الكهربائية والمغناطيسية

الاستاذ خضير عباس

Electricity and Magnetism

الفصل الثاني والثالث

الفصل الثاني والثالث

المجال الكهربائي The Electric Field

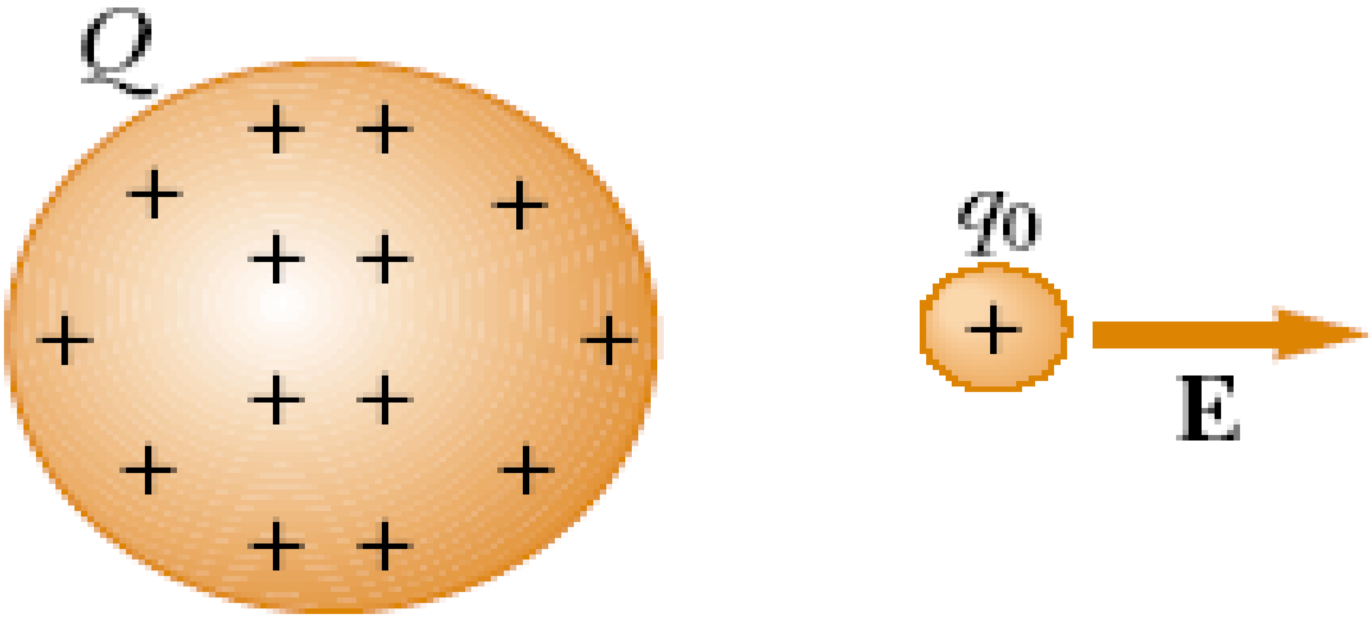
ايجاد شدة المجال الكهربائي باستخدام شحنه اختبارية .

يعرف شدة المجال الكهربائي E في نقطة ما بأنه :القوة المؤثره لوحدة الشحنة على شحنة الاختبار الموضوعة عند هذة النقطة.

$$E = \frac{F}{q_o}$$

إذ تمثل E شدة المجال الكهربائي ووحدة شدة المجال الكهربائي N/coul، وF القوة (Force) التي يؤثر بها على شحنة اختبار (Test Charge) موجبة قيمتها q_o موضوعة في تلك النقطة ومن خصائص شحنة الاختبار أنها موجبة وصغيرة جداً ولا تؤثر على المجال الاصلي.

لحساب شدة المجال الكهربائي E لشحنة نقطية معزولة Q عند نقطة ما كما في الشكل (1) بأستخدام شحنه اختبار

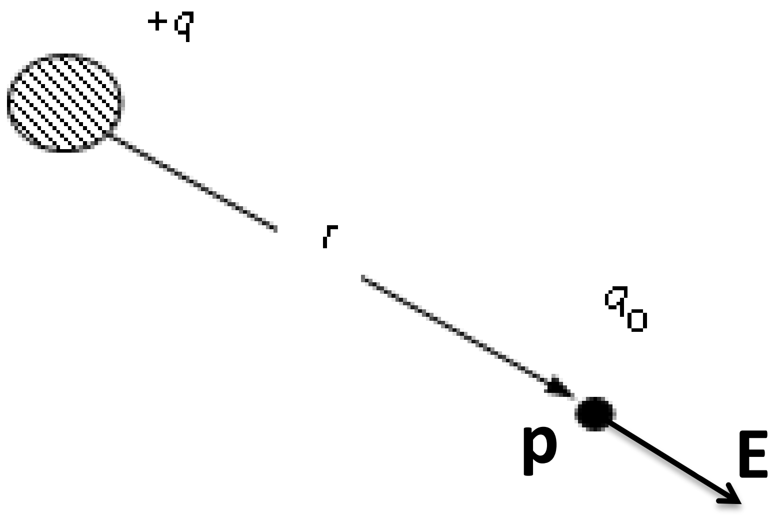


الشكل (1) المجال الكهربائي المؤثر على شحنة اختبار

1. ايجاد المجال الكهربائي E الناتج عن شحنة نقطية مقدارها q ، عند نقطة مثل p تبعد عن الشحنة مسافة r، كما في الشكل (2).

