادية..

أمثلة متنوعة على باقي المجموعات:

(1)جد ناتج ضرب 44×47 ؟

الحل: $4 \times 7 = 28$

$47 + 4 = 51$

$51 \times 4 = 204 + 2 = 206$ الجواب: 2068

(2) جد ناتج ضرب 69×61 ؟

الحل: $9 \times 1 = 9$

$69 + 1 = 70$

$70 \times 6 = 420$ الجواب: 4209

(3)جد ناتج ضرب 99×98 ؟

الحل: $9 \times 8 = 72$

$99 + 8 = 107$

$107 \times 9 = 963 + 7 = 970$ الجواب: 9702

ملاحظة: واحدة من طرق تسهيل ضرب الأعداد في رقم من منزلة يمكن تطبيقها على المثال الأخير، الفكرة تكمن في تقسيم العدد المُراد ضربه إلى قسمين يسهل التعامل معهما ثم جمع الناتج.

ففي المثال الأخير كان يلزمنا إجراء عملية الضرب 107 × 9 وتكون كالتالي:

$107 \times 9 = (100\times9) + (7\times9) = 900 + 63 = 963$

من المفيد جداً حفظ جدول الضرب إلى حد 19×9.

الضرب في عدد مثل رقم واحد:

2) ضرب أحد الأعداد في عدد ذي رقم واحد مثل (27×8)، نضرب عشرات الرقم المضروب أي (20×8=160)، ثم نضرب الآحاد (7×8=56) ونجمع الناتج.

$27\times8= 20\times8 + 7\times8 = 160+56= 216$

3) تحليل أحد الأعداد المضروبة، إلى أعداد مضروبة فيها مكونة من رقم واحد

$225\times6= 225\times2\times3= 450\times3= 1350$

الضرب في عدد مثل رقمين:

4) لو كان كلا العددين المضروبين مؤلفين من رقمين، يحلل أحدهما ذهنياً إلى عشرات وآحاد:

$29\times12= 29\times10 +29\times2 = 290+58= 348$

ومن الأنسب أن نحلل العدد الذي يحتوي على أقل عدد من العشرات والآحاد.

5) إذا كان من السهل تحليل المضروب إلى أعداد وحيدة الأرقام مثل (14=2×7)، ممكن ان نضاعف العدد المضروب فيه، ثم نضربه في العدد الثاني.

$45\times14= 90\times7= 630$

الضرب والقسمة على 4 وعلى 8:

6) لضرب العدد شفهيا في 4، نضاعفه مرتين

$112\times4= 224\times2=448$

نضرب العدد في 10، أي نضيف له صفراً، ونطرح من الناتج ضعف العدد المضروب، أي نحصل على نتيجة ضرب العدد في 10-2

$217\times8= 2170-434= 1736$

والأسهل من ذلك، هذه الطريقة:

$217\times8= 200\times8+17\times8=1600+136=1736$

الضرب في 5 وفي 25:

لضرب عدد في 5، يضرب في 2/10، (عشرة على أثنين)، أي يضاف إلى العدد صفر، ثم يقسم على أثنين 74×5= 740÷2=370 وعند ضرب العدد الزوجي في 5، يقسم على أثنين، ثم نضيف صفراً إلى الناتج 74×5= 2/74×10 =370

11) لضرب عدد في 25، يقسم على 4/100 ، أي إذا كان العدد من مضاعفات 4، يقسم على 4، ويضاف لخارج القسمة صفرين 72×25= 4/72×100= 1800

أما إذا كان العدد لا يقبل القسمة على 4 بدون باقي، عندها، إذا كان الباقي 1، نضيف لخارج القسمة 25، وإذا كان الباقي 2، نضيف 50، وإذا كان الباقي 3، نضيف 75

وأساس هذه الطريقة، هو 100÷4=25، 200÷4=50، 300÷4=75

الضرب في ½1 و ¼1 ، و ½2 ، و ¾.

لضرب العدد في ½1 ، نضيف إلى المضروب نصفه

34× ½1 = 34+17=51

لضرب العدد في ¼1 نضيف للمضروب ربع قيمته

48×¼1 = 48+12= 60

لضرب العدد في ½2 نضيف لضعف العدد نصف قيمته

18×½2 = 36+9=45

والطريقة الثانية، نضرب العدد في 5، ونقسمه على إثنين

18× ½2 = 90÷2=45

لضرب العدد في ¾ أي لإيجاد ثلاثة أرباع العدد، نضرب العدد أولاًبـ ½1 ، ثم نقسم الناتج على إثنين

30× ¾= (30+15)/2=½22

والطريقة الثانية، نطرح ربع قيمة المضروب من قيمته الكاملة، أو إضافة إلى نصف المضروب نصف نصفه.

الضرب في 15، و 125، و 75

عملية الضرب في 15، تستبدل بالضرب في 10 وفي½1 ، وذلك لأن 10×½1 = 15

18×15= 18×½1 ×10= 270

عملية الضرب في 125، تستبدل بالضرب في 100، وفي¼1

وذلك لأن 100× ¼1= 125

26×125=26×100×¼1 = 2600+650=3250

عملية الضرب في 75، تستبدل بالضرب في 100وفي ¾ ، وذلك لأن 100× ¾=75

18×75= 18×100× ¾ = 1800× ¾ = (1800+900)/2=1350

الضرب في 9 وفي 11:

للضرب في 9، نضيف صفراً، ونطرح العدد نفسه من العدد الناتج

62×9= 620 – 62= 600 – 42= 558

لضرب عدد في 11، نضيف إليه صفراً، ونضيف إلى الناتج العدد المضروب نفسه

87×11= 870+87= 957

القسمة على 5، 1و ½ ، و 15

لقسمة عدد على 5، نضاعف العدد، ثم نضع فاصلة بعد الرقم الأول

68÷5= 136/10 = 13,6

لقسمة عدد على 1و ½ ، نقسم ضعف العدد على 3

36÷ 1و ½ = 72÷3= 24

لقسمة عدد على 15، نقسم ضعف العدد على 30

240÷15= 480÷30 = 48÷3= 16

تربيع الأعداد:

لتربيع عدد يبدأ بالرقم 5، مثل (85)، نضرب رقم العشرات (8) في نفسه زائداً واحد (1+8=9)، أي (8×9= 72)، ثم نضيف إليه كتابة، الرقم 25، لوضعه أمامه، (7225)

مثال، تربيع 145، ، 14×15= 210،،،، 21025

تطبق نفس الطريقة على الكسور العشرية:

تربيع 8,5=72,25

تربيع 14,5= 210,25

تربيع 0,35= 0,1225

26) وبما ان 0,5= ½، و 0,25= ¼ ، يمكن استخدام الطريقة المبينة في الفقرة السابقة، لتربيع الأعداد التي تبدأ بالكسر ½ ، مثلاً:

تربيع (8½) = 72¼

تربيع (14½)= 210¼

طريقة سريعة لضرب أي عدد × 11 ذهنياً

نقوم بوضع الخانة الأولى من العدد كأول خانة من الناتج.

2. للحصول على الخانة الثانية من الناتج نقوم بجمع الخانة الأولى من العدد مع الخانة الثانية.

3. للحصول على الخانة الثالثة من الناتج نجمع الخانة الثانية من العدد مع الخانة الثالثة.

4. وهكذا حتى نصل إلى العدد الأخر حيث نقوم بوضعه كما هو أي تكون الخانة الأخيرة من الناتج والخانة الأخيرة من العدد.

$53 \times 11 =$

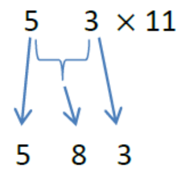
١. الخانة الأولى من الناتج هي الخانة الأولى من العدد وهي (5) .

٢. نقوم بجمع الخانة الأولى مع الخانة الثانية (8 = 3 + 5) وهي الخانة الثانية من

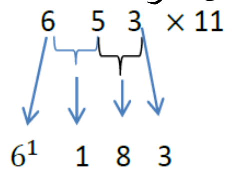
٣. الخانة الأخيرة من الناتج هي الخان الأخيرة من العدد وهي (3).

٤. فيكون الناتج كاملاً (583).

طريقة التمثيل:



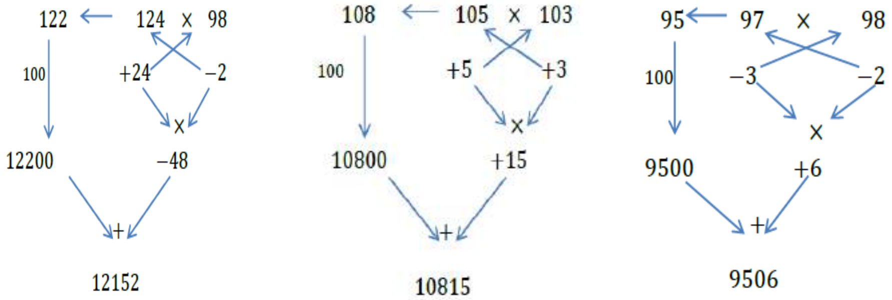
مثال آخر



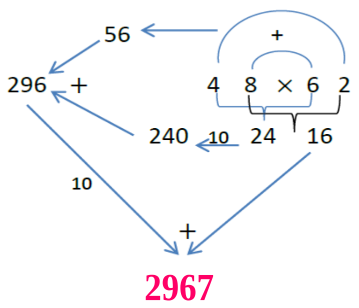
حملنا واحد إلى المنزلة الأولى من الناتج لأن المنزلة الثانية أكبر من (9).

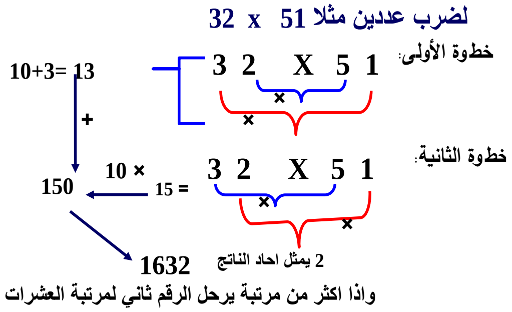
فيكون الناتج النهائي (7183) .

الضرب بالاعتماد على(100 - X)(100 - Y) وإشارة هذا الفرق مهمة جدا



الضرب في عدد نعتبره مرجع مثل 100 وقواها





تربيع عدد آحاده (5)

(1) نربع العدد (5) وهو (25)، ونكون بذلك قد حصلنا على المنزلتين منزلة الاحاد والعشرات

(2) نقوم بضرب باقي العدد (عدا العدد (5)) بالعدد الذي يليه ونكون بذلك قد حصلنا على **نهاية الناتج**

مثال1:جد: $\boxed{(25)^2}$

25 الخانات الأولى

$\boxed{(2 \times 3 = 6)}$، فيكون الناتج (625).

مثال2:جد: $\boxed{(65)^2}$

25 الخانات الأولى

$\boxed{(6 \times 7 = 42)}$ و فيكون الناتج (4225)

مثال3:جد: $\boxed{(75)^2}$

25 الخانات الأولى

$\boxed{(7 \times 8 = 56)}$، فيكون الناتج (5625)

تربيع الأعداد بين (10) و (19) ذهنيا

(1) نقوم بإيجاد ناتج جمع خانة الآحاد من العدد مع العدد كاملاً (2) نربع خانة الآحاد

(3) نقوم بضرب الناتج الذي حصلنا عليه من (1) بعشرة ومن ثم نضيف له الناتج الذي حصلنا عليه من (2)

مثال1:جد: $(13)^2$

$13 + 3 = 16$

$(+3)^2 = 9$

$16 \times 10 = 160$

$160 + 9 = 169$

مثال2:جد: $(19)^2$

$19 + 9 = 28$

$(+9)^2 = 81$

$28 \times 10 = 280$

$280 + 81 = 361$

مثال3:جد: $(18)^2$

$18 + 8 = 26$

$(8)^2 = (64)$

$26 \times 10 = 260$

$260 + 64 = 324$

تربيع الأعداد القريبة من (100) بزيادة أو بالنقصان

يطرح فرق 100 وهو 3 من العدد الاصلي

$(97)^2 \rightarrow 94$

يطرح منه 100 $\rightarrow -3$

$94 \xrightarrow{\times 100} 9400$

$-3 \xrightarrow{\text{يربع}} 9$

$9400 + 9$

9409

مثال آخر

$(189)^2 \rightarrow 178$

$178 \xrightarrow{2 \times 100} 35600$

$-11 \rightarrow 121$

$35600 + 121$

35721

مثال آخر

$(204)^2 \rightarrow 208$

$208 \xrightarrow{100 \times 2} 41600$

$+4 \rightarrow 16$

$41600 + 16$

41616

مثال آخر

$(112)^2 \rightarrow 124$

$124 \xrightarrow{100} 12400$

$+12 \rightarrow 144$

$12400 + 144$

12544

الفصل السادس

البرهــان الرياضــي a

d

الفصل السادس
البرهـــان الرياضـــي

Mathematical Proof

مفهوم البرهان

إن مفهوم البرهان لا يقتصر على مجرد البراهين التي ترد بكتب الرياضيات عامة والهندسة بصورة خاصة، فالبرهان مفهوم عام، ويستخدم كثير في حياتنا اليومية بمعنى عام وبدرجات متفاوتة من الدقة، لاسيما في المواقف التي تتطلب نوعاً من

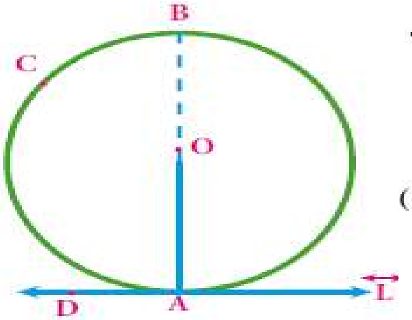
الأقناع، البُرْهان: جمع بَراهينُ: ويأتي بمعني الدليل، والحُجّة البَيِّنة الفاصِلة الواضحة التي لا يمكن إنكارها كما جاء في قوله تعالى:(أَيُّهَا النَّاسُ قَدْ جَاءَكُمْ بُرْهَانٌ مِنْ رَبِّكُمْ وَأَنْزَلْنَا إِلَيْكُمْ نُوراً مُبِيناً) (النساء:174)، ولا يعتد أو يصدق بأي كلام دون برهان كما جاء في قوله تعالى:
(وَقَالُوا لَنْ يَدْخُلَ الْجَنَّةَ إِلَّا مَنْ كَانَ هُوداً أَوْ نَصَارَى تِلْكَ أَمَانِيُّهُمْ قُلْ هَاتُوا بُرْهَانَكُمْ إِنْ كُنْتُمْ صَادِقِينَ) (البقرة:111) .
(أَمَّنْ يَبْدأُ الْخَلْقَ ثُمَّ يُعِيدُهُ وَمَنْ يَرْزُقُكُمْ مِنَ السَّمَاءِ وَالْأَرْضِ أَإِلَهٌ مَعَ اللَّهِ قُلْ هَاتُوا بُرْهَانَكُمْ إِنْ كُنْتُمْ صَادِقِينَ) (النمل:64).
(فَذَانِكَ بُرْهَانَانِ مِنْ رَبِّكَ إِلَى فِرْعَوْنَ وَمَلَأِهِ)(القصص: من الآية32).
والبرهان اصطلاحاً: هو استدلال ينتقل خلاله الذهن من قضايا معلومة يقينًا إلى قضايا أخرى مجهولة، ,هو استدلال ينتقل فيه الذهن من قضايا مسلمة إلى أخرى تنتج عنها ولازمة لها لزوماً ضرورياً، وهو الحجة القاطعة التي تقطع حجج الخصوم، ويقال: برهن عليه إذا أقام عليه الحجة، ومنه: الصدقة برهان، بمعنى أنها حجة صاحبها على صحة إيمانه.
أي أن البرهان: هو نوع من المعالجة التي تهدف إلى الاقتناع بصحة قضية ما من خلال تقديم أدله تدعو إلى الاقتناع إلى حد التأكد من صحة ذلك، وهو أية مناقشة أو تتقديم لشواهد تقنع شخصياً ما بقضية معينه، ولنأخذ مثالاً من سلفنا الصالح على تقديم الأدلة والبرهان لإثبات قضية معينة:جاء رجل إلى الخليفة عثمان بن عفان(رضي الله عنه)، واخبره أن زوجته وضعت بعد زواجه بعد(6)أشهر، وهو منكر ومتهما لزوجته، و أرسل الخليفة بطلب زوجته(وهي تبكي وتقول لأختها، ما تلبسني أحد من خلق الله تعالى غير زوجي قط فليفعل الله سبحانه وتعالى ما شاء، فأمر الخليفة برجمها، فلما بلغ ذلك الأمام علي(عليه السلام)، أتى للخليفة، فقال ما تصنع، فقال الخليفة لقد ولدت لستة أشهر وهل يكون كذلك؟ قال الإمام(عليه السلام) أما تقرأ القرآن، قال بلى، قال إما سمعت الباري يقول:(وَالْوَالِدَاتُ يُرْضِعْنَ أَوْلادَهُنَّ حَوْلَيْنِ كَامِلَيْنِ))(البقرة: من الآية233) (أي سنتين=24شهر)، قال الخليفة بلى، ثم قال وقوله تعالى: (وَحَمْلُهُ وَفِصَالُهُ ثَلاثُونَ شَهْراً))(الأحقاف: من الآية15)، ثم قال إلا بقيت ستة أشهر، فقال الخليفة عثمان والله ما فطنت بهذا أبدا، وعفي عن المرأة.
البرهان الرياضي:
البرهان مفهوم أساسي في الفكر البشري وفي كل مجالات الخبرة والتعلم، مثل ما هو مفهوم أساسي ومركزي في دراسة الرياضيات بصفة خاصة، فهو يعد ثاني أهم نشاط يقوم به الباحثون وعلماء الرياضيات، ففي حين يعتبر ابتكار رياضيات جديدة والكشف عن علاقات بين البنيات الرياضية المختلفة هو أهم هذه النشاطات، يأتي البرهان على صحة هذه العلاقات في المرتبة الثانية مباشرة. كما أن تعلم مهارات البرهان الرياضي قد يؤثر في تقدم الطلاب وتحصيلهم في الرياضيات،

فيفترض أن ندرب طلبتنا على إدراك تلك الركائز الأساسية التي تقوم عيها تلك المعالجة المنطقية حتى يستطيعوا التعامل مع مسائل البرهان بطريقة صحيحة، و يحاولوا البحث عن تلك العبارات ويرتبوها بشكل منطقي صحيح، وبالتالي سنقلل من الصعوبات التي يواجهها الطلبة مع البرهان الرياضي لأنهم سيدركوا حقيقته، والبرهان على الصحة أو الدحض يمكن أن يكون نتيجة تقييم حقيقة فكرة باستخدام مقاييس أو معايير تقييم معينة، وتحديد الأخطاء (أمر ضمني)يتطلب اكتشاف أخطاء في المنطق والحسابات والإجراءات والمعرفة، وإذا كان بالإمكان، تعريف حالاتها والقيام بتصحيحات أو تغييرات في مجرى التفكير، وإذا قاد التقويم فرد ما وقاد شخص آخر إلى نتائج مختلفة، فهذا يعني أن أحدهما قد ارتكب خطأً أو أن كل واحد منهما قد وصل إلى نتيجة بديلة صالحة(Rusbult, 2002).

البرهان الرياضي يوّفر معايير مشتركة لقبول المعرفة الرياضية الجديدة وربطها بالنظريات السابقة مما يحافظ على حيوية علم الرياضيات كما أن البرهان يُسَهِّل عملية التواصل بين الأجيال؛ إذ إن الطريقة الاستنتاجية البدهية تقَدِّمُ للأجيال الجديدة فرصً ة لإعادة صياغة الحقائق الرياضية السابقة وتطويرها، ففكرة البرهان الرياضي جعلت الرياضيات علمًا مستقراً نسبياً تتناقلها الأمم من جيل إلى جيل ولكنَّ أهمية البرهان الرياضي لا تكمن فقط في كونه الوسيلة الوحيدة للاقتناع بصحة عبارة رياضية معينة، بل في وظائفه المتعددة، أن كثيرًا من الباحثين استطاعوا أن يتحققوا من أهمية البرهان الرياضي في تعليم الرياضيات ووظائفه، وأهمها: الاقتناع، والتفسير، وتنظيم النتائج، و التواصل، و التحدي الفكري أو الذهني، وحلّ المسائل المختلفة، وتقوية الحدس واكتشاف نتائج جديدة وقيام الطلبة بالبرهنة الذاتية للمبرهنات(نظريات) (قرواني، 2012).

في الرياضيات، البرهان عبارة عن إثبات، يستند على بديهيات معينة، لعبارة رياضية أو علاقة رياضية بأنها صحيحية منطقيا حكما في ظل هذه المجموعة من البدهيات، البرهان الرياضي إذا عبارة عن حجة أو تعليل منطقي، ليس تجريبيا. ضمن هذا التعريف فإن مقولة أو عبارة رياضية يجب أن تبرهن على صحتها في جميع الظروف والحالات قبل أن يتم اعتبارها مبرهنة رياضية.

مثال مبرهنة: المماس عمود على نصف القطر المرسوم من نقطة التماس



المعطيات دائرة مركزها O، المستقيم L يمس الدائرة في نقطة A.

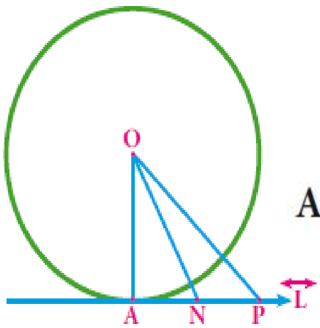
المطلوب اثباته $\overline{OA} \perp \overleftrightarrow{L}$

العمل والبرهان: نرسم القطر $\overline{AOB}$

$m\widehat{ACB} = 180^0$ .... (لان $\overline{AB}$ قطر في الدائرة)

$m\angle BAD = \frac{1}{2} m\widehat{ACB}$ ....(عبارة اولية)

$\therefore m\angle BAD = \frac{1}{2} \times 180^0 = 90^0 \quad \therefore \overline{OA} \perp \overleftrightarrow{L}$ و.ه.م



برهان آخر: اذا لم يكن $\overline{OA} \perp \overleftrightarrow{L}$ نرسم من O , $\overline{ON} \perp \overleftrightarrow{L}$ في نقد

نمد $\overline{AN}$ على أستقامتها الى النقطة P. بحيث ان $AN = NP$.

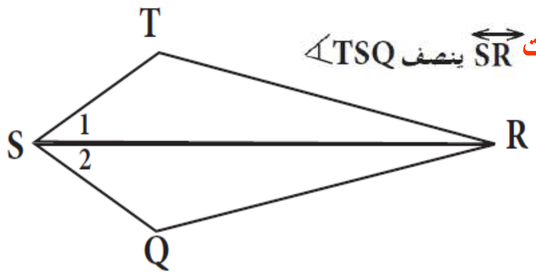
من التطابق نحصل على: $OA = OP$ $\because$ $A \in$ للدائرة

$\therefore$ $P \in$ للدائرة $\therefore \overline{OA} \perp \overleftrightarrow{L}$

و.ه.م

يعد البرهان الرياضي أداة فعالة لممارسة التفكير المنطقي الموضوعي، فهو من أهم المفاهيم الرياضية الذي يمكن استخدامه في خلق المواقف التعليمية التي تشجع الطلبة على المبادأة والمشاركة وعمل التخمينات واقتراح الحلول واكتشاف العلاقات، وهو مفهوم أساسي وهام ومركزي في دراسة الرياضيات فهو يعتمد على فرضيات واضحة وصحيحة، فيؤدي إلى نتائج منطقية كما أن هذه النتائج نفسها تستخدم لتعزيز وبناء النظريات الرياضية فيما بعد، لذلك فإن تنمية البرهان هدف تربوي رئيسي من أهداف تعليم الرياضيات سواء كان المتعلم يعد للمواطنة الواعية حيث يمثل البرهان أداة للتفكير السليم والدقيق أو كان المتعلم يعد لدراسة علمية تخصصية، حيث يمثل البرهان الدعامة في بناء وتطوير معرفة عامة والبنية الرياضية الخاصة، واعد المجلس القومي لمعلمي الرياضيات NCTM مهارة البرهان الرياضي أولى المهارات الرياضية الأساسية التي يجب تنميتها وإكسابها للطلبة، أي أن الطالب الذي يدرس الرياضيات المدرسية في حاجة ماسة لأن تتحقق لديه تلك المبادئ والمعايير وبخاصة تنمية مقدرته على الاستدلال والقيام بالبرهان خاصة بأن الرياضيات توصف بأنها عملية استدلال(امين، 2012) .

مثال1: في الشكل المجاور: المعطيات $\overleftrightarrow{SR}$ ينصف $\measuredangle TSQ$



$\measuredangle T \cong \measuredangle Q$

والمطلوب برهنة ان

$\Delta RTS \cong \Delta RQS$ الحل

$\measuredangle 1 \cong \measuredangle 2$ معطى منصف

$\measuredangle T \cong \measuredangle Q$ معطى ، $\overline{RS} \cong \overline{RS}$ مشترك

البرهان جزءاً مهماً من عمليات الاستدلال, كما وأنه نوعاً مهماً من مهارات حل المشكلات, فهو يساعد الطلبة على التعلم وييسر لهم التطور العقلي (علي, 1991). لذلك ينادي البعض بضرورة الاهتمام بالبرهان وتضمينه في محتويات مناهج الرياضيات في المراحل المبكرة من التعليم, ويبررون ذلك أن البرهان ليس فقط قلب الرياضيات التطبيقية؛ ولكنه أيضا أداة مهمة لتعزيز الفهم في الرياضيات، فصلا عن مطالبة جهود الإصلاح في الولايات المتحدة إلى التغيير الجذري في طبيعة ووظيفة البرهان في مناهج الرياضيات المدرسية للمرحلة الثانوية, بحيث يتيح التغيير للطلبة فرصاً وخبرات غنية مع البرهان (Knuth, 2002).

ويحتاج معلم الرياضيات وخصوصا في المراحل الأساسية إلى طرق برهان لإقناع الطلبة بالقوانين أو حلول المسائل، ففي مراحل التعليم الأولى تتنوع الأساليب للتدليل على صحة قضية رياضية وهذه الأساليب تكون في جوهرها طرائق للإقناع وشبيه تقريباً بالبرهان الرياضي نأخذ قسم منها:

الإقناع البصري: وفيه يستخدم المعلم الدليل البصري المحسوس العملي لإقناع التلاميذ على سبيل المثال: مساحة متوازي الأضلاع، بعد أن يكون الطالب قد اخذ مساحة المستطيل سابقاً:

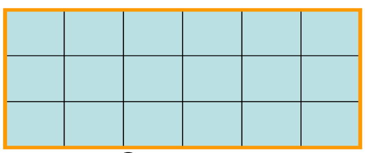
مثال2: مساحة المستطيل

مساحة المستطيل

نحسبها بعدد المربعات

التي تغطي المنطقة الداخلية

وتساوي هنا $18\ cm^2$

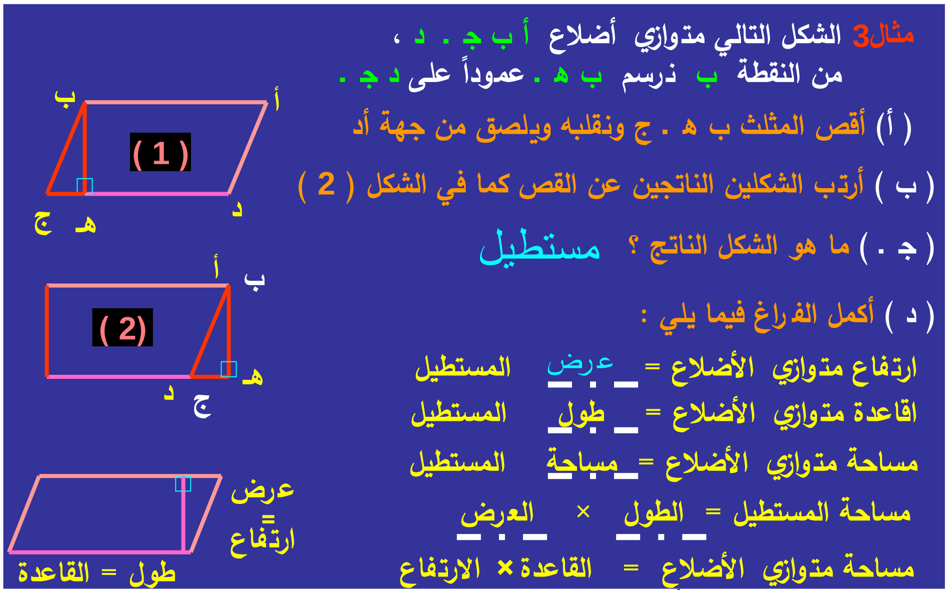


3 cm

6 cm

مساحة المستطيل = الطول × العرض

نمهد لطرح قانون مساحة متوازي الأضلاع على النحو الآتي:



والبرهان ليس مقصوراً فقط على برهنة بعض النظريات والتمارين الهندسية, بل هو مفهوم أساسي في الفكر البشري بصفة عامة, وفي دراسة الرياضيات بصفة خاصة.

مثال4: لو اختر عدد مكون من مرتبتين عشريتين ثم أضربه ×(2) ثم + (14) وناتج(÷2) ثم أطرح من الناتج النهائي العدد الذي اخترته سيكون الناتج دائما مهما أخذت من أعداد يساوي(7).

