



الجامعة المستنصرية  
كلية التربية الاساسية  
قسم علوم الحاسبات

# computational theory

أعداد

أ.محسن رعد

**Instructor:** Mohsin Raad Kareem

**Contact Information:**

Office: computer science dept. lecturer room .  
facebook: [studet community](#)

**REFERENCES:**

1. Introduction to Computer Theory 2nd Edition  
Daniel I. A. Cohen John Wiley & Sons, Inc 1997
2. Maheshwari, Anil and Michiel Smid. "Introduction To Theory Of Computation". N.p., 2016. Web. 2 Nov. 2016.

=====  
Theory of computation is the theoretical study of capabilities and limitatiois of Computers (Theoreticalmodels of computation).

**Set:** A set is simply a collection of object without repetition .

**Example:**

$$A=\{a,e,g,y,q,n\}$$

- كل مجموعة تعرف عن طريق كتابة العناصر (element) تفصل بينهما الفارزة (commes) بين قوسين .

- يكتب اسم المجموعة بالحروف الكبيرة مثل ( A,B,X ) أما الحروف الصغيرة نستخدمها لتعبير عن عناصر المجموعة أحيانا.

- يمكن كتابة المجموعة عن طريق صفة مميزة لعناصر المجموعة وذلك في حالة كبر عدد العناصر أو تكون ما لأ نهائية.

**Example:**

$$C = \{x | x, \text{ is integer, } x > 0\}$$

$$C = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

- المجموعة التي تضم جميع عناصر المجموعات تسمى مجموعة شاملة ( universe ) ويرمز لها U

**Example:**

$$A = \{1, 2, 3\}, B = \{5, 6, 7\}$$

$$U = \{1, 2, 3, 5, 6, 7\}$$

- إذا كانت المجموعة لا تحتوي على أي عنصر تسمى مجموعة خالية ( Empty ) ويرمز لها  $\emptyset$ .

**Example:**

$$S = \{x | x \text{ is positive integer, } x^2 = 3\}$$

$$S = \{ \emptyset \}$$

**Subset:**

A set A is a subset of a set B iff every element of A is also an element of B. Such a relation between sets is denoted by  $A \subseteq B$ . If  $A \subseteq B$  and  $A \neq B$  we call A a proper subset of B and write  $A \subset B$ .

Caution:

- sometimes  $\subset$  is used the way we are using  $\subseteq$ .
- Both signs can be negated using the slash / through the sign.

**Example:**

$$\text{Let } A = \{1, 3, 4, 5, 8, 9\}, B = \{1, 2, 3, 5, 7\}, C = \{1, 5\}$$

$$A \not\subset B, C \subset B, C \subset A,$$

## Basic operation on set

### - Union                      الاتحاد

Let A and B be arbitrary sets.

The union of A and B, written  $A \cup B$ , is the set whose elements are just the elements of A or B or of both. In the predicate notation the definition is  $A \cup B = \text{def } \{ x \mid x \in A \text{ or } x \in B \}$

### **Examples:**

Let  $K = \{a,b\}$ ,  $L = \{c,d\}$  and  $M = \{b,d\}$ , then

$$K \cup L = \{a,b,c,d\}$$

$$K \cup M = \{a,b,d\}$$

$$L \cup M = \{b,c,d\}$$

$$(K \cup L) \cup M = K \cup (L \cup M) = \{a,b,c,d\}$$

$$K \cup K = K$$

$$K \cup \emptyset = \emptyset \cup K = K = \{a,b\}$$

### - Intersection                      التقاطع

The intersection of A and B, written  $A \cap B$ , is the set whose elements are just the elements of both A and B. In the predicate notation the definition is  $A \cap B = \text{def } \{ x \mid x \in A \text{ and } x \in B \}$