$$F = K\frac{q\,q_o}{r^2}$$

$$E = \frac{F}{q_o} = K\frac{q}{r^2}$$



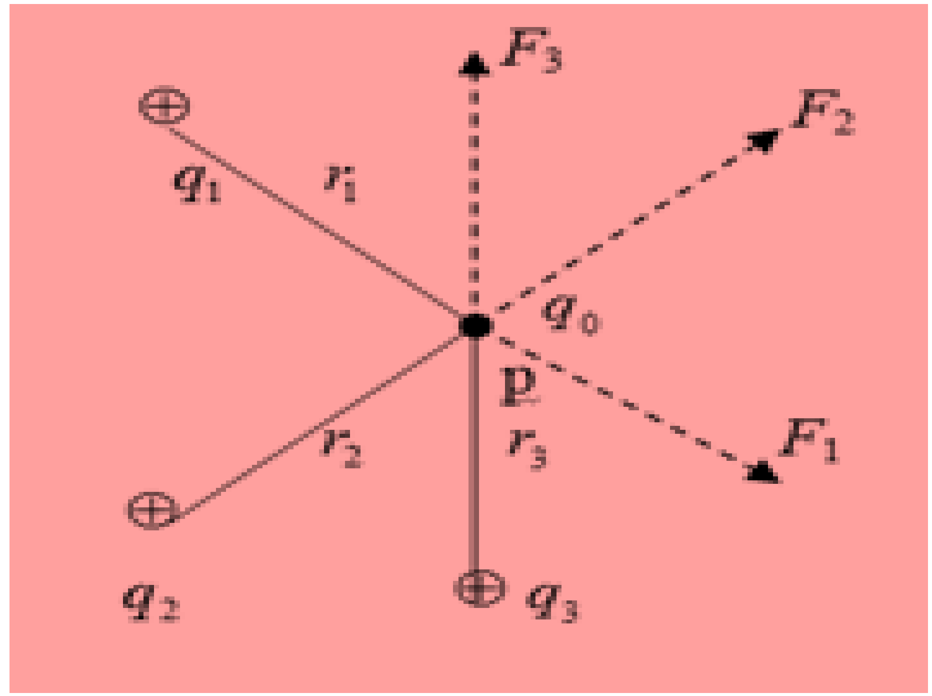
الشكل (2): شحنة نقطية تبعد عن شحنة اختبار q_o مسافة r

2. استعمال قانون كولوم لحساب شدة المجال الكهربائي لمجموعة من الشحنات النقطية كما في الشكل (3) .

$$F_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_0}{r_1^2}$$

$$F_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2 q_0}{r_2^2}$$

$$F_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_3 q_0}{r_3^2}$$



الشكل (3): اتجاه القوى الكهربائية المؤثرة عن مجموعة الشحنات النقطية

$$\therefore \mathrm{F} = \mathrm{F}_1 + \mathrm{F}_1 + \mathrm{F}_1 + \ldots = \sum_{\mathrm{i}} \mathrm{F}$$

$$E = \frac{F}{q_0}$$

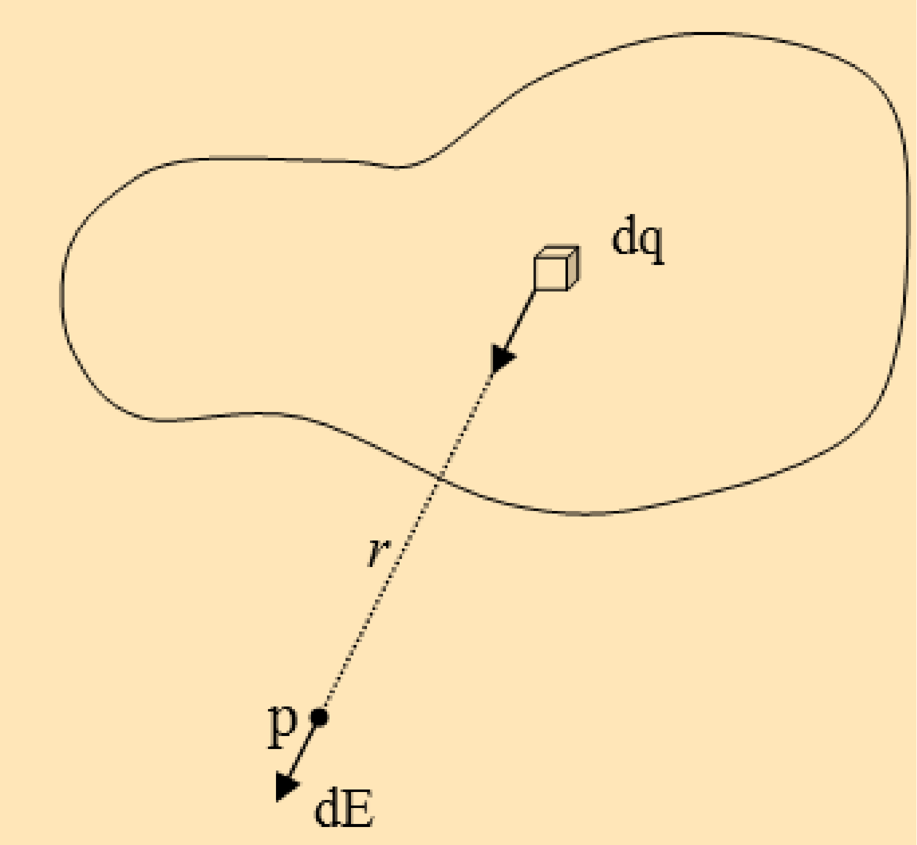
$$\therefore E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\left(\frac{q_1}{r_1^2} + \frac{q_2}{r_2^2} + \frac{q_3}{r_3^2} + \ldots\right)$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\sum_i \frac{q_i}{r_i^2}$$

إذ ان المعامل i يشير إلى الشحنات النقطية المؤثرة على النقطة p.

3. شدة المجال الكهربائي الناشئ عن توزيع متصل للشحنة

تقسَّم الشحنة إلى عدد كبير من العناصر الصغيرة، كل منها يدعى **dq** من الشحنة، كما مبين في الشكل .



تحسب شدة المجال الكهربائي dE الناشئ عن كل عناصر للشحنة dq في النقطة p.

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}$$

تحسب شدة المجال الكهربائي الكلية عند **p** الناشئ عن جميع عناصر الشحنة ذات التوزيع المستمر وذلك بجمع إسهامات كل العناصر على الموصل .