نقوم بالخطوات المذكورة ونأخذ أعداد مختلفة

يطرح منه 27	يقسم على 2	يجمع معه 14	يضرب × 2	العدد
34-27 = 7	68 ÷2=34	54 + 14 = 68	27 x 2 =54	27
32-25 = 7	64 ÷2=32	50 + 14 = 64	25 x 2 =50	25
19-12 = 7	38 ÷2=19	24 + 14 = 38	12 x 2 =24	12
17-10 = 7	34 ÷2=17	20 + 14 = 34	10 x 2 =20	10
27-20 = 7	54 ÷2=27	40 + 14 = 54	20 x 2 =40	20

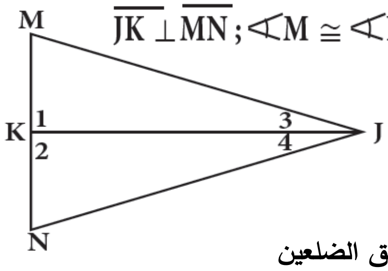
نتركك لتجرب أي أرقام أنت تختارها وهل تستطيع أن تبرهن ذلك رياضيا

X + 10y+7	2x +20y + 14	2x +20y	X + 10 y

عند طرح نفس العدد $X + 10y + 7 - (X + 10y) = 7$

ويرتبط البرهان الرياضي بالتفكير حيث تستخدم طرائق البرهان الرياضي بأنواعها المختلفة في التفكير الاستدلالي أو الاستقرائي أو الحدسي, ولا يمكن فصل طرائق التفكير عن بعضها البعض إذ أن كلها تتكامل وتستخدم في الكشف الرياضي أو في حل المشكلات

مثال5: في الشكل المجاور: المعطيات اذا كان $\overline{JK} \perp \overline{MN}; \sphericalangle M \cong \sphericalangle N$



فبرهن على أن : $\overline{MJ} \cong \overline{NJ}$

(1) ممكن الحل مباشر كون

$\sphericalangle M \cong \sphericalangle N$ معطى يكون

$\overline{MJ} \cong \overline{NJ}$ من خواص مثلث متطابق الضلعين

(2) ممكن الحل كون

$\sphericalangle 1 \cong \sphericalangle 2$ قوائم معطى عمود

$\sphericalangle M \cong \sphericalangle N$ معطى و $\overline{JK} \cong \overline{JK}$ مشترك

يتطابق المثلثان(MJK ,KJN) بزاويتين وضلع ومن التطابق نحصل $\overline{MJ} \cong \overline{NJ}$

أضافت الجمعية القومية لمعلمي الرياضيات الاستدلال والبرهان كمعيار رئيس من معاييرها في آخر إصدار لمبادئ ومعايير الرياضيات المدرسية، للبرهان ثلاث خطوات رئيسة هامة هي:

تحديد المعطيات

تحديد المطلوب

إيجاد العلاقة بين المعطيات والمطلوب.

كما أن للبرهان وظائف في الرياضيات

التأكد من صحة عبارة معطاة.

توضيح سبب صحة العبارة.

التواصل مع المعرفة الرياضية.

الكشف عن رياضيات جديدة والإبداع فيها.
وضع العبارات في نظام بديهي. (Knuth, 2002)
تعريف البرهان الرياضي:
عرفه كل من:
(بل, 1987): مناقشة أو تحليل أو تقديم لشواهد تقنع شخصا ما بقضية معينة.
(ديبونو، 1998): مصطلح يستخدم لإثبات وجهة نظر ما، وهو يشمل الأفكار والآراء والأفكار المساندة، وهناك تصنيف بسيط للبرهان حيث يقسم إلى (حقيقة، رأي) وهذا لا يعني أن الحقائق براهين مرتفعة بينما الآراء ليست كذلك، وإنما هناك مواقف تكون فيها الحقائق صحيحة ولكنها غير مناسبة أو غير كاملة لذلك هناك خطأ في استعمالها، وهناك أيضاً مواقف ترتكز على الآراء مثل رغبات الناس وما يحبونه ويؤمنون به، فالأشياء الذاتية هي آراء والموضوعية هي حقائق، فالحقائق لها تطبيق شامل، ويتفق الجميع على أنها شيء لا يجب إنكاره كدليل، أما الآراء فهي شخصية وليس عليها اتفاق عام.
(أحمد، 1999): متتابعة من الاستنتاجات تبدأ من مقدمات مقبولة، وتنتهي بالنتيجة المطلوبة، وكل تتابع من هذه التتابعات يتكون من عدة جمل رياضية تشتق كل منها من سابقتها، وكل جملة من هذه الجمل لها تبرير رياضي مقبول .
(عبيد وآخران, 2000): معالجة لفظية أو رمزية تتمثل في تتابع من العبارات تستنبط كل منها من سابقتها استنادا إلى شواهد معترف بصحتها (مثل المسلمات والنظريات والمعطيات) واستنباطا بأساليب يقرها المنطق.
تعريف الكتاب: معالجات منطقية تسير في تتابع من الخطوات تستنبط كلا منهما عن سابقتها استنادا إلى شواهد معترف بصحتها (مثل المسلمات والنظريات والمعطيات) لإثبات شيء مطلوب او حل مشكلة رياضية تتطلب التفكير والبحث.
تعريف مهارات البرهان الرياضي:
(إبراهيم 2001): الإجراءات الاستدلالية المنطقية التي يقوم بها الطالب ليبرهن على صحة تقرير رياضي ما، وغير ذلك من تدريبات تتطلب كثيرا .

تعريف الكتاب: قدرة على إثبات فكرة أو التوصل إلى مطلوب من معطيات معلومة أو حقائق ومبرهنات معروفة بالتخطيط والاستعانة بإحدى طرائق البرهان الرياضي.

أنواع البرهان:

أولاً: البرهان المباشر

ينقسم هذا النوع من البرهان إلى سبعة أنواع وهي:

أ. قانون الوضع المنطقي:

إذا كانت:ك، ل تمثل عبارات، ك صواب وإذا كانت ك ← ل صواب فان ل صواب. والصورة الرمزية لهذا القانون هو $\dfrac{\text{ك ، ك} \leftarrow \text{ل}}{\text{ل}}$

ب. برهان الانتقالية (التعدي)
ان صورة التركيب المنطقي لهذا النوع من البرهان هو اذا كان:
ق ← ك صواب، ك ← ر صواب فان ق ← ر صواب.
مثال: اذا ساوى قياسا زاويتين في مثلث قياسي زاويتين في مثلث آخر.
ك1: فان قياسات الزوايا الثلاث المتناظرة في المثلثين تتساوى.
ك2: اذا تساوت قياسات الثلاث زوايا من مثلثين.
ر: فان المثلثين متشابهين.
الصورة المنطقية (ق ← ك1) ∧ (ك1 ← ك2) ∧ (ك2 ← ر) ∴ ق ← ر
اذا تساوى قياسا زاويتين في مثلث ما قياسي زاويتين في مثل آخر فان المثلثين يكونان متشابهين.

ج. قانون الرفع المنطقي (برهان النفي)
ان التركيب المنطقي لهذا القانون هو ق، ك عبارات فان نفيها على الترتيب، ~ ق، ~ ك اذا كان ق ← ك. واذا كان ق ← ك صواب واذا كان ~ ك فان ~ ق صواب.
ق، ك عبارات، ~ ق، ~ ك نفيهما على الترتيب
اذا كان ق ← ك صواب واذا كان ~ ك صواب فان ~ ق صواب ونعبر عنها بالرموز على النحو التالي:

ق ← ك، ~ ك
―――――――
~ ق

د. النظرية الاستنباط:

اذا ما استطعنا ان نستنتج من فرض ما وليكن ق ومن مجموعة من العبارات المستنتجة ك1، ك2، ...، كن مجموعة من العبارات الصائبة المستخدمة في البرهان وتمثل الكلمات الاولية، والبديهيات، والتعاريف، والمبرهنة السابقة والمعطيات والتي تؤدي بمجموعها إلى صحة المطلوب.

ويعبر عن ذلك بالرموز

مثال1: العلاقة إذا كانت ع علامة انعكاسية و ع علاقة متناظرة، علاقة متعدية فان ع تكون علاقة تكافؤ.
مثال (2): يكون التطبيق تقابلاً إذا حقق الشرطين الآتين : شاملاً و متبايناً
هـ. عكس النقيض:
يدرّس صورة عكس النقيض في البرهان على أنها برهان غير مباشر، وهو غير صحيح. لان عكس النقيض صورة مباشرة صالحة للبرهان الاستنباطي وهذه الصورة نصها:
اذا كان نفي ك يؤدي إلى نفي ق فان ق تؤدي إلى ك ويعبر عن ذلك بالرموز :

~ ك ← ~ ق

ق ← ك

مبرهنة:
إذا تطابق قوسان في دائرة فان زاويتيهما المركزيتين متطابقان.
عكس النقيض لهذه المبرهنة:
إذا لم يتطابق الزاويتان المركزيتان فان قوسهما لا يتطابقان من الدائرة" ق ← ك
ق: إذا تطابق قوسان من دائرة
ك: زاويتيهما المركزيتين متطابقان.
~ ك: إذا لم يتطابقا الزاويتان المركزيتان من الدائرة
~ ق: فان قوسيهما لا يتطابقان ~ ك ← ~ ق
و. الاستقراء الرياضي:
الاستقراء الرياضي احد نماذج البرهنة النظرية يمكن استخدام الاستقراء الرياضي لإثبات في المثال الآتي:

$$1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

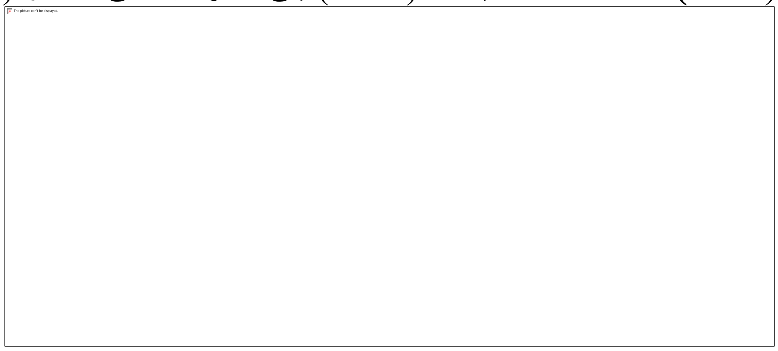
يظل صحيحا لكل الأعداد الطبيعية .n هذه العلاقة تعطي صيغة حساب مجاميع الأعداد الطبيعية من 1 إلى .n ويتم إثباتها كما يلي
1. نفرض أن القانون صحيح من أجل.1 = n

$$1 = \frac{1 \cdot (1+1)}{2}$$

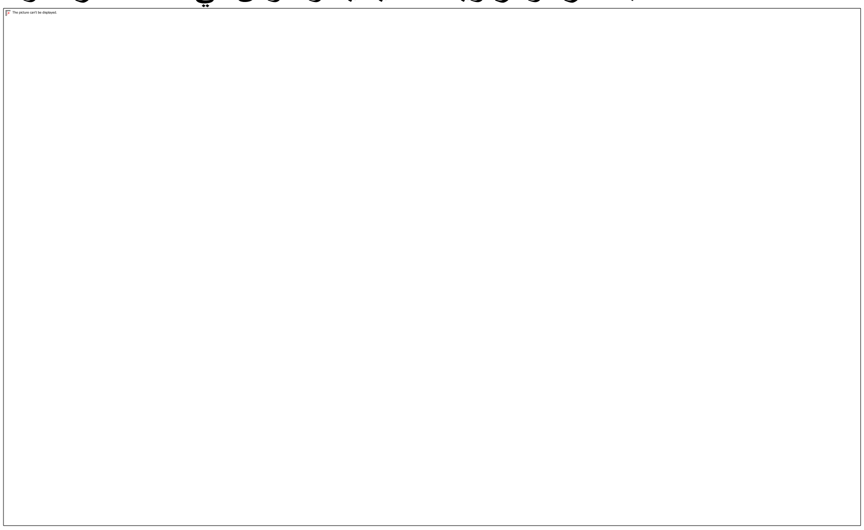
في الطرف الأيسر من المعادلة الحد الوحيد هو 1, وعليه يكون الطرف الأيسر واحد.
بما أن الطرفان متساويان, يصبح التعبير صحيح من أجل .n=1 وبالتالي أمكن إثبات أن P(1) صحيحة.

خطوة الاستقراء: تبين أنه إذا كانت $P(n)$ صحيحة, فإن $P(n + 1)$ صحيحة أيضا.
يتم ذلك على النحو الآتي:

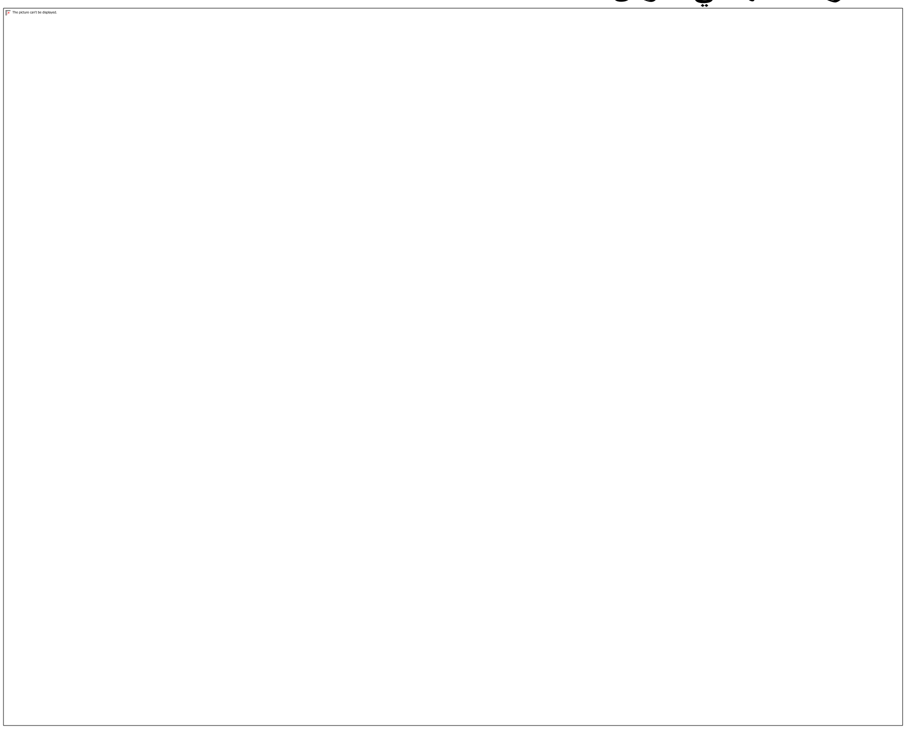
نفرض أن $P(n)$ صحيحة (لقيمة غير معينة لـ(n)) وينبغي أن نثبت $P(n + 1)$ صحيحة عند إضافة$(n + 1)$ إلى الطرفين على الخطوة(2):



ز. البرهان باستنفاذ جميع الحالات (الإمكانات):
إذا كان كل من المعطيات في عبارة ما يؤدي إلى نتيجة صائبة فان الربط المنطقي لهذه المعطيات هو أداة الربط (أو) يؤدي إلى نفس النتيجة أي أن:
إذا كان ق1 ← ك، ق2 ← ك، ق3 ← ك فان ق1 أو ق2 أو ق3 ← ك
تستخدم هذه الطريقة في برهان العديد من المبرهنات الرياضية التي تتضمن أكثر من حالة من علاقة اكبر أو اصغر، فضلا عن الكثير من المبرهنات الهندسية خاصة تلك المتعلقة بالدائرة والزاوية المحيطية والقوس في تلك الدائرة الواحدة.



مثال2: مبرهنة قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس.



ثانيا: البرهان بإثبات استحالة التناقض

ويتكون هذا النوع من نوعين هما:

البرهان بالمثال المضاد:

مثال (1): كل الإعداد الأولية فردية الكلام ليس صحيح عموما حيث ا، الرقم(2) عدد أولي ولكن ليس فردي

مثال (2): أثبت أن القضية الآتية خاطئة $\forall\ x \in IR^{*}: x < 1 \Rightarrow \frac{1}{x} > 1$

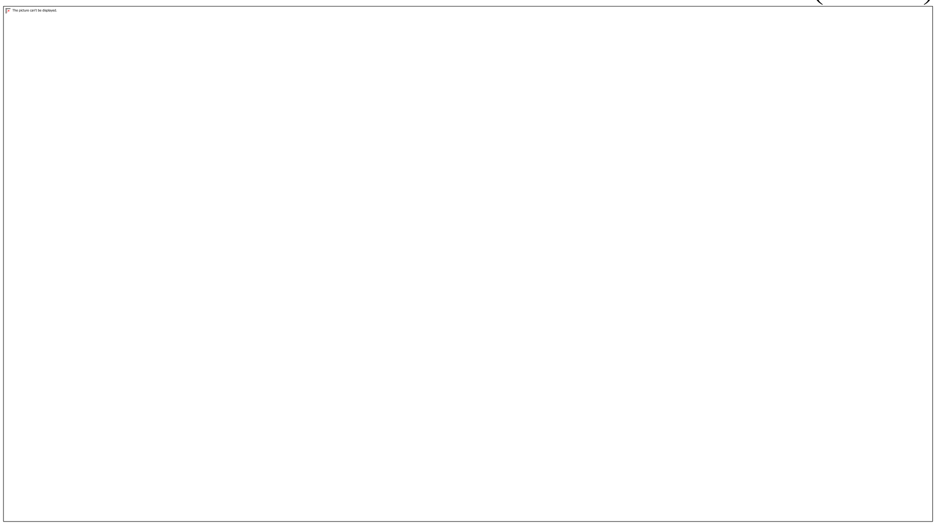
نعلم أن أي عدد سالب غير معلوم مقلوبه : $\frac{1}{x}$ سالب وبالتالي أصغر من 1.

البرهان غير المباشر:

البرهان غير المباشر هو احد أنواع البرهان بإثبات استحالة التناقض وهناك صور منطقية عديدة للبرهان غير المباشر، ولكن الصورة الأكثر شيوعا في هندسة المدرسة هي من نوع إذا كان... فان... أي ق ← ك

فاذا اردنا ان نثبت صحة قضية ق ← ك بطريقة غير مباشرة نبدأ بافتراض صواب ق وخطأ ك. أي نفترض ان كلا من ق، نفي ك صواب ونشتق

من ذلك تناقضا بان كل من س، نفي س صواب. ونعبر عنة هذا بالرموز
(ق، ~ ك) ← (ر، ~ ر)
(ق ← ك)



مثال (2): ∀ س ∋ ج، س2 > س.
الحل بإعطاء مثال مضاد
افرض أن س= $\frac{1}{2}$ وحيث أن $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ ← $\frac{1}{4} \langle \frac{1}{2}$
∴ ∀ س ∌ ج فان س2 > س.

القــدرة المكانيـــة

الفصل السابع
القــدرة المكانيـــة
spatial ability

العصر الحالي يتطلب أنساناً له عقلية تمكنه من استعمال أنواع التفكير المختلفة، فيحلل ويركب ويميز ويضيف ويحذف، أي العقلية التي تقدر على التفاعل مع واقع يتغير ويتطور بلا توقف، وهذا يعني أن الحياة التي تقوم على التفكير العفوي الذي يخضع للصدفة والحظ او على التفكير الذي يقوم على الاستظهار والتردد لن تلائم طبيعة حياة اليوم والغد، لقد أدركت الدول العربية هذه الحاجة وجاء ذلك خلال تطوير برامجها التربوية، إذ أدخلت التفكير في مناهجها وكتبها المدرسية وأصبح محورا لطرائق التدريس في المباحث المختلفة، بعد ان برزت الدعوات من خلال المؤتمرات والندوات إلى تطوير المناهج وطرائق التدريس، ومن ضمن المناهج التي تؤثر في الحياة اليومية بشكل فعال وعلى مستوى الفرد، هي مناهج الرياضيات، فالرياضيات مادة ضرورية للتعامل بين الأفراد في الحياة اليومية، بل هي من المكونات الأساسية للثقافة التي يحتاج إليها كل فرد في المجتمع، هذا فضلا عما تمثله من ميدان خصب لتنمية القدرات العقلية المختلفة لدى الطلبة وإكسابهم عادات سليمة كالدقة في التعبير والقدرة على التنظيم واستعمال أساليب التخطيط في حل المشكلات، أن المعرفة الرياضية والإلمام بأساسياتها وتطبيقاتها في المرحلة الأساسية مطلب وحاجة ملحة في مجتمع متطور يواكب التقدم العلمي والتقني.

تعريف القدرة المكانية:

- **(Ormord, 2003) :** هي ملاحظة تفاصيل ما يراه الفرد، والقدرة كذلك على تخيل الأشياء البصرية ومعالجتها ذهنياً. إذ يقوم الفرد بسلوكيات، مثل استحضار الصور العقلية، ورسم صورة ذهنية مماثلة للواقع، والتمييز بين الأشياء المتشابهة.
- **(الخالدي، 2003)**: القدرة على تصور الأشكال، وإدراك العلاقة بينها، وتظهر هذه القدرة في النشاط العقلي الذي يعتمد على تصور الأشياء بدون أن يتغير وضعها المكاني، كما هو في حل تمرينات الهندسة، عندما نريد إثبات أن مثلثين يتضمنهما شكل مرسوم ينطبق أحدهما على الآخر، فتصور تغيير وضع الأول لينطبق على الثاني والقدرة المكانية تعتمد على التصور البصري للأشكال.

- **(الهنداوي، 2005):** قدرة تتضمن في الواقع عاملين منفصلين ولكنهما مرتبطان، أولهما يشمل إدراك العلاقات المكانية وثانيهما يتضمن التصور المكاني، حيث تتم معالجة الأوضاع المتغيرة أو التحولات التي تطرأ على الأشكال.
- **(الهويدي، 2008):** هي قدرة الفرد على إدراك العلاقات بين الأشياء التي يراها، أو رؤية العلاقات بين أجزاء الشكل الواحد.

نخلص من هذا إن القدرة المكانية:

- القدرة على تصور الأشكال في الفراغ و إدراك العلاقات بينها والتعرف على نفس الشكل عندما يقوم وفقا لمحاور مختلفة، واختبارات القدرة المكانية تحتوي على أشكال أو رسوم مجزاة، يقوم المفحوص بتجميع أو ضم هذه الأجزاء ليكون الشكل أو رسم متكامل ويتم قياس القدرة المكانية أيضا بواسطة اختبارات الذاكرة البصرية أو الذاكرة المكانية .
- القدرة على تكوين الصور الذهنية للأشياء والتعامل مع هذه الصور، وتستدعى هذه القدرة للعمل كلما مارس احد الرياضيات، ما دامت الرياضيات هي دراسة الخواص المكانية للأشكال العديدة المستخلصة من العالم الملموس للأشياء الطبيعية.
- قدرة الفرد على إدراك العلاقات بين الأشياء التي يراها أو رؤية العلاقات بين أجزاء الشكل الواحد.
- هي معالجة الصور ذهنياً من خلال تدويرها في الفراغ، فمثلاً يعرض شكلين متجاورين يطلب من المفحوص أن يحكم وكل فقرة عبارة عن شكلين متجاورين يطلب من المفحوص أن يحكم عليهما إن كانا متشابهين أم مختلفين بعد القيام بتدوير الشكل الأيمن عقلياً، التالي مثال على إحدى فقرات الاختبار(الجواب متشابهين)

القدرة المكانية والرياضيات :

القدرات العقلية أي كان نوعها المعرفية منها أم المهنية, الموروثة منها أم المكتسبة أو غيرها, يمكن للفرد استخدامها للتأقلم مع البيئة وتشكيلها، ويستفيد منها الفرد أيضا إلى تقدمه تكنولوجياً وعلمياً، وعلى التربويين والمتخصصين في المناهج وطرائق التدريس بشكلٍ عام وتدريس الرياضيات بشكلٍ خاص في عصرنا الحاضر, أن يتنبهوا إلى العمل على تنمية القدرات الخاصة والأساسية التي تؤدي إلى تعلم مادة الرياضيات والتي تجعل الفرد قادراً على التعامل معها, وبالتالي فهم في تحدٍ حقيقي وهم يعدَون الأجيال الجديدة, ويسعون جاهدين في تقدمهم فكرياً والوصول بهم إلى مستوى يؤهلهم للتقدم علمياً وتقنياً، لكي يواجهوا مشكلات المستقبل. هذا الإعداد يجب ألا يتخلف عن ركب التكنولوجيا التي اقتحمت الحياة بشكل عام.

فالمناهج وطرائق التدريس المتبعة في مدارسنا إلى يومنا هذا مازالت لا تستطيع تنمية القدرات الرياضية بشكل صحيح مثل قدرة الطالب على حل المسائل الرياضية, ناهيك عن القدرات المهارية الأخرى كقدرة الطالب على الإدراك التصوري البصري، وهي القدرة على دوران النماذج ذهنياً وامتلاك ذاكرة بصرية تخيلية قصيرة الأجل، إن الرياضيات ينظر لها حديثا على أنها نشاط يقوم بتشكيل النماذج والعلاقات الرياضية, وهذا بطبيعة الحال يتطلب حساً مكانياً وهي بحاجة أيضاً إلى مرونة في تداول الصور الذهنية, أي القدرة على التصور البصري المكاني, فالمتعلم للرياضيات يجب أن يكون لديه القدرة على خلق أشياء مجردة في مخيلته انطلاقاً مما يلمسه أو يتداوله, وبالتالي فإن ضعفه على التخمين والتقدير والتصور في هذه المادة يؤدي إلى تدني مستوى تحصيله فيها.

أي يعاني الطلبة من مشكلات في الإدراك البصري بحيث يصعب عليهم ترجمة ما يرون، وقد لا يميزون علاقة الأشياء ببعضها أو بنفسها بطريقة ثابتة، وقابلة للتنبؤ، فالطالب هنا قد لا يستطيع تقدير المسافة، أو يرى الأشياء بصورة مزدوجة و مشوشة، وقد يعاني من مشكلات في الحكم على حجم الأشياء...الخ, أو يعاني هؤلاء الطلبة أيضاً من ضعف الذاكرة البصرية أو التصور البصري.

والقدرة على التصور البصري المكاني لها منزلة رفيعة من بين القدرات المعرفية المرتبطة بمناهج الرياضيات وطرائق تدريسها, هذا ما دعا إليه المجلس القومي لمعلمي الرياضيات في الولايات المتحدة، وأيضاً لهذه القدرة دور رئيسي في تفعيل الفهم والاستيعاب أثناء تعلم الرياضيات حيث تساعد على فهم السلوك البنائي للمتعلم وتعزز قدرة المتعلم على حل المسائل الرياضية(باصال، 2004).

تعد القدرة المكانية من أهم القدرات المعرفية الرياضية التي تحظى باهتمام القائمين والمتخصصين في مناهج الرياضيات، وطرائق تدريسها، ويتزايد دورها الفاعل من خلال ما تعول عليه الرياضيات للمرحلة المختلفة في حل المسألة، وتعلم العلاقات، والأشكال الهندسية.

وإذا كانت الدعوة تلح على تطوير مناهج الرياضيات، وطرائق تدريسها، فإنه يجدر أن يشكل الحس المكاني بفعالياته مادة ضرورية في مناهج الرياضيات التدريسية، بحيث لا يمكن الاستغناء عنه في إعطاء معنى للخبرة الرياضية مؤكدًا على أهميته للموضوعات الحسابية، والهندسية على حد سواء بل إنه بدون الحس المكاني فإن قدراتنا ستكون ضعيفة على تحليل الأشكال، والعلاقات بين أجزائها، وعلى الرغم من ذلك، إلا أن محتويات مناهج الرياضيات ما زالت تفتقر إلى دور فاعل للحس المكاني(عابد، 1994).

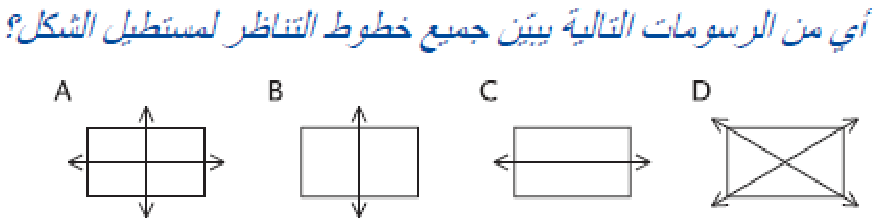
وطالب الرياضيات الذي تخصص بهذه المادة وارتبط بمباحثها ومناهجها هو بحاجة إلى القدرة على التصور البصري المكاني لكي تمكنه من فهم ما حوله بعقل متفتح, فدلت العديد من الدراسات على أن هناك علاقة دالة إحصائياً بين القدرة المكانية والتحصيل في الرياضيات منها، وإذا كان هناك علاقــة إيجابيــة بين القدرة المكانية والتحصيل فمن الأولى على معلم الرياضيات أن يكون ممتلكاً لهذه القدرة وواعياً ومدركاً لها ولأهميتها بحيث يستفيد منها أعظم فائدة أثناء تعلمه وتعليمه للمفاهيم الرياضية، وذلك بهدف تحسين مستوى أدائه ومستوى تحصيل طلبته.

