المحتوى الرياضي

يمكن تقسيم الرياضيات التي نتعلمها الى رياضيات بحتة ورياضيات تطبيقية ، وتهتم الرياضيات البحتة بتطوير المعرفة الرياضية لذاتها دون اعتبار لتطبيق حالي .بينما تهتم الرياضيات التطبيقية بتطوير اساليب رياضية لتستخدم في العلوم المختلفة والمجالات الاخرى .

●●هناك ثلاثة ابعاد اساسية لتحليل المحتوى الرياضي الذي يقدم للمتعلمين :

اولا : بعد المعلومات ، ويتضمن مجالات المحتوى الرياضي (الاعداد والعمليات عليها والهندسة والقياس)وما يتضمنه من حقائق ومفاهيم وعلاقات ومهارات واساليب تفكير

الثاني : بعد السلوك ، ويتضمن تحديد العلاقة بين ذلك المحتوى والتغيرات التي يمكن احداثها في سلوك المتعلم وما يعكسه هذا السلوك من قدرات معرفية ومهارات التفكير وحل المشكلات

الثالث : بعد تصميم المواقف والانشطة التعليمية المناسبة ويتضمن المستويات الثلاثة لنمو المعرفة (الحسي ، وشبه الحسي ، والمجرد) والمسئولة عن احداث التغيير في سلوك المتعلم وتحقيق اهداف التعلم

ويمكن ملاحظة مكونات الرياضيات المعروضة في كتب الرياضيات المدرسية كما يأتي :

●الحساب : ويعتبر بمثابة الاساس لأنواع الرياضيات الاخرى حيث يقدم المهارات الاساسية مثل العد وتجميع الاشياء والقياس ومقارنة الكميات ووحداتها . ويشمل دراسة الاعداد الصحيحة والكسور والاعداد العشرية والعمليات الحسابية الاربعة (الجمع والطرح والضرب والقسمة)

●الجبر : لا يشتمل على دراسة اعداد معينة بل يشمل حل معادلات تحوي رموزا تمثل كميات مجهولة ،كذلك يستخدم في العمليات الجبرية الاعداد السالبة والاعداد الخيالية (الجذور التربيعية للأعداد السالبة)

●الهندسة : وتدرس خواص وعلاقات الاشكال في المستوي والفضاء وتدرس الهندسة المستوية

●حساب التفاضل والتكامل والتحليل : له تطبيقات في الهندسة والفيزياء والعلوم الاخرى اذ يمدنا حساب التفاضل والتكامل بطرائق لحل عديد من المسائل المتعلقة بالحركة اوالكميات المتغيرة ، كما يفيد في تحديد معدل تغير الكمية ولحساب ميل المنحني . كما انه يتضمن عمليات مع كميات متناهية في الصغر (كميات صغيرة ليست صفرا ولكنها اصغر من اي كمية معطاة .

●الاحتمالات والاحصاء: الاحتمالات هي دراسة رياضية لمدى احتمال وقوع حدث ما .اما الاحصاء فهو ذلك الفرع من الرياضيات الذي يهتم بجمع البيانات وتحليلها لمعرفة الانماط والاتجاهات العامة .

●نظريات المجموعات والمنطق :تكمن اهمية دراسة المجموعات في التحقق من المفاهيم الرياضية الاساسية. اذ تبحث نظرية المجموعات في صفات وعلاقات المجموعات

المعرفة الرياضية :

يمكن استعراض ما يتعلمه التلاميذ في كتب الرياضيات المقررة بما يأتي :

أ- مصطلحات ورموز ذات معنى رياضي محدد : تستخدم الرياضيات كثير من الالفاظ والرموز المحددة وذات معنى وثابت ، فمثلا الرموز ١،٢ ، ٣ ، ٤ ... تدل على العدد الكمي لمجموعات مختلفة من العناصر ، والرمز > يدل على علاقة اكبر من والرمز ∩ يدل على تقاطع المجموعات

ب- حقائق رياضية : وهي انواع من التقارير التي تمثل مجموعة ملاحظات خاصة بموقف معين ، والحقيقة هي تعميم لعلاقات يمكن استنتاجها عن طريق الثوابت اوالبرهنة اوالتسليم بصحتها
مثلا : حقائق الجمع مثل ٢+٣=٥ هي حقيقة ثابتة
قياس الزاوية القائمة ٩٠درجة هي حقيقة ثابتة

ج- مفاهيم رياضية :

المفهوم فكرة مجردة تمكن المتعلم من تصنيف الاشياء والاحداث وتحديد ما اذا كانت تلك الاشياء هي امثلة اولاامثلة للفكرة المجردة

