4

الباب الرابع: الارتباط والانحدار الخطي البسيط

Chapter 4: Correlation & Simple Linear Regression

سنتناول في هذا الفصل :

(١) مفهوم الارتباط وأنواعه.

(٢) طرق حساب معاملات الارتباط المختلفة.

(٣) مفهوم الانحدار الخطي البسيط وتطبيقاته .

مقدمة عن الارتباط

تقابلنا كثيرا في الحياة العملية مواقف تتضمن متغيرين(ظاهرتين) وأكثر ويكون المطلوب معرفة ما إذا كان هناك علاقة بين هذه المتغيرات وما هو شكل هذه العلاقة ؟ وأيضا كيفية التنبؤ بأحد هذين المتغيرين في حالة معرفتنا بالمتغير الآخر .

فكثيرا ما تجدين في بعض المجلات معادلة الطول مع الوزن فإذا أردت أن تعرفي الوزن المثالي أدخلي طولك في المعادلة ليظهر وزنك المثالي ، وقد توصلوا إلى هذه المعادلة أو إلى هذه الصيغة بدراسة العلاقة ما بين المتغيرين الطول والوزن على مجموعة من الأفراد.

Correlation الارتباط

الارتباط : هو تعيين طبيعة وقوة العلاقة بين متغيرين أو عدمها

- معامل الارتباط Correlation Coefficient هو مؤشر هذه العلاقه
- أول خطوه فى تحديد طبيعه العلاقه هى رسم شكل الانتشار

- إذا كان لدينا متغيران فقط . المتغير X وهو متغير يتم تحديده من قبل الباحث أو الشخص الذي يقوم بالدراسة وهو يسمى بالمتغير المستقل Independent variable

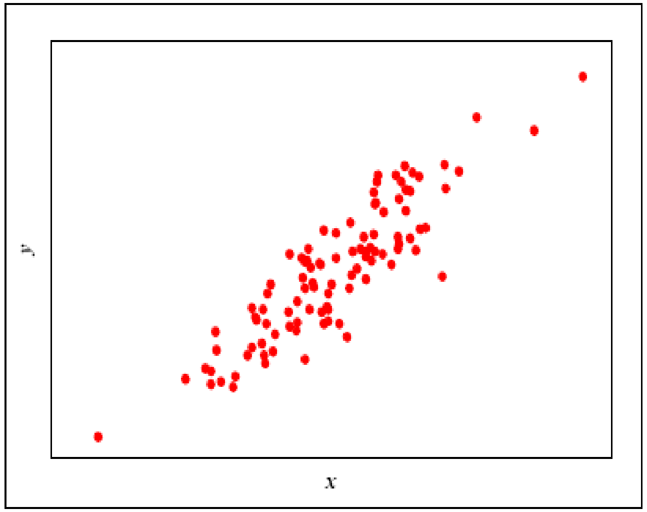
- يرافق المتغير X متغير آخر Y ويسمى بالمتغير التابع dependent variable وهومتغير تابع لأن نتيجته غير محددة وتعتمد على قيم المتغير المستقل

الارتباط

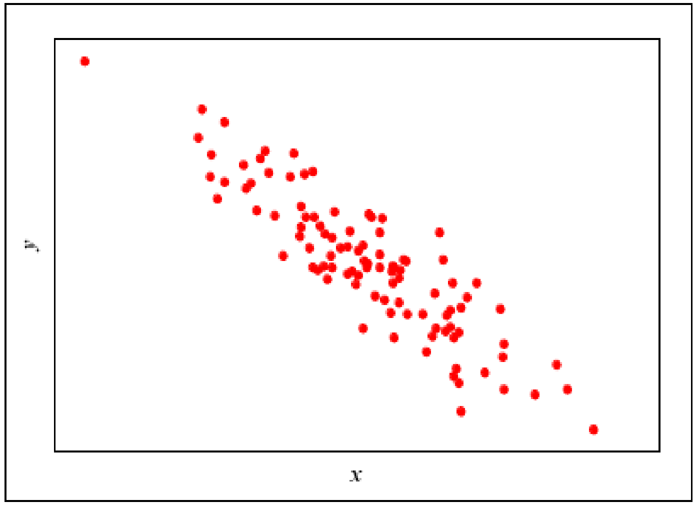
أنواع الارتباط

الارتباط الموجب (الطردي) (Positive Correlation) بأنه علاقة بين متغيرين (x, y) بحيث إذا تغير أحد المتغيرين فإن الآخر يتبعه في نفس الاتجاه..

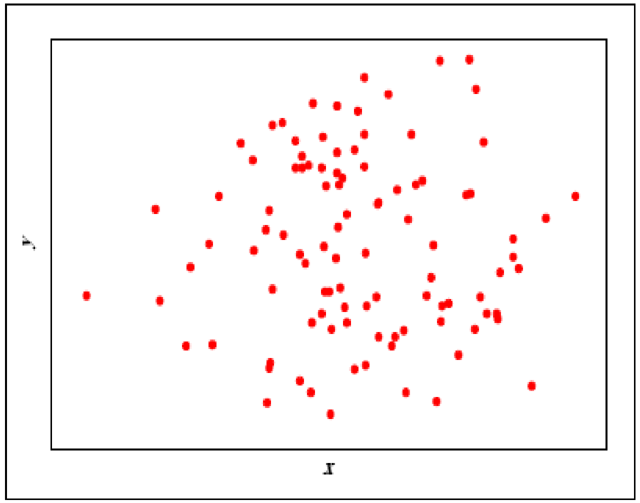
الارتباط السالب (العكسي) (Negative Correlation) بأنه علاقة بين متغيرين (x, y) بحيث إذا تغير أحد المتغيرين فإن الآخر يتبعه في الاتجاه المضاد.



