~~ملاحظة:~~ ① نطبق طريقة تجزئة الكسور اذا كانت درجة متعددة الحدود في البسط اقل من درجة متعددة الحدود في المقام.

② اذا كانت درجة متعددة الحدود في البسط اكبر أو مساوية الى درجة متعددة الحدود في المقام نستخدم القسمة الطويلة وكما هو موضح في المثال الاتي:-

**Example:** Find $\int \frac{3x^4+3x^3-5x^2+x-1}{x^2+x-2}\,dx$

بما أن درجة متعددة الحدود في البسط اعلى من درجة متعددة الحدود في المقام لذلك نستخدم القسمة الطويلة

$$\frac{3x^4+3x^3-5x^2+x-1}{x^2+x-2} = 3x^2+1+\frac{1}{x^2+x-2}$$

$$\begin{array}{r|l} & 3x^2+1 \\ \hline x^2+x-2 & 3x^4+3x^3-5x^2+x-1 \\ \text{بالطرح } & 3x^4+3x^3-6x^2 \\ \hline & 0+0+x^2+x-1 \\ \text{بالطرح } & x^2+x-2 \\ \hline & 0+0+1 \end{array}$$

$$\therefore \int \frac{3x^4+3x^3-5x^2+x-1}{x^2+x-2}\,dx = \int (3x^2+1)\,dx + \int \frac{dx}{x^2+x-2}$$

$$= x^3+x+\int \frac{dx}{(x-1)(x+2)} \longrightarrow (1)$$

نجد هذا التكامل بتجزئة الكسور

$$\frac{1}{(x-1)(x+2)} = \frac{A}{x-1}+\frac{B}{x+2} = \frac{A(x+2)+B(x-1)}{(x-1)(x+2)} = \frac{(A+B)x+(2A-B)}{(x-1)(x+2)}$$

نضرب الطرفين بـ $(x-1)(x+2)$ ينتج أن:-

$$1 = (A+B)x+(2A-B)$$

بمساواة معاملات قوى x للطرفين ينتج أن:-

$$\left.\begin{array}{l} A+B=0 \\ 2A-B=1 \end{array}\right\} \text{بالجمع} \Rightarrow 3A=1 \longrightarrow A=\frac{1}{3} \text{ and } B=-\frac{1}{3}$$

$$\therefore \int \frac{dx}{(x-1)(x+2)} = \frac{1}{3}\int \frac{dx}{x-1} - \frac{1}{3}\int \frac{dx}{x+2} = \frac{1}{3}\ln|x-1| - \frac{1}{3}\ln|x+2| + c$$

بالتعويض في (1) ينتج أن

$$\therefore \int \frac{3x^4+3x^3-5x^2+x-1}{x^2+x-2}\,dx = x^3+x+\frac{1}{3}\ln|x-1| - \frac{1}{3}\ln|x+2| + c$$

**مثال:-**

① $\int \frac{3x^2+2}{x^3+2x-8}\,dx = \ln|x^3+2x-8| + c$