CHAPTER TWO

الكميات القياسية والكميات المتجهة Vector and Scalar

جميع الكميات الفيزيائية (أساسية أو مشتقة) يمكن تقسيمها إلى نوعين، النوع الأول الكميات القياسية *scalar* والنوع الثاني الكمية المتجهة *vector*. الكمية القياسية يمكن تحديدها بالمقدار magnitude فقط، مثل أن تقول أن كتلة جسم 5kg مساحة قطعة مستطيلة $30m^2$ نكون قد حددنا الكمية الفيزيائية. أما الكمية المتجهة تحتاج إلى أن تحدد اتجاهها direction بالإضافة إلى مقدارها، مثل سرعة الرياح 10km/h واتجاهها غرباً لاحظ هنا أنه احتجنا لتحديد المقدار أولاً ثم الاتجاه ثانياً.

في الجدول التالي قائمة ببعض الكميات القياسية والكميات المتجهة.

Scalar Quantity	Vector Quantity
Length	Displacement
Mass	Force
Speed	Acceleration

يجب أن يكون معلوما لدينا أن التعامل مع الكميات القياسية يختلف عنه في الكميات المتجهة فمثلاً لإيجاد المحصلة للكميات القياسية يتم التعامل جبرياً فمثلاً شخص يمتلك 15 قطعة نقدية واكتسب 5 قطع اخرى ثم خسر 3 قطع منها فتكون محصلة ما معه 17 قطعة، أما في الكميات المتجهة يكون التعامل اتجاهياً فمثلا إذا كان هناك جسم اثرت عليه ثلاثة قوى فالمحصلة تعتمد على اتجاه كل قوة وقد نحتاج إلى عمل تحليل للمتجهات لإيجاد المركبات الرئيسية والمركبات الأفقية ثم نحسب المحصلة ونحدد اتجاهها، لذا فإن التعامل مع الكميات المتجهة في الأغلب يكون أصعب قليلاً منها في التعامل مع الكميات القياسية.

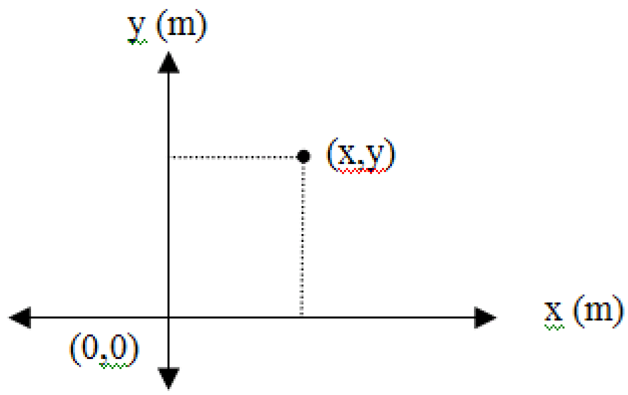
لذلك سوف نقوم بشرح مبسط لعلم المتجهات وتوضيح مفاهيمه واساسياته.

نظام الإحداثيات Coordinate system

نحتاج في حياتنا العملية إلى تحديد موقع جسم ما في الفراغ سواءً كان ساكناً أم متحركاً، ولتحديد موقع هذا الجسم فإننا نستعين بما يعرف بالإحداثيات *Coordinates*، وهناك نوعان من الإحداثيات التي سوف نستخدمها وهما *Rectangular coordinates* و *polar coordinates*.

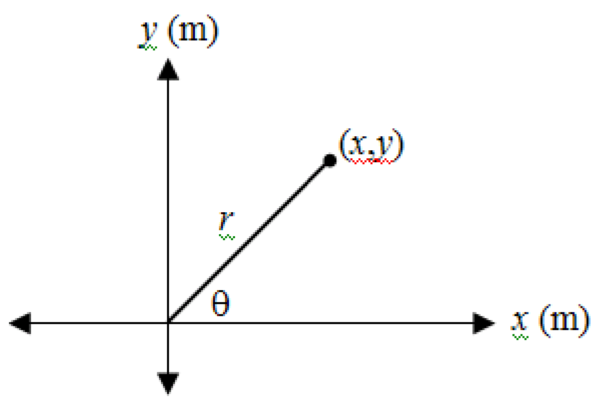
الاحداثيات الكارتيزية The rectangular coordinates

الإحداثيات الكارتيزية في بعدين موضحة في الشكل التالي. وتتكون الاحداثيات هذه من محورين x وy متعامدين ومتقاطعين عند النقطة (0,0) التي تسمى نقطة الأصل origin يتم وضع اسم كل محور ليدل على الكمية الفيزيائية التي يحددها والوحدة المستخدمة للقياس. point تحدد اية نقطة على هذه الاحداثيات بـ (x,y).