مثال ذلك مفهوم العدد ، مفهوم الضرب ، مفهوم المجموعة الخالية ، مفهوم المربع

ولابد ان تتوافر ثلاثة معايير في المفهوم الرياضي هي :

١- ان يكون مصطلحا اورمزا ذو دلالة لفظية اي يمكن تعريفه
٢- ان يكون تجريدا للخصائص المشتركة لمجموعة من الحقائق اوالمواقف غير المتشابهة
٣- ان يكون عاملا اساسيا في تطبيقه

د- تعميمات رياضية

التعميم : تعبير يحدد علاقات بين عدد من المفاهيم ، ويعرف على انه (علاقة بين مفهومين اواكثر)

تأخذ التعميمات الاشكال الاتية :

●المبادئ والقواعد الرياضية :

المبدا : عبارة لفظية توضح صورة متكررة في اكثر من موقف

القواعدالرياضية : هي جملة اوعدة جمل رياضية تعبر عن علاقة اوعدة علاقات رياضية . فمثلا عند تحليل المقدار $أ^{٢} - ب^{٢}$ نتبع قاعدة تحليل الفرق بين مربعي حدين

القوانين الرياضية : الرياضيات من المواد الدراسية التي تشمل على قوانين كثيرة في فروعها المختلفة مثل قوانين الحساب وقوانين حساب المثلثات وقوانين الجبر

الفروض والنظريات الرياضية

الفرض: تصورذهني يحسم تجاه ظاهرة اومشكلة معينة ، اوهو محاولة تفسير مجموعة من الوقائع اوالحقائق

النظرية : هي مجموعة من الفروض المترابطة معا والتي تقدم تفسيرا لمجموعة كبيرة من الحقائق يتضمنها مجال علمي

النظرية الرياضية : جملة رياضية (ذات معنى رياضي) يمكن اثبات صحتها عن طريق استخدام المعلومات الرياضية من فروض ومفاهيم وحقائق ومسلمات بحيث تتصف بالثبات ولاتتغير الا اذ تغيرت المفاهيم والحقائق والمسلمات التي ادت الى اثباتها .

العلاقات والعمليات الرياضية :

العلاقات :هي حلقات وصل وربط بين المفاهيم الدنيا لبناء وخلق مفاهيم عليا . ، وترجع اهمية دراسة العلاقات الرياضية لكونها حلقات وصل وربط بين اجزاء المادة المختلفة مما تساهم في تكاملها وترابطها وتكوين مجموعات جديدة اعلى من سابقتها فهي العامل الفعال المساعد على تطوير ونمو المادة

وفيما ياتي العلاقات الرياضية في مرحلتي التعليم الاساسي والثانوي

١- علاقات احادية

تعرف بانها جمل رياضية تحوي على متغير واحد وتحقق شرطا معينا وتكتب على صورة مجموعة من العناصر المبوبة فرديا . مثال / { ٥ } هي مجموعة حل المعادلة س + ٢= ٧

٢- علاقة ثنائية : هي العلاقة بين متغيرين ، وقد يكون هذان المتغيران عنصرين لنفس المجموعة الشاملة ، وقد يكونان عنصرين لمجموعتين شاملتين مختلفتين . مثال / ع = { (س،ص): ص= س+١ ، ويتمكن الطفل من الربط بين مفهومين عن طريق العلاقة الثنائية
مثال / اذا عرفت مساحة المثلث فانه يمكن دراسة مساحة المستطيل الذي يشترك معه في القاعدة والارتفاع على انه : مساحة المستطيل = ضعف مساحة المثلث المشترك معه في القاعدة والارتفاع
=القاعدة × الارتفاع
= الطول × العرض

٣- علاقات ثلاثية : وهي علاقة بين ثلاثة متغيرات ،قد تكون في مجموعة شاملة واحدة او ثلاث مجموعات مختلفة

٤- علاقات رباعية : علاقة بين اربعة متغيرات ، قد تكون في نفس المجموعة الشاملة اومن اربع مجموعات مختلفة

العمليات الرياضية
وهي نوع خاص من العلاقات الرياضية ، وتؤدي دورا مهما في بناء المفاهيم الرياضية على النحو الذي تلعب العلاقات الرياضية . وتقسم الى عدة اقسام
-عمليات احادية : هي العمليات الممكنة على عنصر واحد
- عمليات ثنائية : هي العلاقة التي تعين لكل زوج مرتب من عناصر مجموعة عنصرا في نفس المجموعة
- الدالة : هي حالة خاصة من العلاقات . وهي عبارة عن علاقة تربط كل عنصر من عناصر المجموعة (س) بعنصر واحد فقط من عناصر المجموعة(ص) .