### **Examples**

Let  $K = \{a,b\}$ ,  $L = \{c,d\}$  and  $M = \{b,d\}$ , then

$$K \cap L = \emptyset$$

$$K \cap M = \{b\}$$

$$L \cap M = \{d\}$$

$$(K \cap L) \cap M = K \cap (L \cap M) = \emptyset$$

$$K \cap K = K$$

$$K \cap \emptyset = \emptyset \cap K = \emptyset.$$

- **Difference**                      الاختلاف

sets is the difference “A minus B”, written  $A - B$ , or written  $A/B$ , which ‘subtracts’ from A all elements which are in B. [Also called relative complement: the complement of B relative to A.] The predicate notation defines this operation as follows:

$$A - B = \text{def } \{ x \mid x \in A \text{ and } x \notin B \}$$

**Examples**

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, \quad B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$A - B = \{1, 2\}$$

$$B - A = \{6, 7\}$$

- **complement** المكمل

This operation is to be distinguished from the complement of a set  $A$ , written  $A'$ , which is the set consisting of everything not in  $A$ . In

predicate notation:  $A' = \{ x | x \notin A \}$

It is natural to ask, where do these objects come from which do not belong to  $A$ ? In this case it is presupposed that there exists a universe of discourse and all other sets are subsets of this set. The universe of discourse is conventionally denoted by the symbol  $U$ . Then we have

$$A' = \{ x | x \notin A, x \in U \}$$

$$A' = U - A$$

**Examples**

Let  $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ ,  $A = \{1,3,5,7,9\}$

$$A' = \{2,4,6,8\}$$

**Properties of sets**

1. Idempotent Laws اللانمو

$$(a) X \cup X = X, \quad (b) X \cap X = X$$

2. Commutative Laws التبادل

$$(a) X \cup Y = Y \cup X, \quad (b) X \cap Y = Y \cap X$$

3. Associative Laws المرافق أو المدمج

$$(a) (X \cup Y) \cup Z = X \cup (Y \cup Z), \quad (b) (X \cap Y) \cap Z = X \cap (Y \cap Z)$$

#### 4. Distributive Laws      التوزيع

$$(a) X \cup (Y \cap Z) = (X \cup Y) \cap (X \cup Z),$$

$$(b) X \cap (Y \cup Z) = (X \cap Y) \cup (X \cap Z)$$

#### 5. Identity Laws      المحايد

$$(a) X \cup \emptyset = X, \quad (c) X \cap \emptyset = \emptyset, \quad (b) X \cup U = U, \quad (d) X \cap U = X$$

#### 6. Complement Laws      المكمل

$$(a) X \cup X' = U, \quad (b) X \cap X' = \emptyset, \quad (c) (X')' = X \quad (d), \quad X - Y = X \cap Y'$$

#### 7. DeMorgan's Laws

$$(a) (X \cup Y)' = X' \cap Y', \quad (b) (X \cap Y)' = X' \cup Y'$$

=====

### **Language:**

language is the set of all strings of terminal symbols derivable from alphabet.

اللغة بشكل عام هي وسيلة يتم من خلالها التعبير عن الاشياء وأداه التعامل بين المصدر والمستلم.

أو من الناحية القواعدية في مجموعة كلمات و رموز متكونة من حروف تسمى alphabet

### **Types of language**

**1-Natural language:** (e.g.: English, Arabic):

It has alphabet:={ a, b, c,...z} From these alphabetic we make sentences that belong to the language.

وهي اللغات السامية واللغات الحية التي يتكلمها البشر مثل العربية، الانكليزية، الفرنسية..... الخ  
تكون غير محدودة infinit

**2- Programming language:** (e.g.: Cobol, Pascal):It has

alphabetic: = {a,b,c,z , A,B,C,..Z , ?, /, - , \.} From these alphabetic we  
make sentences that belong to programming language.

وهي اللغات البرمجية المعروفة والمستخدمه في برمجة الحاسبات مثل لغة Cobol, basic  
وهذه اللغات تكون محدودة finit .

- أن اللغة بشكل عام تتكون من حروف ( letters ) وكلمات ( words ) وجمل ( Sentences )  
تسمى اللغة ( entities ) , حيث أن باستخدام عدد من الأحرف المترابطة تكون الكلمات وعدد  
من الكلمات تكون الجمل ( Sentence ) , ولا شك أن هذا التجمع من الكلمات يكون وفق قواعد  
( grammar ) خاصة بهذه اللغة.