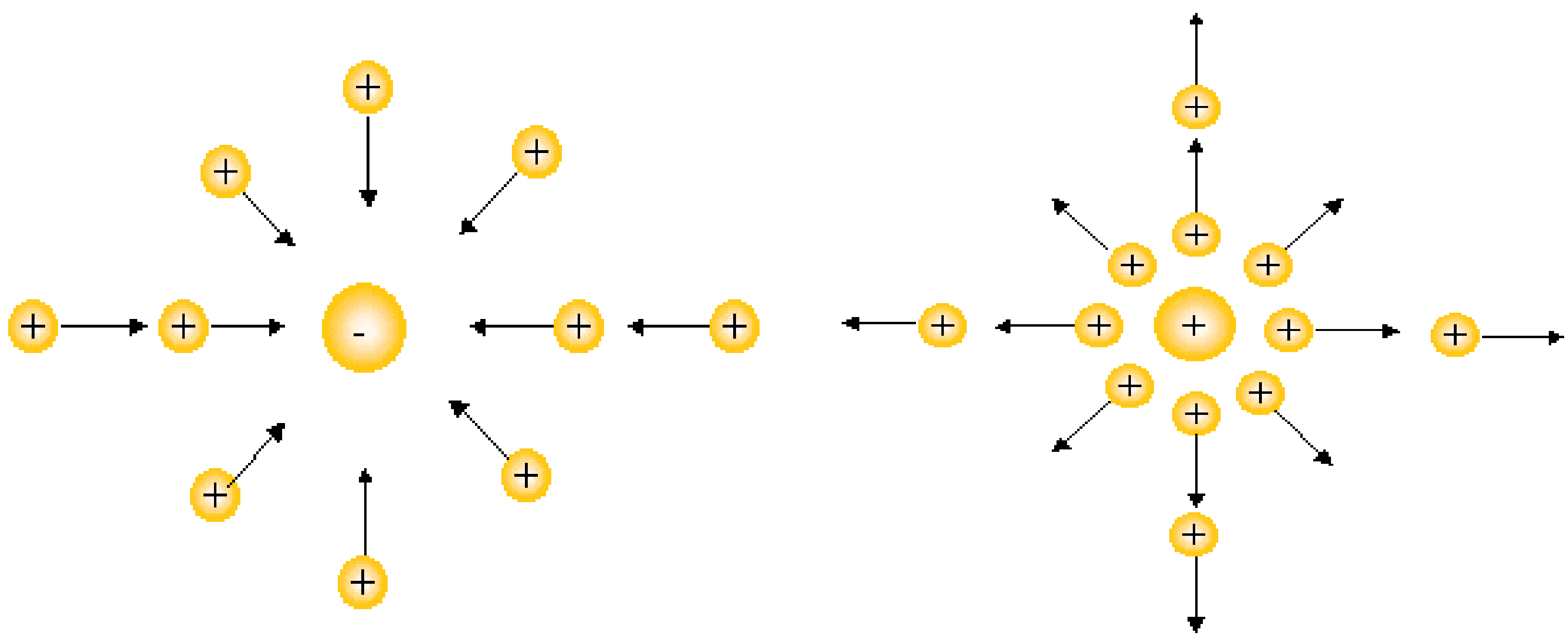
$$E \cong \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \sum_i \frac{dq_i}{r_i^2}$$

عندئذ يتحول الجمع إلى تكامل

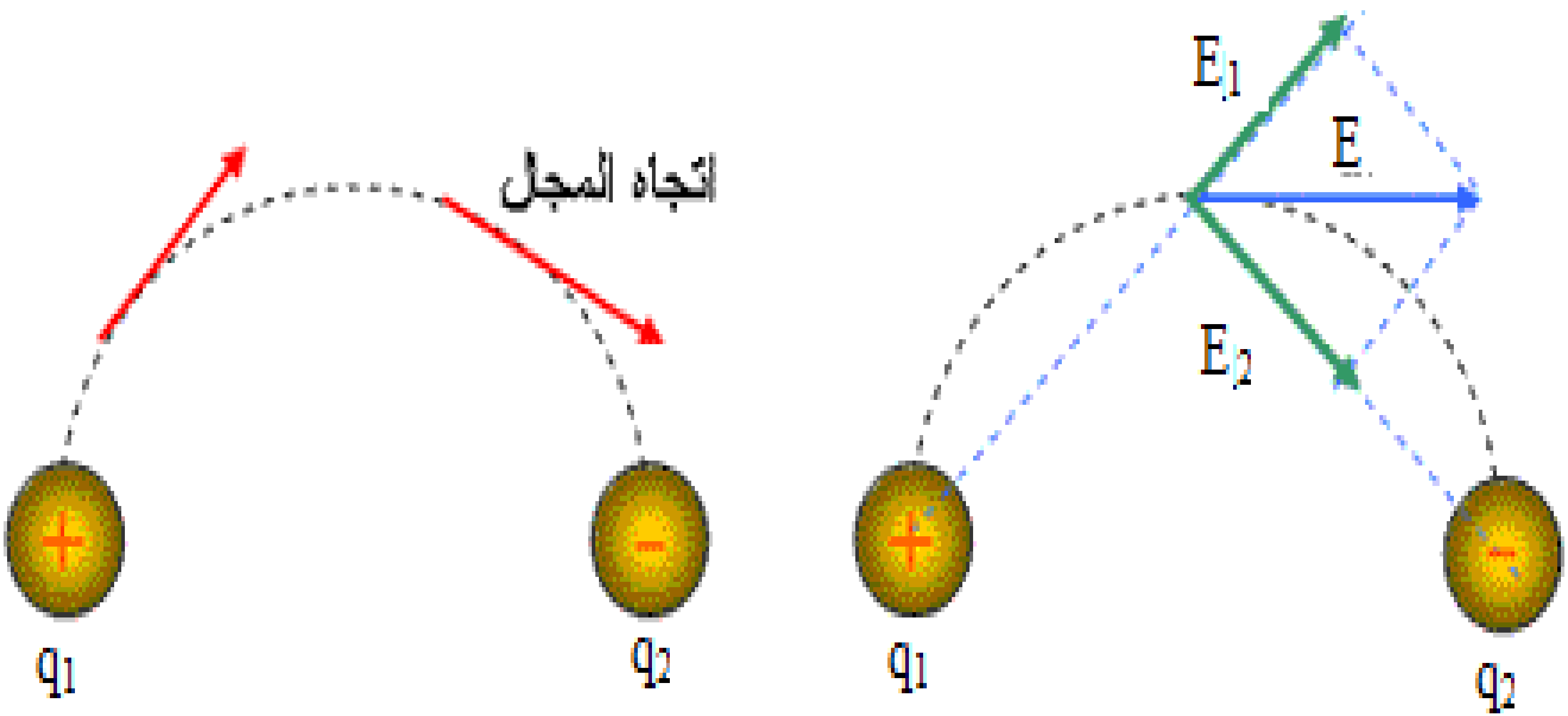
$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{dq}{r^2}$$