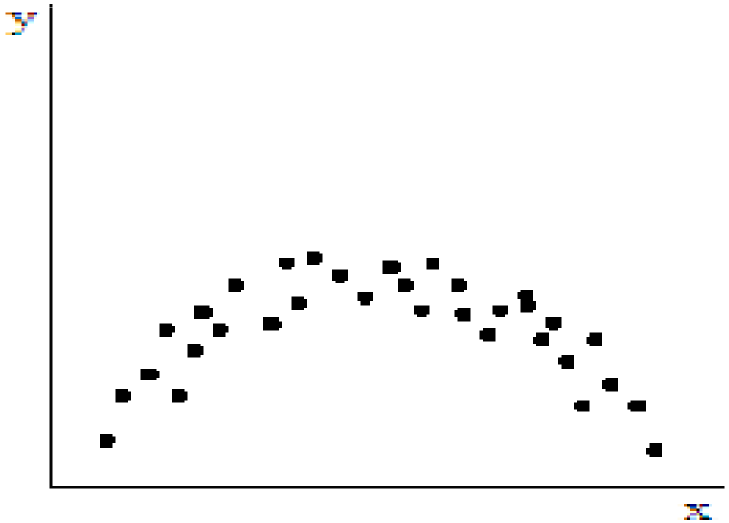
شكل الانتشار الخاص بالارتباط الموجب (الطردي)



شكل الانتشار الخاص بالارتباط السالب (العكسي)

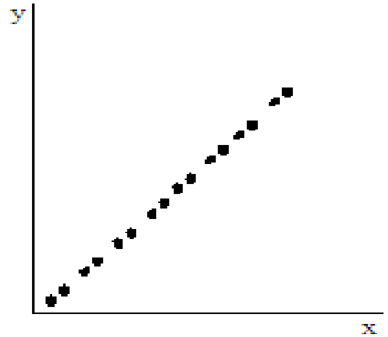


شكل الانتشار الخاص باستقلال متغيرين (ظاهرتين)

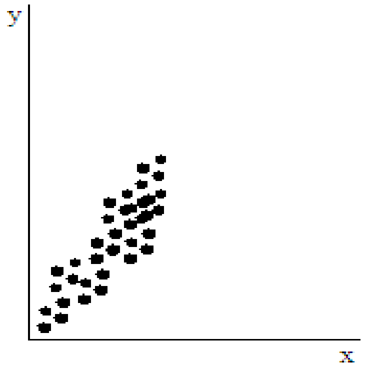


شكل الانتشار الخاص بالعلاقه الغير خطيه بين متغيرين (ظاهرتين)

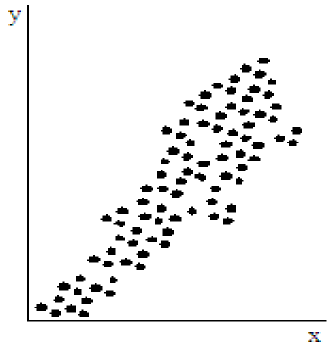
Scatter Plot شكل الانتشار



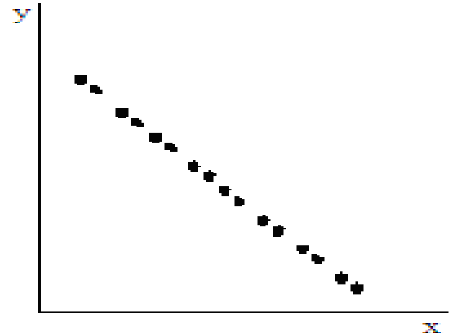
ارتباط طردي تام



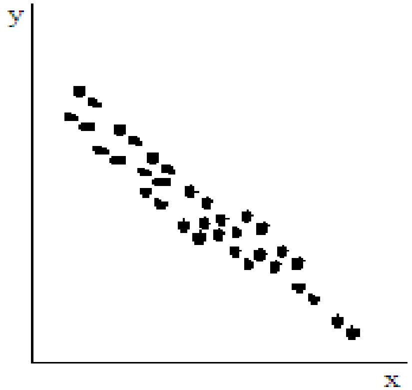
ارتباط طردي قوي



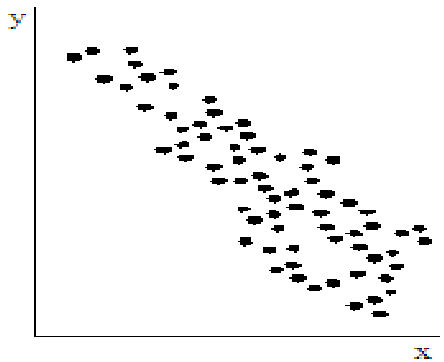
ارتباط طردي



ارتباط عكسي تام



ارتباط عكسي قوي



ارتباط عكسي

قياس الارتباط

- تستخدم معاملات الارتباط لقياس درجة الارتباط بين متغيرين (ظاهرتين) .
- <u>تعريف معامل الارتباط :</u>

يعرف معامل الارتباط والذي يرمز له بالرمز r بأنه عبارة عن مقياس رقمي يقيس قوة الارتباط بين متغيرين ، حيث تتراوح قيمته بين

(+1) و (−1) ، أي أن $-1 \leq r \leq +1$

وتدل إشارة المعامل الموجبة على العلاقة الطردية ،

بينما تدل إشارة المعامل السالبة على العلاقة العكسية .

