* المحاضرة السابعة

د. شذى الدغفق

تراكب وتداخل الموجات الجيبية
Superposition Interference of Sinusoidal waves.

د. شذى الدغفق

مبدأ التراكب:

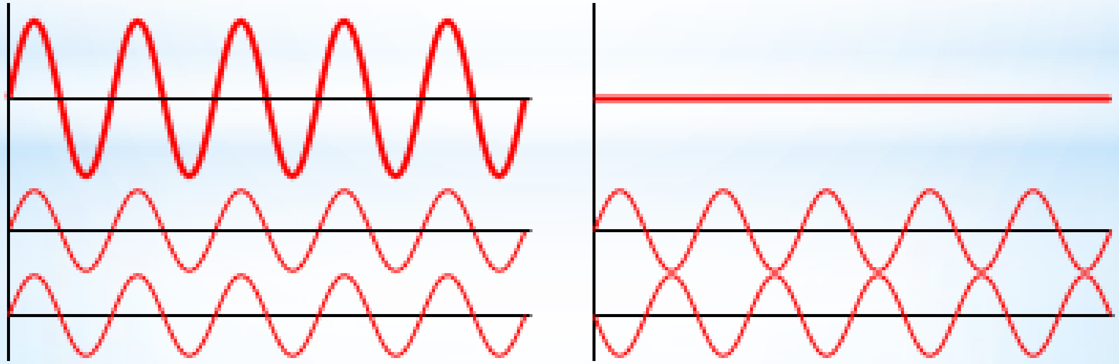
تتحرك الموجات في الوسط الواحد بشكل مستقل عن بعضها البعض وبالتالي فإن إزاحة جسيم في هذا الوسط هي المجموع الجبري لإزاحات هذه الموجات.

ويطبق هذا المبدأ على أي عدد من الموجات ذات السعات الصغيرة في الوسط الواحد.

عند سير موجتان لهما نفس التردد والسعة في نفس الوسط, وحدث تلاقي لهما فإن الموجة المحصلة لها نفس تردد أحدهما وضعف سعتها فإننا نحصل على [تداخل بناء].

أما إذا كان أحدهما عكس الأخرى فإننا نحصل على [تداخل هدّام].

* **ملاحظة:** تكون السعة للموجة الأخيرة أقل من الموجتين.



إذا كانت هناك موجتان تتحركان إلى اليمين بنفس التردد والطول الموجي والسعة ويوجد فرق في الطور, يمكننا إيجاد الدالة الموجية للموجة كالتالي:

$$y = y_1 + y_2$$

$$= A[\sin(kx - \omega t) + \sin(kx - \omega t + \emptyset)]$$

$$\sin a + \sin b$$

$$a = kx - \omega t \quad , \qquad b = kx - \omega t + \emptyset$$

$$\frac{a - b}{2} = \frac{kx - \omega t - kx + \omega t - \emptyset}{2} = \frac{-\emptyset}{2} = \frac{\emptyset}{2}$$

الإشارة السالبة غير مهمة لأنها تدل على موقع

$$\frac{a + b}{2} = \frac{kx - \omega t + kx - \omega t + \emptyset}{2} = kx - \omega t + \frac{\emptyset}{2}$$

من حساب المثلثات:

$$\sin a + \sin b = 2\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)$$

$$y = 2A\cos\frac{\emptyset}{2}\sin\left(kx - \omega t + \frac{\emptyset}{2}\right)$$

تكون سعة الموجة الناتجة من تداخل موجتين $2A\cos\frac{\emptyset}{2}$ وطورها $\frac{\emptyset}{2}$

هذه العلاقة معادلة جديدة لها نفس التردد ولكن سعتها مختلفة تتراوح مابين 2A – 0

- وعلى العموم يحدث التداخل البناء عند $\cos(\emptyset/2) = \pm 1$ وهذا صحيح عند $\emptyset = 0, 2\pi, 4\pi, \dots rad$ أي عندما تكون Ø = عدد زوجي مضروبا في π.

- وعندما تكون Ø تساوي $\pi\ rad$ أو أي عدد فردي مضروب في π ومن ثم $\cos(\emptyset/2) = \cos(\pi/2) = 0$

تقع قمة إحدى الموجتين في نفس موضع قاع الموجة الثانية كما في الرسم السابق, ولذلك تكون الموجة الناتجة لها سعة= 0 في أي مكان كنتيجة لتداخل الهدام destructive interference.

