التكامل كالآتي:-

$$\int \sin^n x \cos^m x\, dx = \int \sin^n x (1-\sin^2 x)^{\frac{m-1}{2}} \cos x\, dx$$

$$= \int u^n (1-u^2)^{\frac{m-1}{2}}\, du$$

ثم نجد التكامل باستخدام قوانين التكامل السابقة وكما هو موضح في الأمثلة الآتية

Examples: Find the integrals

a) $\int \sin^{\frac{2}{5}} x \cos^3 x\, dx$ b) $\int \cos^5 x\, dx$ c) $\int \sin^4 x \cos^5 x\, dx$

Solution

a) $\int \sin^{\frac{2}{5}} x \cos^3 x\, dx$ ⟶ $n=\frac{2}{5}$ and $m=3$ (odd (فردي))

$$\therefore \int \sin^{\frac{2}{5}} x \cos^3 x\, dx = \int \sin^{\frac{2}{5}} x \cos^2 x \cos x\, dx$$

$$= \int \sin^{\frac{2}{5}} x (1-\sin^2 x) \cos x\, dx$$

Let $u = \sin x$ ⟶ $du = \cos x\, dx$

$$\therefore \int \sin^{\frac{2}{5}} x \cos^3 x\, dx = \int u^{\frac{2}{5}} (1-u^2)\, du = \int (u^{\frac{2}{5}} - u^{\frac{12}{5}})\, du$$

$$= \frac{5}{7} u^{\frac{7}{5}} - \frac{5}{17} u^{\frac{17}{5}} + C$$

$$\therefore \int \sin^{\frac{2}{5}} x \cos^3 x\, dx = \frac{5}{7} \sin^{\frac{7}{5}} x - \frac{5}{17} \sin^{\frac{17}{5}} x + C$$

③ اذا كان n و m عددين صحيحين زوجين موجبين في هذه الحالة نستخدم المتطابقتين الآتيتين:-

① $\sin^2 x = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2x$ ② $\cos^2 x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2x$

والتي تسمى بقانون ضعف الزاوية وكما هو موضح في الأمثلة الآتية

Examples: Find the integral

① a) $\int \sin^2 x\, dx$ b) $\int \cos^2 x\, dx$ c) $\int \sin^4 x\, dx$ d) $\int \cos^4 x\, dx$