- يمكن حساب العديد من معاملات الارتباط ويعتمد ذلك على مستوى القياس (اسمي – ترتيبي – فترة – نسبي) للمتغيرات التي تبدو مرتبطة .

قياس الارتباط

والجدول التالي يوضح أنواع الارتباط واتجاه العلاقة وشكل الانتشار لكل نوع :

قيمة معامل الارتباط	المعنى
+1	ارتباط طردي تام
من 0.70 إلى 0.99	ارتباط طردي قوي
من 0.50 إلى 0.69	ارتباط طردي متوسط
من 0.01 إلى 0.49	ارتباط طردي ضعيف
0	لا يوجد ارتباط

وما قيل عن الارتباط الطردي ينطبق على
الارتباط العكسي (مع وضع إشارة سالبة)

ا- معامل بيرسون للارتباط الخطي
Pearson Linear Correlation Coefficient

- معامل بيرسون للارتباط الخطي من أكثر معاملات الارتباط استخداماً خاصة في العلوم الإنسانية و الاجتماعية .

- و مستوى القياس المطلوب عند تطبيق معامل بيرسون للارتباط هو أن يكون كلا المتغيرين مقياس فترة أو نسبي أو بمعنى اخر أن تكون بيانات كلا المتغيرين (الظاهرتين) بيانات كمية .

أ- معامل بيرسون للارتباط الخطي

- حساب معامل بيرسون للارتباط الخطي :

يمكن حساب معامل بيرسون بدلالة القراءات لبيانات المتغيرين x , y
, باستخدام الصيغة التالية:

$$r_p = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{(n\sum x^2 - (\sum x)^2)(n\sum y^2 - (\sum y)^2)}}$$

حيث :

$\sum_{i=1}^{n} x_i y_i$: مجموع حاصل ضرب x في y

$\sum x$: مجموع قيم المتغير x

$\sum y$: مجموع قيم المتغير y

$\sum x^2$: مجموع مربعات قيم المتغير x

$\sum y^2$: مجموع مربعات قيم المتغير y

- **مثال (4 - 2):**

سُجلت ست قراءات تقريبية لحجم الإنتاج وحجم صادرات النفط الخام بالمملكة العربية السعودية (بالمليار برميل) خلال عدة سنوات كما يلي:

حجم الصادرات (y)	2	2	2	1	1	1
حجم الإنتاج (x)	3	4	2	2	2	2

ادرس وجود علاقة ارتباط خطية بين حجم الإنتاج وحجم صادرات النفط الخام.

- **الحل :**

	x	y	xy	x^2	y^2
	3	2	6	9	4
	4	2	8	16	4
	2	2	4	4	4
	2	1	2	4	1
	2	1	2	4	1
	2	1	2	4	1
$\sum$	15 $=\sum x$	9 $=\sum y$	24 $=\sum xy$	41 $=\sum x^2$	15 $=\sum y^2$

$$r_p = \frac{6(24)-(15)(9)}{\sqrt{((6\times 41)-15^2)((6\times 15)-9^2)}} =$$

$$\frac{144-135}{\sqrt{(246-225)(90-81)}} = \frac{9}{\sqrt{189}} = \frac{9}{13.75} = 0.65$$

من الملاحظ أن علاقة الارتباط الخطي بين حجم الإنتاج وحجم صادرات النفط الخام <u>علاقة طردية متوسطة</u>.

• مثال (4 - I) :

لدراسة علاقة الصادرات بالميزان التجاري خلال عدة سنوات، أخذنا عشر قراءات تقريبية لقيمة صادرات المملكة العربية السعودية (x)وقيمة الميزان التجاري (y)بعشرات المليارات ريال كما يلي:

Y	1	3	8	7	6	5	7	8	12	12
X	9	11	17	18	19	16	16	19	23	23

احسب معامل الارتباط الخطي، ما مدى قوة العلاقة الخطية؟

• الحل :

	x	y	xy	x^2	y^2
	9	1	9	81	1
	11	3	33	121	9
	17	8	136	289	64
	18	7	126	324	49
	19	6	114	361	36
	16	5	80	256	25
	16	7	112	256	49
	19	8	152	361	64
	23	12	276	529	144
	23	12	276	529	144
$\sum$	171	69	1314	3107	585
	$=\sum x$	$=\sum y$	$=\sum xy$	$=\sum x^2$	$=\sum y^2$

$$r_p = \frac{10(1314)-(171)(69)}{\sqrt{((10\times 3107)-171^2)((10\times 585)-69^2)}} =$$

$$\frac{13140-11799}{\sqrt{(31070-29241)(5850-4761)}} = \frac{1341}{\sqrt{18291089}} = \frac{1341}{1411.30} = 0.95$$

من الملاحظ أن علاقة الارتباط الخطي بين قيمة صادرات المملكة العربية السعودية وقيمة الميزان التجاري موجودة وهي <u>علاقة ارتباط طردية قوية</u>.