خطوط المجال الكهربائي

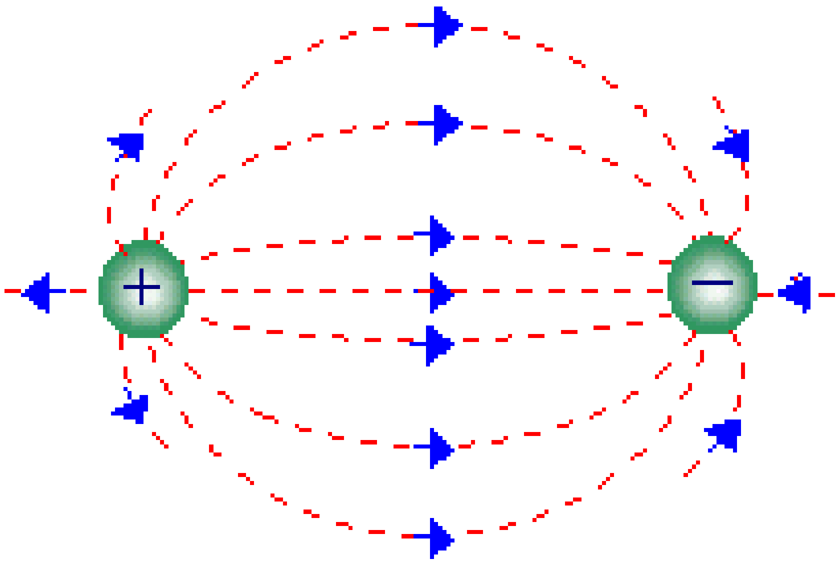
يمكن تمثيل المجال الكهربائي بيانيا لشحنة أو عدد من الشحنات بخطوط وهمية تسمى خطوط المجال الكهربائي . تبتعد خطوط المجال عن الشحنة الموجبة وتتجه نحو الشحنة السالبة. كما في الشكل



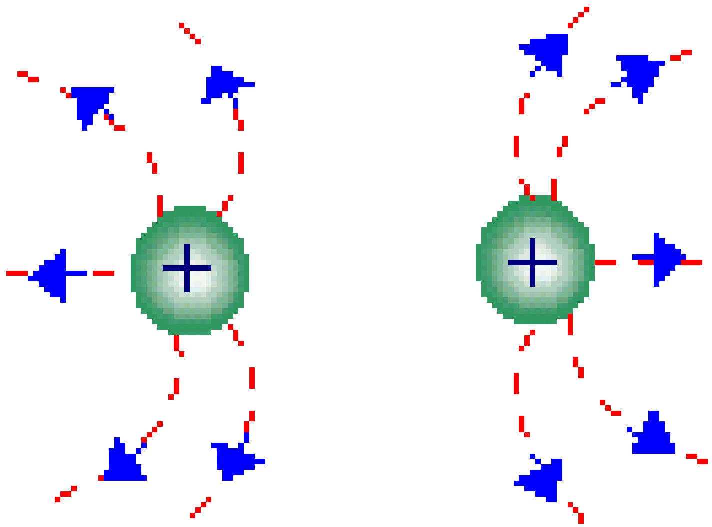
وحدة الشحنات الموجبة ترسم مساراً في المجال، كما في الشكل