تنمية القدرة المكانية:

إن القدرة المكانية التي نريد أن ننميها للفرد المتعلم موجودة فيه ولكن بمستويات مختلفة منذ الطفولة وتنمو بتقدم مراحل العمر، ويرى بياجيه أن المراحل المختلفة تشهد نمواً في كفاءات وقدرات عقلية متنوعة فمرحلة المراهقة مثلاً تشهد نمواً في (مفهوم البعد الثالث أو الحجم, التجريد الذهني, التنظير)، وكشفت بعض الدراسات أن القدرة المكانية تتطور باختلاف المستوى التعليمي, هذا يدل على أن القدرة المكانية تنمو بتقدم المراحل.

لذا لابد إيجاد طرائق يتم من خلالها تنمية هذه القدرات الخاصة, واستخدام وسائل تعليمية قادرة على فعل مالا يمكن فعله بواسطة الطرائق التقليدية, ولابد من إعادة النظر في العملية التعليمية والتربوية والعمل على تطويرها والتفكير جدياً للخروج من بوتقة التعليم التقليدي، بحيث تعمل على الإعانة على تعلم الرياضيات وإكساب المفاهيم الرياضية للمتعلم لأن هذا يعد من العمليات المعرفية المعقدة التي شغلت بال الكثير من المتخصصين في طرائق تدريس الرياضيات بغية الوصول إلى الطرائق والأساليب التي تساعد المعلم على اختيار الكيفية المناسبة التي يعالج بها المادة الدراسية في غرفة الصف, والتعرف على أفضل الأساليب التي يمكن أن تحدث تعلماً فعالاً ذي معنى، فيحقق على سبيل المثال الأهداف الآتية:

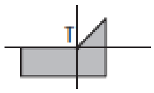
1



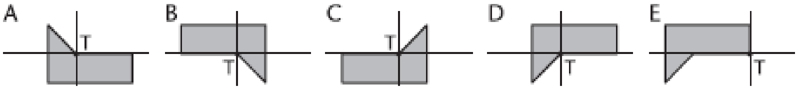
ويلمس كل من امتهن تدريس الرياضيات أن هناك صعوبة لدى الطالب في قدرته على التعامل مع الأشكال الهندسية, وإيجاد العلاقات بينها سواء أكان ذلك في الهندسة المستوية أو الهندسة الفراغية, قد يكون هذا ناتج عن ضعف الطالب في القدرة على التوجيه أو التصور, أو ما يسمى بالقدرة المكانية.

يتم تدوير الشكل المظلل على مدى نصف دورة حول النقطة T .

2



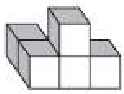
أي من الأشكال التالية يبين نتيجة هذا التدوير؟



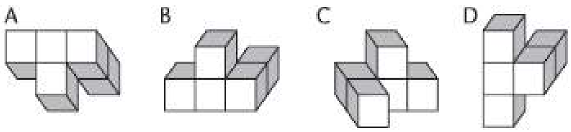
3

يتصوّر ويصف ويرسم أشكالاً ثلاثية البعد في إتجاهات مختلفة.

سوف يدوّر هذا المجسّم الى وضع مختلف .



أي من هذه الأشكال يمكن أن يكون المجسّم بعد تدويره؟

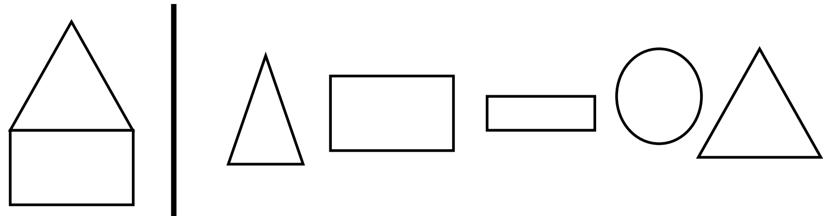


فالرياضيات بحاجة إلى مهارات خاصة عند تعلمها مثل القدرة على تصور الأشكال الهندسية ومعرفة العلاقات بينها، هذا كله يحتاج إلى أساليب غير تقليدية تساعد على تنمية تلك المهارات, ولما للقدرة المكانية من أهمية في مادة الرياضيات وإمكانية تنميتها وتعلم مفاهيمها بشكل أفضل بواسطة وسائل تعليمية متقدمة.

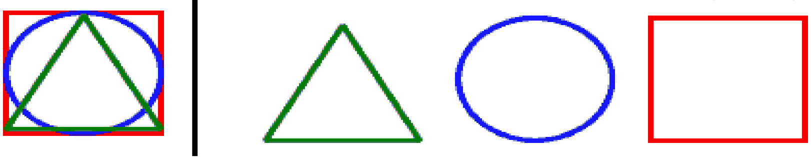
أن القدرات العقلية يمكن إن تصنف على أساس بعدين أساسيين شائعين وهما بُعد العمليات وبُعد المحتوى، وتشمل قدرات العمليات على كل من الإحساس والإدراك والذاكرة والاستدلال وبعض أنواع التفكير، أما قدرات المحتوى والتي تؤدي دورا مهما في الحياة التعليمية والمهنية والتطبيقية بوجه عام فهي تشمل القدرات اللغوية والقدرات العددية والرياضية والقدرات المكانية والقدرات الحركية والقدرات الجمالية،

وقد أشارت بحوث ودراسات علمية عديدة إلى وجود ارتباطات وثيقة ودالة بين القدرة المكانية والأداء في الرياضيات، و أن القدرة المكانية هي إحدى القدرات العقلية الفرعية للذكاء، وتظهر في إدراك الأبعاد والمسافات بدقة وإدراك حجم الأشكال وعمقها وطولها وارتفاعها، وتتعلق هذه القدرة بالمدركات الحسية الواقعية، أي أنها ترتبط بالشيء المحسوس والملموس ,وممكن عن طريق الألعاب تنمى القدرة المكانية لدى الطلبة مثال:

- **أمامك مجموعة من الإشكال:أي منها يشترك معاً لتكوين الشكل في اليسار المطلوب منك معرفة الخروف التي تكونه؟**



- **ضع المربع والدائرة والمثلث لتحصل على الشكل باليسار**



أنواع القدرة المكانية:

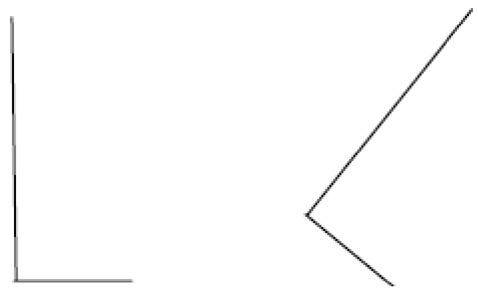
إن القدرة المكانية تشمل نوعين رئيسين هما التصور والتوجيه حيث ينظر إلى التصور بانه القدرة على تناول و دوران ولف وتحويل مثير مقدم على شكل صورة، أما القدرة المتعلقة بالتوجيه المكاني فتشير إلى فهم واستيعاب بترتيب عناصر ضمن مثير لأنموذج مرئي والكفاءة في الحكم بلا تشويش بتغير توجيه الهيئة المكانية للمثير.

إن للقدرات المكانية تصنيفات ثلاث، هي الإدراك المكاني والدوران الذهني والتصور المكاني، ويتفق اغلب الباحثين على أن القدرات المكانية يمكن تصنيفها إلى نوعين رئيسين، هما: التصور المكاني والتوجيه المكاني .

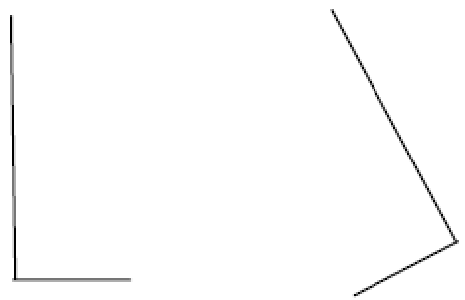
القدرة على تصور الأشكال، وإدراك العلاقة بينها، وتظهر هذه القدرة في النشاط العقلي الذي يعتمد على تصور الأشياء بدون أن يتغير وضعها المكاني، كما هو في حل تمرينات الهندسة، عندما نريد إثبات أن مثلثين يتضمنهما شكل مرسوم ينطبق أحدهما على الآخر، فتصور تغيير وضع الأول لينطبق على الثاني والقدرة المكانية تعتمد على التصور البصري للأشكال وتستخدم في قياسها اختبارات مثل

أ. اختبار تغير وضع الأشكال:

أما الشكلين الآتيين فهما مختلفان، ولا يمكن مهما غيرنا من وضعهما أن يصبحا متماثلين:

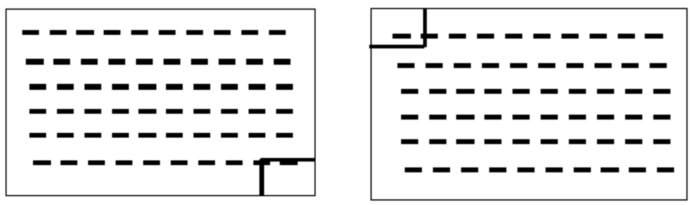


أما الشكلين الآتيين فهما مختلفان، ولا يمكن مهما غيرنا من وضعهما أن يصبحا متماثلين:



ب. اختبار تغير وضع الأعلام:

ويشبه هذا الاختبار السابق، ويتضمن عددًا من صور الأعلام كل زوج منها مرسومان معاً، ويطلب من الشخص فيه، أن يحدد ما إذا كانت صورتا كل زوج منهما متماثلتين أم لا، ويمثل الشكل الآتي أحد عناصر هذا الاختبار.



ج. اختبار اليدين:

ويحتوي على عدد من الصور لليدين اليمنى واليسرى في أوضاع معينة ويطلب من الشخص فيه أن يحدد بالنسبة لكل صورة ما إذا كانت لليد اليمنى، أو اليسرى(عابد، 1994).

القدرة المكانية مكونة من عاملين:

التوجيه المكاني: القدرة على إدراك وترتيب عناصر ضمن مثير لنموذج مرئي والقدرة على التحكم مهما تغيرت الهيئة المكانية للمثير، وهي القدرة على تحديد العلاقات المكانية بالنسبة لوضع تخيلي للجسم, ويندرج تحتها العديد من المهارات الفرعية (تخيل تدوير الأشياء,إعادة تركيب المكان , مهارة إدراك العلاقات المكانية, ومهارة قدرة معرفة الإنسان وضع الشيء بالنسبة لوضع جسمه

التصور المكاني: قدرة الفرد على تناول ودوران وتحويل مثير مقدم على شكل صور في مخيلته، وهي القدرة على معالجة صور الأشياء عقلياً وتتركز في عامل إدراك تحول الأشياء.

ويعرف الباحث القدرة المكانية إجرائياً على إنهاء, ويتم قياس هذه القدرة بالدرجة التي يحصل عليها المفحوص من خلال المقياس المعد لهذا الغرض.

ويمكن تصنيف القدرة المكانية إلى نوعين رئيسيين، هما:

- **التصور المكاني:** هو القدرة على تناول وتدوير ولف وتحويل مثير مقدم على شكل صورة.
- **التوجه المكاني:**هو القدرة على إدراك ترتيب عناصر ضمن مثير لنموذج مرئي، والمقدرة على التحكم بذلك النموذج مهما تغيرت الهيئة المكانية للمثير

و كلاً من التصور المكاني والتوجه المكاني يتطلبان سويّةً القدرة على تدوير النماذج ذهنياً، كما يتطلبان ذاكرة بصرية قصيرة المدى، بالإضافة إلى أن التصور المكاني يحتاج إلى سلسلة من العمليات المتتابعة.

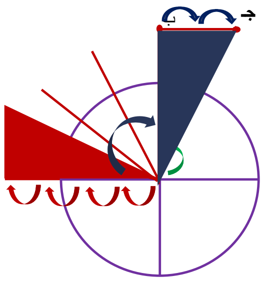
أقسام القدرة المكانية:

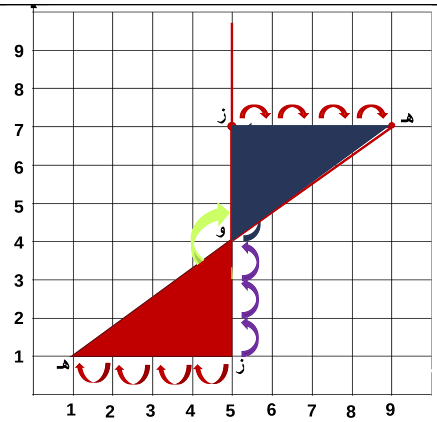
تنقسم القدرة المكانية إلى قدرتين بسيطتين هما:

1. **القدرة المكانية الثنائية:** وهي تدل على التصور البصري لحركة الأشكال المسطحة، مثل دورة الأشكال المرسومة على سطح ورقة في اتجاه عقارب الساعة، أو عكس هذا الاتجاه بحيث تظل هذه الأشكال خلال حركتها ملتصقة بسطح الورقة(السيد، 1994).

ويستطيع مدرس الرياضيات أن ينمي قدرة طلبته المكانية بان يطلب منهم التصور ثم عمل:

- مثلث رؤوسه معلومة وتطلب صورته بالدوران 90° حول النقطة أ باتجاه حركة عقارب الساعة.



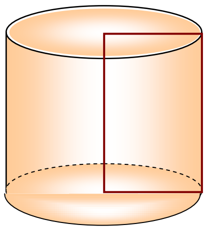
	• مثلث رؤوسه معلومة وتطلب صورته بالدوران 180° حول النقطة الأصل و باتجاه حركة عقارب الساعة

2. **القدرة المكانية الثلاثية:**

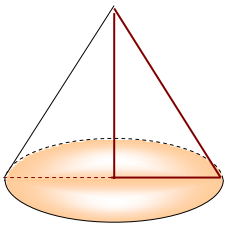
وهي تدل على التصور لحركة الأشكال في دورانها خارج سطح الورقة، أي في البعد الثالث للمكان. أن القدرة المكانية الثلاثية يمكن قياسها من خلال معرفة دوران الأشكال خارج الورقة في: البعد الثالث، والأمثلة التالية توضح فكرة القدرة المكانية الثلاثية وتصلح لقياسها(وفاء، 2005)

ويستطيع مدرس الرياضيات أن ينمي قدرة طلبته المكانية بان يطلب منهم التصور ثم عمل باليد لكي يستنتج الطالب أن:–

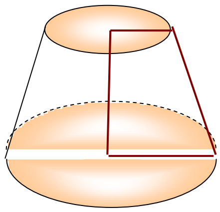
- **الاسطوانة تنتج عن دوران مستطيل تام حول أحد أضلاعه دورة كاملة.**



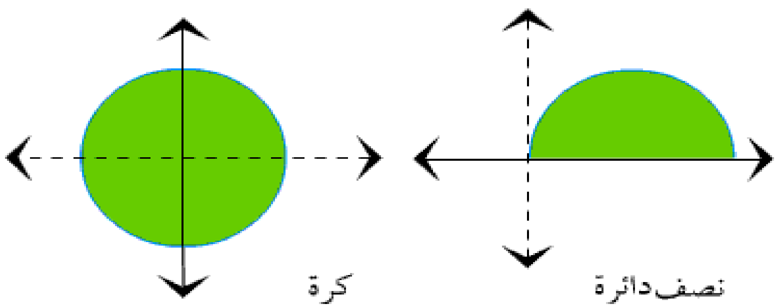
- **المخروط ينتج عن دوران مثلث قائم حول أحد ضلعيه القائمين دورة كاملة.**



- **المخروط الناقص ينتج عن دوران شبه منحرف قائم حول ضلعه القائمة (ارتفاعه) دورة كاملة.**



المجسم الناتج من دوران نصف دائرة دورة كاملة حول قطرها هو كرة



قياس القدرة المكانية:

وهناك أنواع متعددة لقياس القدرة المكانية حيث هناك ثلاثة مقاييس هي:

الإدراك المكاني: ويتطلب من المفحوصين تحديد الخطوط الأفقية والعمودية في شكل ثابت في الوقت الذي تتجاهل فيه المعلومات الأخرى المشتتة الموجودة في الشكل.

التصور المكاني: فيتطلب عملية معقدة وتحليلية ومتعددة الخطوات، كما يتضمن هذا النوع اختبار الأشكال المتضمنة والأوراق المطوية.

التدوير العقلي: تخيّل ما ستصبح الأشكال ثنائية البعد أو ثلاثية الأبعاد فيما لو دُوِّرتْ ذهنياً.

مقاييس القدرة المكانية المؤقتة:يتضمن الحكم على الاستجابات لبعض الأشكال البصرية المتحركة.، **والقدرة على التدوير العقلي: و**هي جزء من القدرة الفراغية تتطلب تدويراً عقلياً لمثيرات ثلاثية الأبعاد يقوم المفحوص بتدويرها من أجل مطابقتها مع الشكل الأصلي، وتقديم الاستجابة بالحُكم عليها بالتطابق أو عدم التطابق.

اختبار التوليد والمحافظة على الشكل المكاني: توليد صورة مماثلة لصورة أحد الحروف الهجائية، ثم استخدام المعلومات المتوفرة في الصورة لتنفيذ مهمة معرفية محددة

وتتضمن القدرة المكانية القدرة على التصور البصري المكاني، وهو القدرة على فهم، وإدراك العلاقات الفراغية، وتداول المخيلة الذهنية، وتصور الأوضاع المختلفة للأشكال في المخيلة، وتبدو القدرة في شكل نشاط عقلي معرفي يتميز بالتصور البصري لحركة الأشكال المسطحة، والمجسمة.

العوامل التي تقف خلف الفروقات في القدرة المكانية:

أعاد لوهمان تحليل بيانات العديد من الدراسات التي تقف خلف الفروق الفردية في هذه القدرة، وقد كانت دراسته على وجود ثلاثة عوامل هي: (وفاء، 2005)

1. **العامل الأول: التوجيه المكاني**:

ويقوم على استخدام القدرة على التصور، كيف يبدو شيء ما، أو مجموعة من الأشياء، إذا ما تم تدويره على نحو معين، ويقاس باختبارات تدوير الأشكال، وثني السطوح.

2. **العامل الثاني: العلاقات المكانية**:

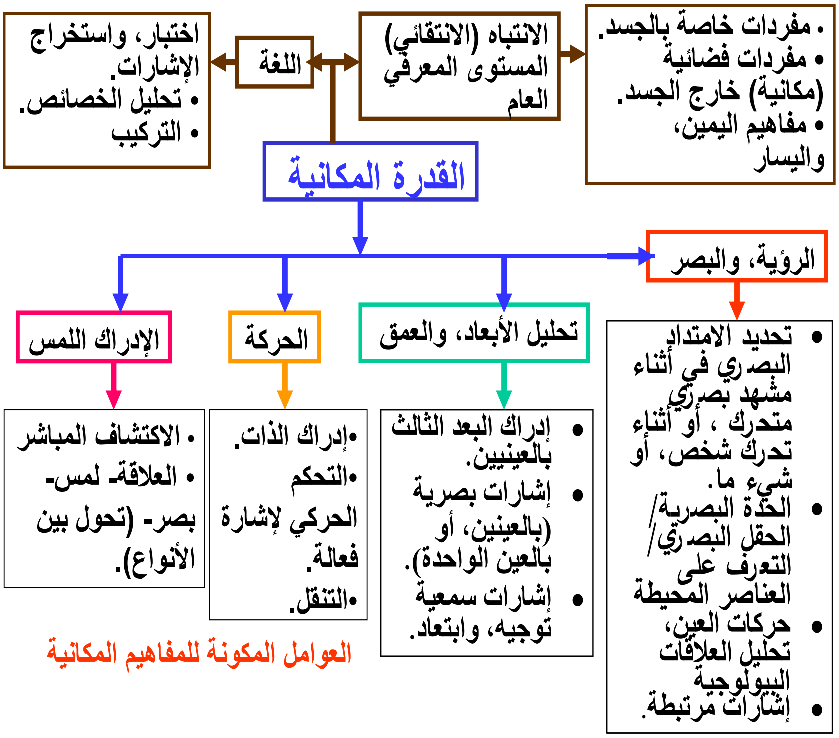
ويختص هذا العامل بإدراك العلاقة المكانية بين الأشياء، من حيث أوجه الشبه، أو أوجه الاختلاف، ويقاس باختبارات مكونة، أو تجميع الأشياء، أو العلاقات المكانية.

3. **العامل الثالث: التصور البصري المكاني**:

ويقصد به المعالجة العقلية لثني السطوح، أو إعادة ترتيب أجزاء شيء ما، ويقاس هذا العامل، بأن يعرض على المفحوص شيء مسطح على اليمين، ويطلب منه اختبار أي من البدائل التي على اليسار، وتشير إلى شيء بعد ثني جوانبه، أو أسطحه، كما يقاس أيضًا من خلال تقديم مجموعة من الأشكال الهندسية، ويطلب من المفحوص اختبارًا واحدًا من التجميعات التي تمثل تجميعًا مناسبًا لتلك الأشياء.

العوامل المكونة للمفاهيم المكانية

القدرة المكانية غير موحدة عند كل الناس وهي تقف خلف فروق فردية، فهناك عوامل تدخل في تكوين المفاهيم المكانية دون أن تكون علاقة وطيدة بين العناصر، فتكون القدرة المكانية حسب احتياجات، ونوع النشاط ملموساً، كان (واقع– مادي)، أو نشاطًا عقلياً (تمثيلات شكلية، أو صورية) وكما موضحة في الشكل الآتي:



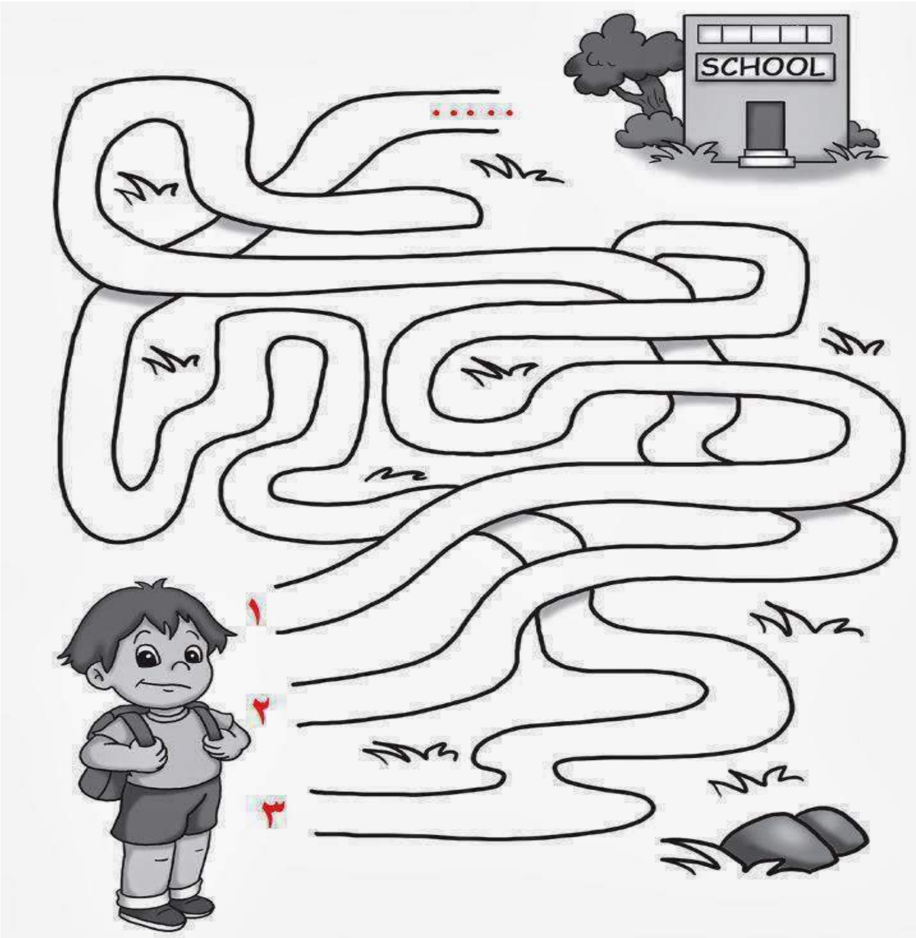
العوامل المكونة للمفاهيم المكانية

طرق تطوير القدرة المكانية:

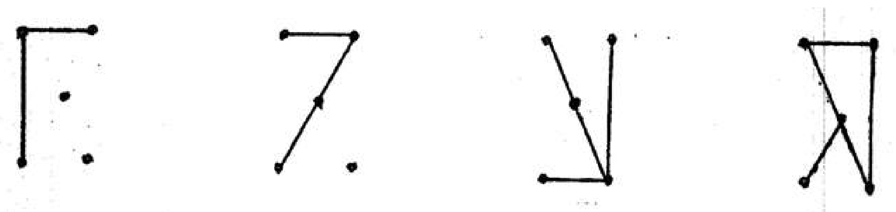
وهناك بعض الطرق غير المكانية لتطوير هذه القدرة، ومن أهم هذه الطرق:

1. **استخدام مواد التركيب:** إن تجربة التعامل مع التركيبات، وملاحظتها من جوانب مختلفة، وزوايا عديدة يزود التلميذ بأساس متين لعمل مستقبلي مع البعد الثالث. فعلى سبيل المثال نطلب من التلميذ ان يبحث عن مكان الشخص المختبئ مع حبات البن في الصورة الآتية:

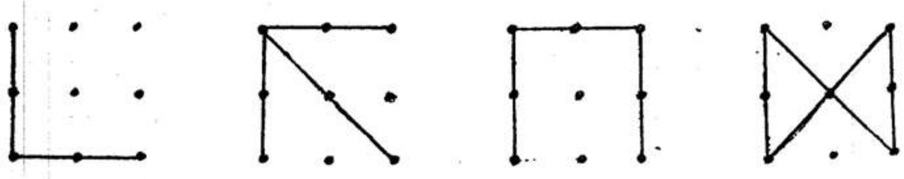
2. **تتبع المتاهات بالإصبع، أو بالعين لوحدها، وهو عمل ممتع، ويؤدي إلى تنمية القدرة المكانية**. كما في الشكل الآتي:



3. ولقد طورت طريقة سهلة، لمساعدة الأطفال على تطوير قدراتهم المكانية، وذلك عن طريق استخدام التنقيط في الرسم كما في الأشكال الآتية:(عفونة، 1996)



ويمكن زيادة هذا العمل، وذلك بالرسم باستخدام نمط 9 نقاط، بإضافة خطوط أخرى مثل:

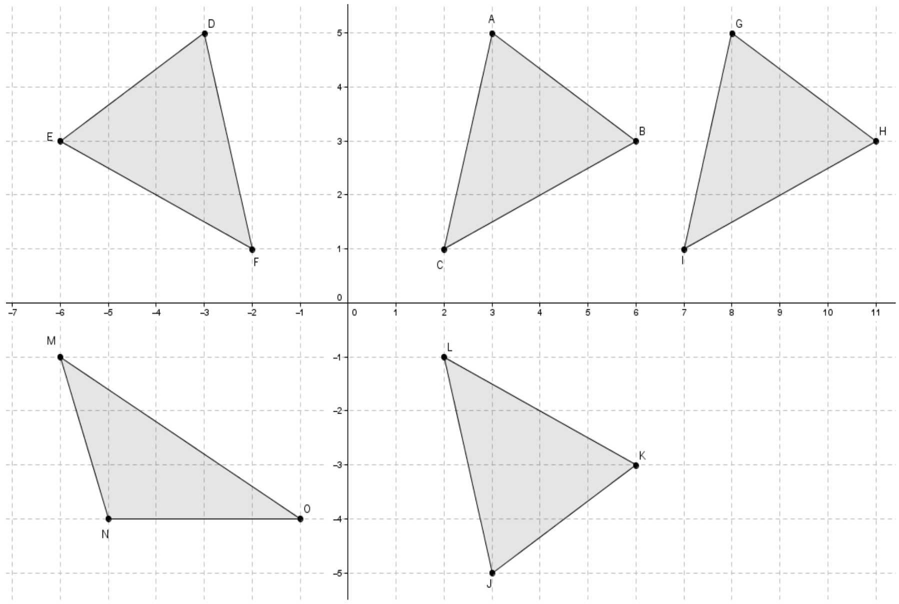


أصناف القدرة المكانية:

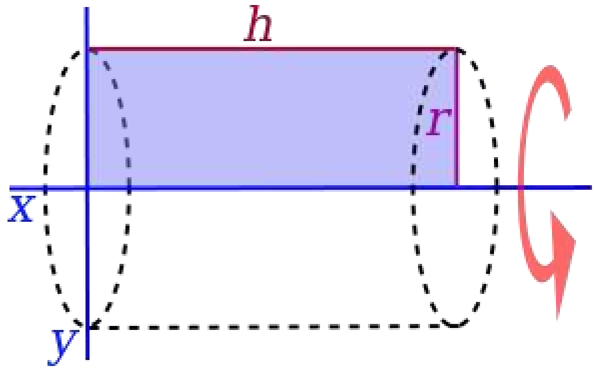
صنف لين باترستون القدرة المكانية إلى ثلاثة أصناف(ريان، 2008)

1. **الإدراك المكاني:** وتتمثل في القدرة على تعرف العلاقات المكانية، مع الحفاظ على هيئتها الكلية، وهذا الصنف يمكن الوصول إليه بفعالية عند استعمال عمليات حسحركية،، فإن الإدراك المكاني يتم قياسه من خلال إعطاء:المفحوص شكلا نموذجياً، ويطلب فيه انتقاء الأشكال المشابهة له، ويلاحظ أن جميع الأشكال غير الشكل النموذجي، إما منحرفة، أو معكوسة، وعليه أن يختار الأشكال المنحرفة، وليست الأشكال المعكوسة(الخالدي، 2003).