ملاحظه هامة

• إذا كانت قيمة معامل بيرسون تساوي صفراً لا يعني بالضرورة عدم وجود ارتباط بين المتغيرين ولكن قد يوجد ارتباط غير خطي. على سبيل المثال عند دراسة العلاقة بين القلق (**Anxiety**) مع الإنجاز **(Performance)** نجدها علاقة غير خطية .فمع زيادة قلق الشخص يزداد اهتمامه بإنجاز العمل وحتى مرحلة معينة نجد أن زيادة القلق تصاحبها قلة الإنجاز .في الواقع يكون القلق مصاحباً بقلة الإنجاز، لذلك ففي هذه الحالة معامل بيرسون للارتباط ليس مناسباً لوصف علاقة منحنية. وإذا استخدم معامل بيرسون لوصف مثل هذه البيانات فإن النتيجة هي بخس للعلاقة الحقيقية بين المتغيرين .وبذلك يتضح عملياً فائدة شكل الانتشار قبل الشروع في حساب معامل بيرسون للارتباط.

2 – معامل سبيرمان لارتباط الرتب
Spearman Rank Correlation Coefficient

- نستخدم معامل سبيرمان لارتباط الرتب

إذا كان قياس المتغيرين كليهما مقياس ترتيبي .

- طريقة حساب معامل سبيرمان لارتباط الرتب :

إذا فرضنا أن المتغير **X** له الرتب R_x وأن المتغير **Y** له الرتب R_y. وبفرض أن **d** ترمز لفرق الرتبتين، بمعنى $d = R_x - R_y$. فإن معامل سبيرمان لارتباط الرتب يُعطى بالصيغة التالية:

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)}$$

حيث **n** هي عدد الأزواج المرتبة .

- **مثال (4 - 4) :**
- **لدراسة علاقة ارتباط تقديرات الطلاب في مادة الإحصاء وتقديراتهم في مادة الرياضيات، اخترنا ثمان طلاب وكانت تقديراتهم كما يلي :**

تقديرات الإحصاء (x)	F	A	C	D	B
تقديرات الرياضيات (y)	D	C	B	F	A

هل توجد علاقة ارتباط؟ ما نوعها ومدى قوتها؟

- **الحل:**

x	y	رتب x	رتب y	d	d^2
F	D	1	2	-1	1
A	C	5	3	2	4
C	B	3	4	-1	1
D	F	2	1	1	1
B	A	4	5	-1	1
			$\sum$	0	8
				$\sum d$	$\sum d^2$

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{(6)(8)}{5(25-1)} = 1 - \frac{48}{120} = 1 - 0.4 = 0.6$$

نلاحظ وجود علاقة ارتباط طردية متوسطة بين تقديرات الطلاب في مادة الإحصاء وتقديراتهم في مادة الرياضيات.

- مثال (4 - 5) :
- في دراسة لمعرفة العلاقة بين عدد الحقول المكتشفة وطول الأنابيب (بالكيلومتر) الناقلة للنفط الخام بالمملكة العربية السعودية خلال عدة سنوات، سجلت سبع قراءات على النحو التالي:

عدد الحقول (x)	67	63	62	61	56	54	55
طول الأنابيب (y)	23120	23125	23020	23008	23006	22027	21960

هل توجد علاقة ارتباط بين عدد الحقول وطول الأنابيب؟

الحل:

X	y	رتب x	رتب y	d	d^2
55	21960	2	1	1	1
54	22027	1	2	-1	1
56	23006	3	3	0	0
61	23008	4	4	0	0
62	23020	5	5	0	0
63	23125	6	7	-1	1
67	23120	7	6	1	1
			$\sum$	0.0	4

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{(6)(4)}{7(49-1)} = 1 - \frac{24}{336} = 1 - 0.07 = 0.93$$

نلاحظ وجود <u>علاقة ارتباط طردية قوية</u> بين عدد الحقول المكتشفة وطول الأنابيب الناقلة للنفط الخام، علماً بأننا استخدمنا معامل ارتباط سبيرمان (الرتب) لوجود أرقام كبيرة في احد المتغيرين.

- مثال (4 - 6) :

عند تقييم مجموعة من الناقدين الرياضيين لعدد 10من اللاعبين تبعاً للحمل التدريبي قبل المسابقة وترتيب هؤلاء اللاعبين بعد المسابقة كان الترتيب التالي :

اللاعب	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
رتبة الحمل التدريبي	5	9	10	2	8	7	4	1	6	3
رتبة اللاعب النهائية	4	8	10	2	9	6	3	1	7	5

فاحسب معامل الارتباط لدراسة العلاقة بين الحمل التدريبي والترتيب النهائي.

- الحل:

اللاعب	رتبة الحمل التدريبي (R_x)	رتبة الترتيب (R_y)	$d = R_x - R_y$	d^2
A	5	4	+1	1
B	9	8	+1	1
C	10	10	0	0
D	2	2	0	0
E	8	9	-1	1
F	7	6	+1	1
G	4	3	+1	1
H	1	1	0	0
I	6	7	-1	1
J	3	5	-2	4
				$\sum d^2 = 10$

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{(6)(10)}{10(99)} = 1 - \frac{60}{990} = 1 - 0.06 = 0.94$$

هذا الارتباط طردي قوي، بمعنى أنه كلما زاد الحمل التدريبي كلما تم الحصول على ترتيب متقدم.

3 – معامل الاقتران (فاي)

- معامل اقتران "فاى" يستخدم لقياس العلاقة بين متغيرين اسميين كل منهما ثنائي التقسيم، كالنوع (ذكر/أنثى) والإصابة بالمرض (مصاب/غير مصاب) والتدخين (مدخن/غير مدخن)...الخ.