الاشكال تمثل خطوط المجال لعدد من الحالات

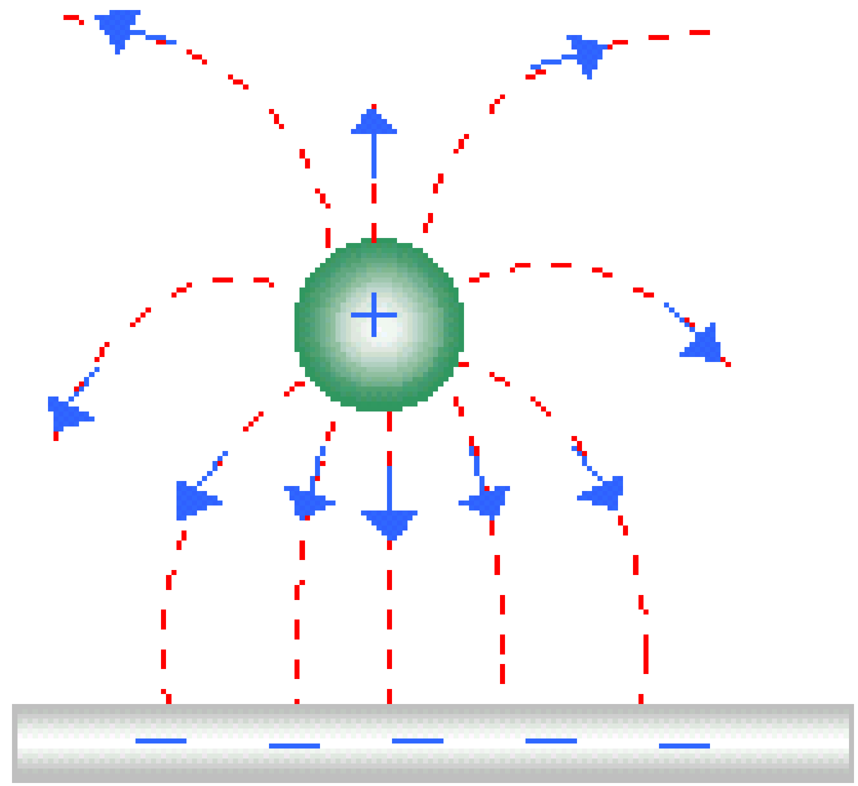


شحنتين مختلفتين

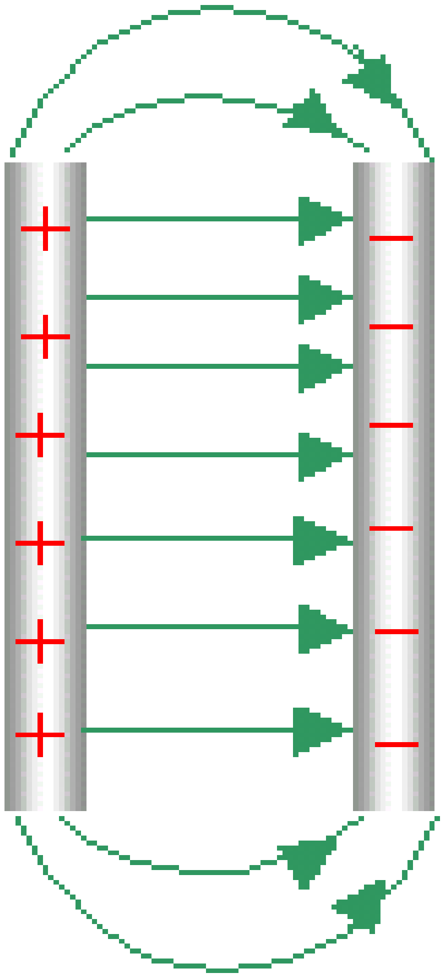


شحنتين متشابهتين

شحنة نقطية وصفيحة مستوية



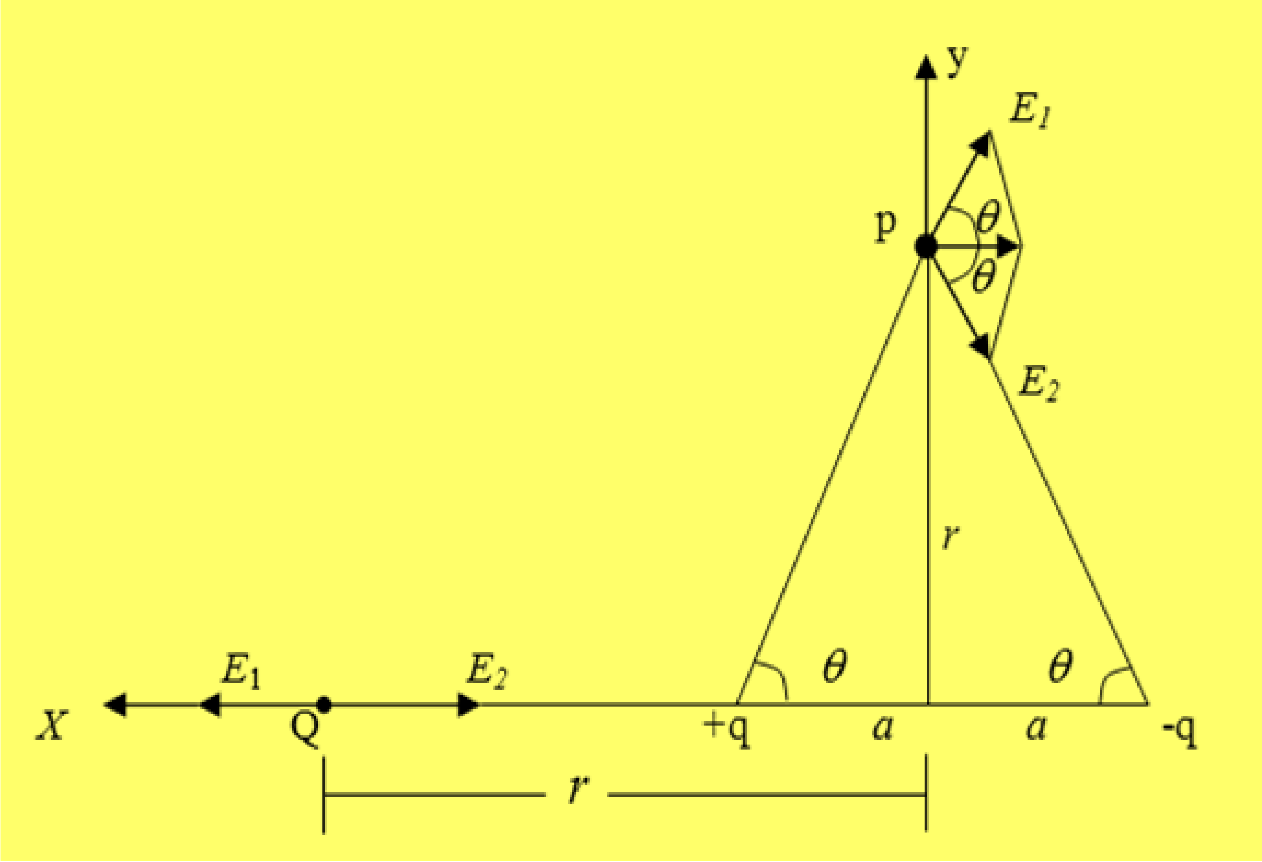
متسعة مستوٍ مشحون



تطبيقات عن كيفية حساب شدة المجال الكهربائي باستخدام شحنة اختبار

1- مجال ثنائي القطب الكهربائي The Field of Electric Dipole

يتكون ثنائي القطب الكهربائي Electric Dipole من شحنة موجبة +q وأخرى سالبة –q متساوية في المقدار تفصلهما مسافة صغيرة، كما في الشكل



(a) ان المجال الكهربائي الناشئ عن الشحنتين +q و -q عند النقطة p الواقعة على العمود المنصف لمحور ثنائي القطب.