المهارات الرياضية :

المهارة : هو ذلك التصرف الذي يظهره الفرد في صورة عملية بعد مواجهته لموقف يتطلب القيام بعمل ما لحل مشكلة معينة على ان يكون هذا التصرف هو الطريقة الصحيحة لحل مثل تلك المشكلة بسرعة ودقة واتقان .

امثلة على المهارات : المهارات في اجراء العمليات الحسابية ، المهارات الهندسية

معايير اختيار المحتوى الرياضياتي

١- ارتباط المحتوى الوثيق بالاهداف المتضمنة في المنهج
٢- ان يكون المحتوى صحيحا وذات اهمية وحديثا
٣- ان يكون المحتوى صالحا وتمثل الخبرات اساس المادة التي تم دراستها

٤- ان يراعي اختيار المحتوى ميول التلاميذ وحاجاتهم والفروق الفردية بينهم
٥- ان يراعي اختيار المحتوى متطلبات النمو النفسي والفكري والاجتماعي والعاطفي والنفس حركي والجسمي
٦- ان تكون المعرفة معقولة في سهولتها وصعوبتها بحيث يتعلمها التلاميذ من دون شعورهم بالملل
٧- التوازن بين مجالات المعارف المختلفة (المعرفية والعاطفية والنفسية والحركية)
٨- ان يكون المحتوى متوازنا في شموله وعمقه
٩- الاستجابة للواقع الاجتماعي وان يكون مفيدا للمجالات الحياتية

صعوبات اختيار المحتوى والخبرات التعليمية الرياضية

١- الزيادة المستمرة في حجم المعرفة الرياضية وللمستويات
٢- اتساع الاعداف التربوية
٣- التغيرات الاجتماعية السريعة
٤- التطورات في تكنولوجيا التعليم
٥- عدم وجود اتفاق تام على المعايير التي يمكن الاعتماد عليها

معايير محتوى موضوعات الرياضيات المدرسية

المعايير : هي اوصاف لما ينبغي لتعليم الرياضيات ان يمكن التلاميذ من معرفته والقيام به .وهي تحدد المعرفة والفهم والمهارات التي يجب ان يكتسبها التلاميذ من مرحلة الروضة وحتى الصف السادس الثانوي . وتصف معايير المحتوى ما يجب ان يتعلمه المتعلمين ، كما تصف محتوى المنهاج اوموضوعات المنهاج ومفرداته . وقد وردت هذه المعايير في خمسة مجالات تتداخل فيما بينها بشكل واضح . وهذه المعايير هي :

١- معيار العد والعمليات
يقدم هذا المعيار وصفا للفهم العميق للأعداد، والقدرة في التعامل مع الاعداد والعمليات واجراء الحسابات ، اضافة الى فهم لانظمة الاعداد وتركيبها . وتشكل المفاهيم والخوارزميات في حساب المرحلة الابتدائية جزءا مهما من هذا المعيار .:
ومن المعايير الفرعية للعد والعمليات فهي :
١- فهم الاعداد ،و وطرق تمثيلها والعلاقات بينها
٢- فهم معنى العمليات وكيفية ارتباطها بعضها ببعض: يجب ان يواجه التلاميذ في المرحلة الابتدائية الكثير من المعاني لعمليات جمع وطرح وضرب وقسمة الاعداد الصحيحة الموجبة (الطبيعية)
٣- القيام باجراء الحسابات بسهولة وطلاقة وعمل التقديرات المعقولة :ان تنمية الطلاقة تتطلب توازنا وارتباطا بين الفهم االمفاهيم الحسابية التي جرى تدريب التلاميذ عليها من دون فهم ، فانها ستكون عرضة للنسيان اوالتذكر بصورة غير متكاملة . كما ان الفهم بدون طلاقة يعيق مهارة حل المشكلات .

٢- معيار الجبر : يؤكد معيار الجبر على العلاقات بين الكميات بما فيها الاقترانات ، وطرق تمثيل العلاقة الرياضية وتحليل التغير .

ومن معاييره الفرعية

أ- فهم الانماط والعلاقات والاقترانات : يلاحظ التلاميذ الانماط بانتظام . ويمكن وصف هذه الانماط وهذا الانتظام شفويا في البداية قبل ان يبدأوا باستخدام المتغيرات والتعابير الجبرية في الصفوف اللاحقة

ب- تمثيل وتحليل المواقف باستخدام الرموز الجبرية : يتطور فهم التلاميذ لخصائص الاعداد تدريجيا من الروضة وحتى الصفوف العليا ، ويواجه التلاميذ صعوبات مع التعبير الرمزي

ج- استخدام النماذج الرياضية لتمثيل وفهم العلاقات الكمية : تعد النمذجة الرياضية للظواهر احد اقوى استخدامات الرياضيات ، ولذا يجب ان تتاح الفرصة لجميع الطلبة في جميع المستويات لنمذجة العديد من الظواهر رياضيا لتكون مناسبة لمستواهم . ففي المرحلة الابتدائية الدنيا مثلا يستخدم التلاميذ المجسمات والصوروالرموز لنمذجة مواقف تتضمن جمع وطرح وضرب وقسمة الاعداد الطبيعية

د- تحليل التغير في سياقات مختلفة : من المهم البدء في فهم التغير في الصفوف المبكرة ، وفهم التغير اساس لفهم الاقترانات ويلاحظ الاطفال التغير في الطول والتغير في السرعة والتغير في درجة الحرارة وغيرها .