	X_1	X_2	المجموع
Y_1	a	b	a+b
Y_2	c	d	c+d
المجموع	a+c	b+d	

معامل فاي للاقتران يعطى في الصورة التالية :

$$r_\phi = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}}$$

مثال (٤−٧):

أوجد قيمة معامل الاقتران بين النوع x (ذكر/ أنثى) والإصابة بمرض الاكتئاب Y (مصاب/ غير مصاب) حسب البيانات التالية :

النوع \ الاكتئاب	مصاب	غير مصاب
ذكر	12	8
أنثى	4	6

الحل :

نوجد أولاً المجاميع الهامشية كما في الجدول التالي :

النوع \ الاكتئاب	مصاب	غير مصاب	المجموع
ذكر	12	8	20
أنثى	4	6	10
المجموع	16	14	30

وعليه فإن :

a= 12

b = 8

c = 4

d = 6

$$r_{\phi} = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}} = \frac{12\times 6 - 8\times 4}{\sqrt{20\times 10\times 16\times 14}}$$

$$= \frac{72-32}{\sqrt{44800}} = \frac{40}{211.66} \approx 0.19$$

أي أنه توجد علاقة ضعيفة بين النوع والإصابة بمرض الاكتئاب .

4 - معامل بوينت بايسيريال للارتباط
Point Biserial Correlation Coefficient

معامل بوينت بايسيريال

(Point Biserial correlation coefficient)

يستخدم لقياس علاقة الارتباط بين متغير كمي X ومتغير اسمي Y(ذي مستويين) كالإجابة (نعم – لا)، أو الجنس (ذكر أنثى)...الخ،

ويستخدم لقياس علاقة الارتباط بين متغير كمي ومتغير اسمي..

ملاحظات هامة :

- ومما سبق يتضح أن معامل **ارتباط الرتب** يمكن حسابه سواءً أكانت البيانات كمية أو وصفية بينما **معامل الارتباط (بيرسون)** لا يمكن حسابه إلا على المتغيرات الكمية.
- يتميز معامل سيبرمان لارتباط الرتب بسهولة حسابه حتى لو كانت البيانات غير مرتبة.
- يعاب عليه إهماله لفروق الأعداد عند حساب الرتب وبالتالي فهو أقل دقة.
- يصعب حسابه للمتغيرات العادية إذا كانت كبيرة العدد، ولذلك يفضل استخدامه لتحديد درجة ارتباط بيانات كمية عددها أقل من 30

الانحدار

١. التنبؤ Prediction

هو تقدير القيمة المستقبلية لمتغير واحد بناءً على معرفة قيم متغير أخر

و يفيدنا في:

- تحديد شكل العلاقة بين المتغيرين رياضيا وبيانيا (خط الانحدار).
- توضيح اتجاه العلاقة بين المتغيرين .
- التنبؤ بقيمة أحد المتغيرين بدلالة المتغير الآخر .

الانحدار Regression

- *والانحدار* هو أسلوب يمكن بواسطته تقدير قيمة أحد المتغيرين بمعلومية قيمة المتغير الآخر عن طريق معادلة الانحدار، وله أنواع :

- الانحدار الخطي البسيط : فكلمة " بسيط " تعني أن المتغير التابع Y يعتمد على متغير مستقل واحد وهو X وكلمة " خطي" تعني أن العلاقة بين المتغيرين (X , Y) علاقة خطية .

- الانحدار المتعدد : إذا كان المتغير Y يعتمد على أكثر من متغير مستقل .

- الانحدار غير الخطي : إذا كانت العلاقة بين المتغير Y والمتغيرات المستقلة غير خطية كأن تكون من الدرجة الثانية أو آسية.

الانحدار الخطي البسيط

- بعد تمثيل الأزواج المرتبة بالمستوى نحصل على شكل الانتشار فإذا أظهر الشكل الانتشاري للبيانات أن هناك علاقة خطية بين المتغيرين نقوم بتقدير خط الانحدار Y على X بواسطة العلاقة:

$$\hat{y} = a + bx$$

حيث a : ثابت الانحدار أو الجزء المقطوع من محور y

b : ميل الخط المستقيم أو <u>معامل انحدار Y على X (أو Y/X)</u>

- وتحسب القيمتان a و b من العلاقتين التاليتين :

حيث:

$$a = \frac{\sum y - b\sum x}{n}$$

$$b = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{n\sum x^2 - (\sum x)^2} =$$

الانحدار الخطي البسيط

- لإيجاد قيمة مقدرة جديدة $\hat{y}_h$ نعوض بقيمة معلومة للمتغير المستقل ولتكن x_h في معادلة تقدير خط الانحدار Y/X

$$\hat{y} = a + bx$$

نعوض

الانحدار الخطي البسيط

- ملاحظات هامة :
- ❖ ميل الخط يمثل كمية التغير في Y المناظرة للتغير في X بمقدار وحدة واحدة .
- ❖ إشارة معامل الانحدار تدل على نوع الارتباط (طردي أو عكسي)
- ❖ توجد علاقة بين معامل الانحدار ومعامل الارتباط الخطي

- مثال (4 - 8) :

لدراسة علاقة الاستهلاك المحلي (y) بالإنتاج (x) لمادة الإسفلت (بالمليون برميل) خلال عدة سنوات، أخذنا عشر قراءات تقريبية كما يلي :

y	6	8	9	8	7	6	5	6	5	5
x	10	13	15	14	9	7	6	6	5	5

أوجد معادلة الانحدار الخطي البسيط، وتوقع قيمة الاستهلاك عندما يصل إنتاج 16,000,000 برميل .