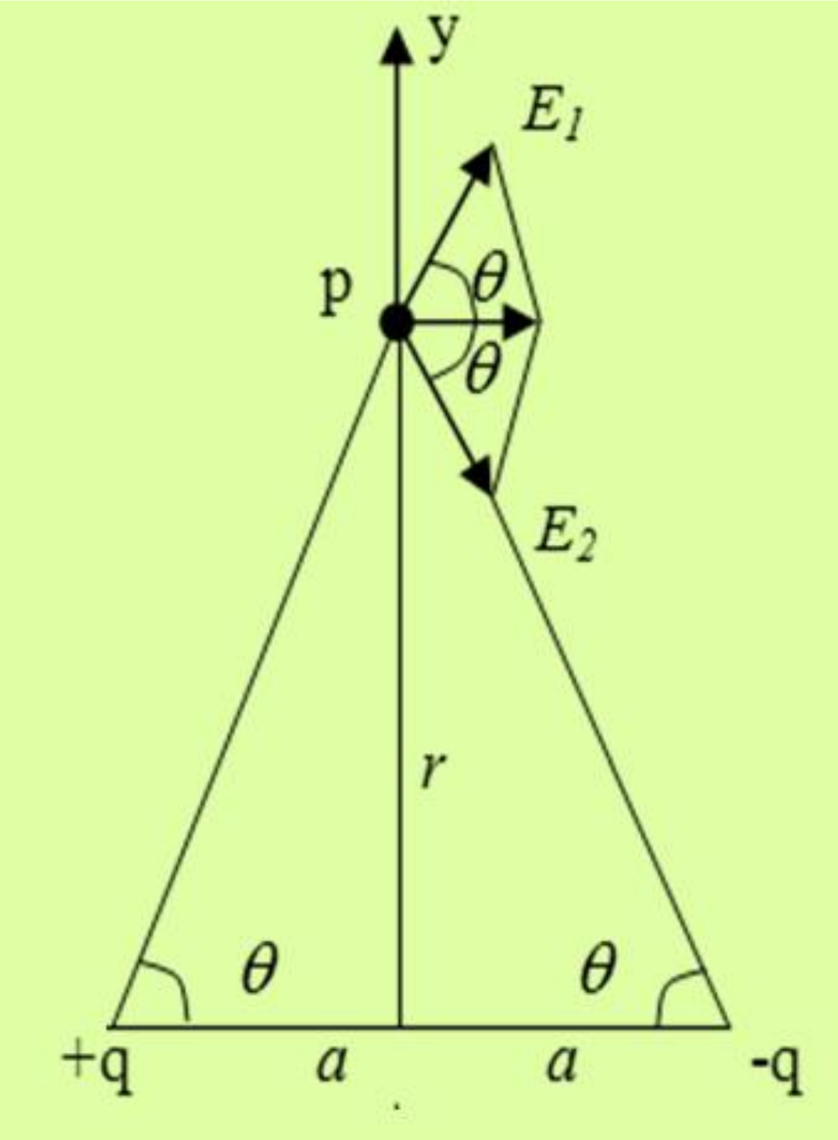
$$E_1 = E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2 + a^2}$$

$$E = E_1 + E_2$$

$$E = E_1\cos\theta + E_2\cos\theta = 2E_1\cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{a}{\sqrt{r^2 + a^2}}$$

$$E = 2\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2 + a^2}\frac{a}{(r^2 + a^2)^{1/2}}$$



$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2qa}{(r^2 + a^2)^{3/2}}$$

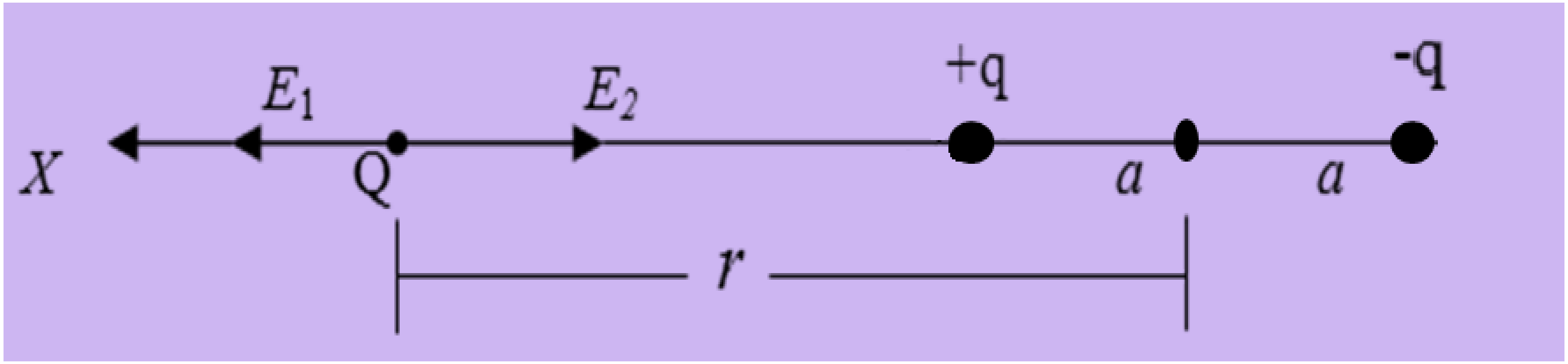
وبما أن r >>a لذا تهمل a^2 بالنسبة للمقدار r^2، فان:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2qa}{r^3}$$

إذ ان p=2qa تعني العزم الكهربائي لثنائي القطب وهو كمية متجهة، اتجاهها من الشحنة السالبة إلى الشحنة الموجبة.