مثال: في هيئة المحاور أمامكم رسومات لمثّلثات، أي مثلثات تطابق المثّلث ABC؟



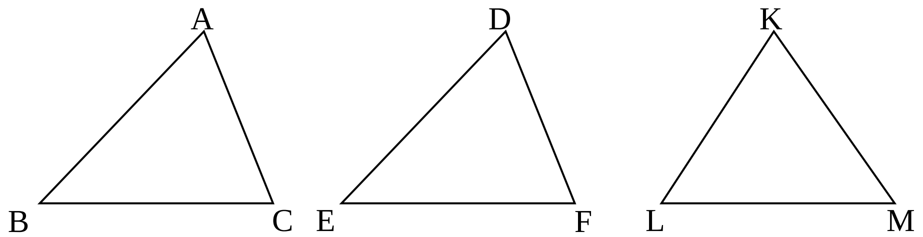
2. **التدوير الذهني:** ويشير إلى القدرة على تدوير الأشكال ذهنيًا في بعدين، أو ثلاثة أبعاد بسرعة، ودقة، ويتطلب النجاح في هذا البعد المكون استخدام عمليات التدوير الذهني بفعالية.



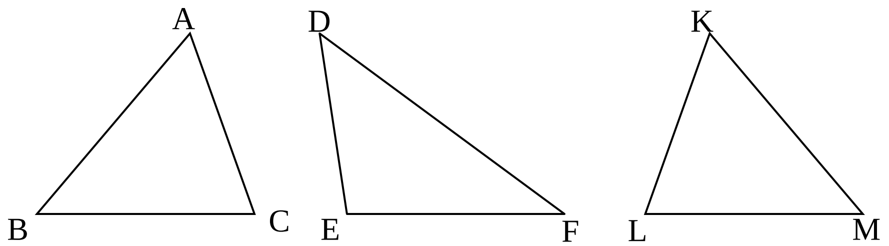
3. **التصور المكاني:** يعرفه، بأنه القدرة على تخيل الأشياء، أو التناوب على أجزائها عن طريق الطي، والفرد على سبيل المثال، ويعتمد على المعالجة المعقدة متعددة المراحل للمعلومات الممثلة بالمكان، إذ يعتمد التصور المكاني على معالجات تحليلية، وبمستوى متميز عن المكونات الأخرى، والنجاح فيها يتطلب مرونة معرفية في تطبيق الخبرات السابقة أثناء إجراءات الحل. فإن الأنشطة المستخدمة لقياس التصور المكاني تشمل شكل المجلس، طي الورق، التنمية السطحية لهذه المهام تتطلب التلاعب بشكل متكرر: أن القدرة المكانية

مهمة في حل المسائل اللفظية، وذلك لأنها تساعد الطالب في تخيل الموقف الصحيح للمسألة وصولاً إلى الحل الصحيح (Senan, 2003) كما في الأمثلة الآتية:

1. انسخوا المثلّث ABC على ورقة شفّافة وافحصوا أي من المثلّثين DEF أو KLM يطابق المثلّث



2. استعينوا بنسخ المثلّثين DEF و KLM على ورقة شفّافة وافحصوا أيّ من المثلّثين يطابق المثلّث ABC.



المتغيرات التي تؤثر في القدرة المكانية:

أن هناك متغيرات تؤثر في القدرة المكانية منها (ريان، 2008)

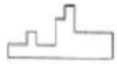
1- **التطور المعرفي:** يرتبط هذا العامل بمراحل التطور المعرفي، كما حددها بياجيه، وعليه تفسير الفروق في القدرة المكانية، إلى التفاوت في هذه المراحل.
2- **الخبرة:** فقد تبين أن القدرة المكانية لدى الأفراد، تتأثر بالخبرات المكانية، وهذا الأثر يمتد إلى مجمل هذه القدرة، أو إلى بعض جوانبها، ويتوقف على طبيعة هذه الخبرات، وأنماطها.

3- **الجنس:** بينت نتائج معظم الدراسات، وجود علاقة بين القدرة المكانية، والجنس وقد تعود هذه الفروق إلى طبيعة الاستراتيجيات المعرفية المتبعة لدى كلا الجنسين.
4- **الموهبة (الذكاء العام):** ترتبط الموهبة بالقدرة المكانية، فالموهبة تحدد استراتيجيات المعالجة الذهنية للأشياء، وهذا بدوره يؤثر على أداء الطلبة في اختبار القدرة المكانية، ويعكس قدراتهم فيها.

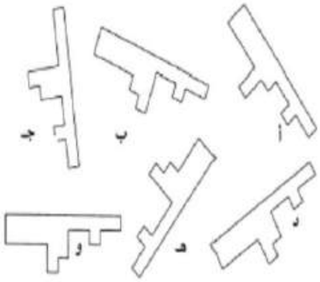
اختبارات القدرة المكانية:

اختبار القدرة المكانية الأول:

1

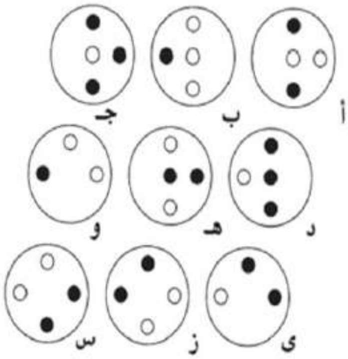


ما الشكل الذي يماثل الشكل السابق بين الأشكال التالية؟



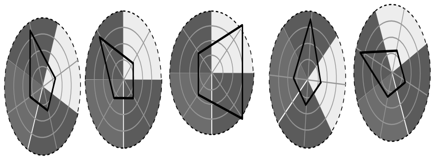
2

ما هو الشكل الدخيل؟



3

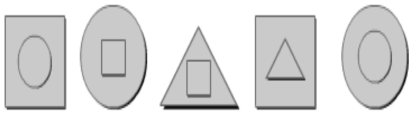
ما هو الشكل الدخيل



E D C B A

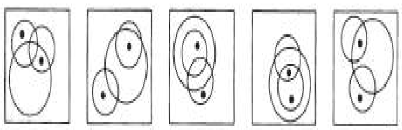
4

ما هو الشكل الدخيل



E D C B A

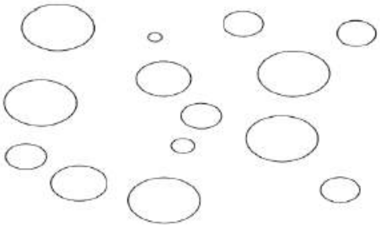
5 ما هو الشكل الدخيل؟



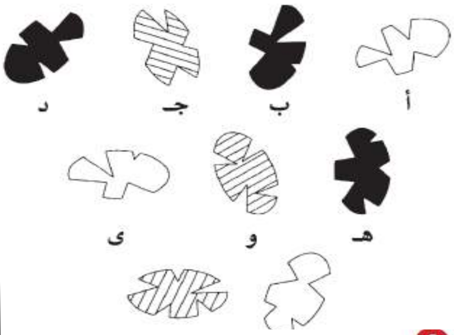
أ ب جـ د هـ

6

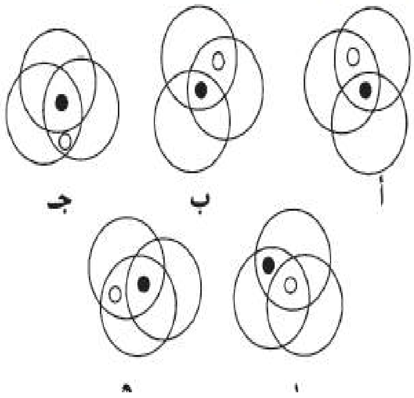
كم يبلغ عدد اشكال الدوائر المختلفة في الحجم فيما يلي؟



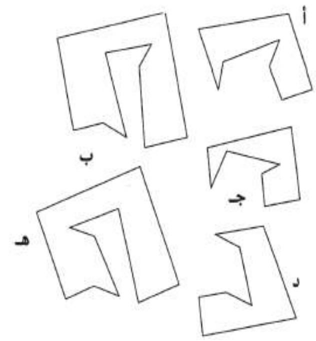
7
ما هما الشكلان المتماثلان؟



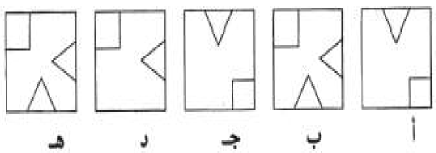
8
ما هو الشكل الدخيل؟



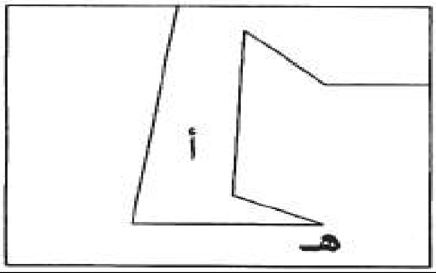
9
تعرف على الشكلين اللذين يمكن أن يشكلا مربعاً.



10
ما هو الشكل الدخيل؟



الأجوبة:

1 – د	6– 5
2 - "ج": كل الأشكال الأخرى بها مزاوجات متماثلة، ولكن مع عكس الأبيض والأسود.	7– ب، ي
3– C	8- "د": النقطة البيضاء في ثلاث دوائر والنقطة السوداء في دائرتين، أما في باقي الأشكال، فإن النقطة البيضاء توجد في دائرتين والسوداء في ثلاث.
4– A كلها شكلين مختلفين ماعدا دائرتين	9 
5 - "ب": لأنه يحمل نقطة واحدة في دائرتين والأخرى في ثلاث دوائر. أما بقية الاشكال فتحمل نقطة واحدة في دائرة واحدة والنقطة الأخرى في دائرتين.	10– د كل الأشكال الأخرى لها مزاوجات متماثلة أي (أ/جـ)، و(ب/هـ)

التقويم:

كل إجابة صحيحة تساوي نقطة واحدة.

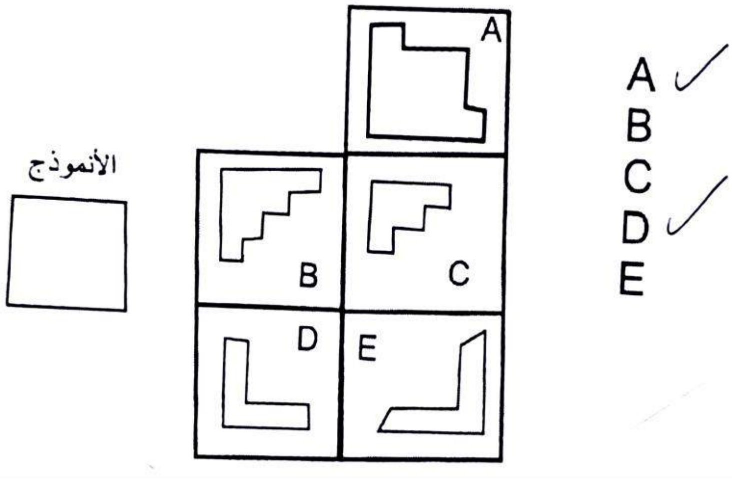
من 4 – 5 : متوسط.
من 6 – 7 : جيد.
8 : جيد جداً.
من 9 – 10 : ممتاز.

اختبار القدرة المكانية الثاني:

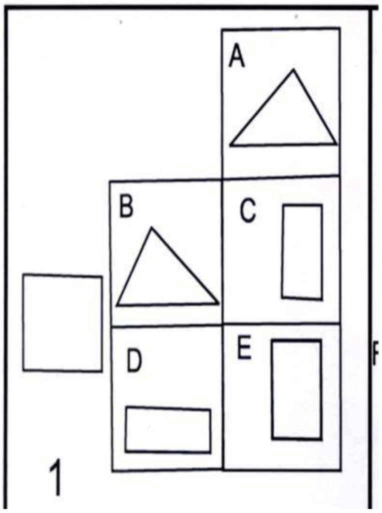
تعليمات اختبار القدرة المكانية

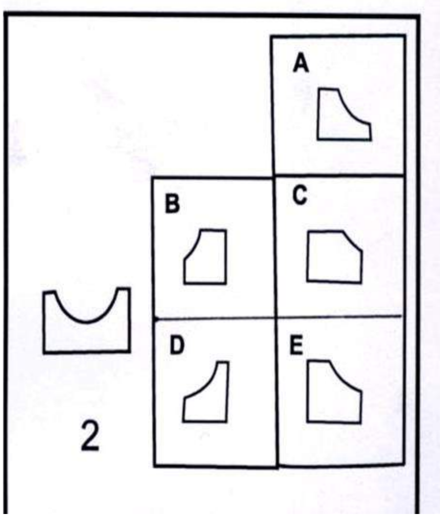
الاختبار مكون من (34) فقرة كل فقرة تتضمن شكلا معينا يمكن أن تطلق عليه أنموذجا وهذا الأنموذج متبوع بمجموعة من الأشكال تحمل الرموزA,B,C,D,E,F اثنان من هذه الرموز عندما يوضعان معا مع بعضهما يشكلان رسماً أو صورة مطابقة للأنموذج الموجود في الفقرة والوقت المخصص للاختبار (34 دقيقة).

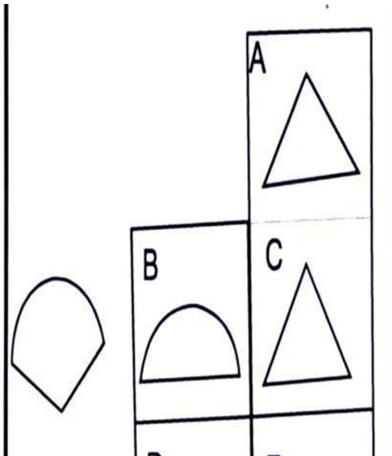
مثال محلول: ضع علامة(✓)على هذين الرمزين والمثال الآتي يوضح ذلك، لاحظ أن الحرف A والحرف B يشكلان الأنموذج الموجود على يسار الأشكال A,B,C,D,E .

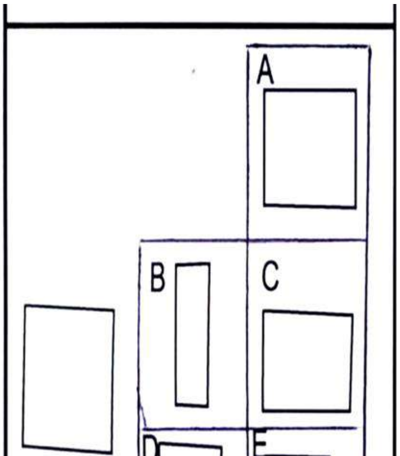


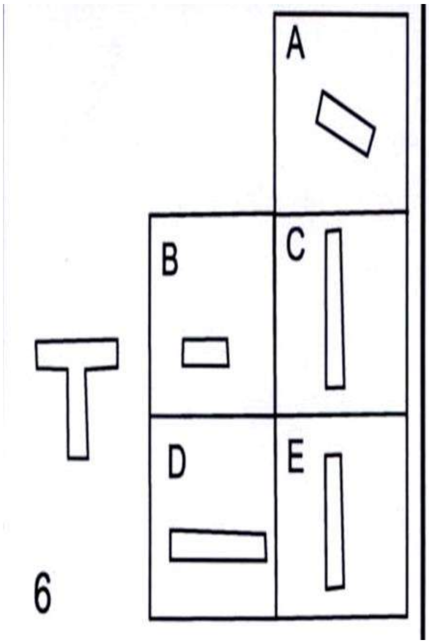
والآن: اجب عن الأسئلة الآتية كما في المثال المحلول