- الحل :

	x	y	xy	x^2
	10	6	60	100
	13	8	104	169
	15	9	135	225
	14	8	112	196
	9	7	63	81
	7	6	42	49
	6	5	30	36
	6	6	36	36
	5	5	25	25
	5	5	25	25
$\sum$	90	65	632	942
	$=\sum x$	$=\sum y$	$=\sum xy$	$=\sum x^2$

$$b=\frac{n\sum xy-(\sum x)(\sum y)}{n\sum x^2-(\sum x)^2}=\frac{6320-(90)(65)}{9420-90^2}=\frac{6320-5850}{9420-8100}=\frac{470}{1320}=0.36$$

$$a=\frac{\sum y-b\sum x}{n}=\frac{65-(0.36\times 90)}{10}=3.26$$

∴ معادلة خط الانحدار البسيط في هذه الحالة :

$$\hat{y}=3.26+0.36\,x$$

تابع حل مثال (4 - 8)

- ولتوقع قيمة الاستهلاك المحلي عندما يصل الإنتاج 16000000برميل، نحول وحدة هذه القيمة من برميل إلى مليون برميل بالقسمة على مليون أي أن القيمة المستخدمة في توقع الاستهلاك هي $x_h = 16$
- وبالتعويض في المعادلة السابقة نجد أن:

$$\hat{y}_h = a + bx_h$$
$$= 3.26 + 0.36(16) = 9.02$$

أي أن الاستهلاك قد يصل إلى 9.02 مليون برميل، أي ما يعادل 9020000 برميل خلال السنة.

4 – 4 – 3 تطبيق الانحدار في مجال السلاسل الزمنية

أسلوب السلاسل الزمنية

يتم رصد البيانات التي تعبر عن ظاهرة ما عند نقاط زمنية متتالية.

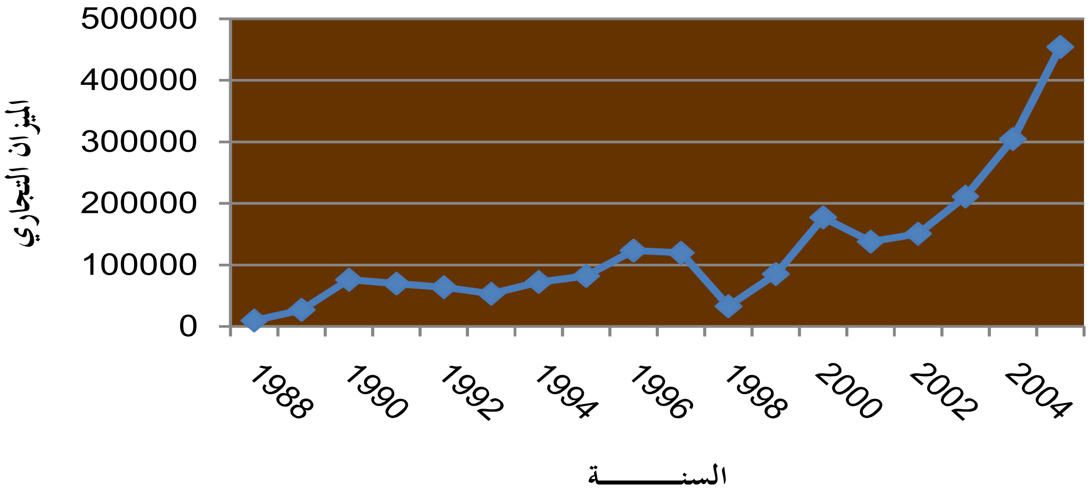
أمثلة:

- **كمية الصادرات السنوية**
- **حجم التعاملات الربع السنوي في البورصة**
- **عدد الجرائم اليومية في إحدى البلاد**

4 – 4 – 3 تطبيق الانحدار في مجال السلاسل الزمنية

شكل السلسلة الزمنية

يعتبر شكل السلسلة الزمنية من أبرز الأشكال المستخدمة في كثير من المجالات العلمية والاقتصادية والاجتماعية، حيث تتميز بعض الظواهر بالتطور خلال الزمن، مثل أسواق البورصة والأسهم، وسعر النفط. تطور أعداد المعتمرين والحجاج في موسمي رمضان والحج والنمو السكاني السنوي. فيما يلي مجموعة من أشكال السلاسل الزمنية لبعض الظواهر من واقع الحياة:

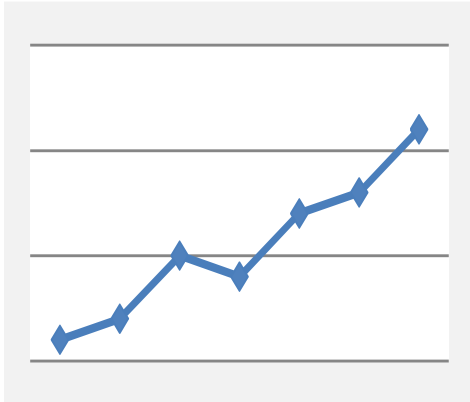


4 – 4 – 3 تطبيق الانحدار في مجال السلاسل الزمنية

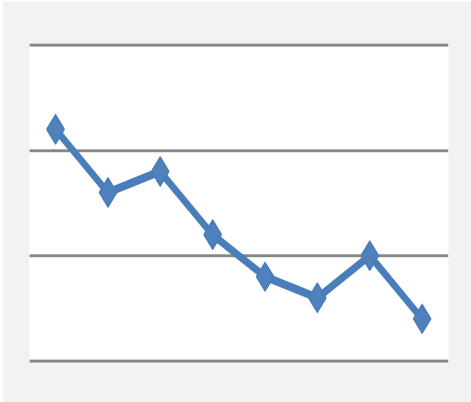
يستخدم شكل السلسلة الزمنية للتعرف على مكونات السلاسل الزمنية والتي تتمحور في أربع مكونات:

