

الفصل الثاني

اساليب المحاكاة

SIMULATION METHODS

توليد الاعداد العشوائية بطريقة المطابقة (Congruential)

١. المطابقة الخطية (Linear Congruential)

ليكن لدينا العلاقة الخطية التالية:

$$x_i = (a \cdot x_{i-1} + b) \bmod P, \quad i=1,2,\dots$$

حيث ان x_0, a, b تمثل قيم ابتدائية و P عدد اولي و $k=3$ or 4 وهذه تمثل عدد المراتب و L

تمثل عدد الاعداد المراد توليدها. فاننا نستطيع توليد قيم عشوائية باستخدام الخوارزمية التالية:

Linear Congruential Algorithm (LCA)

Step (1): Input: x_0, a, b, P, k, L

Step(2): Process:

For $i=1 : L$

$$x_i = (a \cdot x_{i-1} + b) \bmod P.$$

$$R_i = x_i / 10^k.$$

End.

Step(3): Output the sequence R_1, R_2, \dots, R_L .

END.

مثال (٢):

ليكن لدينا $x_0=500$ و $b=7$ و $a=5$ و $P=997$. المطلوب توليد 3 اعداد عشوائية ونختار $k=3$.
الحل:

- $x_1 = (a \cdot x_0 + b) \bmod P.$
 $x_1 = (5 \cdot 500 + 7) \bmod 997 = 2507 \bmod 997, \text{ let } q = 2507 \setminus 997 = 2.$
 $x_1 = 2507 - 2 \cdot 997 = 513.$
 $R_1 = 513 / 1000 = 0.513.$
- $x_2 = (5 \cdot 513 + 7) \bmod 997 = 2572 \bmod 997, \text{ let } q = 2572 \setminus 997 = 2.$
 $x_2 = 2572 - 2 \cdot 997 = 578.$
 $R_2 = 578 / 1000 = 0.578.$
- $x_3 = (5 \cdot 578 + 7) \bmod 997 = 2897 \bmod 997, \text{ let } q = 2897 \setminus 997 = 2.$
 $x_3 = 2897 - 2 \cdot 997 = 903.$
 $R_3 = 903 / 1000 = 0.903.$

وعليه فان الاعداد العشوائية هي: 0.513, 0.578, 0.903.

٢. المطابقة التربيعية (Quadratic Congruential)

ليكن لدينا العلاقة التربيعية التالية:

$$x_i = (a \cdot x_{i-2}^2 + b \cdot x_{i-1} + c) \pmod{P}, i=1,2,\dots$$

حيث ان x_0, a, b تمثل قيم ابتدائية و P عدد اولي و $k=3$ or 4 وهذه تمثل عدد المراتب و L تمثل عدد الاعداد المراد توليدها. فاننا نستطيع توليد قيم عشوائية باستخدام الخوارزمية التالية:

Quadratic Congruential Algorithm (QCA)

Step (1): Input: $x_{-1}, x_0, a, b, c, P, k, L$

Step(2): Process:

For $i=1 : L$

$$x_i = (a \cdot x_{i-2}^2 + b \cdot x_{i-1} + c) \pmod{P}.$$

$$R_i = x_i / 10^k.$$

End.

Step(3): Output the sequence R_1, R_2, \dots, R_L .

END.

مثال (٣):

ليكن لدينا $x_0=19$ و $x_{-1}=11$ و $c=31$ و $b=23$ و $a=13$ و $P=997$. المطلوب توليد 3 اعداد عشوائية ونختار $k=3$.
الحل:

- $x_1 = (a \cdot x_{-1}^2 + b \cdot x_0 + c) \pmod{P}$
 $x_1 = (13 \cdot 11^2 + 23 \cdot 19 + 31) \pmod{997} = 2041 \pmod{997}, q=2041 \setminus 997=2$
 $x_1 = 2041 - 2 \cdot 997 = 47$
 $R_1 = 47 / 1000 = 0.047$
- $x_2 = (13 \cdot 19^2 + 23 \cdot 47 + 31) \pmod{997} = 5805 \pmod{997}, q=5805 \setminus 997=5$
 $x_2 = 5805 - 5 \cdot 997 = 820$
 $R_2 = 820 / 1000 = 0.820$
- $x_3 = (13 \cdot 47^2 + 23 \cdot 820 + 31) \pmod{997} = 25027 \pmod{997}, q=25027 \setminus 997=25$
 $x_3 = 25027 - 25 \cdot 997 = 102$
 $R_3 = 102 / 1000 = 0.102$

وعليه فان الاعداد العشوائية هي : 0.047, 0.820, 0.102.

تمارين

1. استخدم خوارزمية LCA لتوليد الاعداد العشوائية لحل المثال ١.
2. استخدم خوارزمية QCA لتوليد الاعداد العشوائية لحل المثال ١.
3. حل المثال الاول اذا كان $n=8$ وباحتمالية متساوية لتوليد الاعداد $t_i=2, \dots, 9$ باستخدام LCA.