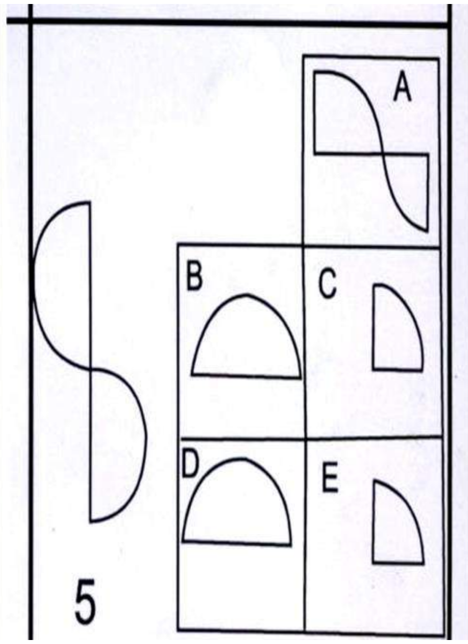

A
B
C
D
E
1

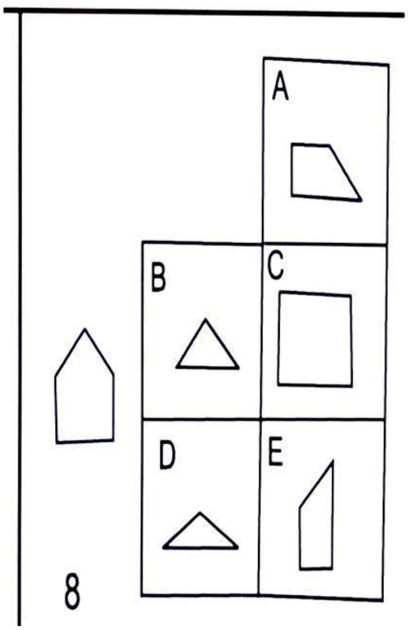

A
B
C
D
E
2

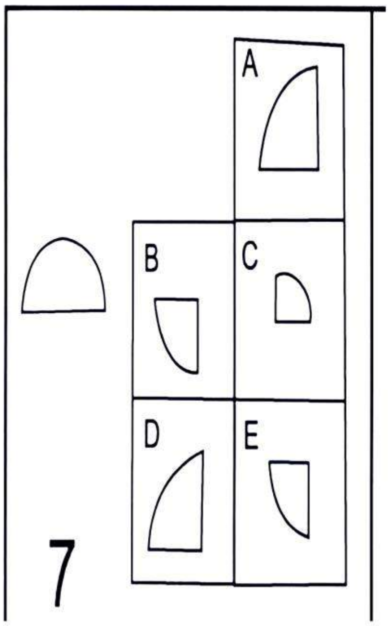

A
B
C
D
E
3

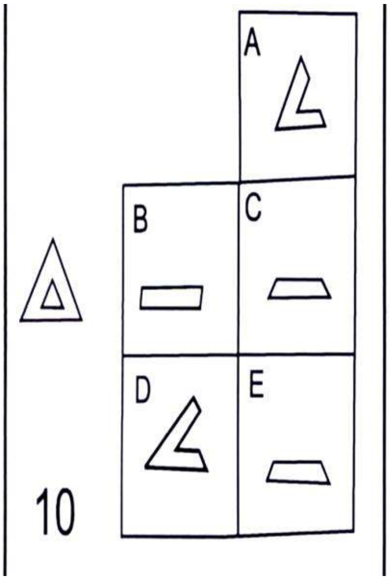

A
B
C
D
E
4

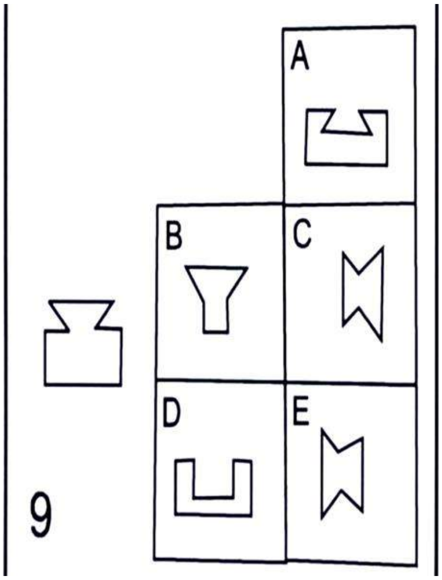

A
B
C
D
E
6

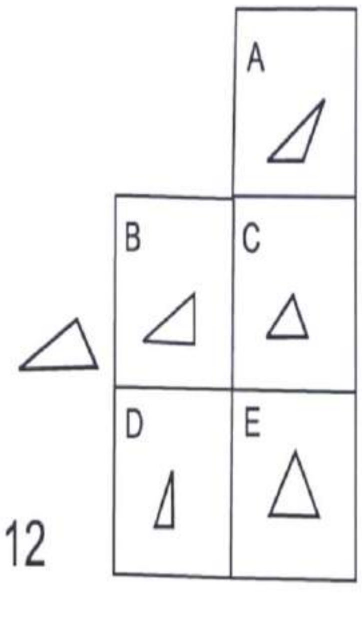

A
B
C
D
E
5

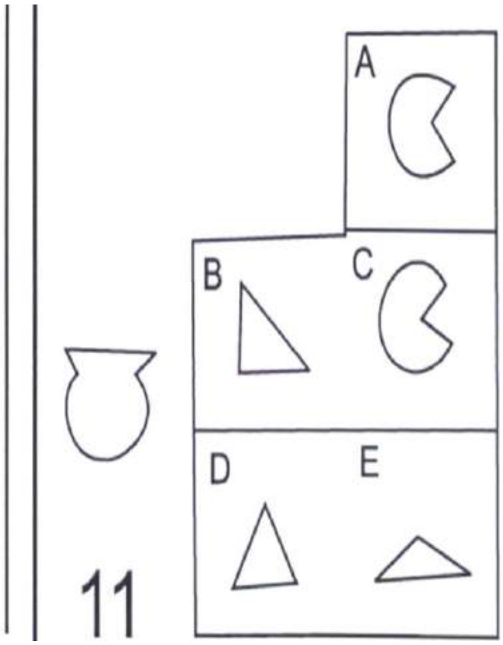

A
B
C
D
E
8

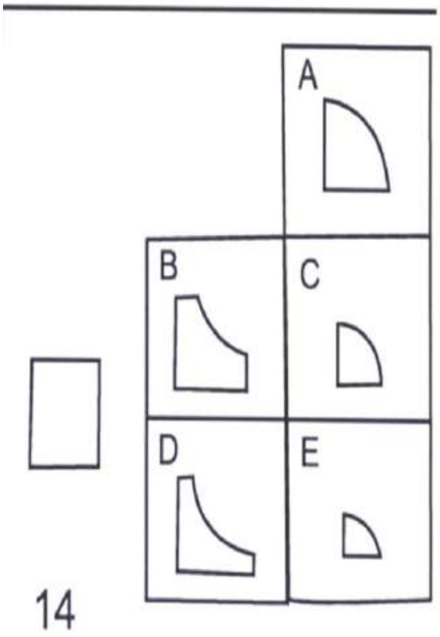

A
B
C
D
E
7

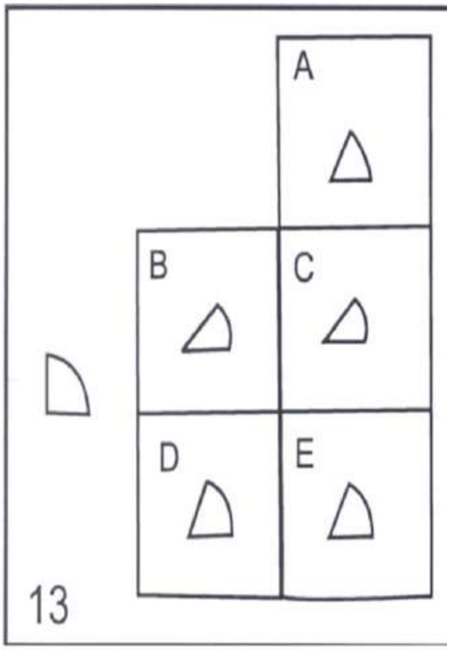

10
A
B
C
D
E

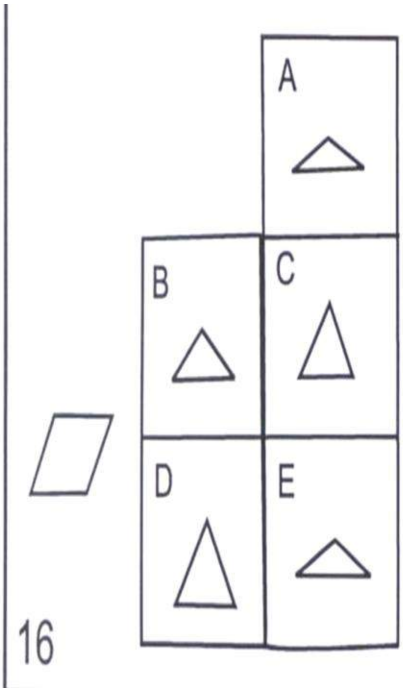

9
A
B
C
D
E

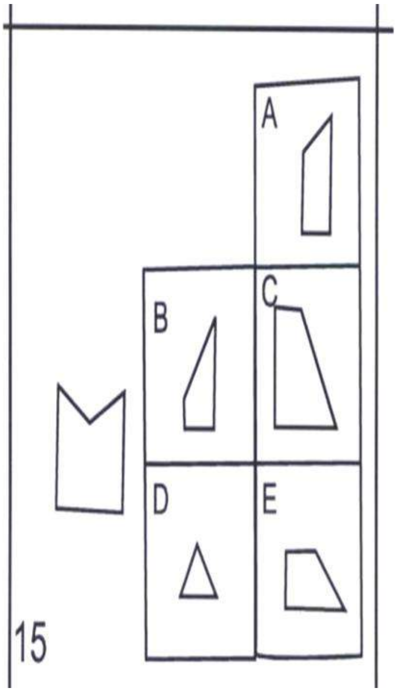

12
A
B
C
D
E

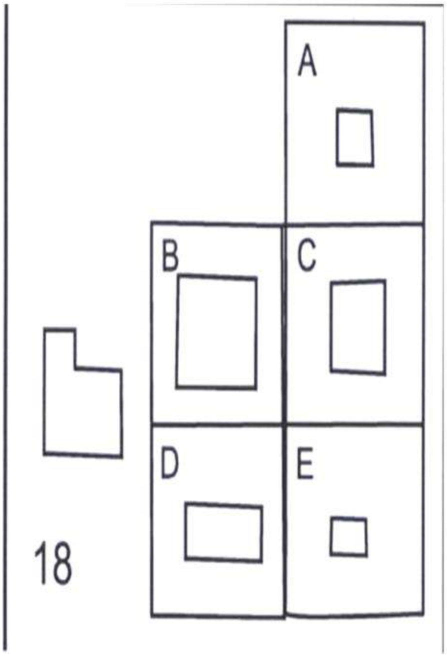

11
A
B
C
D
E

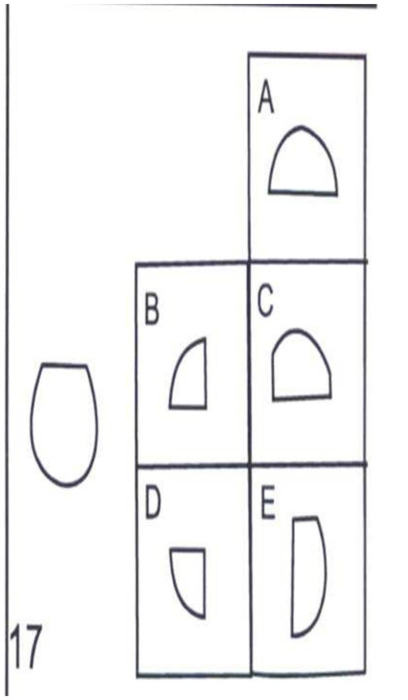

A
B
C
D
E
14

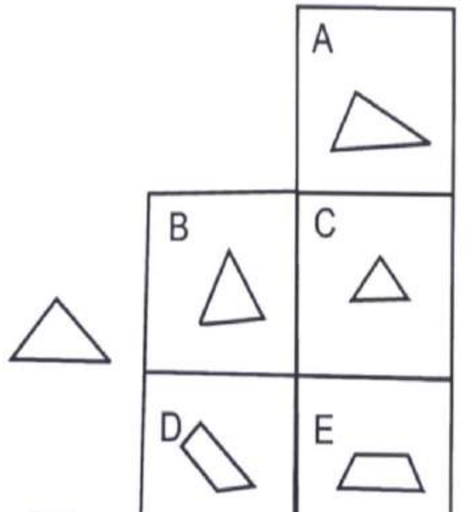

A
B
C
D
E
13

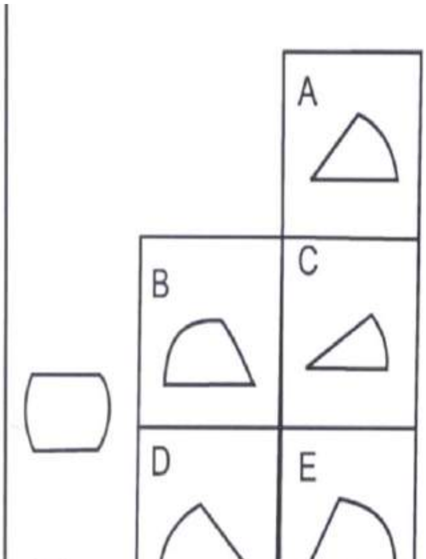

A
B
C
D
E
16


A
B
C
D
E
15

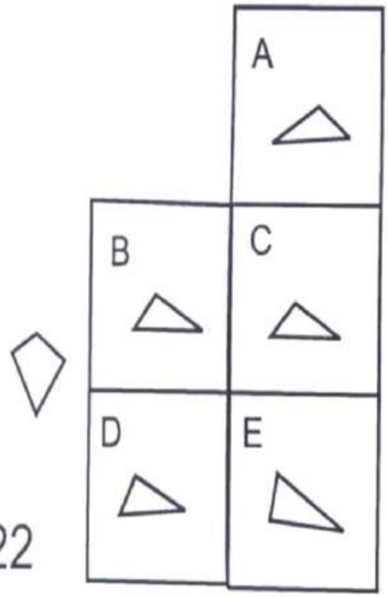

A
B
C
D
E
18


A
B
C
D
E
17

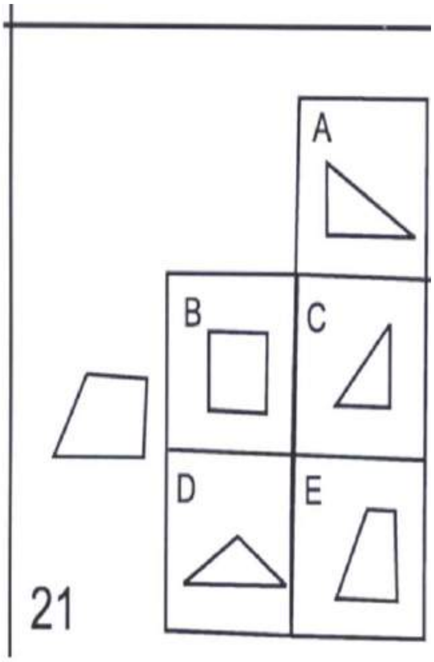

A
B
C
D
E
20


A
B
C
D
E
19

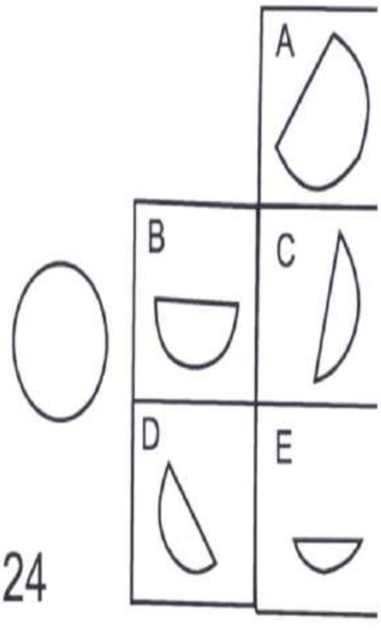
22



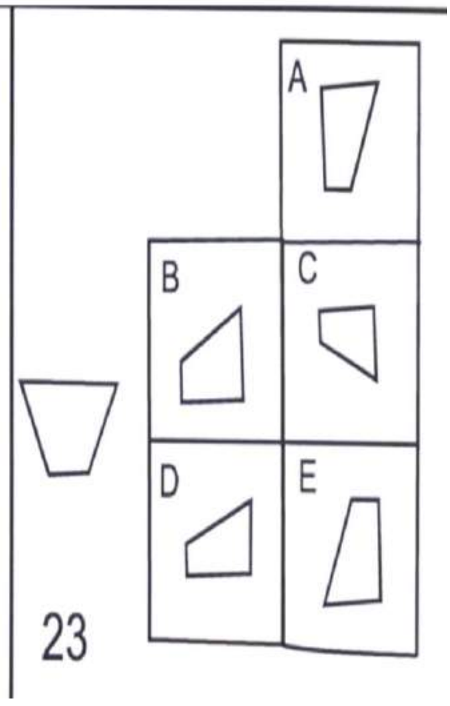
21

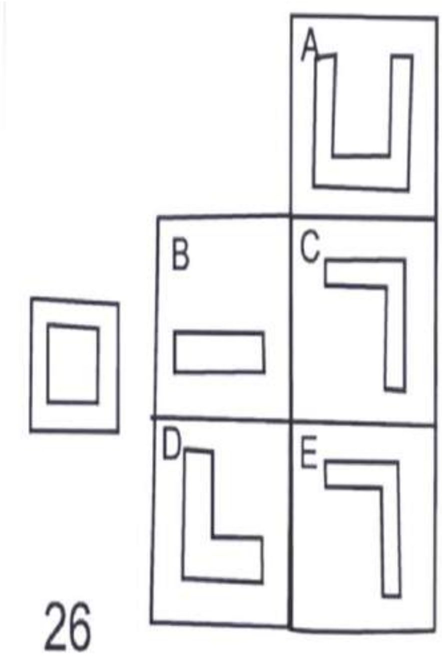


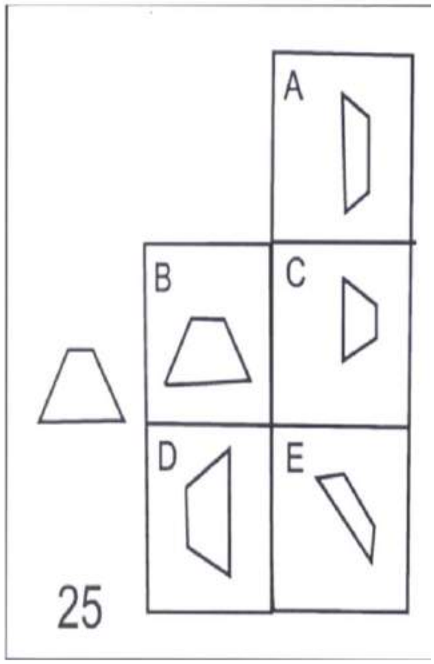
24

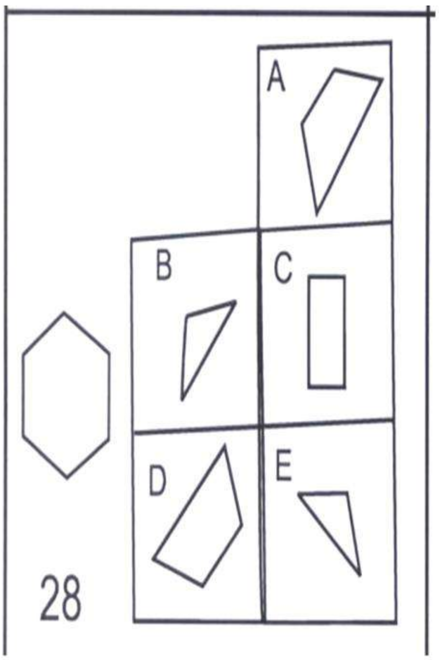


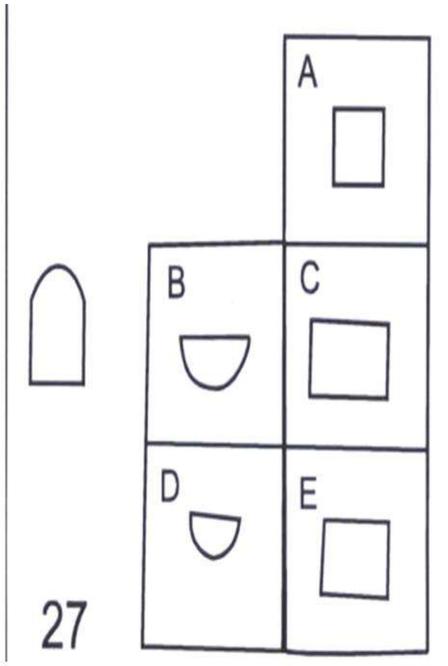
23

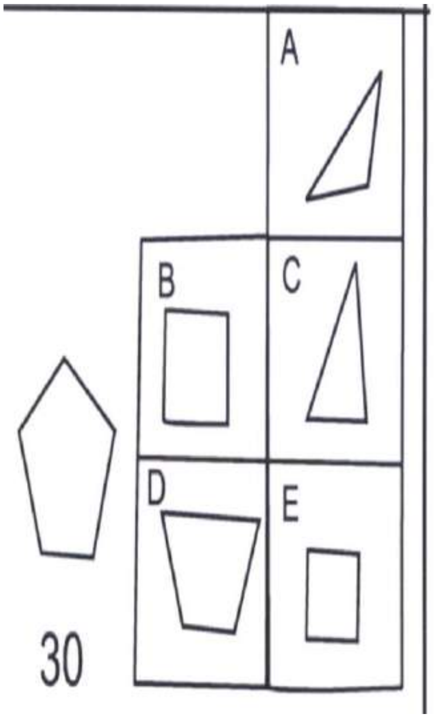



A
B
C
D
E
26

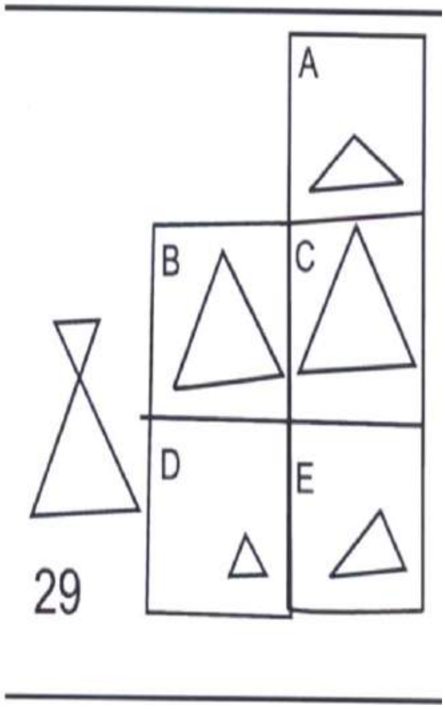

A
B
C
D
E
25


A
B
C
D
E
28

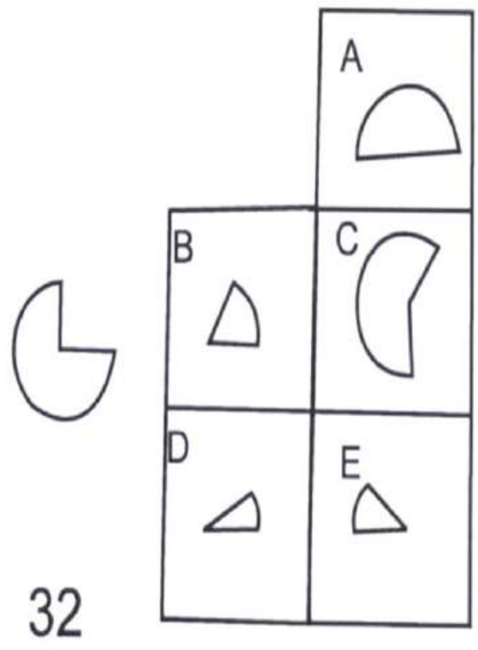

A
B
C
D
E
27



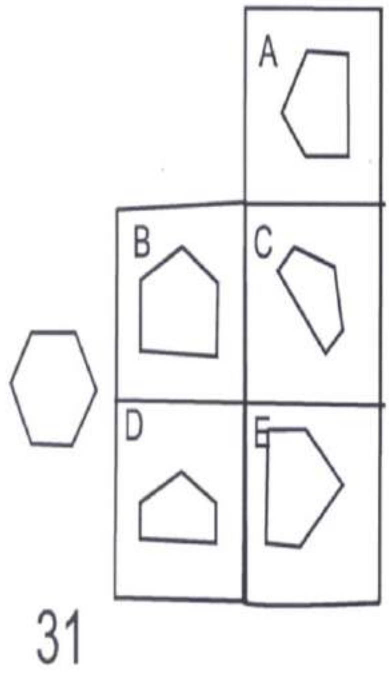
30



29

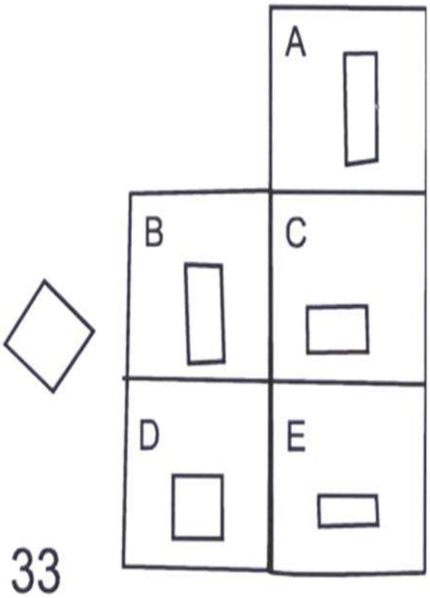


32

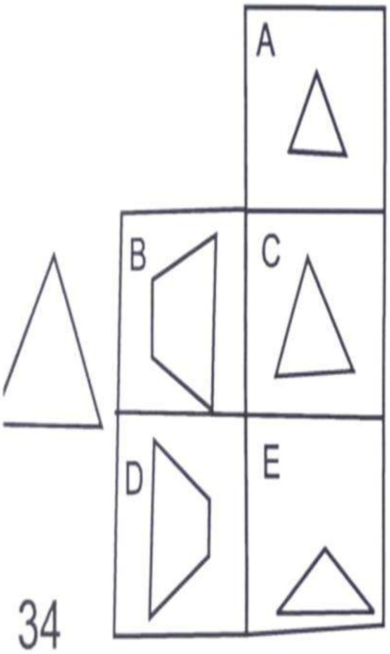


31

الإجابات الصحيحة لاختبار القوة المكانية:



33



34

الإجابات الصحيحة لاختبار القوة المكانية:

(31 A B C✓ D✓ E	(26 A B C✓ D E✓	(22) A✓ B C D✓ E	(16 A B C✓ D✓ E	(11 A✓ B✓ C D E	(6 A✓ B C D E✓	(1 A✓ B✓ C D E
(32 A B C✓ D E✓	(27 A✓ B C D✓ E	(22 A✓ B C D✓ E	(17 A B C✓ D E✓	(12 A✓ B C✓ D E	(7 A B✓ C D E✓	(2 A✓ B C D✓ E
(33 A B C✓ D E✓	(28) A✓ B C D✓ E	(23 A B C✓ D✓ E	(18 A B C✓ D✓ E	(13 A B✓ C✓ D E	(8 A✓ B C D E✓	(3 A B✓ C D E✓
(34 A✓ B✓ C D E	(29 A B✓ C D✓ E	(24 A✓ B C✓ D E	(19 A✓ B C D✓ E	(14 A B✓ C✓ D E	(9 A✓ B C D E✓	(4 A B✓ C✓ D E
	(30 A✓ B C D✓ E	(25 A✓ B C✓ D E	(20 A B C✓ D E✓	(15 A B C✓ D✓ E	(10 A✓ B C D E✓	(5 A B✓ C D✓ E

الفصل السابع

القـــ[illegible]ة المكانيـــة

a

d

الفصل السابع
القـــدرة المكانيـــة
spatial ability

العصر الحالي يتطلب أنساناً له عقلية تمكنه من استعمال أنواع التفكير المختلفة، فيحلل ويركب ويميز ويضيف ويحذف، أي العقلية التي تقدر على التفاعل مع واقع يتغير ويتطور بلا توقف، وهذا يعني أن الحياة التي تقوم على التفكير العفوي الذي يخضع للصدفة والحظ او على التفكير الذي يقوم على الاستظهار والتردد لن تلائم طبيعة حياة اليوم والغد، لقد أدركت الدول العربية هذه الحاجة وجاء ذلك خلال تطوير برامجها التربوية، إذ أدخلت التفكير في مناهجها وكتبها المدرسية وأصبح محورا لطرائق التدريس في المباحث المختلفة، بعد ان برزت الدعوات من خلال المؤتمرات والندوات إلى تطوير المناهج وطرائق التدريس، ومن ضمن المناهج التي تؤثر في الحياة اليومية بشكل فعال وعلى مستوى الفرد، هي مناهج الرياضيات، فالرياضيات مادة ضرورية للتعامل بين الأفراد في الحياة اليومية، بل هي من المكونات الأساسية للثقافة التي يحتاج إليها كل فرد في المجتمع، هذا فضلا عما تمثله من ميدان خصب لتنمية القدرات العقلية المختلفة لدى الطلبة وإكسابهم عادات سليمة كالدقة في التعبير والقدرة على التنظيم واستعمال أساليب التخطيط في حل المشكلات، أن المعرفة الرياضية والإلمام بأساسياتها وتطبيقاتها في المرحلة الأساسية مطلب وحاجة ملحة في مجتمع متطور يواكب التقدم العلمي والتقني.

تعريف القدرة المكانية:

- **(Ormord, 2003) :** هي ملاحظة تفاصيل ما يراه الفرد، والقدرة كذلك على تخيل الأشياء البصرية ومعالجتها ذهنياً. إذ يقوم الفرد بسلوكيات، مثل استحضار الصور العقلية، ورسم صورة ذهنية مماثلة للواقع، والتمييز بين الأشياء المتشابهة.
- **(الخالدي، 2003)**: القدرة على تصور الأشكال، وإدراك العلاقة بينها، وتظهر هذه القدرة في النشاط العقلي الذي يعتمد على تصور الأشياء بدون أن يتغير وضعها المكاني، كما هو في حل تمرينات الهندسة، عندما نريد إثبات أن مثلثين يتضمنهما شكل مرسوم ينطبق أحدهما على الآخر، فتصور تغيير وضع الأول لينطبق على الثاني والقدرة المكانية تعتمد على التصور البصري للأشكال.
- **(الهنداوي، 2005):** قدرة تتضمن في الواقع عاملين منفصلين ولكنهما مرتبطان، أولهما يشمل إدراك العلاقات المكانية وثانيهما يتضمن التصور المكاني، حيث تتم معالجة الأوضاع المتغيرة أو التحولات التي تطرأ على الأشكال.
- **(الهويدي، 2008):** هي قدرة الفرد على إدراك العلاقات بين الأشياء التي يراها، أو رؤية العلاقات بين أجزاء الشكل الواحد.

نخلص من هذا إن القدرة المكانية:

- القدرة على تصور الأشكال في الفراغ و إدراك العلاقات بينها والتعرف على نفس الشكل عندما يقوم وفقا لمحاور مختلفة، واختبارات القدرة المكانية تحتوي على أشكال أو رسوم مجزاة، يقوم المفحوص بتجميع أو ضم هذه الأجزاء ليكون الشكل أو رسم متكامل ويتم قياس القدرة المكانية أيضا بواسطة اختبارات الذاكرة البصرية أو الذاكرة المكانية .
- القدرة على تكوين الصور الذهنية للأشياء والتعامل مع هذه الصور، وتستدعى هذه القدرة للعمل كلما مارس احد الرياضيات، ما دامت الرياضيات هي دراسة الخواص المكانية للأشكال العديدة المستخلصة من العالم الملموس للأشياء الطبيعية.
- قدرة الفرد على إدراك العلاقات بين الأشياء التي يراها أو رؤية العلاقات بين أجزاء الشكل الواحد.
- هي معالجة الصور ذهنياً من خلال تدويرها في الفراغ، فمثلاً يعرض شكلين متجاورين يطلب من المفحوص أن يحكم وكل فقرة عبارة عن شكلين متجاورين يطلب من المفحوص أن يحكم عليهما إن كانا متشابهين أم مختلفين بعد القيام بتدوير الشكل الأيمن عقلياً، التالي مثال على إحدى فقرات الاختبار(الجواب متشابهين)


القدرة المكانية والرياضيات :

القدرات العقلية أي كان نوعها المعرفية منها أم المهنية, الموروثة منها أم المكتسبة أو غيرها, يمكن للفرد استخدامها للتأقلم مع البيئة وتشكيلها، ويستفيد منها الفرد أيضا إلى تقدمه تكنولوجياً وعلمياً، وعلى التربويين والمتخصصين في المناهج وطرائق التدريس بشكلٍ عام وتدريس الرياضيات بشكلٍ خاص في عصرنا الحاضر, أن يتنبهوا إلى العمل على تنمية القدرات الخاصة والأساسية التي تؤدي إلى تعلم مادة الرياضيات والتي تجعل الفرد قادراً على التعامل معها, وبالتالي فهم في تحدٍ حقيقي وهم يعدَون الأجيال الجديدة, ويسعون جاهدين في تقدمهم فكرياً والوصول بهم إلى مستوى يؤهلهم للتقدم علمياً وتقنياً، لكي يواجهوا مشكلات المستقبل. هذا الإعداد يجب ألا يتخلف عن ركب التكنولوجيا التي اقتحمت الحياة بشكل عام.

فالمناهج وطرائق التدريس المتبعة في مدارسنا إلى يومنا هذا مازالت لا تستطيع تنمية القدرات الرياضية بشكل صحيح مثل قدرة الطالب على حل المسائل الرياضية, ناهيك عن القدرات المهارية الأخرى كقدرة الطالب على الإدراك التصوري البصري، وهي القدرة على دوران النماذج ذهنياً وامتلاك ذاكرة بصرية تخيلية قصيرة الأجل، إن الرياضيات ينظر لها حديثا على أنها نشاط يقوم بتشكيل النماذج والعلاقات الرياضية, وهذا بطبيعة الحال يتطلب حساً مكانياً وهي بحاجة أيضاً إلى مرونة في تداول الصور الذهنية, أي القدرة على التصور البصري المكاني, فالمتعلم للرياضيات يجب أن يكون لديه القدرة على خلق أشياء مجردة في مخيلته انطلاقاً مما يلمسه أو يتداوله, وبالتالي فإن ضعفه على التخمين والتقدير والتصور في هذه المادة يؤدي إلى تدني مستوى تحصيله فيها.

أي يعاني الطلبة من مشكلات في الإدراك البصري بحيث يصعب عليهم ترجمة ما يرون، وقد لا يميزون علاقة الأشياء ببعضها أو بنفسها بطريقة ثابتة، وقابلة للتنبؤ، فالطالب هنا قد لا يستطيع تقدير المسافة، أو يرى الأشياء بصورة مزدوجة و مشوشة، وقد يعاني من مشكلات في الحكم على حجم الأشياء...الخ, أو يعاني هؤلاء الطلبة أيضاً من ضعف الذاكرة البصرية أو التصور البصري.

والقدرة على التصور البصري المكاني لها منزلة رفيعة من بين القدرات المعرفية المرتبطة بمناهج الرياضيات وطرائق تدريسها, هذا ما دعا إليه المجلس القومي لمعلمي الرياضيات في الولايات المتحدة، وأيضاً لهذه القدرة دور رئيسي في تفعيل الفهم والاستيعاب أثناء تعلم الرياضيات حيث تساعد على فهم السلوك البنائي للمتعلم وتعزز قدرة المتعلم على حل المسائل الرياضية(باصال، 2004).

تعد القدرة المكانية من أهم القدرات المعرفية الرياضية التي تحظى باهتمام القائمين والمتخصصين في مناهج الرياضيات، وطرائق تدريسها، ويتزايد دورها الفاعل من خلال ما تعول عليه الرياضيات للمرحلة المختلفة في حل المسألة، وتعلم العلاقات، والأشكال الهندسية.

وإذا كانت الدعوة تلح على تطوير مناهج الرياضيات، وطرائق تدريسها، فإنه يجدر أن يشكل الحس المكاني بفعالياته مادة ضرورية في مناهج الرياضيات التدريسية، بحيث لا يمكن الاستغناء عنه في إعطاء معنى للخبرة الرياضية مؤكدًا على أهميته للموضوعات الحسابية، والهندسية على حد سواء بل إنه بدون الحس المكاني فإن قدراتنا ستكون ضعيفة على تحليل الأشكال، والعلاقات بين أجزائها، وعلى الرغم من ذلك، إلا أن محتويات مناهج الرياضيات ما زالت تفتقر إلى دور فاعل للحس المكاني(عابد، 1994).

وطالب الرياضيات الذي تخصص بهذه المادة وارتبط بمباحثها ومناهجها هو بحاجة إلى القدرة على التصور البصري المكاني لكي تمكنه من فهم ما حوله بعقل متفتح, فدلت العديد من الدراسات على أن هناك علاقة دالة إحصائياً بين القدرة المكانية والتحصيل في الرياضيات منها، وإذا كان هناك علاقـة إيجابيـة بين القدرة المكانية والتحصيل فمن الأولى على معلم الرياضيات أن يكون ممتلكاً لهذه القدرة وواعياً ومدركاً لها ولأهميتها بحيث يستفيد منها أعظم فائدة أثناء تعلمه وتعليمه للمفاهيم الرياضية، وذلك بهدف تحسين مستوى أدائه ومستوى تحصيل طلبته.

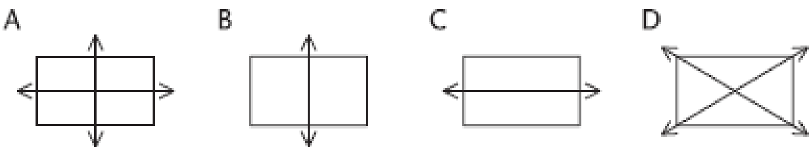
تنمية القدرة المكانية:

إن القدرة المكانية التي نريد أن ننميها للفرد المتعلم موجودة فيه ولكن بمستويات مختلفة منذ الطفولة وتنمو بتقدم مراحل العمر، ويرى بياجيه أن المراحل المختلفة تشهد نمواً في كفاءات وقدرات عقلية متنوعة فمرحلة المراهقة مثلاً تشهد نمواً في (مفهوم البعد الثالث أو الحجم, التجريد الذهني, التنظير)، وكشفت بعض الدراسات أن القدرة المكانية تتطور باختلاف المستوى التعليمي, هذا يدل على أن القدرة المكانية تنمو بتقدم المراحل.

لذا لابد إيجاد طرائق يتم من خلالها تنمية هذه القدرات الخاصة, واستخدام وسائل تعليمية قادرة على فعل مالا يمكن فعله بواسطة الطرائق التقليدية, ولابد من إعادة النظر في العملية التعليمية والتربوية والعمل على تطويرها والتفكير جدياً للخروج من بوتقة التعليم التقليدي، بحيث تعمل على الإعانة على تعلم الرياضيات وإكساب المفاهيم الرياضية للمتعلم لأن هذا يعد من العمليات المعرفية المعقدة التي شغلت بال الكثير من المتخصصين في طرائق تدريس الرياضيات بغية الوصول إلى الطرائق والأساليب التي تساعد المعلم على اختيار الكيفية المناسبة التي يعالج بها المادة الدراسية في غرفة الصف, والتعرف على أفضل الأساليب التي يمكن أن تحدث تعلماً فعالاً ذي معنى، فيحقق على سبيل المثال الأهداف الآتية:

أي من الرسومات التالية يبيّن جميع خطوط التناظر لمستطيل الشكل؟

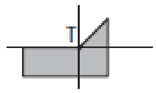
1



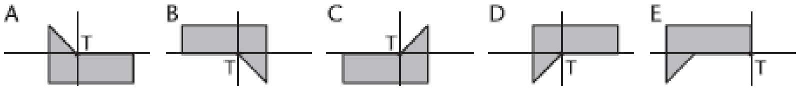
ويلمس كل من امتهن تدريس الرياضيات أن هناك صعوبة لدى الطالب في قدرته على التعامل مع الأشكال الهندسية, وإيجاد العلاقات بينها سواء أكان ذلك في الهندسة المستوية أو الهندسة الفراغية, قد يكون هذا ناتج عن ضعف الطالب في القدرة على التوجيه أو التصور, أو ما يسمى بالقدرة المكانية.

يتم تدوير الشكل المظلل على مدى نصف دورة حول النقطة T .

2



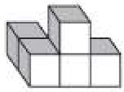
أي من الأشكال التالية يبين نتيجة هذا التدوير؟



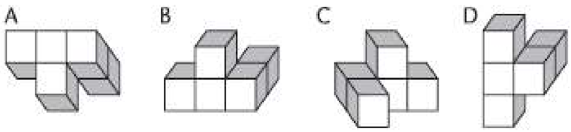
3

يتصوّر ويصف ويرسم أشكالاً ثلاثية البعد في إتجاهات مختلفة.

سوف يدوّر هذا المجسّم الى وضع مختلف.



أي من هذه الأشكال يمكن أن يكون المجسّم بعد تدويره؟

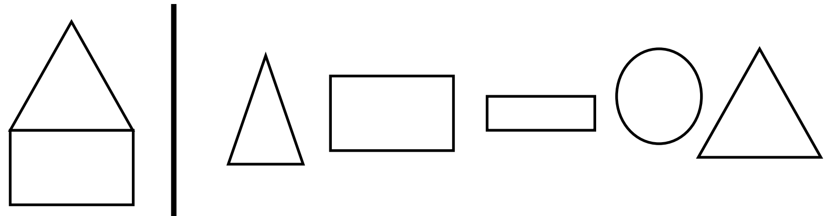


فالرياضيات بحاجة إلى مهارات خاصة عند تعلمها مثل القدرة على تصور الأشكال الهندسية ومعرفة العلاقات بينها، هذا كله يحتاج إلى أساليب غير تقليدية تساعد على تنمية تلك المهارات, ولما للقدرة المكانية من أهمية في مادة الرياضيات وإمكانية تنميتها وتعلم مفاهيمها بشكل أفضل بواسطة وسائل تعليمية متقدمة.