- **الاتجاه العام:** وهو اتجاه التطور الذي تأخذه السلسلة الزمنية خلال فترة طويلة من الزمن بالرغم من التذبذبات الموجودة بها، ويكون التطور إما بالزيادة أو بالنقصان، وبعض السلاسل لا يوجد لها اتجاه.
- **التغيرات الموسمية:** وهي التغيرات التي تتكرر بانتظام خلال فترة زمنية أقل من السنة، عادة في المواسم.
- **التغيرات الدورية:** وهي التغيرات التي تحدث في فترات زمنية أكثر من سنة وعادة كل خمس أو عشر سنوات.
- **التغيرات العرضية:** وهي التغيرات التي تحدث نتيجة حوادث فجائية غير متوقعة مثل الفيضانات والأعاصير والحروب...الخ.

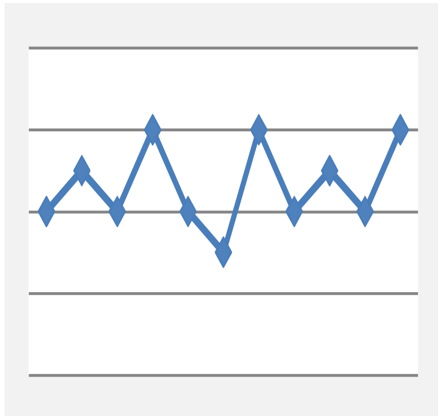
4 – 4 – 3 تطبيق الانحدار في مجال السلاسل الزمنية