الإنعكاسية والنفاذية
Reflection and Transmission

د. شذى الدغفق

الإنعكاس والنفاذ:

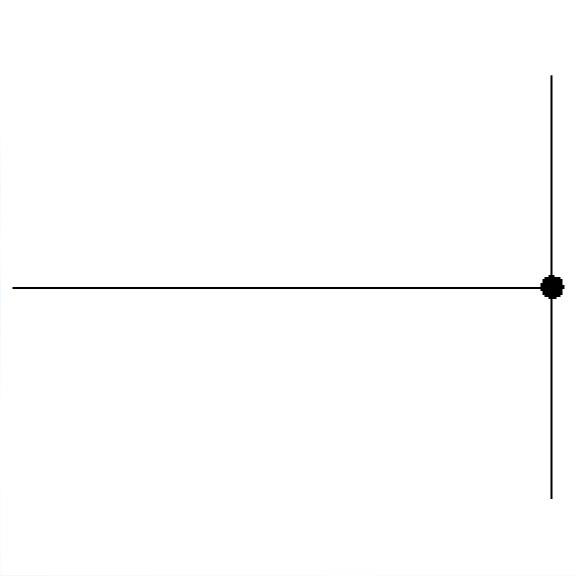
1. عند سريان نبضة في حبل نهايته ثابتة, عندما تصل النبضة إلى النهاية الثابتة تحدث تغيرات مختلفة في الوسط ينتج عنها انعكاس النبضة.

* تنعكس النبضة وترجع بعكس اتجاهها, وكذلك تكون مقلوبة.

* **علل لماذا تنعكس النبضة؟**

ذلك على حسب قانون نيوتن الثالث لكل فعل ردة فعل متساوية في المقدار متعاكسة في الاتجاه,

وبالتالي تكون النبضة مقلوبة.

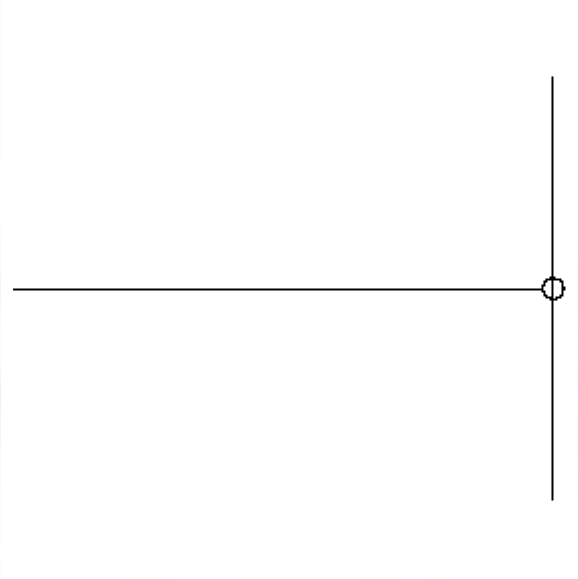


2. عند وصول النبضة إلى طرف حر الحركة عمودياً بإضافة حلقة:

في حالة كون نهاية الحبل حرة الحركة رأسياً, سوف تنعكس النبضة أيضاً ولكنها لن تكون مقلوبة, كذلك تكون سعة النبضة المنعكسة مساوية لسعة النبضة الساقطة.

* **عللي في الحالتين الأولى والثانية لم يحصل نفاذ؟**

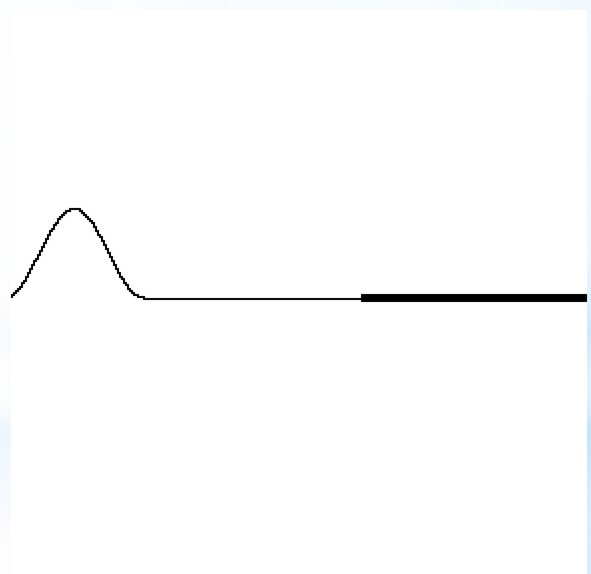
لأن هناك حاجز وبالتالي لم ينفذ.