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p}{r^3}$$

(b) يمكن إيجاد شدة المجال عند النقطة Q الواقعة على امتـــداد ثنـــائي القطب .



$$E_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{(r-a)^2}$$

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{-q}{(r+a)^2}$$

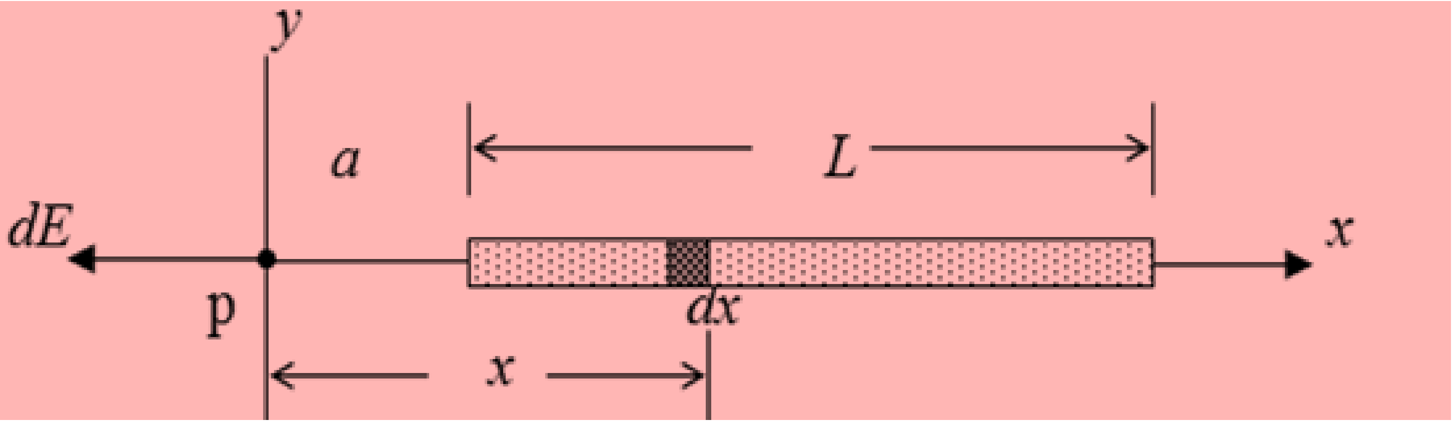
$$E = E_1 - E_2$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q}{(r-a)^2} - \frac{q}{(r+a)^2}\right] = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{4ra}{(r^2-a^2)^2}\right]$$

عندما r>>a يمكن اهمال a^2 لذا فان المعادلة تصبح

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{4aq}{r^3} \rightarrow E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{2p}{r^3}$$

2- إيجاد شدة المجال الكهربائي عند النقطة p الواقعة على مسافة a من إحدى نهايتي السلك.



المجال الكهربائي dE الناشئ عن عنصر الطول dx عند p هو باتجاه محور x السالب

$$dq = \lambda\, dx$$

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{dq}{x^2}$$

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\lambda dx}{x^2}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\lambda dx}{x^2}$$

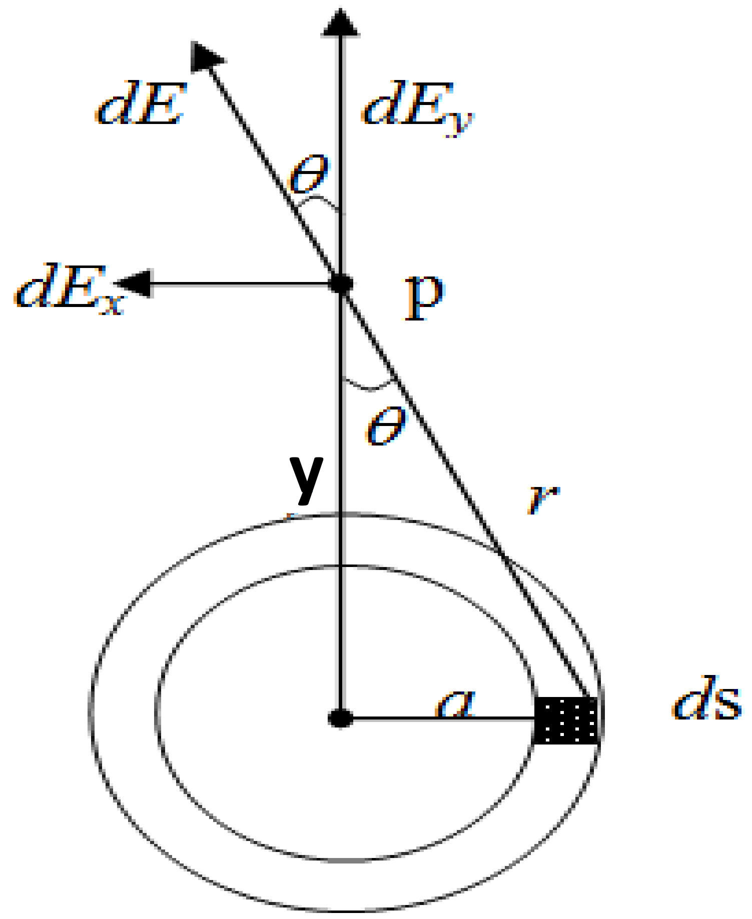
وفقاً للحالة الحالية تؤخذ حدود التكامل في المعادلة أعلاه بين L+a وa فيكون:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\lambda\int_a^{L+a}\frac{dx}{x^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\lambda\left[-\frac{1}{x}\right]_a^{L+a}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\lambda\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{L+a}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\lambda\left(\frac{L+a-a}{a(L+a)}\right)$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\lambda\frac{L}{a(L+a)} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{a(L+a)}$$

3- المجال الكهربائي الناشئ عن حلقة مشحونة نصف قطرها a تحمل شحنة موجبة مقدارها q موزعة بصورة متجانسة ،احسب شدة المجال عند النقطة p الواقعة على محور الحلقة وعلى مسافة y من مركزها.



