

$$\frac{x^2 + x - 2}{(3x-1)(x^2+1)} = \frac{A}{3x-1} + \frac{Bx+C}{x^2+1}$$

$$\frac{x^2 + x - 2}{(3x-1)(x^2+1)} = \frac{A(x^2+1) + (Bx+C)(3x-1)}{(3x-1)(x^2+1)}$$

يضرب الطرفين في $(3x-1)(x^2+1)$ ينتج أن :-

$$x^2 + x - 2 = A(x^2+1) + (Bx+C)(3x-1)$$

$$x^2 + x - 2 = \underline{Ax^2 + A} + \underline{3Bx^2 - Bx} + \underline{3Cx - C}$$

$$x^2 + x - 2 = (A+3B)x^2 + (-B+3C)x + (A-C)$$

بمساوي معاملات قوى x للطرفين ينتج أن :-

$$\begin{array}{l} A+3B=1 \\ -B+3C=1 \\ A-C=-2 \end{array} \quad \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{المضاعف}} \\ 3B+C=3 \\ -B+3C=1 \end{array} \quad \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{المضاعف}} \\ 10C=6 \end{array} \rightarrow C = \frac{3}{5}$$

∴ $A = -\frac{7}{5}$ and $B = \frac{4}{5}$

$$\frac{x^2 + x - 2}{(3x-1)(x^2+1)} = \frac{-\frac{7}{5}}{3x-1} + \frac{\frac{4}{5}x + \frac{3}{5}}{x^2+1}$$

$$\int \frac{x^2 + x - 2}{3x^3 - x^2 + 3x - 1} dx = \frac{-7}{5} \int \frac{dx}{3x-1} + \frac{4}{5} \int \frac{x dx}{x^2+1} + \frac{3}{5} \int \frac{dx}{x^2+1}$$

$$= \frac{-7}{15} \int \frac{3 dx}{3x-1} + \frac{4}{10} \int \frac{2x dx}{x^2+1} + \frac{3}{5} \tan^{-1} x$$

$$\int \frac{x^2 + x - 2}{3x^3 - x^2 + 3x - 1} dx = \frac{-7}{15} \ln|3x-1| + \frac{2}{5} \ln|x^2+1| + \frac{3}{5} \tan^{-1} x + C$$

(4) إذا كانت عوامل $g(x)$ من الدرجة الثانية ومن الشكل $(ax^2+bx+c)^n$ حيث إن n عدد صحيح موجب أكبر من الواحد (أي مكررة n من المرات) فإننا نقابل هذا العامل بالـ مجموع الأتي :-