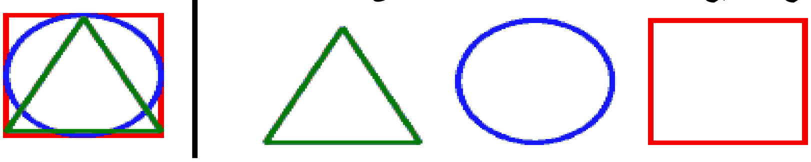
أن القدرات العقلية يمكن إن تصنف على أساس بعدين أساسيين شائعين وهما بُعد العمليات وبُعد المحتوى، وتشمل قدرات العمليات على كل من الإحساس والإدراك والذاكرة والاستدلال وبعض أنواع التفكير، أما قدرات المحتوى والتي تؤدي دورا مهما في الحياة التعليمية والمهنية والتطبيقية بوجه عام فهي تشمل القدرات اللغوية والقدرات العددية والرياضية والقدرات المكانية والقدرات الحركية والقدرات الجمالية،

وقد أشارت بحوث ودراسات علمية عديدة إلى وجود ارتباطات وثيقة ودالة بين القدرة المكانية والأداء في الرياضيات، و أن القدرة المكانية هي إحدى القدرات العقلية الفرعية للذكاء، وتظهر في إدراك الأبعاد والمسافات بدقة وإدراك حجم الأشكال وعمقها وطولها وارتفاعها، وتتعلق هذه القدرة بالمدركات الحسية الواقعية، أي أنها ترتبط بالشيء المحسوس والملموس ,وممكن عن طريق الألعاب تنمى القدرة المكانية لدى الطلبة مثال:

- **أمامك مجموعة من الإشكال:أي منها يشترك معاً لتكوين الشكل في اليسار المطلوب منك معرفة الخروف التي تكونه؟**



- **ضع المربع والدائرة والمثلث لتحصل على الشكل باليسار**



أنواع القدرة المكانية:

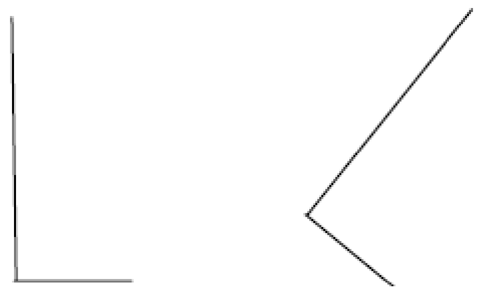
إن القدرة المكانية تشمل نوعين رئيسين هما التصور والتوجيه حيث ينظر إلى التصور بانه القدرة على تناول و دوران ولف وتحويل مثير مقدم على شكل صورة، أما القدرة المتعلقة بالتوجيه المكاني فتشير إلى فهم واستيعاب بترتيب عناصر ضمن مثير لأنموذج مرئي والكفاءة في الحكم بلا تشويش بتغير توجيه الهيئة المكانية للمثير.

إن للقدرات المكانية تصنيفات ثلاث، هي الإدراك المكاني والدوران الذهني والتصور المكاني، ويتفق اغلب الباحثين على أن القدرات المكانية يمكن تصنيفها إلى نوعين رئيسين، هما: التصور المكاني والتوجيه المكاني .

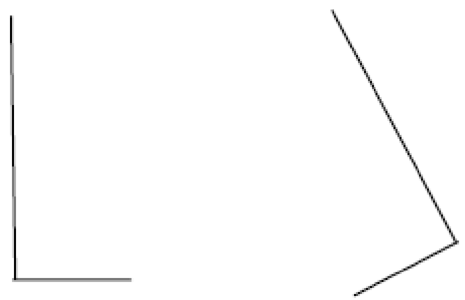
القدرة على تصور الأشكال، وإدراك العلاقة بينها، وتظهر هذه القدرة في النشاط العقلي الذي يعتمد على تصور الأشياء بدون أن يتغير وضعها المكاني، كما هو في حل تمرينات الهندسة، عندما نريد إثبات أن مثلثين يتضمنهما شكل مرسوم ينطبق أحدهما على الآخر، فتصور تغيير وضع الأول لينطبق على الثاني والقدرة المكانية تعتمد على التصور البصري للأشكال وتستخدم في قياسها اختبارات مثل

أ. اختبار تغير وضع الأشكال:

أما الشكلين الآتيين فهما مختلفان، ولا يمكن مهما غيرنا من وضعهما أن يصبحا متماثلين:

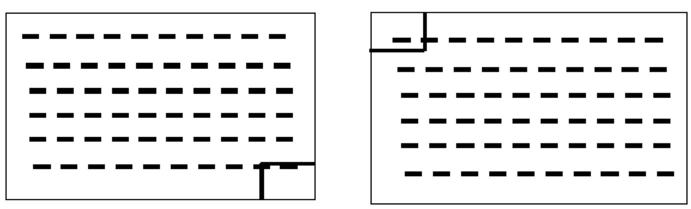


أما الشكلين الآتيين فهما مختلفان، ولا يمكن مهما غيرنا من وضعهما أن يصبحا متماثلين:



ب. اختبار تغير وضع الأعلام:

ويشبه هذا الاختبار السابق، ويتضمن عددًا من صور الأعلام كل زوج منها مرسومان معاً، ويطلب من الشخص فيه، أن يحدد ما إذا كانت صورتا كل زوج منهما متماثلتين أم لا، ويمثل الشكل الآتي أحد عناصر هذا الاختبار.



ج. اختبار اليدين:

ويحتوي على عدد من الصور لليدين اليمنى واليسرى في أوضاع معينة ويطلب من الشخص فيه أن يحدد بالنسبة لكل صورة ما إذا كانت لليد اليمنى، أو اليسرى(عابد، 1994).

القدرة المكانية مكونة من عاملين:

التوجيه المكاني: القدرة على إدراك وترتيب عناصر ضمن مثير لنموذج مرئي والقدرة على التحكم مهما تغيرت الهيئة المكانية للمثير، وهي القدرة على تحديد العلاقات المكانية بالنسبة لوضع تخيلي للجسم, ويندرج تحتها العديد من المهارات الفرعية (تخيل تدوير الأشياء,إعادة تركيب المكان , مهارة إدراك العلاقات المكانية, ومهارة قدرة معرفة الإنسان وضع الشيء بالنسبة لوضع جسمه

التصور المكاني: قدرة الفرد على تناول ودوران وتحويل مثير مقدم على شكل صور في مخيلته، وهي القدرة على معالجة صور الأشياء عقلياً وتتركز في عامل إدراك تحول الأشياء.

ويعرف الباحث القدرة المكانية إجرائياً على إنهاء, ويتم قياس هذه القدرة بالدرجة التي يحصل عليها المفحوص من خلال المقياس المعد لهذا الغرض.

ويمكن تصنيف القدرة المكانية إلى نوعين رئيسيين، هما:

- **التصور المكاني:** هو القدرة على تناول وتدوير ولف وتحويل مثير مقدم على شكل صورة.
- **التوجه المكاني:**هو القدرة على إدراك ترتيب عناصر ضمن مثير لنموذج مرئي، والمقدرة على التحكم بذلك النموذج مهما تغيرت الهيئة المكانية للمثير

و كلاً من التصور المكاني والتوجه المكاني يتطلبان سويّةً القدرة على تدوير النماذج ذهنياً، كما يتطلبان ذاكرة بصرية قصيرة المدى، بالإضافة إلى أن التصور المكاني يحتاج إلى سلسلة من العمليات المتتابعة.

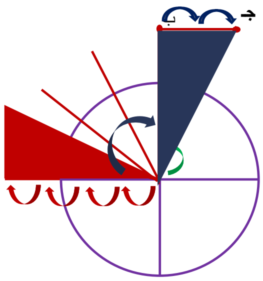
أقسام القدرة المكانية:

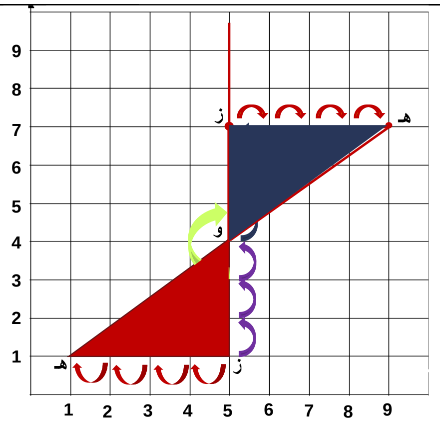
تنقسم القدرة المكانية إلى قدرتين بسيطتين هما:

2. **القدرة المكانية الثنائية:** وهي تدل على التصور البصري لحركة الأشكال المسطحة، مثل دورة الأشكال المرسومة على سطح ورقة في اتجاه عقارب الساعة، أو عكس هذا الاتجاه بحيث تظل هذه الأشكال خلال حركتها ملتصقة بسطح الورقة(السيد، 1994).

ويستطيع مدرس الرياضيات أن ينمي قدرة طلبته المكانية بان يطلب منهم التصور ثم عمل:

- مثلث رؤوسه معلومة وتطلب صورته بالدوران 90° حول النقطة أ باتجاه حركة عقارب الساعة.



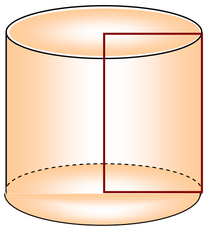
• مثلث رؤوسه معلومة وتطلب صورته بالدوران 180° حول النقطة الأصل و باتجاه حركة عقارب الساعة	

2. **القدرة المكانية الثلاثية:**

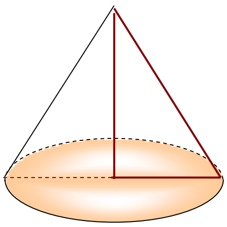
وهي تدل على التصور لحركة الأشكال في دورانها خارج سطح الورقة، أي في البعد الثالث للمكان. أن القدرة المكانية الثلاثية يمكن قياسها من خلال معرفة دوران الأشكال خارج الورقة في: البعد الثالث، والأمثلة التالية توضح فكرة القدرة المكانية الثلاثية وتصلح لقياسها(وفاء، 2005)

ويستطيع مدرس الرياضيات أن ينمي قدرة طلبته المكانية بان يطلب منهم التصور ثم عمل باليد لكي يستنتج الطالب أن:–

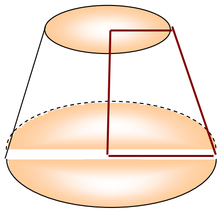
- **الاسطوانة تنتج عن دوران مستطيل تام حول أحد أضلاعه دورة كاملة.**



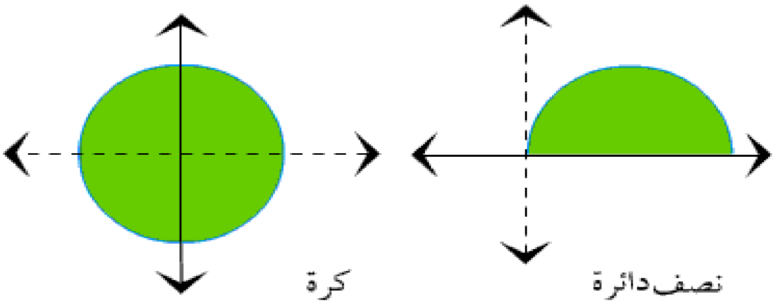
- **المخروط ينتج عن دوران مثلث قائم حول أحد ضلعيه القائمين دورة كاملة.**



- **المخروط الناقص ينتج عن دوران شبه منحرف قائم حول ضلعه القائمة (ارتفاعه) دورة كاملة.**



المجسم الناتج من دوران نصف دائرة دورة كاملة حول قطرها هو كرة



قياس القدرة المكانية:

وهناك أنواع متعددة لقياس القدرة المكانية حيث هناك ثلاثة مقاييس هي:

الإدراك المكاني: ويتطلب من المفحوصين تحديد الخطوط الأفقية والعمودية في شكل ثابت في الوقت الذي تتجاهل فيه المعلومات الأخرى المشتتة الموجودة في الشكل.

التصور المكاني: فيتطلب عملية معقدة وتحليلية ومتعددة الخطوات، كما يتضمن هذا النوع اختبار الأشكال المتضمنة والأوراق المطوية.

التدوير العقلي: تخيّل ما ستصبح الأشكال ثنائية البعد أو ثلاثية الأبعاد فيما لو دُوِّرتْ ذهنياً.

مقاييس القدرة المكانية المؤقتة:يتضمن الحكم على الاستجابات لبعض الأشكال البصرية المتحركة.، **والقدرة على التدوير العقلي:** وهي جزء من القدرة الفراغية تتطلب تدويراً عقلياً لمثيرات ثلاثية الأبعاد يقوم المفحوص بتدويرها من أجل مطابقتها مع الشكل الأصلي، وتقديم الاستجابة بالحُكم عليها بالتطابق أو عدم التطابق.

اختبار التوليد والمحافظة على الشكل المكاني: توليد صورة مماثلة لصورة أحد الحروف الهجائية، ثم استخدام المعلومات المتوفرة في الصورة لتنفيذ مهمة معرفية محددة

وتتضمن القدرة المكانية القدرة على التصور البصري المكاني، وهو القدرة على فهم، وإدراك العلاقات الفراغية، وتداول المخيلة الذهنية، وتصور الأوضاع المختلفة للأشكال في المخيلة، وتبدو القدرة في شكل نشاط عقلي معرفي يتميز بالتصور البصري لحركة الأشكال المسطحة، والمجسمة.

العوامل التي تقف خلف الفروقات في القدرة المكانية:

أعاد لوهمان تحليل بيانات العديد من الدراسات التي تقف خلف الفروق الفردية في هذه القدرة، وقد كانت دراسته على وجود ثلاثة عوامل هي: (وفاء، 2005)

4. **العامل الأول: التوجيه المكاني:**

ويقوم على استخدام القدرة على التصور، كيف يبدو شيء ما، أو مجموعة من الأشياء، إذا ما تم تدويره على نحو معين، ويقاس باختبارات تدوير الأشكال، وثني السطوح.

5. **العامل الثاني: العلاقات المكانية:**

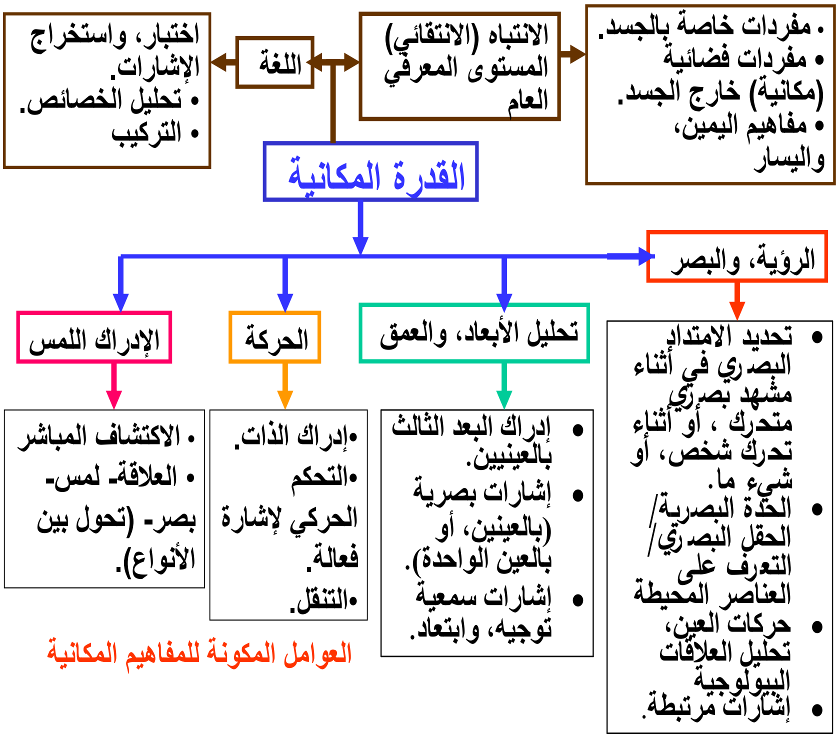
ويختص هذا العامل بإدراك العلاقة المكانية بين الأشياء، من حيث أوجه الشبه، أو أوجه الاختلاف، ويقاس باختبارات مكونة، أو تجميع الأشياء، أو العلاقات المكانية.

6. **العامل الثالث: التصور البصري المكاني:**

ويقصد به المعالجة العقلية لثني السطوح، أو إعادة ترتيب أجزاء شيء ما، ويقاس هذا العامل، بأن يعرض على المفحوص شيء مسطح على اليمين، ويطلب منه اختبار أي من البدائل التي على اليسار، وتشير إلى شيء بعد ثني جوانبه، أو أسطحه، كما يقاس أيضًا من خلال تقديم مجموعة من الأشكال الهندسية، ويطلب من المفحوص اختبارًا واحدًا من التجميعات التي تمثل تجميعًا مناسبًا لتلك الأشياء.

العوامل المكونة للمفاهيم المكانية

القدرة المكانية غير موحدة عند كل الناس وهي تقف خلف فروق فردية، فهناك عوامل تدخل في تكوين المفاهيم المكانية دون أن تكون علاقة وطيدة بين العناصر، فتكون القدرة المكانية حسب احتياجات، ونوع النشاط ملموساً، كان (واقع– مادي)، أو نشاطًا عقلياً (تمثيلات شكلية، أو صورية) وكما موضحة في الشكل الآتي:



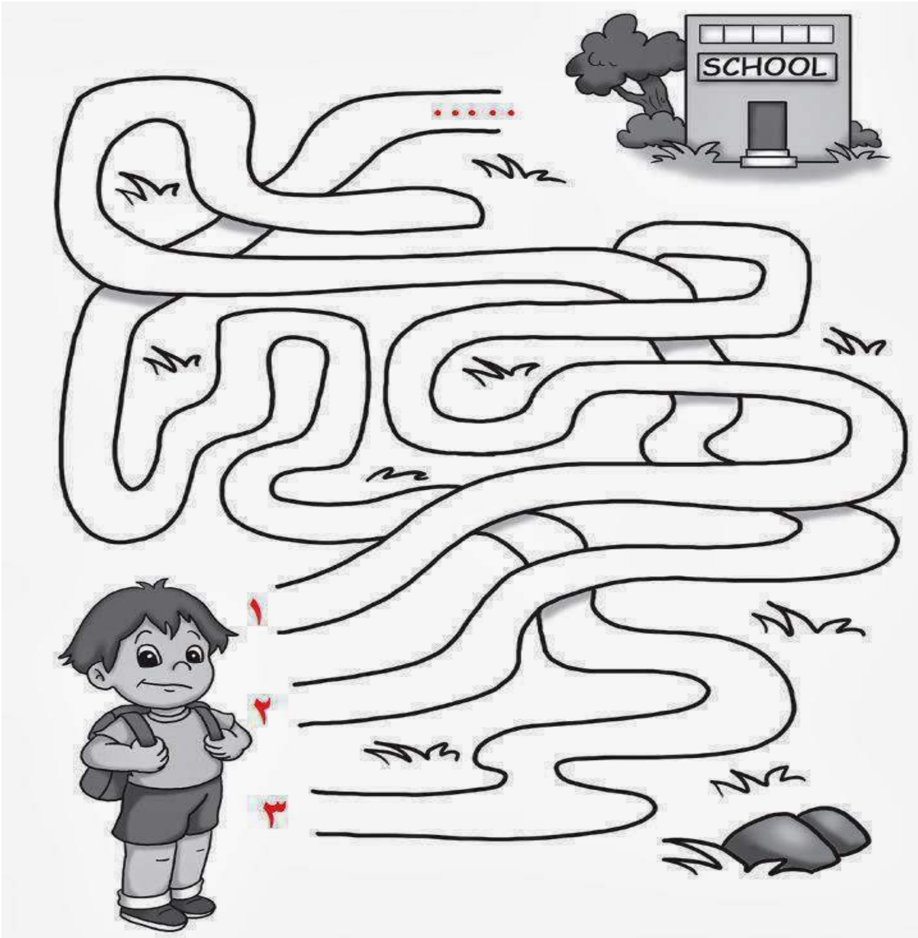
العوامل المكونة للمفاهيم المكانية

طرق تطوير القدرة المكانية:

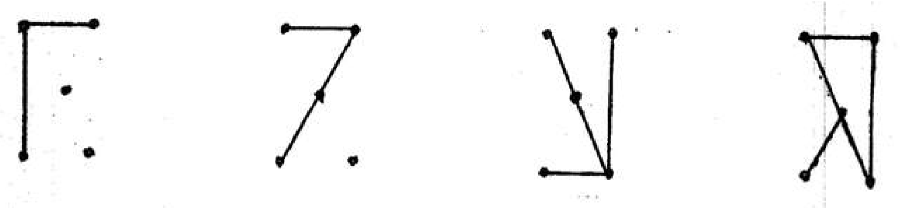
وهناك بعض الطرق غير المكانية لتطوير هذه القدرة، ومن أهم هذه الطرق:

4. **استخدام مواد التركيب:** إن تجربة التعامل مع التركيبات، وملاحظتها من جوانب مختلفة، وزوايا عديدة يزود التلميذ بأساس متين لعمل مستقبلي مع البعد الثالث. فعلى سبيل المثال نطلب من التلميذ ان يبحث عن مكان الشخص المختبئ مع حبات البن في الصورة الآتية:

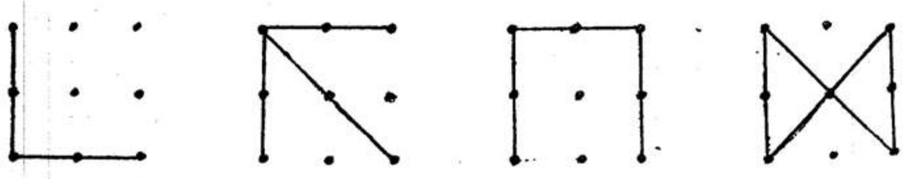
5. **تتبع المتاهات بالإصبع، أو بالعين لوحدها، وهو عمل ممتع، ويؤدي إلى تنمية القدرة المكانية**. كما في الشكل الآتي:



6. ولقد طورت طريقة سهلة، لمساعدة الأطفال على تطوير قدراتهم المكانية، وذلك عن طريق استخدام التنقيط في الرسم كما في الأشكال الآتية:(عفونة، 1996)



ويمكن زيادة هذا العمل، وذلك بالرسم باستخدام نمط 9 نقاط، بإضافة خطوط أخرى مثل:

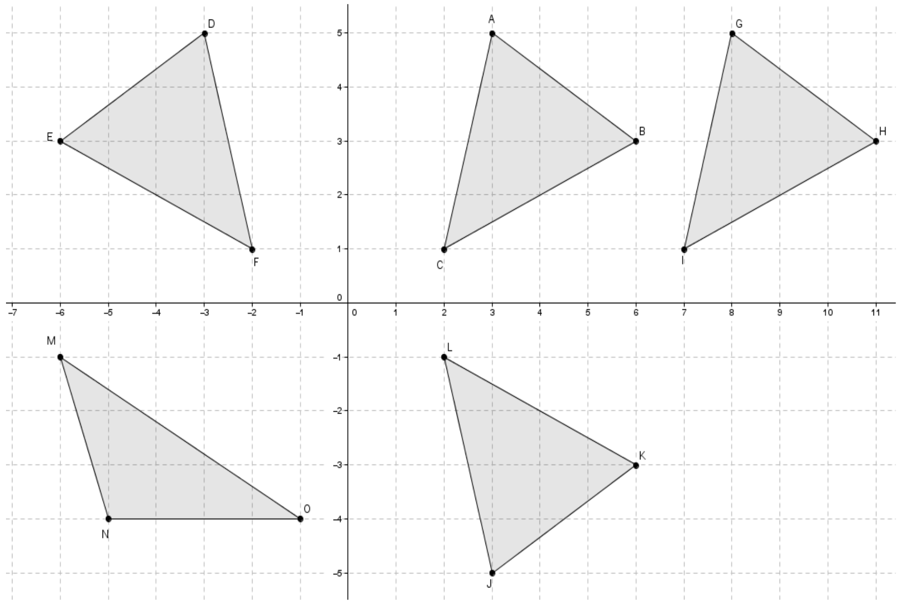


أصناف القدرة المكانية:

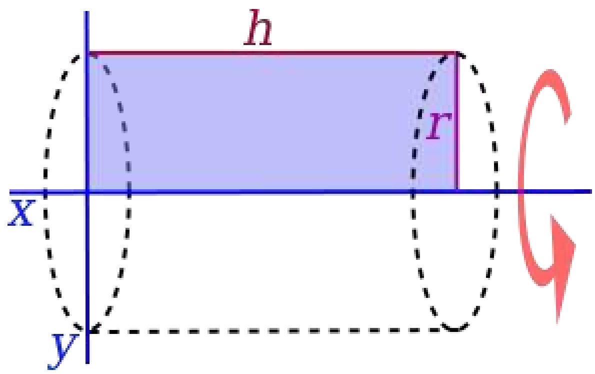
صنف لين باترستون القدرة المكانية إلى ثلاثة أصناف(ريان، 2008)

4. **الإدراك المكاني:** وتتمثل في القدرة على تعرف العلاقات المكانية، مع الحفاظ على هيئتها الكلية، وهذا الصنف يمكن الوصول إليه بفعالية عند استعمال عمليات حسحركية،، فإن الإدراك المكاني يتم قياسه من خلال إعطاء:المفحوص شكلا نموذجياً، ويطلب فيه انتقاء الأشكال المشابهة له، ويلاحظ أن جميع الأشكال غير الشكل النموذجي، إما منحرفة، أو معكوسة، وعليه أن يختار الأشكال المنحرفة، وليست الأشكال المعكوسة(الخالدي، 2003).

مثال: في هيئة المحاور أمامكم رسومات لمثّلثات، أي مثلثات تطابق المثّلث ABC؟



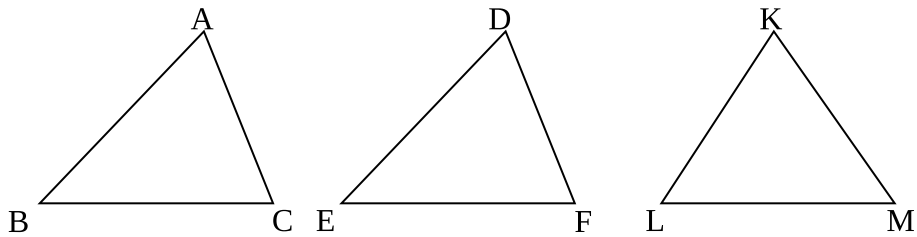
5. **التدوير الذهني:** ويشير إلى القدرة على تدوير الأشكال ذهنيًا في بعدين، أو ثلاثة أبعاد بسرعة، ودقة، ويتطلب النجاح في هذا البعد المكون استخدام عمليات التدوير الذهني بفعالية.



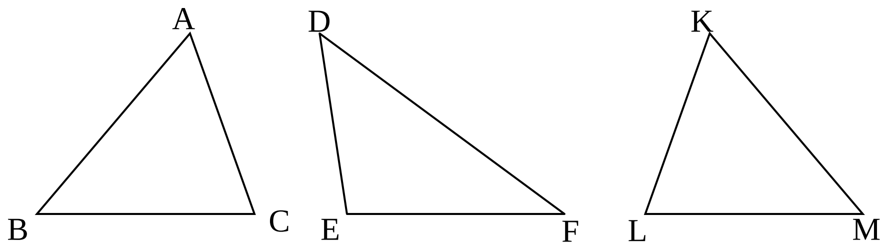
6. **التصور المكاني:** يعرفه، بأنه القدرة على تخيل الأشياء، أو التناوب على أجزائها عن طريق الطي، والفرد على سبيل المثال، ويعتمد على المعالجة المعقدة متعددة المراحل للمعلومات الممثلة بالمكان، إذ يعتمد التصور المكاني على معالجات تحليلية، وبمستوى متميز عن المكونات الأخرى، والنجاح فيها يتطلب مرونة معرفية في تطبيق الخبرات السابقة أثناء إجراءات الحل. فإن الأنشطة المستخدمة لقياس التصور المكاني تشمل شكل المجلس، طي الورق، التنمية السطحية لهذه المهام تتطلب التلاعب بشكل متكرر: أن القدرة المكانية

مهمة في حل المسائل اللفظية، وذلك لأنها تساعد الطالب في تخيل الموقف الصحيح للمسألة وصولاً إلى الحل الصحيح (Senan, 2003) كما في الأمثلة الآتية:

3. انسخوا المثلّث ABC على ورقة شفّافة وافحصوا أي من المثلّثين DEF أو KLM يطابق المثلّث



4. استعينوا بنسخ المثلّثين DEF و KLM على ورقة شفّافة وافحصوا أيّ من المثلّثين يطابق المثلّث ABC.



المتغيرات التي تؤثر في القدرة المكانية:

أن هناك متغيرات تؤثر في القدرة المكانية منها (ريان، 2008)

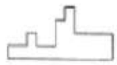
5- **التطور المعرفي:** يرتبط هذا العامل بمراحل التطور المعرفي، كما حددها بياجيه، وعليه تفسير الفروق في القدرة المكانية، إلى التفاوت في هذه المراحل.
6- **الخبرة:** فقد تبين أن القدرة المكانية لدى الأفراد، تتأثر بالخبرات المكانية، وهذا الأثر يمتد إلى مجمل هذه القدرة، أو إلى بعض جوانبها، ويتوقف على طبيعة هذه الخبرات، وأنماطها.

7- **الجنس:** بينت نتائج معظم الدراسات، وجود علاقة بين القدرة المكانية، والجنس وقد تعود هذه الفروق إلى طبيعة الاستراتيجيات المعرفية المتبعة لدى كلا الجنسين.
8- **الموهبة (الذكاء العام):** ترتبط الموهبة بالقدرة المكانية، فالموهبة تحدد استراتيجيات المعالجة الذهنية للأشياء، وهذا بدوره يؤثر على أداء الطلبة في اختبار القدرة المكانية، ويعكس قدراتهم فيها.