- ليس دائما تجمع اي حروف يؤدي الى كلمة صحيحة , وكذلك ليس كل تجمع للكلمات يؤدي الى  
جملة صحيحة.

**Alphabet (الحروف الهجائية):**

ان وحدة بناء أي لغة هي مجموعة من حروف هجائية ( Set of alphabet ) ويرمز لها  $\Sigma$  , مثل  
حروف الهجاء العربية والانكليزية.

$\Sigma = \{أ, ب, ت, ....., ي\}$

$\Sigma = \{a, b, c, ....., z\}$

- ليس كل تجمع للحروف يولد كلمة مقبولة في اللغة عندها نتطرق الى مفهوم القواعد grammar



## Examples

Let  $\Sigma = \{x\}$ , be set of alphabet of one letter  $x$ .

$$L1 = \{x, xx, xxx, xxxx, \dots\}$$

We can write this in an alternate form:

$$L1 = \{x^n, \text{ for } n=1,2,3,\dots\}$$

- If  $a=xx$  and  $b=xxx$  then

$Ab=xxxxx$  by concatenation  $a \& b$

-  $L2 = \{x, xxx, xxxxx, \dots\} = \{x^{\text{odd}}\}$

If  $a=xxx$  and  $b=xxxxx$  are accepted

But the catenation of  $a$  and  $b$  not in  $L2$

$$Ab = xxxxxxxx$$

**String:** السلسلة

هي مجموعة من الحروف المترابطة مع بعضها مثل:

“Windows” , “computer” , “#1\$” , “123”

## Length of string

يعرف على انه عدد الحروف في الـ string

## Examples

$a = \text{“windows”}$  then  $\text{length}(a) = 7$

$b = \text{“xxx”}$  then  $\text{length}(b) = 3$

$c = \text{“428”}$  then  $\text{length}(c) = 3$

## Empty String

في اي لغة هنالك كلمة لا تحتوي اي حرف تسمى السلسلة الفارغة ويرمز لها  $\lambda$  او  $\Lambda$  او  $\exists$  حسب مؤلف المصدر.

## Example

$$L4 = \{\Lambda, x, xx, xxx, xxxx, \dots\}$$

$$L4 = \{x^n, \text{ for } n=0,1,2,3, \dots\}$$

ملاحظة: الأس هنا يمثل التكرار الحرف وليس الأس الجبري

$$X^0 = \Lambda \quad \text{في الاحتسابية} \quad X^0 = 1 \quad \text{في الجبر}$$

## Kleene closure

Also called (kleene star OR closure)

وهي علاقتي التكرار

$$0 \Longrightarrow n$$

\*: تمثل التكرار من 0 إلى n من المرات

$$1 \Longrightarrow n$$

+: تمثل التكرار من 0 إلى n من المرات

## Examples

$$\Sigma^* = \{\Lambda, x, xx, xxx, xxxx, \dots\}$$

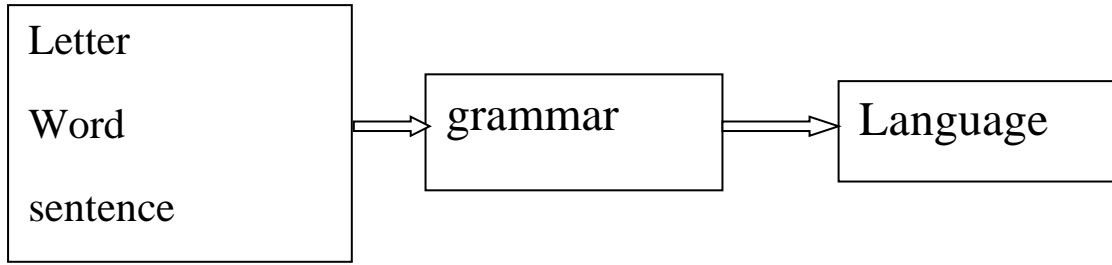
$$\Sigma^+ = \{x, xx, xxx, xxxx, \dots\}$$