3. حالة ربط حبل خفيف بآخر ثقيل:

a) عند سريان النبضة سوف ينعكس ويكون مقلوب وجزء ينفذ من خلال الحبل الثقيل بدون إنقلاب سعة النبضة المنعكسة والنافذة أقل من سعة النبضة الساقطة له.

b) عندما تنتقل نبضة على خيط كثيف وترتطم بالحد الفاصل بين خط كثيف وآخر خفيف كما في الشكل:



a

b

مرة أخرى جزء ينعكس وجزء ينفذ وفي هذه الحالة الأخيرة لا تنقلب النبضة المنعكسة تنفذ وتنعكس ولكن بنفس اتجاه النبضة الساقطة بدون انقلاب.

* **ملاحظة مهمة جداً:**

الانعكاس والنفاذ للنبضة على حبل مختلف الكثافة يعتمد على الكثافة النسبية بين الحبلين, وإذا كان الخيطان متماثلين لا يكون هناك انفصال عند الحدود الفاصلة ولا يحدث انعكاس للنبضة.

أي باختصار:

* عندما تنتقل نبضة موجية من الوسط A إلى الوسط B (أي عندما يكون الوسط B أكثر كثافة من الوسط A) تنقلب النبضة عند الانعكاس.
* وعندما تسير النبضة الموجية من الوسط A إلى الوسط B (أي عندما يكون الوسط A أكثر كثافة من الوسط B) لاتنقلب النبضة عند الانعكاس.

الموجات الموقوفة:

تسير موجتان متشابهتان في عكس الاتجاه وفي الوسط نفسه فإنه يمكننا حساب المحصلة من خلال مبدأ التراكب.

باعتبار دالتين موجيتين لموجتين مستعرضة لهما نفس السعة والتردد والطول الموجي ويسيران باتجاهين متعاكسين في نفس الوسط.

$$y = y_1 + y_2$$

$$y_1 = A\sin(kx - \omega t)$$

$$y_2 = A\sin(kx + \omega t)$$

$$\sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \cos a \sin b$$

$$\therefore\ y_1 = A\sin kx \cos \omega t\ - A\cos kx \sin \omega t$$

$$\therefore\ y_2 = A\sin kx \cos \omega t + A\cos kx \sin \omega t$$

بالجمع بين y_1 وَ y_2:

$$y = 2A\sin kx \cos \omega t$$

المعادلة تمثل موجة سعتها $2A\sin kx$ وتسمى بـ (موجة موقوفة).

وهذه العلاقة لاتحتوي على دالة في $(kx+\omega t)$ وهذا يعني أن المفكوك لا يمثل موجة متحركة.

إذا قارنا بين العلاقتين حيث أن العلاقة الثانية تمثل معادلة الحركة التوافقية البسيطة .. نرى أن المعادلة الأولى $y = A\cos(\omega t + \emptyset)$ تمثل نوع خاص من الحركة التوافقية البسيطة كل جزيء من الوسط يتذبذب بحركة توافقية بسيطة بنفس التردد بحيث أن سعة الحركة لأي جزيء معطى هي $(2A\sin kx)$ وهو معامل دالة الـ (cos) والتي تعتمد على الموقع.

والأن نحتاج أن نفرق بعناية بين السعة A للموجات المنفردة والسعة $2A \sin kx$ للحركة التوافقية البسيطة لجسيمات الوسط. أي جسيم في الموجة الموقوفة يتذبذب في النطاق الذي تحدده الدالة المغلّفة $2A \sin kx$ حيث × موضع الجسيم في الوسط. وهذا عكس حالة موجة جيبية مرتحلة, والتي فيها تتذبذب جميع الجسيمات بنفس السعة ونفس التردد والتي يكون فيها أيضاً سعة الموجة مثل سعة حركة توافقية بسيطة للجسيمات.