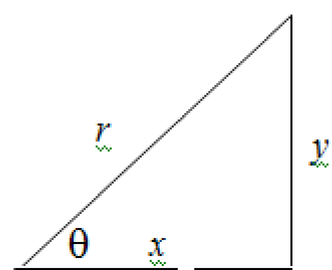
الإحداثيات القطبية The polar coordinates

في بعض الأحيان يكون من الأنسب استخدام نظام محاور آخر مثل نظام المحاور القطبية والذي التي يصنعا مع المحور الأفقي. وتتحدد أي نقطة على هذه الإحداثيات بـ θوالزاوية rيحدد بالمسافة (r,θ)



العلاقة بين الاحداثيات الكارتيزية والقطبية The relation between coordinates

موضحة في الشكل التالي: (r,q) والاحداثيات القطبية (x,y)العلاقة بين الاحداثيات الكارتيزية



$$\mathbf{x = r \cos q} \qquad \mathbf{(1.1)}$$

And

$$\mathbf{y = r \sin q} \qquad \mathbf{(1.2)}$$

بتربيع المعادليتن (1.1) و (1.2) وجمعهما نحصل على

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \qquad \textbf{(1.3)}$$

بتقسيم المعادلتين (1.1) و (1.2) نحصل على

$$\tan \theta = x/y \qquad \textbf{(1.4)}$$

خواص المتجهات Properties of Vectors

جمع المتجهات Vector addition

يمكن جمع المتجهات التي تعبر عن كميات فيزيائية متشابهة مثل جمع متجهيين للقوة ولكن لا يمكن ان نجمع متجه قوة مع متجة سرعة. فمثلاً لجمع متجه **A** مع متجه **B** تكون المحصلة المتجه **R**

$$\mathbf{R} = \mathbf{A} + \mathbf{B} \qquad \textbf{(1.5)}$$

لاحظ ان جمع المتجهات لها خاصية التبديل فمثلا

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A} \qquad \textbf{(1.6)}$$

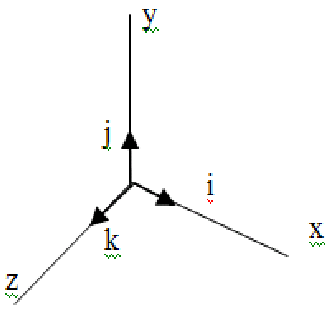
متجه الوحدة The unit vector

يعرف متجه الوحدة بمتجه طوله الوحدة ويستخدم للتعبير عن الاتجاه لإي كمية فيزيائية متجهة.

المتجه **A** يمكن تمثيله بمقدار المتجه A ضرب متجه الوحدة $\boldsymbol{a}$ كالتالي

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{a}\, A \qquad \textbf{(1.7)}$$

كذلك يمكن تمثيل متجهات وحدة (i, j, k) لمحاور الاحداثيات الكارتيزية rectangular x, y, z coordinate system كما في الشكل التالي:-



i ≡ a unit vector along the *x*-axis
j ≡ a unit vector along the *y*-axis
k ≡ a unit vector along the *z*-axis

لاحظ ان الشكل السابق يعبر عن الاحداثيات الكارتيزية في ثلاثة ابعاد

ضرب المتجهات Product of a vector

يوجد نوعين من الضرب للمتجهات النوع الأول يسمى الضرب القياسي لان حاصل ضرب متجهين يعطي كمية قياسية مثل حاصل ضرب متجه القوة في متجهة الإزاحة يكون الناتج الشغل وهو كمية قياسية، والنوع الثاني هو الضرب الاتجاهي وذلك لان حاصل ضرب متجهين ينتج عنه متجه ثالث يكون اتجاهه عمودي على المستوى الذي يحوي المتجهين الآخرين مثل متجه سرعة جسم مشحون في متجه المجال المغناطيسي ينتج عنه متجه قوة مغناطيسية.

ينتج من الضرب القياسي كمية قياسية وينتج من الضرب الإتجاهي كمية متجهة

الضرب القياسي The scalar product

يعرف الضرب القياسي scalar product بالضرب النقطي dot product وتكون نتيجة الضرب القياسي لمتجهين كمية قياسية، وتكون هذه القيمة موجبة إذا كانت الزاوية المحصورة بين المتجهين بين 0 و 90 درجة وتكون النتيجة سالبة إذا كانت الزاوية المحصورة بين المتجهين بين90 و 180 درجة وتساوي صفراً إذا كانت الزاوية 90. يعرف الضرب القياسي لمتجهين بحاصل ضرب مقدار المتجه الأول في مقدار المتجه الثاني في جيب تمام الزاوية المحصورة بينهما.

$$\vec{A}.\vec{B} = |A||B|\cos\theta \qquad \textbf{(1.8)}$$

يمكن إيجاد قيمة الضرب القياسي لمتجهين باستخدام مركبات كل متجه كما يلي

$$\vec{A} = A_x i + A_y j + A_z k \qquad (1.17)$$

$$\vec{B} = B_x i + B_y j + B_z k \qquad (1.18)$$

The scalar product is

الضرب الاتجاهي The vector product

يعرف الضرب الاتجاهي *vector product* بـ *cross product* وتكون نتيجة الضرب الاتجاهي لمتجهين كمية متجهة.

$$\vec{A} \times \vec{B} = AB\sin\theta \qquad (1.23)$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_x i + A_y j + A_z k) \times (B_x i + B_y j + B_z k) \qquad (1.24)$$

لايجاد قيمة حاصل الضرب نستعين بالحقيقة المتمثلة في أن الزاوية بين المتجهات ***i, j , k*** هي 90^o

Example 1.12

If $\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$, where $\vec{A} = 3i - 4j$, and $\vec{B} = -2i + 3k$, what is $\vec{C}$?

Solution

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} = (3i - 4j) \times (-2i + 3k)$$

which, by distributive law, becomes

$$\vec{C} = -(3i \times 2i) + (3i \times 3k) + (4j \times 2i) - (4j \times 3k)$$

Using equation (123) to evaluate each term in the equation above we get

$$\vec{C} = 0 - 9j - 8k - 12i = -12i - 9j - 8k$$

The vector $\vec{C}$ is perpendicular to both vectors $\vec{A}$ and $\vec{B}$.