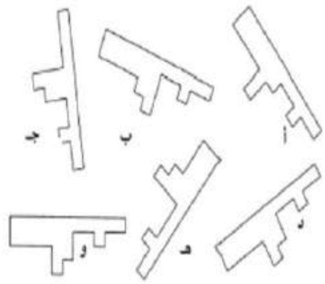
اختبارات القدرة المكانية:

اختبار القدرة المكانية الأول:

1

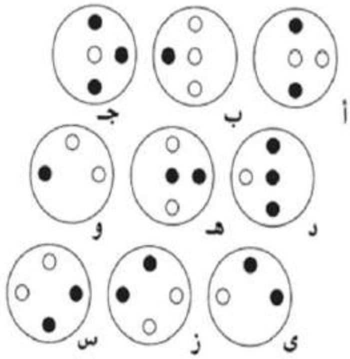


ما الشكل الذي يماثل الشكل السابق بين الأشكال التالية؟



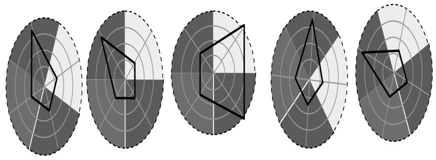
2

ما هو الشكل الدخيل؟



3

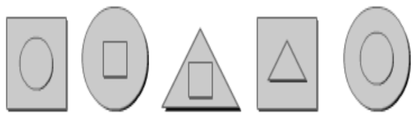
ما هو الشكل الدخيل



A B C D E

4

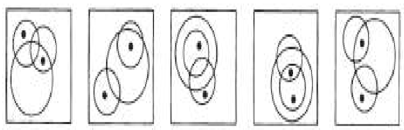
ما هو الشكل الدخيل



A B C D E

5

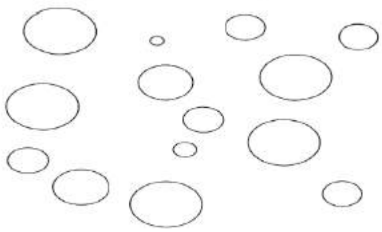
ما هو الشكل الدخيل؟



أ ب جـ د هـ

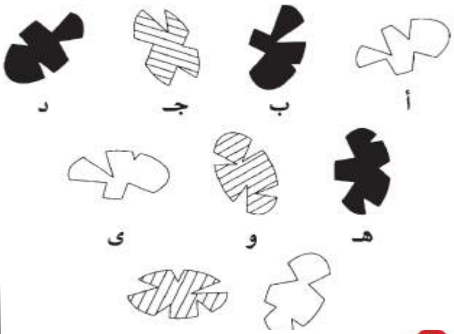
6

كم يبلغ عدد اشكال الدوائر المختلفة في الحجم فيما يلي؟



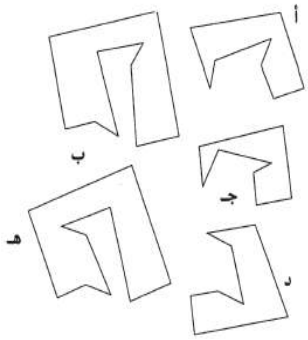
7

ما هما الشكلان المتماثلان؟



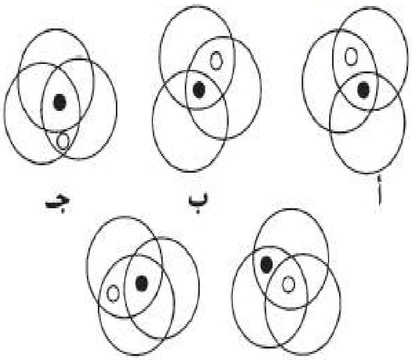
9

تعرف على الشكلين اللذين يمكن أن يشكلا مربعاً.



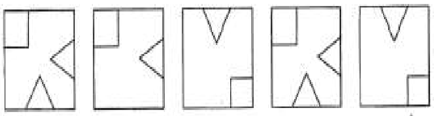
8

ما هو الشكل الدخيل؟

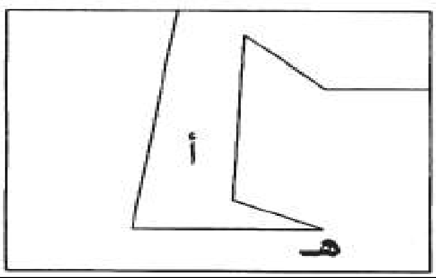


10

ما هو الشكل الدخيل؟



الأجوبة:

1 – د	6– 5
2 - "جـ": كل الأشكال الأخرى بها مزاوجات متماثلة، ولكن مع عكس الأبيض والأسود.	7– ب، ي
3– C	8- "د": النقطة البيضاء في ثلاث دوائر والنقطة السوداء في دائرتين، أما في باقي الأشكال، فإن النقطة البيضاء توجد في دائرتين والسوداء في ثلاث.
4– A كلها شكلين مختلفين ماعدا دائرتين	9 
5 - "ب": لأنه يحمل نقطة واحدة في دائرتين والأخرى في ثلاث دوائر. أما بقية الاشكال فتحمل نقطة واحدة في دائرة واحدة والنقطة الأخرى في دائرتين.	10– د كل الأشكال الأخرى لها مزاوجات متماثلة أي (أ/جـ)، و(ب/هـ)

التقويم:

كل إجابة صحيحة تساوي نقطة واحدة.

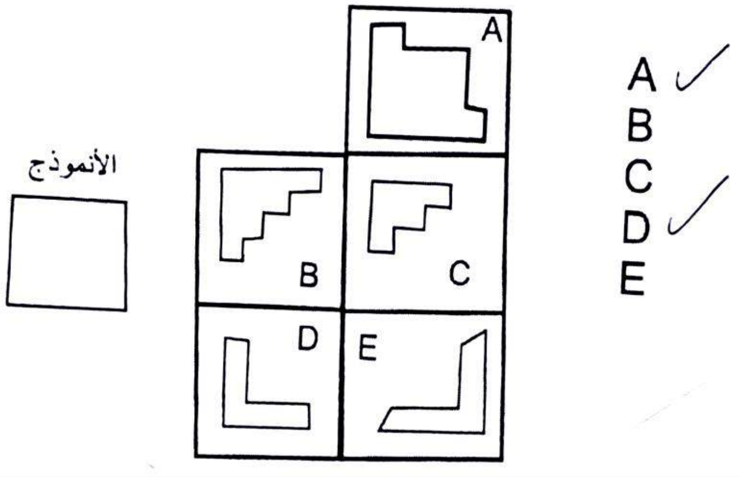
من 4 – 5 : متوسط.
من 6 – 7 : جيد.
8 : جيد جداً.
من 9 – 10 : ممتاز.

اختبار القدرة المكانية الثاني:

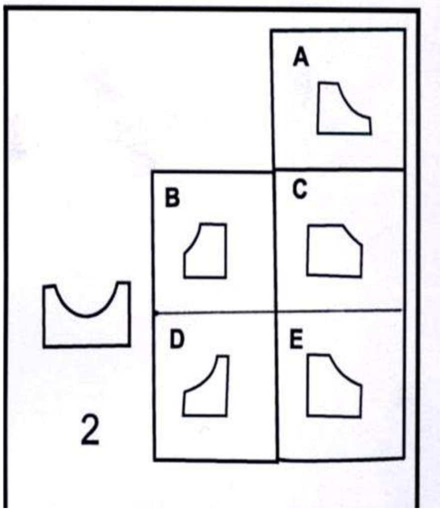
تعليمات اختبار القدرة المكانية

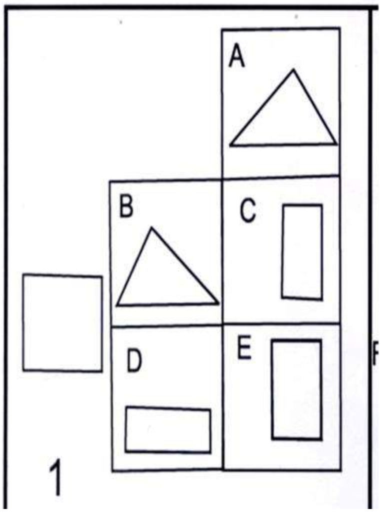
الاختبار مكون من (34) فقرة كل فقرة تتضمن شكلا معينا يمكن أن تطلق عليه أنموذجا وهذا الأنموذج متبوع بمجموعة من الأشكال تحمل الرموزA,B,C,D,E,F اثنان من هذه الرموز عندما يوضعان معا مع بعضهما يشكلان رسماً أو صورة مطابقة للأنموذج الموجود في الفقرة والوقت المخصص للاختبار (34 دقيقة).

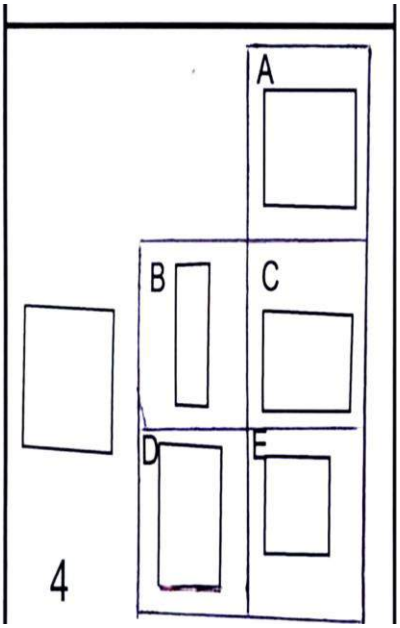
مثال محلول: ضع علامة(✓)على هذين الرمزين والمثال الآتي يوضح ذلك، لاحظ أن الحرف A والحرف B يشكلان الأنموذج الموجود على يسار الأشكال A,B,C,D,E .

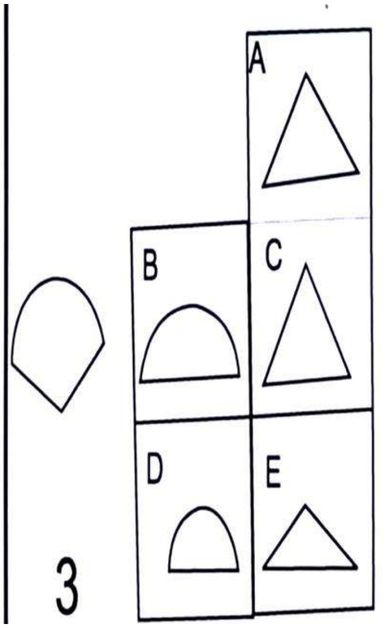


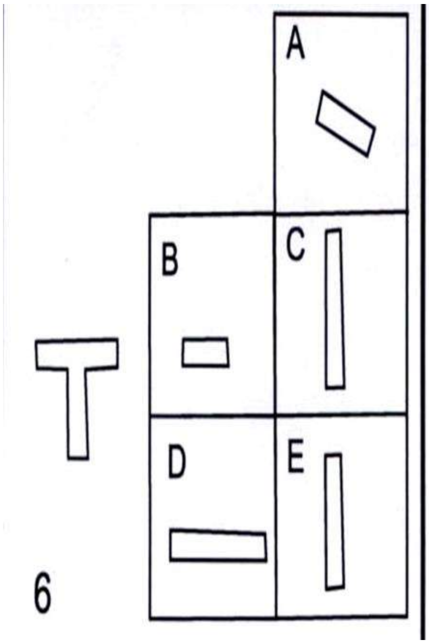
والآن: اجب عن الأسئلة الآتية كما في المثال المحلول