If  $\Sigma = \{0,1\}$ , then

$$\Sigma^* = \{\Lambda, 0, 1, 00, 01, 11, 111, 000, \dots\}$$

$$\Sigma^+ = \{0, 1, 00, 11, 010, 000, \dots\}$$

## Language grammar



### **Example**

The dog eats the house

هذه الجملة وفق القواعد صحيحة لكن من ناحية المعنى ليس لها معنى

من هنا نستنتج أن ملاحظة الجملة يجب أن تكون من جزئيين مترابطين هما:

- Syntax                      للقواعد
- semantic                    للمعنى

### **Terminal Symbol (T):**

وهي الرموز النهائية التي لا تحتاج الى تحليل وتسمى ( Final sentence ) وتستخدم الحروف الصغيرة مثل:

The, dog, eat, house

### **Non-Terminal Symbol(N):**

وهي عكس الرموز السابقة حيث انها تتحلل الى رموز اخرى وتستخدم في مجال تحليل القواعد او في مجال التعبير عن القواعد وعادة تستخدم الحروف الكبيرة .

## Types Of Grammar

- 1- A finit set of Non-Terminal Symbol(N)
- 2- A finit set of Terminal(T) ,  $N \cap T = \emptyset$
- 3- A set of production rules (P) of the form:

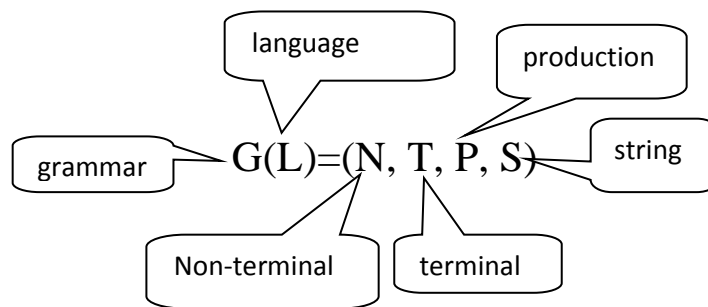
$$U \Longrightarrow V$$

$U \in (N \cup T)^+$     يجب أن لا يكون NULL

$V \in (N \cup T)^*$     ممكن ان يكون NULL

- 4- A string symbol (S):

وهو رمز البداية الذي يبدأ عدة الاشتقاق و دائما يكون (N) مثل:



## Example

Let  $G(L) = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$

Where P denoted as:

$S \longrightarrow aA/bB/a/b$

$A \longrightarrow aA/a$

$B \longrightarrow bB/b$

Is the string “aa” and “bb” in  $G(L)$ ?

$S \longrightarrow aA$  by using  $S \longrightarrow Aa$

$S \longrightarrow aa$  by using  $A \longrightarrow a$

accepted

نلاحظ ان الاشتقاق بدأ من رمز البداية S وانتهى بالكلمة المطلوبة aa

$S \longrightarrow bB$  by using  $S \longrightarrow bB$

$S \longrightarrow bb$  by using  $B \longrightarrow b$

accepted

### Example

Let  $G(L) = (\{S, B, C\}, \{a, b, c\}, P, S)$

Where P is denoted as:

$S \longrightarrow aSBC/aBC$

$CB \longrightarrow BC$

$aB \longrightarrow ab$

$bB \longrightarrow bb$

$bC \longrightarrow bc$

$cC \longrightarrow cc$

is the string  $a^2b^2c^2$  accepted?

$S \longrightarrow a\underline{S}BC$  by using  $S \longrightarrow aSBC$

$\longrightarrow aa\underline{B}CBC$  by using  $S \longrightarrow aBC$

$\longrightarrow aab\underline{C}BC$  by using  $aB \longrightarrow ab$

$\longrightarrow aab\underline{B}CC$  by using  $CB \longrightarrow BC$

→ aabbCC

by using

Bb → bb

→ aabbcC

by using

bC → bc

→ aabbcc

by using

cC → cc

accepted