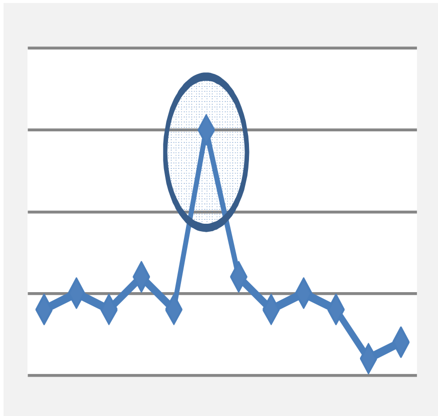
سلسلة ذات اتجاه عام بالزيادة



سلسلة ذات اتجاه عام بالنقصان

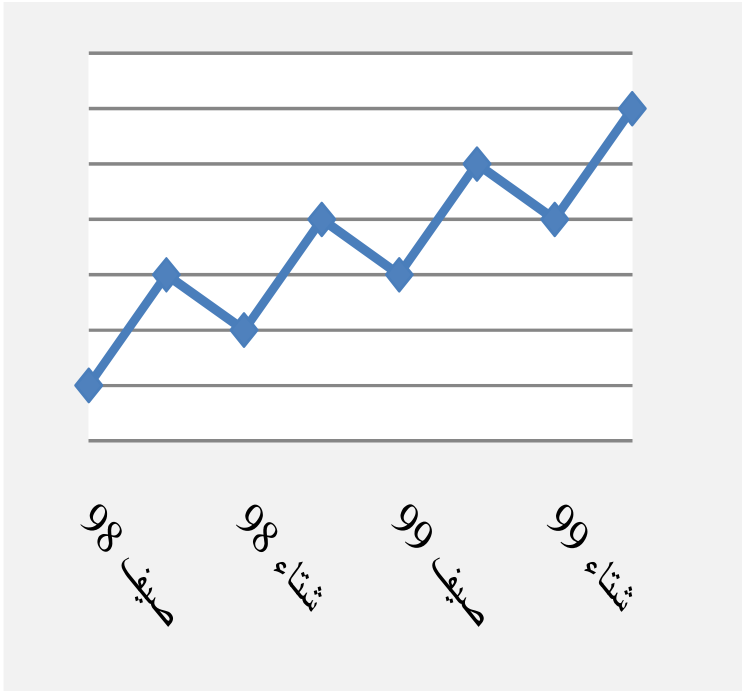


سلسلة ليس لها اتجاه عام

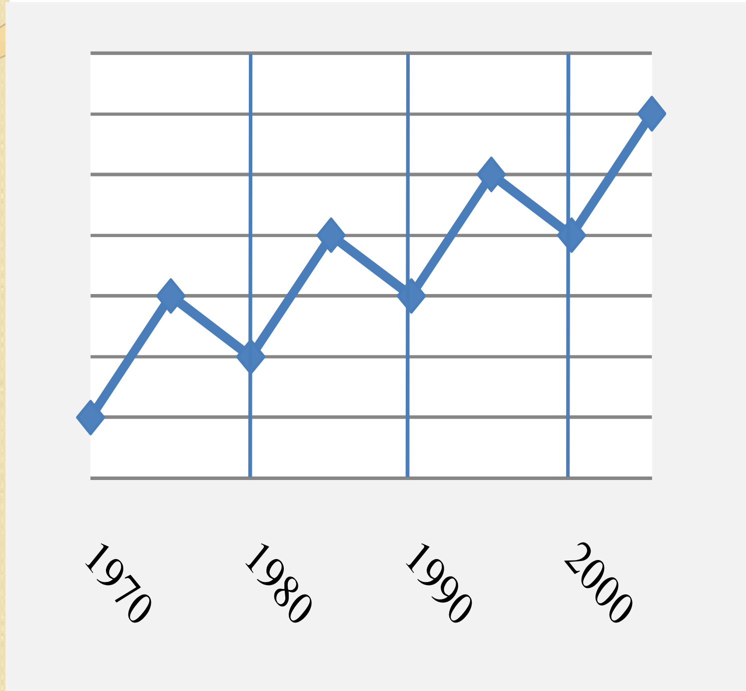


سلسلة ذات عامل عرضي

4 – 4 – 3 تطبيق الانحدار في مجال السلاسل الزمنية



سلسلة ذات اتجاه زيادة وتغيرات موسمية



سلسلة ذات اتجاه زيادة تغيرات دورية

4 – 4 – 3 تطبيق الانحدار في مجال السلاسل الزمنية

- يتطلب تحليل السلاسل الزمنية عادة تحليل المكونات الأربعة ولكن قد تخلو السلاسل الزمنية من التغيرات الموسمية والدورية والعرضية، ويبقى تعيين الاتجاه العام .
- يختلف شكل الاتجاه العام في السلاسل الزمنية حسب طبيعة البيانات، وأحد أنواع الاتجاه العام هو الاتجاه الخطي .
- أحد طرق تعيين الاتجاه العام الخطي هو استخدام أسلوب الانحدار الخطي البسيط، باعتبار **أن الزمن (السنوات، الشهور،...الخ) متغير مستقل X، والمتغير التابع Y هو الظاهرة محل الدراسة.**
- ملاحظات:
  - **تعين للمتغير المستقل القيم ... $x = 0, 1, 2,$ لتمثل وحدة الزمن.**
  - **تدل إشارة معامل الانحدار b على نوع الاتجاه العام .**

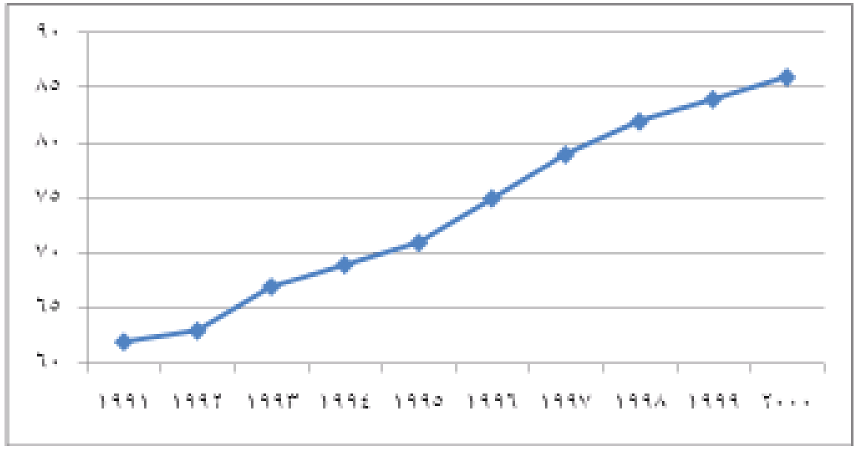
- **مثال (4 - 9) :**

البيانات التالية تمثل عدد الحقول المكتشفة (Y)خلال الأعوام ١٩٩١م إلى 2000م :

السنة	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
y	62	63	67	69	70	75	79	82	84	86

حدد نوع الاتجاه العام، ثم قدر معادلة الاتجاه العام الخطي، ثم توقع عدد الحقول المكتشفة عام 2002م.

- **الحل:**



يدل الاتجاه العام على الزيادة في قيمة عدد الحقول المكتشفة.

• تابع حل المثال (٤ – ٩) : تقدير معادلة الاتجاه العام الخطي ، وحساب التوقع

السنة	x	y	xy	x^2
1991	0	62	0	0
1992	1	63	63	1
1993	2	67	134	4
1994	3	69	207	9
1995	4	70	280	16
1996	5	75	375	25
1997	6	79	474	36
1998	7	82	574	49
1999	8	84	672	64
2000	9	86	774	81
$\sum$	45	737	3553	285
	$=\sum x$	$=\sum y$	$=\sum xy$	$=\sum x^2$

$$b=\frac{n\sum xy-(\sum x)(\sum y)}{\sqrt{(n\sum x^2-(\sum x)^2)}}=\frac{35530-(45)(737)}{2850-45^2}=\frac{2365}{825}=2.87$$

$$a=\frac{\sum y-b\sum x}{n}=\frac{737-(2.87\times 45)}{10}=60.79$$

.:معادلة الاتجاه العام الخطي في هذه المثال

$$\hat{y}=60.79+2.87x$$

تابع حل المثال (٤-٩) : تقدير معادلة الاتجاه العام الخطي ، وحساب التوقع

- ولتوقع عدد الحقول المتوقع اكتشافها عام 2002م نعوض بقيمة تدل على هذا الزمن؛ حيث أن 2000م ← x = 9

إذن 2002م ← $x_h = 11$

- وبالتعويض في معادلة الاتجاه العام نجد أن:

$$\hat{y}_h = 60.79 + 2.87x_h$$

$$= 60.79 + 2.87(11) = 92.36 \approx 92 \text{ حقل}$$

تم بحمد الله