٣- معيار الهندسة

الهندسة هي الموضوع الرئيسي في الرياضيات لوصف البيئة وفهمها وتنمية مهارات التفكير المنطقي والتبرير وتصل ذروتها في العمل مع البراهين

يتضمن معيار الهندسة المعايير الفرعية الاتية

أ- تحليل خصائص وصفات اشكال هندسية – ثنائية وثلاثية الابعاد : يميل الاطفال الى ملاحظة الاشكال ووصفها ووصف خصائصها

ب- تحديد المواقع ووصف العلاقات المكانية باستخدام الهندسة الاحداثية وانظمة التمثيل الاخرى يتعلم الاطفال في البداية مفاهيم الموقع النسبي مثل فوق ، تحت ، بين . وبعد ذلك يستطيعون عمل واستخدام شبكات مستطيلة لتحديد مواقع الاجسام وقياس المسافة بين نقاط على خطوط عمودية اوافقية

ج- تطبيق التحويلات واستخدام التماثل لتحليل المواقف الرياضية: يأتي الاطفال الى المدرسة وهم يملكون حدسا عن كيفية تحريك الاشكال ، وبإمكانهم استكشاف انواع الحركات مثل الانسحاب والدوران والانعكاس باستخدام طي الاوراق ، اوالرسم على الورق الشفاف اوالمرايا

ع- استخدام التصور والتفكير المكاني والنمذجة لحل المشكلات : يجب ان يطور التلاميذ في السنوات الاولى مهارات تصورية من خلال تجارب عملية مع الاجسام الهندسية، وبعدذلك بإمكانهم التحويل من الموقع المادي الى التصوري العقلي والنمذجة

٤- معيار القياس

القياس هو تخصيص قيمة عددية لخاصية مجسم اوشكل مثل طول قلم الرصاص اواتساع مساحة الورقة اوسعة قدح الماء اوالابريق . ويتضمن القياس على مستويات عليا لخاصية موقف ما ، اي انه اقتران من الخاصية الى مجموعة الاعداد

من معاييره الفرعية :

أ- فهم الخصائص القابلة للقياس للأجسام ووحدات وانظمة القياس

الخصائص القابلة للقياس هي صفة تتميز لجسم ما يمكن تحديده كميا . ويبدأ الاطفال في الصفوف الاولى بمقارنة وترتيب الاجسام باستخدام الفاظ مثل اطول ، اقصر . والطول في الصفوف الاولى هو محور التركيز على القياس ، وبتقدم التلاميذ يمكن اكتشاف الوزن والوقت والمساحة والحجم ،وتعلم اختيار الوحدة الملائمة هو جزء رئيس من فهم القياس

ب- استخدام الاساليب والادوات والقوانين لتحديد القياس

تتضمن ادوات القياس المسطرة ، والمنقلة ،والساعة ، والميزان والقوانين والصيغ الرياضية يمكن استخدامها لقياس الخصائص بشكل غير مباشر مثل قوانين المحيط والمساحة والحجم .

٥- معيار تحليل البيانات والاحتمالات

يحتاج الطلاب لمعرفة تحليل البيانات والاحتمالات ليفكروا احصائيا ، وهي مهارات ضرورية ليصبحوا مواطنين متعلمين .

ويتضمن ما يأتي :

أ- صياغة اسئلة يمكن التعامل معها بالبيانات ،وجمع وتنظيم وعرض وتحليل البيانات للاجابة عن هذه الاسئلة . وتوافر الاسئلة التي يثيرها الاطفال فرصة لدراسة تحليل البيانات والمفاهيم الاجتماعية . وتبدا دراسة الاحصاء بالتعامل مع البيانات التي يقوم الطلاب انفسهم بجمعها بتوجيه من المعلم .

ب- اختيار واستخدام الاساليب الاحصائية الملائمة لتحليل البيانات

يبدا الاطفال بوصف البيانات ككل .ويحتاجون الادوات لوصف هذه البيانات مثل مقياس النزعة المركزية ، والتشتت ، وخصائص توزيع البيانات ، كما يجب ان يتعلم الطلاب خلال سنوات الدراسة عمل مقارنات احصائية صادقة بناءا عل