(b) لإيجاد تكامل $\int \tan^n x \sec^m x \, dx$ نتبع الآتي:

① عندما n عدد فردي موجب و m عدد حقيقي فأننا نستخدم العلاقة

$$\tan^n x = \tan^{n-1} x \tan x = (\sec^2 x - 1)^{\frac{n-1}{2}} \tan x$$

ثم نفرض $u = \sec x$ لذلك فأن $du = \sec x \tan x \, dx$ ومن ثم يصبح التكامل كالآتي:-

$$\int \tan^n x \sec^m x \, dx = \int (\sec^2 x - 1)^{\frac{n-1}{2}} \tan x \sec^m x \, dx$$

$$= \int (u^2 - 1)^{\frac{n-1}{2}} u^{m-1} \, du$$

ثم نجد التكامل باستخدام قوانين التكامل السابقة وكما هو موضح في الأمثلة الآتية:-

Examples: Find the integrals

① $\int \tan^3 x \sec^3 x \, dx = \int \tan x \tan^2 x \sec^3 x \, dx$

$$= \int \tan x (\sec^2 x - 1) \sec^3 x \, dx$$

Let $u = \sec x \longrightarrow du = \sec x \tan x \, dx$

$\therefore \int \tan^3 x \sec^3 x \, dx = \int (u^2 - 1) u^2 \, du = \int (u^4 - u^2) \, du = \frac{u^5}{5} - \frac{u^3}{3} + c$

$\therefore \int \tan^3 x \sec^3 x \, dx = \frac{1}{5} \sec^5 x - \frac{1}{3} \sec^3 x + c$

② $\int \tan x \sec^{\frac{3}{2}} x \, dx = \int (\sec x)^{\frac{1}{2}} \tan x \sec x \, dx = \frac{\sec^{\frac{3}{2}} x}{\frac{3}{2}} + c$

or $n = 1$ and $m = \frac{3}{2} \longrightarrow u = \sec x \quad \therefore du = \sec x \tan x \, dx$

$\therefore \int \tan x \sec^{\frac{3}{2}} x \, dx = \int \tan x \sec x \sec^{\frac{1}{2}} x \, dx = \int u^{\frac{1}{2}} \, du$

$= \frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c \longrightarrow \int \tan x \sec^{\frac{3}{2}} x \, dx = \frac{2}{3} \sec^{\frac{3}{2}} x + c$