طرق التكامل (Methods of Integration)

① التكامل بالتجزئة (Integration by parts)

هذه الطريقة مبنية على قاعدة مشتقة حاصل ضرب دالتين

$$d(uv) = u\,dv + v\,du$$

حيث إن u و v والآن لـ x قابلتان للاشتقاق. بتكامل طرفي هذه المعادلة مع ملاحظة $\int d(uv) = uv$ نحصل على قانون التكامل بالتجزئة.

$$\boxed{\int u\,dv = uv - \int v\,du}$$

هذا القانون يعبر عن التكامل $\int u\,dv$ بدلالة التكامل الآخر $\int v\,du$ الذي يفترض أن يكون أبسط صيغة من التكامل الأول. تستخدم هذه الطريقة في تكامل بعض الدوال بالاختيار المناسب لـ u و dv بحيث إنه لو أخذت مشتقة u وتكامل dv كان تكامل $\int v\,du$ أبسط من التكامل الأصلي $\int u\,dv$.

ملاحظات

① عند استخدام طريقة التجزئة الدالة التي نتطلب تكاملها نفرضها dv والأخرى نفرضها u.

② لإيجاد تكامل $\int p(x)\,q(x)\,dx$ حيث إن $p(x)$ متعددة حدود و $q(x)$ دالة يمكن تكاملها عدة مرات فالأنسب نفرضها u هي $p(x)$ والتي نفرضها dv هي $q(x)$ (والعكس غير صحيح) في هذه الحالة فقط يمكن أيضاً استخدام الطريقة الجدولية بالإضافة إلى طريقة التجزئة

③ تستخدم طريقة التجزئة في تكامل الدوال المثلثية العكسية.

Examples Find the integrals

① $\int x \ln x\,dx$

$u = \ln x$ $\qquad dv = x\,dx$

$du = \frac{1}{x}\,dx$ $\qquad v = \int dv = \int x\,dx = \frac{x^2}{2}$