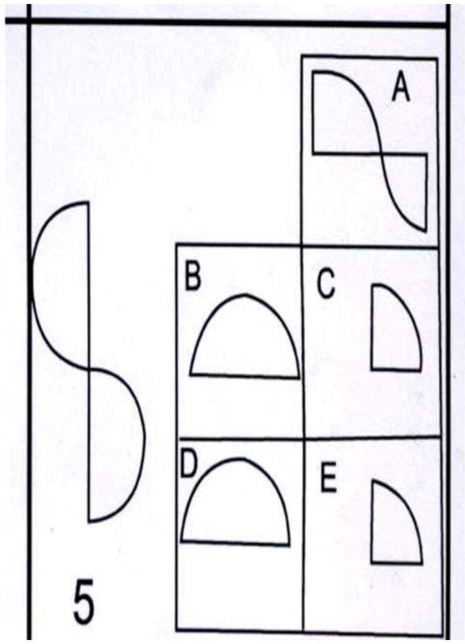

A
B
C
D
E
2

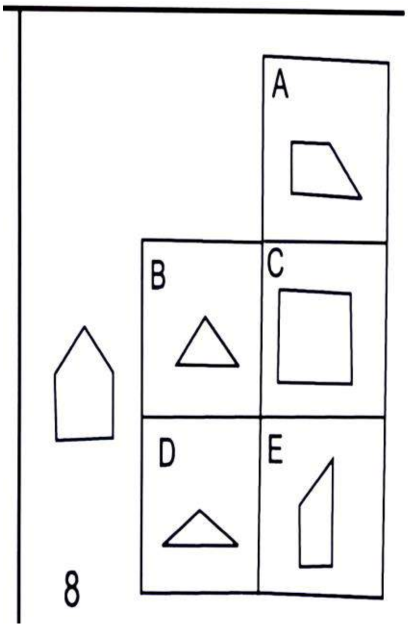

A
B
C
D
E
1

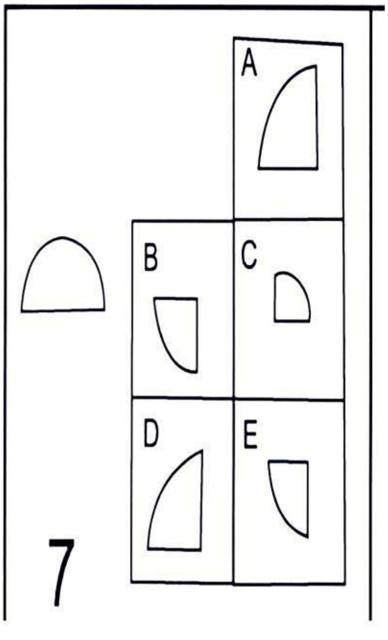

A
B
C
D
E
4

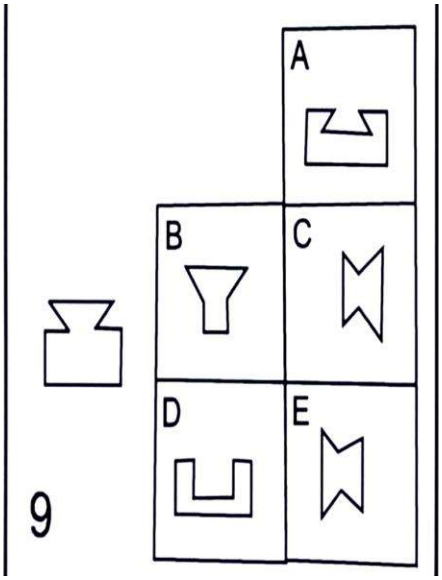

A
B
C
D
E
3

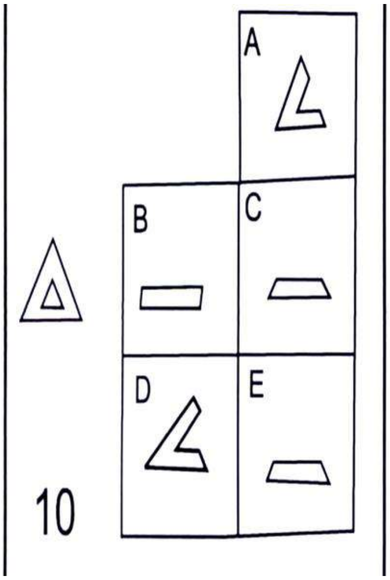

A
B
C
D
E
6

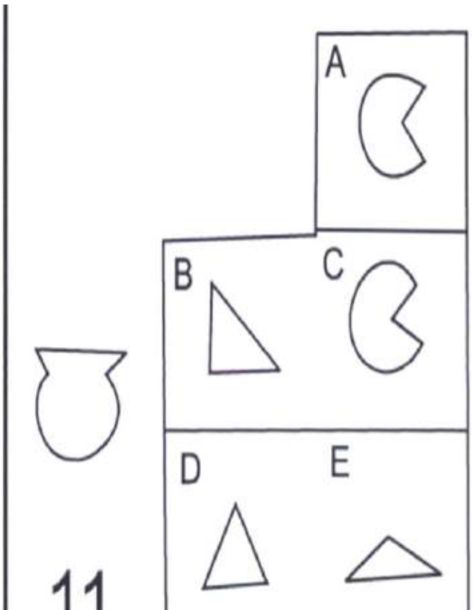

A
B
C
D
E
5

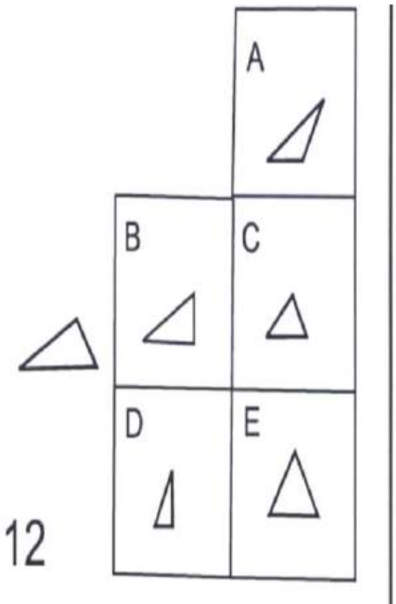

A
B
C
D
E
8

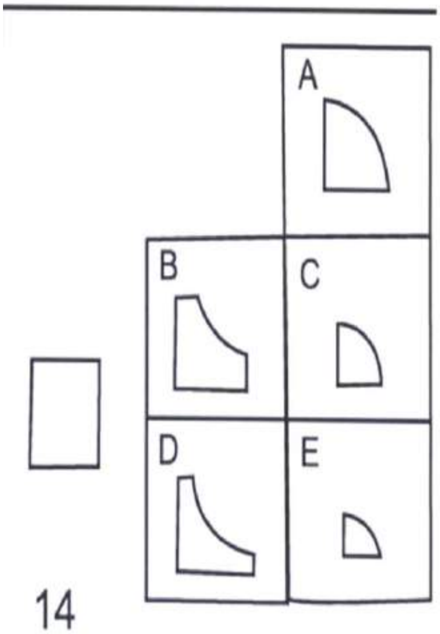

A
B
C
D
E
7

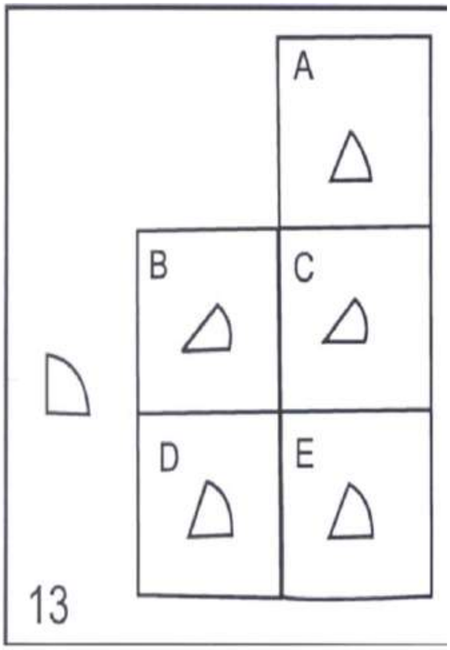

A
B
C
D
E
9

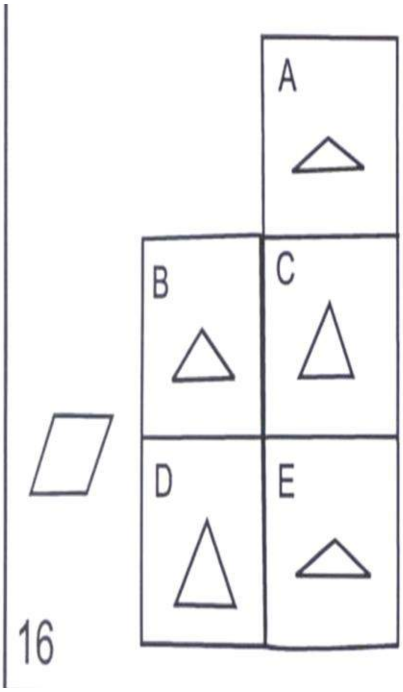

A
B
C
D
E
10

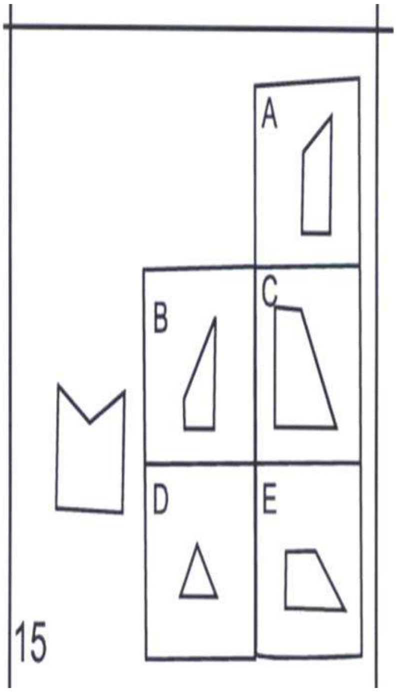

A
B
C
D
E
11

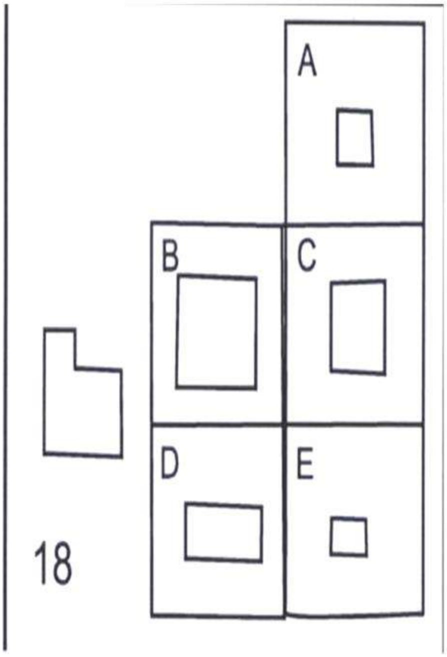

A
B
C
D
E
12

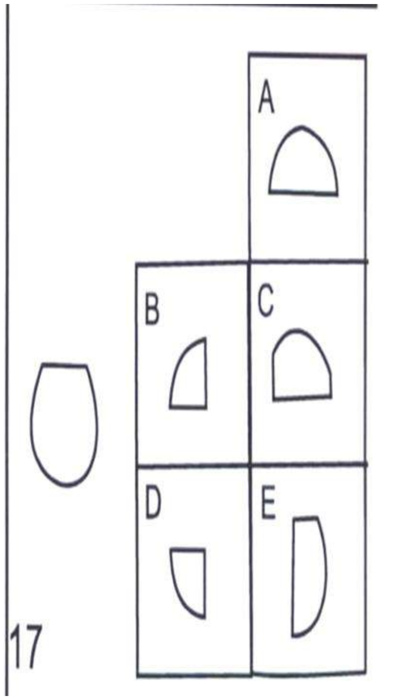

A
B
C
D
E
14

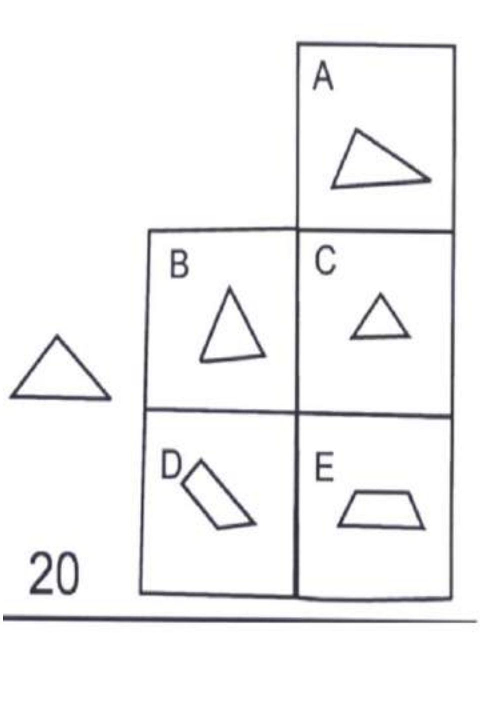

A
B
C
D
E
13

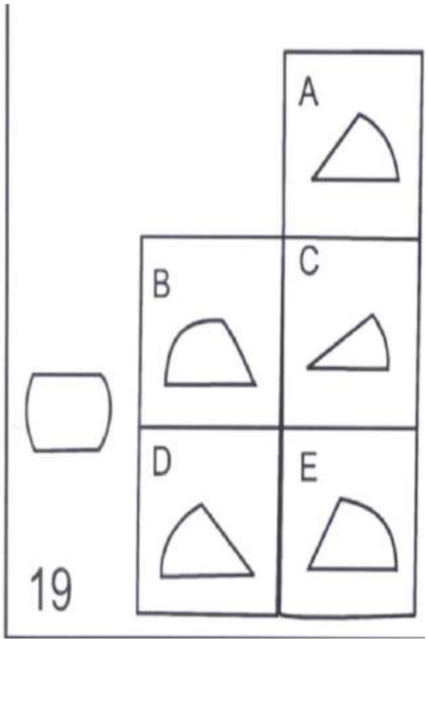

A
B
C
D
E
16

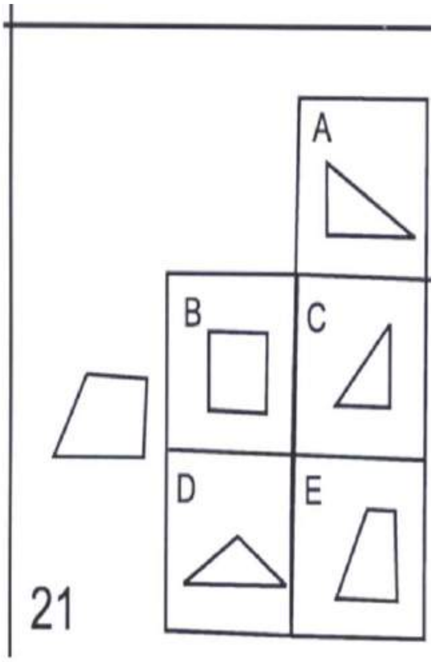

A
B
C
D
E
15


A
B
C
D
E
18

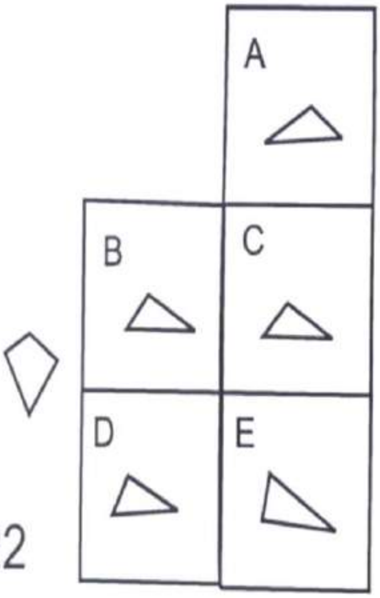

A
B
C
D
E
17


A
B
C
D
E
20

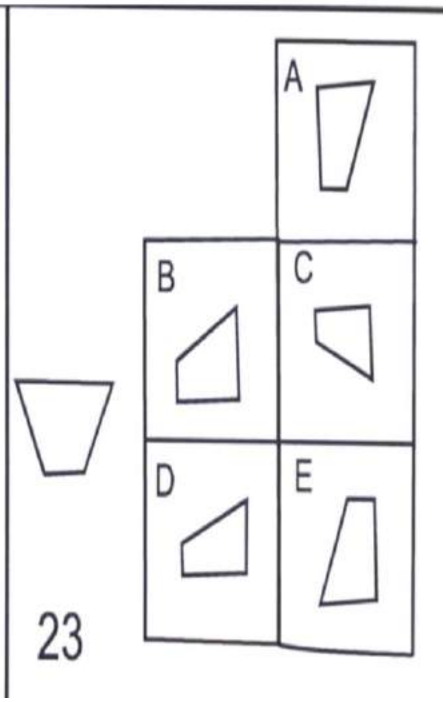

A
B
C
D
E
19



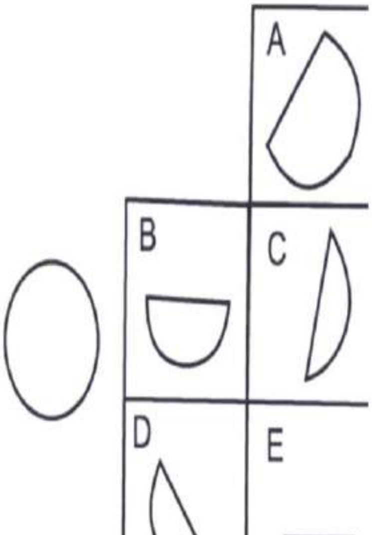
21



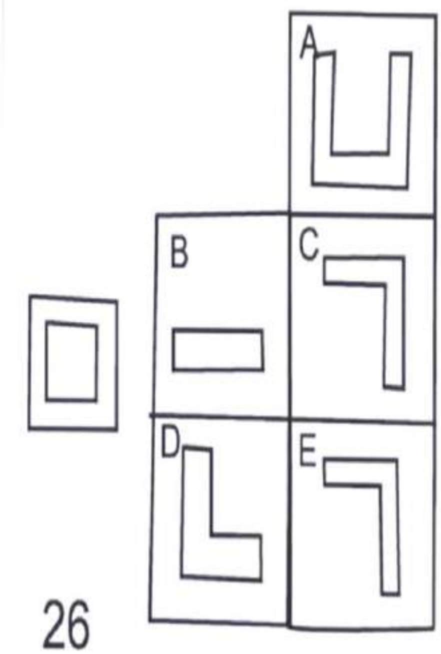
22

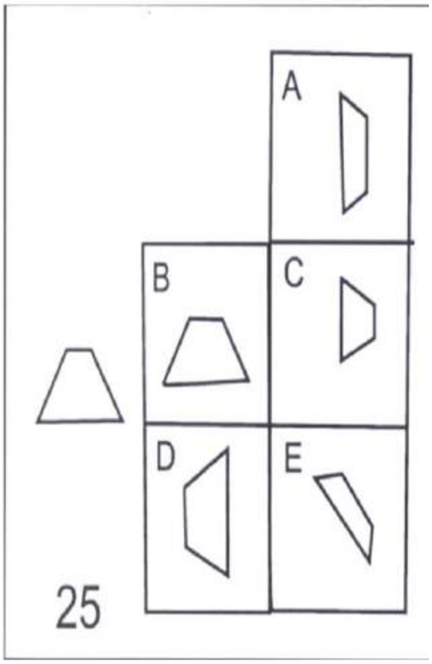


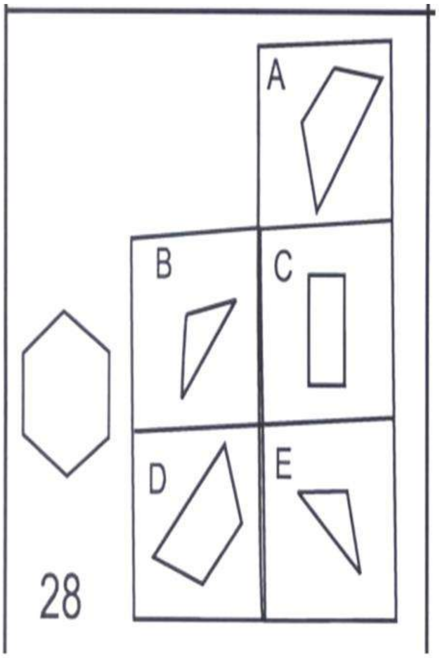
23

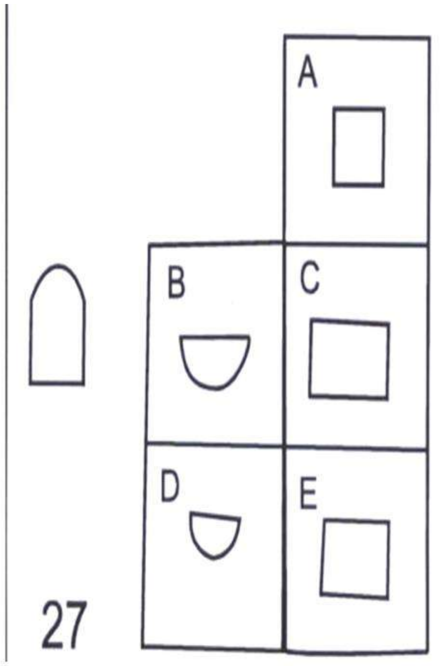


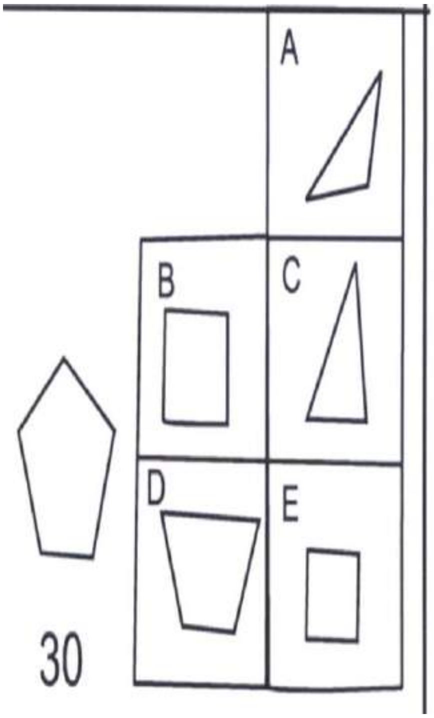
24


A
B
C
D
E
26

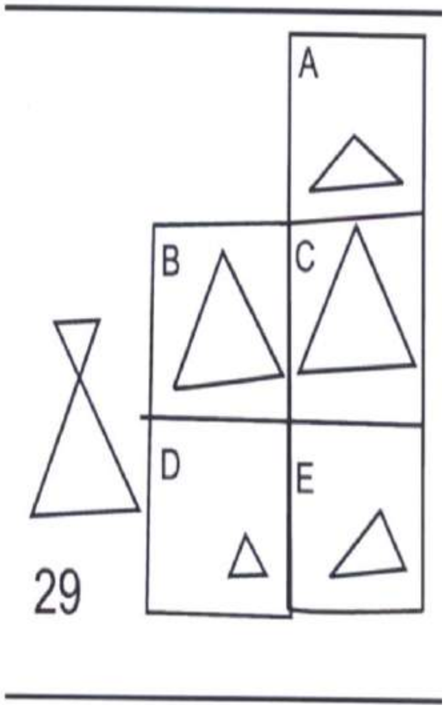

A
B
C
D
E
25


A
B
C
D
E
28

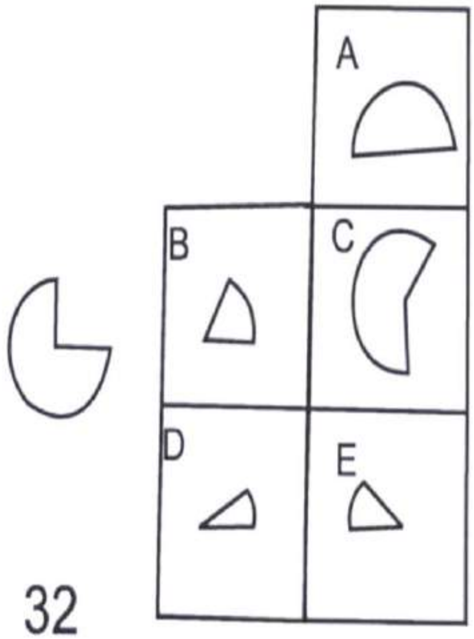

A
B
C
D
E
27



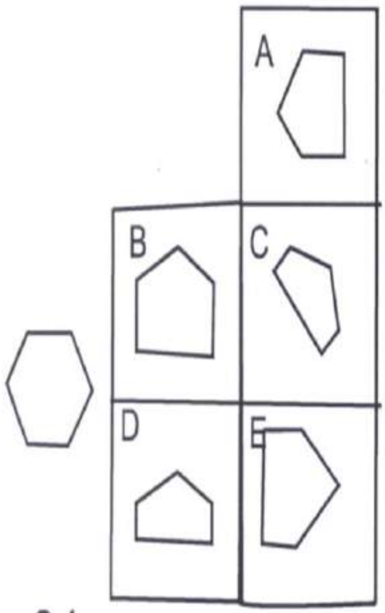
30



29

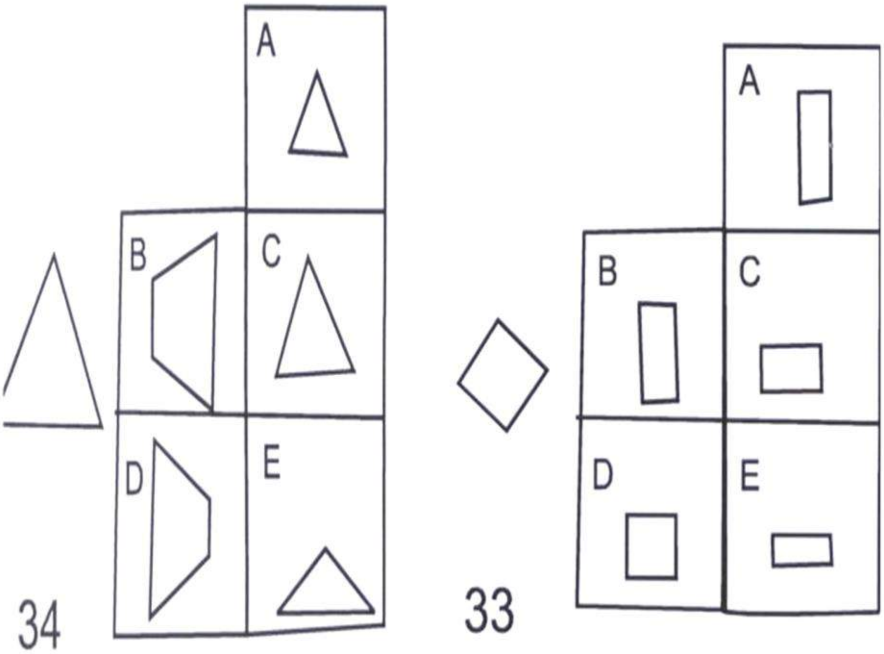


32



31

الإجابات الصحيحة لاختبار القوة المكانية:



الإجابات الصحيحة لاختبار القوة المكانية:

(31 A B C✓ D✓ E	(26 A B C✓ D E✓	(22) A✓ B C D✓ E	(16 A B C✓ D✓ E	(11 A✓ B✓ C D E	(6 A✓ B C D E✓	(1 A✓ B✓ C D E
(32 A B C✓ D E✓	(27 A✓ B C D✓ E	(22 A✓ B C D✓ E	(17 A B C✓ D E✓	(12 A✓ B C✓ D E	(7 A B✓ C D E✓	(2 A✓ B C D✓ E
(33 A B C✓ D E✓	(28) A✓ B C D✓ E	(23 A B C✓ D✓ E	(18 A B C✓ D✓ E	(13 A B✓ C✓ D E	(8 A✓ B C D E✓	(3 A B✓ C D E✓
(34 A✓ B✓ C D E	(29 A B✓ C D✓ E	(24 A✓ B C✓ D E	(19 A✓ B C D✓ E	(14 A B✓ C✓ D E	(9 A✓ B C D E✓	(4 A B✓ C✓ D E
	(30 A✓ B C D✓ E	(25 A✓ B C✓ D E	(20 A B C✓ D E✓	(15 A B C✓ D✓ E	(10 A✓ B C D E✓	(5 A B✓ C D✓ E

المصادر والمراجع

القرآن الكريم

1. إبراهيم، رفعت إبراهيم 2001 ، فعالية استخدام الموديول في تنمية مهارات البرهان الرياضي والتحصيل في الهندسة لتلاميذ الصف الأول الإعدادي". رسالة ماجستير، كلية التربية بالإسماعيلية،جامعة قناة السويس.
2. إبراهيم, مجدي عزيز، 1988، أساليب وطرائق في تدريس الرياضيات،(ط1). القاهرة: مكتبة الأنجلو المصرية.
3. الأسطل، إبراهيم حامد والرشيد، سمير عيسى ،2004، كفاية التخطيط الدراسي لدى معلمي الرياضيات في إمارة أبو ظبي بدولة الإمارات العربية المتحدة (دراسة تقويمية)، المجلة التربوية، المجلد 18، العدد 70، ص72–113، الكويت.
4. أبو جادو، صالح محمد علي، 2000 ، علم النفس التربوي، ط2، دار الميسر للنشر والطباعة، عمان، الأردن.
5. أبو زينة ، فريد وعبانة ، عبدالله. ،2007، مناهج تدريس الرياضيات للصفوف الأولى ، عمان دار المسيرة للطباعة والنشر والتوزيع، عمان.
6. ابو الشيخ، مصطفى، ومحمود الوهر،1991، المنحى العلمي في التعليم وربط المعرفة بالحياة، مجلة رسالة المعلم، العددان الاول والثاني، م 32، حزيران، وزارة التربية والتعليم، عمان، ص235.
7. أبوالعجين، أشرف حسن حسين،2011، تقويم محتوى مناهج الرياضيات الفلسطينية في ضوء بعض معايير عمليات المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM)، رسالة ماجستير، كلية التربية ، جامعة الأزهر غزة،فلسطين
8. أحمد محمد سيد أحمد ،1999، تدريس الرياضيات(جزء ثاني). ، مطبعة الجامعة الحديثة، بنها،مصر.
9. أمين، محمد عمر السيد،2012،اعلية إستراتيجية الدعائم التعليمية في تنمية مهارات البرهان الرياضي لدى الطلبة ذوي صعوبات تعلم الرياضيات بالمرحلة الإعدادية، مجلة كلية التربية بالإسماعيلية – جامعة قناة السويس
10. باصال، خالد سلمان عبود ،2004، أثر استخدام الحاسب الآلي في تدريس الرياضيات في تنمية القدرة المكانية لدى طلبة كلية التربية، رسالة ماجستير جامعة حضرموت.
11. بدوي, رمضان مسعد، ،2003 , استراتيجيات في تعليم وتقويم تعلم الرياضيات, ط1 , دار الفكر , عمان.
12. بل, فريدريك.هـ ،1987، طرق تدريس الرياضيات (ط2). ترجمة محمد أمين المفتي وممدوح محمد سليمان, ج1, القاهرة: الدار العربية للنشر والتوزيع.

13. جمال محمد فكري ،1995, انشطة القراءة والكتابة الرياضية ومدى استخدامها في تعليم الرياضيات بالمرحلة الاعدادية , مجلة كلية التربية باسوان ,جامعة جنوب الوادي ,العدد (10) ,ص(219 – 246).
14. **الحبار ،عبدالواحد لقمان محمد أمين،2013 المدخل البصري لحلّ المسائل الرياضية وأثره في تنمية الحسّ العددي والتواصل الرياضي ،رسالة ماجستير غير منشورة كلية التربية ، جامعة الموصل**
15. الحربي، طلال سعد ،2003، منهج الهندسة في رياضيات المرحلة المتوسطة في المملكة العربية السعودية بين مراحل بياجيه ومستويات فان هيل، المجلة التربوية، 18(69)، 81– 112.
16. الخالدي، أديب، 2003 ، سيكولوجية الفروق الفردية والتفوق العقلي"، العراق، بغداد، دار وائل للنشر والتوزيع.
17. الخطيب،محمد،2011، أثر تعليم الرياضيات لطلاب الصف السادس الأساسي باستخدام إستراتيجية حل المشكلات في الحس العددي والأداء الحسابي والمواقف العددية، دراسات، العلوم التربوية، المجّلد 38 ، العدد 2
18. دي بونو، إدوارد، 1998 ،برنامج كورت لتعليم التفكير، الجزء الثالث:التفاعل، ترجمة وتعديل ناديا السرور وآخرون، ط 1، دار الفكر للطباعة والنشر والتوزيع، عمان، الأردن.
19. الرفاعي , احمد محمد رجائي، 2001، ، إستراتيجية مقترحة لتنمية مهارات التواصل الرياضي والتحصيل والاتجاه نحو الرياضيات لدى تلاميذ الصف الخامس الابتدائي ,(رسالة ماجستير غير منشورة),كلية التربية ,جامعة طنطا .
20. ريان، عادل ، 2008، القدرة المكانية لدى طلبة جامعة القدس المفتوحة في تخصص التربية الابتدائية، المجلة الفلسطينية للتربية المفتوحة عن بعد، المجلد (1)، العدد2 .
21. السعدي، رفاه عزيز كريم ،2008، بناء برنامج تدريسي لمهارات التواصل الرياضي للطلبة المطبقين وأثره في مهارات التواصل الرياضي لطلبتهم، أطروحة دكتوراه غير منشورة، كلية التربية، ابن الهيثم،جامعة بغداد
22. السعدي ،رفاه عزيز كريم، والطائي، تغريد عبدالكاظم،2011: الصعوبات التي تواجه تلامذة المرحلة الابتدائية في الحساب الذهني من وجهة نظر معلميهم، مجلة الفتح . تشرين الأول،العدد 47
23. السيد، فؤاد،1994 ، الذكاء، ط(5)، دار الفكر العربي، مصر– القاهرة.
24. السواعي، عثمان نايف (2004): تعليم الرياضيات للقرن الحادي والعشرين (الطبعة الأولى)، دبي، الإمارات العربية المتحدة، دار القلم للنشر والتوزيع

25. الشقرة، مها، 2006، تقويم منهج الرياضيات الحالي لتعليم الصم من وجهة نظر المعلمين في ضوء مهارات التواصل الكتابي"، مجلة دراسات في المناهج وطرق التدريس ، الجمعية المصرية للمناهج وطرق التدريس .
26. شفيق، علاونه، 2002، تدريب طلبة الصف السادس على بعض استراتيجيات حل المشكلة وأثره في حلهم للمسائل الرياضية اللفظية. مجلة اتحاد الجامعات العربية للتربية وعلم النفس، تونس، مجلد 1، عدد 1.
27. طالب، زعيمة بنت ،2008، الحس العددي، الحوار المتمدن– العدد: 2480، 2008/11/29.
28. عابد، عدنان سليم ، 1994 ،القدرة المكانية، والتحصيل في الرياضيات لدى طلبة، الصف العاشر من مرحلة التعليم الأساسي"، المجلة العربية للتربية، المجلد –14225 العدد 1، ص 205
29. غانم ، محمود محمد،2001، التفكير عند الأطفال.... تطوره وطرق تعليمها" ، ط2، عمان ، دار الفكر للطباعة والنشر والتوزيع .
- عصر، حسني ،2005، التفكير مهاراته واستراتجيات تدريبية. الإسكندرية، مركز الإسكندرية للكتاب.
30. عبيد، وليم؛ عفانة غزو، 2003، التفكير والمنهاج الدراسي. بيروت، لبنان، مكتبة الفلاح للنشر والتوزيع.
31. عبيد, وليم, والمفتي, محمد, وايليا, سمير ،2000، تربويات الرياضيات (طبعة منقحة). القاهرة: مكتبة الأنجلو المصرية
32. عبد الفتاح، ابتسام عز الدين محمد ،2008،أثر استخدام إستراتيجية(فكر زاوج شارك) في تدريس الرياضيات علي تنمية التواصل و الإبداع الرياضي لدي طلبة المرحلة الابتدائية، رسالة ماجستير كلية التربية،جامعة الزقازيق
33. عدس، عبدالرحمن وآخرون،1996، علم النفس التربوي، ط2، منشورات جامعة القدس المفتوحة، عمان.
34. علي،إسماعيل إبراهيم ،2103،الاستدلالات المنطقية لدى المراهق العراقي وفقا لنظرية الإرتقاء المعرفي،بحث مقدم لندوة التفكير العلمية الخامسة ،جامعة الكوفة،في 2013/5/13.
35. علي, محمد عبد السميع حسن،1991، مهارات البرهان الرياضي لدى معلمي الرياضيات بالحلقة الثانية من التعليم الأساسي. مجلة كلية الزقازيق, 15(6), 151– 190.
36. عفانة ،عزو إسماعيل ،2001،أثر استخدام المدخل البصري في تنمية القدرة على حل المسائل الرياضية والاحتفاظ بها لدى طلبة الصف الثامن الأساسي بغزة

37. عفانة، عزو، والجيش، يوسف، 2008 ، التدريس، والتعلم بالدماغ ذي الجانبين، مكتبة آفاق، غزة.
38. عفونة، سائدة جاسر ، 1996 ،العلاقة بين القدرة المكانية، والتحصيل المدرسي في مادة الرياضيات لطلبة الصف السابع الأساسي في مدارس منطقة نابلس"، رسالة ماجستير غير منشورة، كلية التربية، نابلس.
39. فدعم ،أسماء عريبي،2012، أثر إستراتيجية تعليم مهارات معالجة المعلومات الرياضية في التواصل والترابط الرياضي وتنمية معالجة المعلومات الرياضية لدى طالبات الصف الثالث المتوسط ،أطروحة دكتوراه غير منشورة، كلية التربية ، ابن الهيثم ، جامعة بغداد.
40. فريح، غصون رشيد ،2011، القدرة الرياضية لدى طلبة معاهد إعداد المعلمين،رسالة ماجستير غير منشورة كلية التربية / أبن الهيثم ، جامعة بغداد
41. فريق التطوير المهني لمشروع الرياضيات،2010،الحقيبة الأساسية لبرنامج تأهيل المدربين المركزيين لتدريب على سلاسل الرياضيات المطورة(حقيبة المدرب)،وزارة التربية والتعليم،المملكة العربية السعودية.
42. قرواني ،ماهر نظمي ،2012، اتجاهات طلبة الرياضيات في الجامعات الفلسطينية نحو البرهان الرياضي في ضوء بعض المتغيرات، مجلة جامعة الخليل للبحوث– المجلد 7, العدد 1
43. الكبيسي، عبد الواحد حميد،2008 ،طرق تدريس الرياضيات أساليبه (أمثلة ومناقشات)، ط1،مكتبة المجمع العربي للنشر والتوزيع،عمان.
44. ليانا جابر (2004) ,الرياضيات كلغة , مجلة رؤى تربوية ,العدد الخامس عشر,ص55– 58.
45. محمد أحمد سليم خصاونة،2013، القدرة المكانية لدى الأطفال ذوي صعوبات التعلّم بمنطقة حائل وعلاقتها ببعض المتغيرات، المجلة الأردنية في العلوم التربوية، مجلد 9، عدد 3 263 – 273، 2013
46. محمد ، وائل مسعد، 2004 دراسة فعالية استخدام إستراتيجية قائمة على التواصل الرياضي في علاج بعض أخطاء تلاميذ المرحلة الابتدائية في الرياضيات وأثر ذلك على نمو تفكيرهم الرياضي واستمتاعهم بالمادة ، رسالة ماجستير، كلية التربية، جامعة طنطا.
47. محمود ،أشرف ومؤنس ،بخيت،2006أثر استخدام التقويم الأصيل البورتفليو على تنمية مهارات التواصل الرياضي والاتجاهات نحو الرياضيات لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية وبقاء اثر تعلمهم"،دراسة مقدمة في المؤتمر الثامن عشر مناهج النعليم وبناء الانسان العربي ، بجامعة عين شمس دار الضيافة ، المجلد الاول، (2006).
48. المنصور،غسان،2012، الاستدلال المنطقي وعلاقته بحلّ المشكلات، مجلة جامعة دمشق–المجلد 28 – العدد الأول

49. مصطفى ،أحمد ماهر عبد الحميد ، ٢٠٠٣ ،أثر أسلوب التعلم التعاوني على تنمية مهارات التواصل الرياضي لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية ، رسالة ماجستير، كلية التربية بشبين الكوم، جامعة المنوفية،مصر
50. ميخائيل، ناجي ديقورس (2001). مبادئ ومستويات الرياضيات المدرسية 2000 المنهج والتقويم، المؤتمر العلمي السنوي، جمعية تربويات الرياضيات، 1، 21 –36.
51. المليجي،رفعت حمد وسلامة ،حسن علي ،2006، محاضرات في طرق تعليم وتعلم الرياضيات" كلية التربية ،قسم المناهج وطرائق التدريس ، أسيوط .
52. النعيمي، حمدية محسن علوان ،2009، أثر استخدام إستراتيجيات الحساب الذهني في التحصيل والتفكير الإبداعي لدى تلميذات المرحلة الابتدائية وميلهن نحو مادة الرياضيات أطروحة دكتوراه ، كلية التربية / إبن الهيثم / جامعة بغداد
53. الهويدي، زيد ، 2008 ، الإبداع ماهيته، واكتشافه، وتنميته، دار الكتاب الجامعي، الإمارات العربية.
54. الهنداوي ،عبد الستار مرهون صالح، 2005، القدرة المكانية لدى طلبة معاهد إعداد المعلمين والمعلمات، رسالة ماجستير كلية التربية /ابن الهيثم ـ جامعة بغداد
55. وفاء، بلخيري،2005 ،علاقة اضطرابات القدرة المكانية بقدرة الفهم اللفظي عند الأطفال المصابين بالإعاقة الحركية ذات الأصل العصبي، رسالة ماجستير،كلية الآداب والعلوم الإنسانية، جامعة الحاج لخضر
56. Asli, O. 2001. The effect of multiple representations on students learning in mathematics. In: Proceedings of the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, (23rd, Snowbird, Utah, October 18– 21).
57. Andrew, C. and Catherine, R. 1996. Pictures, tables, graphs and questions: statistical processes, Teaching Children Mathematics, 2, 340– 346.
58. Baroody, A.J. :1993, Problem Solving , Reasoning ,and Communicating K– 8: Helping Children Think Mathematically, Macmillan Publishing Company, Newyork.
59. Bills, C,(2002): Mental mathematic,InL Haggarty, p70(6d) Aspect of Teaching Secondary Mathematics. Pers pectives on practice, london Routledge,pp215– 227.

60. Brenner,M.E.;Mayer,R.E.;Moseley,B.;Brar,.;Duran,R.;Reed, B.S.and Webb,D. : 1997,Learning By Understanding :The Role Or Multiple Representations in Learning Algebra ,American Educational Research Journal ,34 (4), p.663 – 689.
61. Cantlon, D. (1998): “Mathematics Power”, teaching children
62. Mathematics, Vol.5, No.2, PP. 108– 112.
63. Coulombe, W. and Berenson, S. 2001. Representations of patterns and functions: tools for learning. In: The roles of representations in school mathematics. NCTM, Yearbook, 166– 173.
64. Friedlander, A. and Tabach, M. 2001. Promoting multiple representations in algebra. In: The roles of representations in school mathematics, Reston, VA. NCTM, Yearbook, 173– 186.
65. Grenoo, J. 1992. Number sense as situated Knowing In a conceptual domain, JRME, 22(1):170– 218.
66. Golden, G. and Shteingold, N. 2001. System of representations and the development of mathematical concepts, In: The roles of representations in school mathematics, Reston VA, NCTM, Yearbook, 1– 24.
67. Goldin, G. A. (2002). Representation in mathematical learning and problem solving. In L. D. English (Ed.), Handbook of international research in mathematics education (pp. 197– 218).
68. Holloway, K.(1997): Exploring Mental arithmetic . Mathematics Teaching , 160
69. Hwang, W.– Y., Chen, N.– S., Dung, J.– J., & Yang, Y.– L. (2007). Multiple Representation Skills and Creativity Effects on Mathematical Problem Solving using a Multimedia Whiteboard System. Educational Technology & Society, Vol.10, No. 2, pp 191– 212.
70. Joan, M.W. (1998): “Cooperative learning in mathematics writing:

71. problem– solving, self perceptions, and attitudes of fifth–grade
72. female minority students” Dissertation Abstracts International,
73. Vol.58, No.9, March, P.3409– A.
74. Knuth, Eric J. (2002). Teachers Conceptions of Proof in the Context of Secondary School Mathematics. Journal of Mathematics Teacher Education– Netherlands, 5(1), 61–88.
75. Kaminski, E.(2002): Promoting Mathematics Understanding : Number Sense in Action, Mathematics Education Research Journal, Vol.14 , No.2 , P:133– 149.
76. Kastberg , Signe (2002). Understanding mathematical concepts: The case of the logarithmic function . A Dissertation Submitted to the Graduate Faculty of the University of Georgia in Partial Fulfillment of the Requirements of the Degree DOCTOR .
77. Kelly, A, V, (1999), “The Curriculum Theory and Practice”, London, Harper & Row Publishers.
78. Morgan,G.R.(1999).An Analysis of the nurture and function of mental computation in primary. mathematics curriculum. Unpublished doctor dissertation , QUT,Brisbane.p143
79. McIntosh, Alistair & et al(1992): A propsed Framework for Examining Basic Number Sense, An International Journal of Mathematics Education, Vol.12 , No.3 , P:2–44 .
80. McIntosh, A., Reys,. B .J., Reys, R., Bana, J& ,. Farrell, B. (1997). Number sense in school mathematics: Student performance in four countries, Perth, Australia : Edith Cowan University.
81. Mc Carthy, D.(2007): Mathematics Improvement Program: Reaching the Struggling Intervetion, Center for Excellence in Urban and Rural Education, Bufflo, State College, N1.

82. NCTM. 2001. Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics: Developing Number Sense in The Middle Grades, Reston, Va: The council.
83. National Council of Teacher of Mathematics (1989): “Curriculum and Evaluation standard for school mathematics, Reston Va: NCTM.
84. National Council of teacher of Mathematics (2000): “Principles and standards for school Mathematics, Reston Va: NCTM.
85. Olson, M. & Berk, D. (2001). Two Mathematician’s Perspectives on Standards: Interviews with Judith Roitman and Alfred Manasltw. School Science and Mathematics, 101 (6), 305 – 309.
86. Ormrod, J. (2003). Educational Psychology: Principles and Application. New York: Merill.
87. Paul, R. and Thissen, D. 1999. Learning Through Problems: Number Sense and Computational Strategies, Library of congress, Heinemann, Portsmouth, NH.V.S.H.
88. Pape, S. J., F Tchoshanov, M. A. (2001). The Role of Representation (s) in Developing Mathematical Understanding . Theory Into practice. Vol. 40, No. 2, Realizing Reform in School Mathematics (Spring,2001), pp 118– 127 .
89. Rivera , S.M & atal 2005 : Developmental change in mental Arithmatics , oxford university prees Eugland p.35
90. Rusbult, Craig (2002): An Overview of Thinking Skills, Journal of Psychological Record, v.124, NewYork
91. Senan, E (2003) “Improving the spatial abilities in geometric
92. drawing and Activities
93. Thompson,Denicss R.&Michale F.Chappell,:2007 ,Communication and Represntation as elements in Mathematical Literacy ,J.Reading and Writing Quarterly ,23, p. 179– 196.

94. Wilson, L. 2005: Number Sense Every Day, available at: www.LEARNNC.com