② تكامل الدوال النسبية بالدوال المثلثية

اذا كانت الدالة المراد تكاملها نسبية بدوال مثلثية بسيطة اي $\sin x$ ، $\cos x$ ، $\tan x$ ، .... فانه بامكاننا تحويلها الى دالة نسبية جبرية بتبديل المتغير حسب الفرضية الاتية :-

$$\boxed{z = \tan\left(\frac{x}{2}\right)} \longrightarrow (1)$$

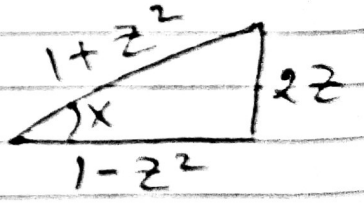
من خلال هذه الفرضية واستناداً الى المطابقة المثلثية

$$\tan x = \frac{2\tan\left(\frac{x}{2}\right)}{1-\tan^2\left(\frac{x}{2}\right)}$$ نحصل على :-

$$\boxed{\tan x = \frac{2z}{1-z^2}} \longrightarrow (2)$$

ولأجل التعبير عن $\sin x$ و $\cos x$ وبقية النسب المثلثية بسهولة نرسم المثلث القائم استناداً الى معادلة (2) فتكون النسب كالاتي :-

$$\boxed{\sin x = \frac{2z}{1+z^2}} \text{ and } \boxed{\cos x = \frac{1-z^2}{1+z^2}}$$



واخيراً نحصل على قيمة dx من المعادلة (1) والتي هي :-

$$\boxed{dx = \frac{2dz}{1+z^2}}$$

Examples: Find the integrals

$$(1)\int \frac{dx}{1-\sin x+\cos x} = \int \frac{\frac{2dz}{1+z^2}}{1-\frac{2z}{1+z^2}+\frac{1-z^2}{1+z^2}} = \int \frac{\frac{2dz}{(1+z^2)}}{\frac{1+z^2-2z+1-z^2}{(1+z^2)}}$$