

## الفصل الثاني

### اساليب المحاكاة

## SIMULATION METHODS

### توليد الاعداد العشوائية Generation of Random Numbers

بما أن محاكاة مونت كارلو تعتمد علي الاعداد العشوائية لذا سنتناول الطرق المختلفة التي يتم بها توليد الاعداد العشوائية والرقم العشوائي هو الرقم الذي يكون احتمال وقوعه مساو لاحتمال وقوع اي رقم عشوائي آخر من مجموعة اعداد عشوائية حيث تتبع الاعداد العشوائية التوزيع المنتظم القياسي [ 0,1 ] هذا لان الاعداد العشوائية المولدة بواسطة الآلات الإلكترونية تقع داخل الفترة [ 0,1 ] حيث نماذج المحاكاة المعتمدة على الاعداد العشوائية التي تنفذ بواسطة الحاسب .

يتم توليد الاعداد العشوائية عن طريق :

☒ جداول القيم العشوائية التي يتم تخزينها مباشرة في ذاكرة الحاسب وهذه طريقة غير مجدية نسبة لحجز حيز كبير في ذاكرة الحاسب .

☒ عمليات حسابية تعد لتنفيذ بواسطة الحاسب، تتم المفاضلة بين كل عملية واخرى وفقا للاتي:

- يجب ان تتبع الاعداد العشوائية المولدة التوزيع المنتظم  $U(0,1)$ .
- يجب ان تكون دورة الاعداد العشوائية مستقلة إحصائيا .
- يجب ان تكون دورة الاعداد العشوائية طويلة .
- سرعة عملية توليد الاعداد العشوائية

تشتمل طرق العمليات الحسابية على عدة اساليب :

١ . طريقة وسط مربع العدد (Mid-Square Method) :

٢ . طريقة وسط ضرب العدد (Mid-Product method) :

٣ . طريقة باقي القسمة (المطابقة) Congenital :

٤ . طريقة المعاينة من التوزيعات الاحتمالية Sampling From Probability

Distributions Method:

تشمل طريقة المعاينة من التوزيعات الاحتمالية على طرق تقوم بتوليد عينات عشوائية متتالية

$f(t)$  من توزيع احتمالي  $(t_1, t_2 \dots)$

• كل هذه الطرق أسست على استخدام اعداد عشوائية ذات توزيع منتظم قياسي Independent and identically distributed uniform (0,1) .

من هذه الطرق :

١- طريقة المعكوس Inverse Method

٢- طريقة التجميع Convolution Method

### طريقة المعكوس Inverse Method

• هي طريقة يتم بموجبها الحصول على متغير عشوائي يتبع توزيعاً معيناً لتوليد اعداد عشوائية تتبع ذلك التوزيع وذلك بالاعتماد على الاعداد العشوائية التي تتبع التوزيع الاحتمالي المنتظم القياسي .

• افترض أننا نريد ان نحصل على عينة عشوائية من دالة توزيع احتمالية  $f(x)$  سواء كان التوزيع متصل او متقطع . فطريقة المعكوس تقوم أولاً بإيجاد دالة الكثافة التراكمية  $F(x)=P\{y \leq x\}$  حيث  $0 \leq F(x) \leq 1$  لكل قيم  $y$  المعرفة ثم نقوم بالخطوات التالية :

١- توليد اعداد عشوائية  $R$  من التوزيع المنتظم القياس  $U(0,1)$ .

٢- حساب او إيجاد قيمة  $x$  المرادة من  $x = F^{-1}(R)$ .

خوارزمية إيجاد قيم لتوزيع احتمالي متقطع باستعمال طريقة المعكوس:

١. لتكن لدينا  $n$  من القيم:  $x_1, x_2, \dots, x_n$  باحتمالية  $p_1, p_2, \dots, p_n$  على التوالي، بحيث ان

$$0 \leq p_i \leq 1 \text{ وان } \sum_{i=1}^n p_i = 1$$

٢. نوجد الدالة التراكمية  $F_i$  من خلال:

$$F_1 = p_1;$$

$$F_2 = p_1 + p_2;$$

:

$$F_n = p_1 + p_2 + \dots + p_n = \sum_{i=1}^n p_i = 1.$$

٣. نختار عدد عشوائي  $R_i \in [0,1]$  ونبحث عن الفترة  $[F_{i-1}, F_i]$  التي يقع فيها بحيث ان

$$F_{i-1} < R_i \leq F_i$$

٤. نلاحظ ان :

$$x_1 \text{ if } 0 < R_1 \leq F_1$$

$$x_2 \text{ if } F_1 < R_2 \leq F_2$$

:

$$x_n \text{ if } F_{n-1} < R_n \leq F_n.$$

مثال ١:

ليكن لدينا التوزيع المعبر عن الفترة الزمنية الفاصلة بين تعطيل الآلات في مصنع ما ل  
كما  $n=1,2,3,4$  يلي:

n	p(t <sub>i</sub> )	t <sub>i</sub>
1	0.12	4
2	0.48	5
3	0.22	6
4	0.18	7

أوجد 10 أعداد عشوائية من نوع t<sub>i</sub>:

**الحل:**

نولد (نختار) أعداد عشوائية R<sub>i</sub> فكانت الأعداد التالية:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0.4764	0.8416	0.9434	0.3420	0.6827	0.8521	0.1129	0.5806	0.9285	0.6955

نأخذ رقم من الأعداد العشوائية R<sub>i</sub> بصورة متتابعة وننظر في فترة يقع لكي نحدد القيمة العشوائية المطلوبة، حيث أن:

n	p(t <sub>i</sub> )	F <sub>i</sub>	F <sub>i-1</sub> -F <sub>i</sub>
1	0.12	0.12	0.0000-0.1200
2	0.48	0.60	0.1201-0.6000
3	0.22	0.82	0.6001-0.8200
4	0.18	1.00	0.8201-1.0000

فمثلا اول قيمة عشوائية هي R<sub>1</sub>=0.4764 نلاحظ انها تقع  $0.1201 < R_1 \leq 0.6$  وعليه فاننا

نختار t<sub>i</sub>=5. وعليه فاننا نحصل على الجدول التالي:

i	R <sub>i</sub>	F <sub>i-1</sub> -F <sub>i</sub>	t <sub>i</sub>
1	0.4764	0.2021-0.6000	5
2	0.8416	0.8201-1.0000	7
3	0.9434	0.8201-1.0000	7
4	0.3420	0.2021-0.6000	5
5	0.6827	0.6001-0.8200	6
6	0.8521	0.8201-1.0000	7
7	0.1129	0.2021-0.6000	5
8	0.5806	0.2021-0.6000	5
9	0.9285	0.8201-1.0000	7
10	0.6955	0.6001-0.8200	6