يكون الحد الأقصى لازاحة جسيم في الوسط له أقل قيمة (تساوي صفر) عندما تحقق × الشرط $\sin kx = 0$ بمعنى عندما:

$$kx = \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$$

وحيث أن $k = 2\pi/\lambda$ فإن هذه القيم لـ kx تعطي:

Position Of Nodes
(مواقع العقد)

$$= \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{2}, \dots = \frac{n\lambda}{2} \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad \rightarrow (1)$$

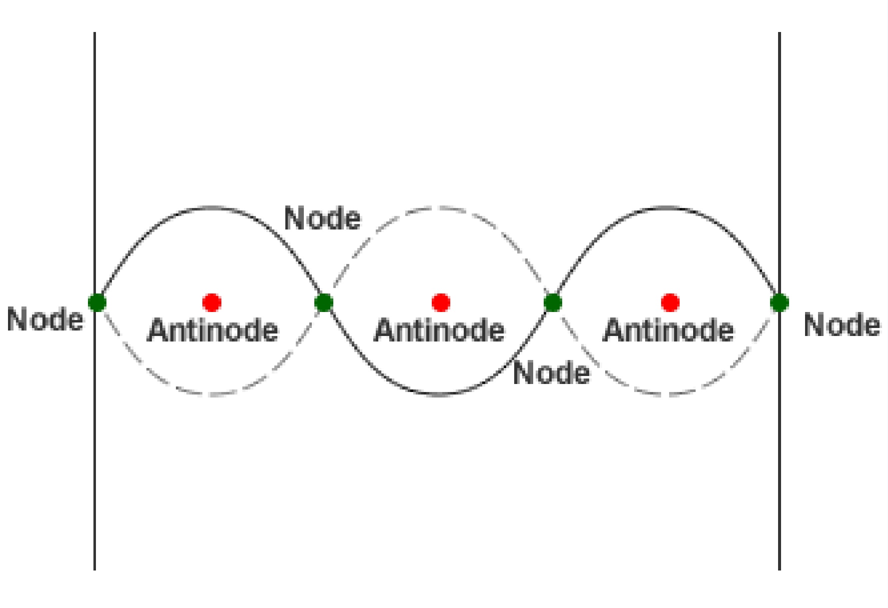
الجسيم الذي له أقصى إزاحة ممكنة من وضع الاتزان يكون له سعة 2A , ويعرف هذا بأنه سعة موجة موقوفة. يسمى المكان في الوسط الذي تحدث فيه هذه الإزاحة القصوى ببطن الموجة Antinodes . تقع بطون الموجات في المواضع التي فيها يحقق الاحداثي x الشرط

$\sin kx = \pm 1$ أي عندما:

$$kx = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \ldots$$

ولذلك تعطى المواضع لبطون الموجة بواسطة

$$x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, \ldots = \frac{n\lambda}{4} \qquad n = 1, 3, 5, \ldots \quad \rightarrow (2)$$



Node = عقدة

Antinode = بطن

بفحص المعادلتين 1 و 2 نلاحظ الملامح المهمة التالية لمواضع كل من العقد والبطون:

المسافة بين بطنين متتاليين تساوي $\lambda/2$

المسافة بين عقدتين متتاليتين تساوي $\lambda/2$

المسافة بين العقدة والبطن التالية لها هي $\lambda/4$

مثال:

موجة مستعرضة توصف بالمعادلة $[y = 0.1\sin(2\pi x)\cos(4\pi t)]$

حيث y , x بالمتر و t بالثانية

1. عيني موقع العقد؟
2. احسبي القيمة العظمى لمقدار السرعة المستعرضة؟
3. احسبي طول الموجة, التردد, والسعة, والزمن الدوري لموجتين مجموعهما يعطي هذه الموجة الموقوفة؟

الحل:

.1

$$0.1\sin 2\pi x = 0$$

$$\sin 2\pi x = 0$$

$$2\pi x = n\pi \qquad (n = 0, 1, 2, \ldots)$$

$$x = \frac{n\pi}{2\pi} = \frac{n}{2}$$

$$x = 0, \pm\frac{1}{2}\ m, \pm 1\ m, \pm\frac{3}{2}\ m, \ldots$$

2. بالنسبة لـ t

$$\frac{\partial y}{\partial x} = 0.4\pi \sin(2\pi x)\sin(4\pi t)$$

$$v_{max} = 0.4\pi \ \ m/sec$$

3.

$$y = 2A \sin kx \cos \omega t$$

$$2A = 0.1 \ \rightarrow A = \frac{0.1}{2} = 5 \times 10^{-2}\ m$$

من المعادلة بالسؤال $k = 2\pi \ \because$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{2\pi} = 1\ m$$

من السؤال $\omega = 4\pi$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{4\pi}{2\pi} = 2\ Hz$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{2}\ sec$$

د. شذى الدغفق