

الناتج + الباقي  
المستعمل عليه (\*)

$$\int \frac{2x-1}{x^2+1} dx = \int \frac{2x}{x^2+1} dx - \int \frac{1}{x^2+1} dx = \ln|x^2+1| - \tan^{-1} x + c$$

Exercise: Find the integrals

①  $\int \frac{dx}{x^2+3x-4}$  ②  $\int \frac{x dx}{x^2-5x+6}$  ③  $\int \frac{11x+18}{2x^2+7x-4} dx$  ④  $\int \frac{dx}{(x-1)(x+2)(x-3)}$

⑤  $\int \frac{2x^2-9x-9}{x^3-9x} dx$  ⑥  $\int \frac{x^2+2}{x+2} dx$  ⑦  $\int \frac{3x^2-10}{x^2-4x+4} dx$  ⑧  $\int \frac{x^3}{x^2-3x+2} dx$

⑨  $\int \frac{x^5+2x^2+1}{x^3-x} dx$  ⑩  $\int \frac{2x^2+3}{x(x-1)^2} dx$  ⑪  $\int \frac{x^2+x-16}{(x+1)(x-3)^2} dx$

⑫  $\int \frac{2x^2-1}{(4x-1)(x^2+1)} dx$  ⑬  $\int \frac{x^3+3x^2+x+9}{(x^2+1)(x^2+3)} dx$  ⑭  $\int \frac{x^3-3x^2+2x-3}{x^2+1} dx$

⑯ تكامل الدوال التي تحتوي جذوراً

يمكن إيجاد تكامل الدوال التي تحتوي جذوراً كما هو موضح في الأمثلة  
الآتية:

Examples: Find the integrals

①  $\int \frac{dx}{2+2\sqrt{x}}$  <sup>نقضي</sup>  $\rightarrow$  Let  $u = \sqrt{x} \rightarrow x = u^2 \rightarrow dx = 2u du$  <sub>الجذر</sub>

$$\int \frac{dx}{2+2\sqrt{x}} = \int \frac{2u du}{2+2u} = \int \frac{u du}{u+1} = \int \frac{(u+1)-1}{u+1} du$$

$$= \int \frac{u+1}{u+1} du - \int \frac{1}{u+1} du = \int du - \int \frac{1}{u+1} du = u - \ln|u+1| + c$$

$$\int \frac{dx}{2+2\sqrt{x}} = \sqrt{x} - \ln|\sqrt{x}+1| + c$$

المضاعف المشترك الأصغر للعددين 3 و 2 هو 6 لذلك  
نقسم 6 أن 3 = 2 + 1

②  $\int \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt[3]{x}} dx$   
Let  $u = x^{\frac{1}{6}} \rightarrow x = u^6 \rightarrow dx = 6u^5 du$

$$\int \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt[3]{x}} dx = \int \frac{\sqrt{u^6}}{1+\sqrt[3]{u^6}} \cdot 6u^5 du = \int \frac{u^3 \cdot 6u^5 du}{1+u^2} = \int \frac{6u^8 du}{u^2+1}$$