نـفرض أن الشحنة q مقسّمة إلى عنـاصر صغيرة dq على امتداد الطول كل منـها ds وتساوي:

$$dq = \frac{q}{2\pi a} ds$$

وان شـدة المـجال dE النـاشئ عن عنصر الطول ds عند النقطة p يكون باتجاه محـور y الموجب

$$E = E_y = dE_y = \int dE \cos\theta$$

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{dq}{r^2}$$

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{qds}{2\pi ar^2}$$

$$\cos\theta = \frac{y}{r}$$

وباستعمال نظرية فيثاغورس للمثلّث القائم الزاوية نجد أن:

$$r = (y^2 + a^2)^{1/2}$$

$$\therefore r^3 = (y^2 + a^2)^{3/2}$$

$$\int ds = s = 2\pi a$$

$$E = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{qds}{2\pi ar^2}\frac{y}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{qy}{2\pi ar^3}\int ds$$

وبالتعويض عن r^3 وناتج تكامل

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{qy}{(a^2 + y^2)^{3/2}}$$

١. ان شدة المجال الكهربائي في مركز الحلقة يساوي صفراً.

٢. عندما تكون النقطة p بعيدة جداً عن مركز الحلقة أي $y >> a$ يمكن إهمال a^2 مقارنةً بـ y^2 وتصبح شدة المجال الكهربائي

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{q}{y^2}$$

أن هذه المعادلة تظهر وكأنها كما لو كانت شحنة نقطية.

فيض المجال الكهربائي
Flux of the Electric Field

بأنه العدد الكلي لخطوط المجال الكهربائي التي تقطع وحدة مساحات هذا السطح باتجاه عمودي عليه . ويرمز للفيض Φ بينما للمساحة S.

المجال المنتظم

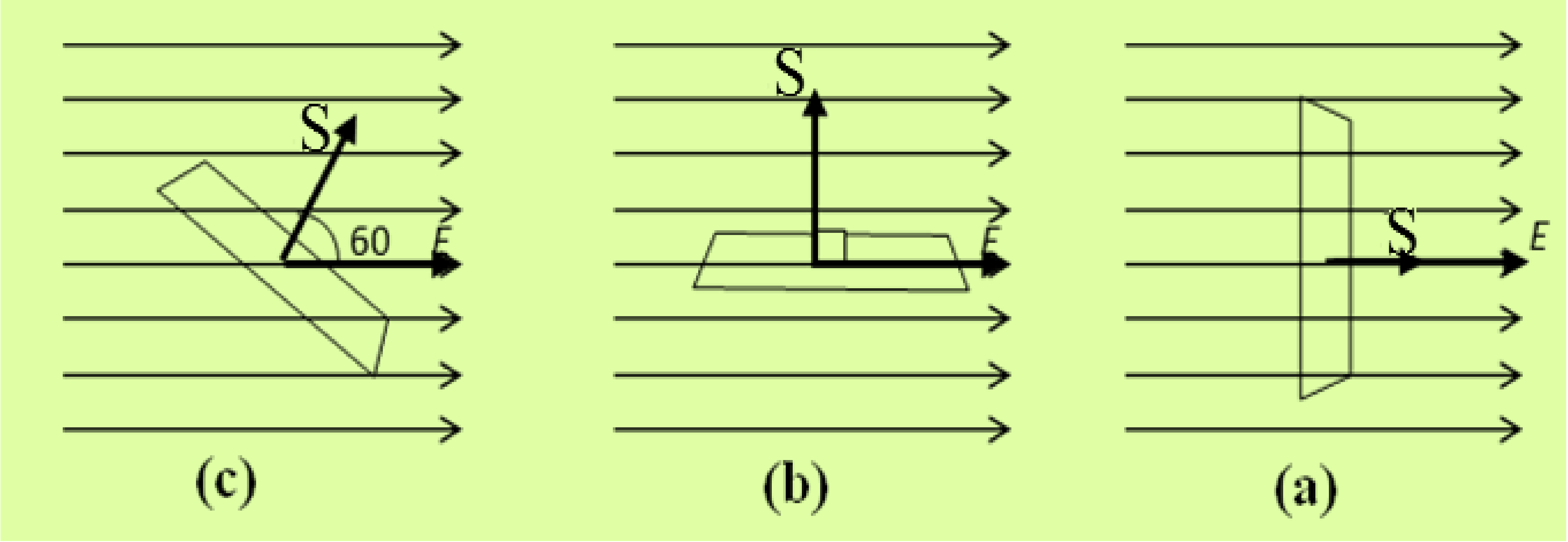
1. عندما يخترق مجال كهربائي منتظم E سطحاً مستوياً مساحته S باتجاه عمودي عليه، أي E و S متوازيان لأن كل منهما عمودي على السطح، فإن فيض المجال الكهربائي Φ_E من السطح .

$$\Phi_E = E\,S$$

2. إذا كان المجال E يصنع زاوية، θ مثلاً، مع متجه المساحة S. فان الفيض يعطى :

$$\Phi_E = ES\cos\theta = \vec{E}.\vec{S}$$

(سؤال): مجال كهربائي E، يقطع سطحاً مستوياً مساحته S، كما في الشكل ،أوجد فيض المجال الكهربائي من السطح في الحالات c, b, a.



الحـل: الحالة (a)، فإن الزاوية بين اتجاهي المجال E والسطح Sيساوي صفراً فإن:

$$\Phi_{E} = ES\cos 0^{\circ} = ES$$

وفي الحالة (b)، نجد أن الزاوية هنا تساوي 90°، وبالتالي يكون:

$$\Phi_{E} = ES\cos 90^{\circ} = 0$$

في الحالة (c)، فأن الزاوية بين S, E تساوي 60°، ومن ثم فإن الفيض يكون:

$$\Phi_{E} = ES\cos 60^{\circ} = \frac{1}{2}ES$$

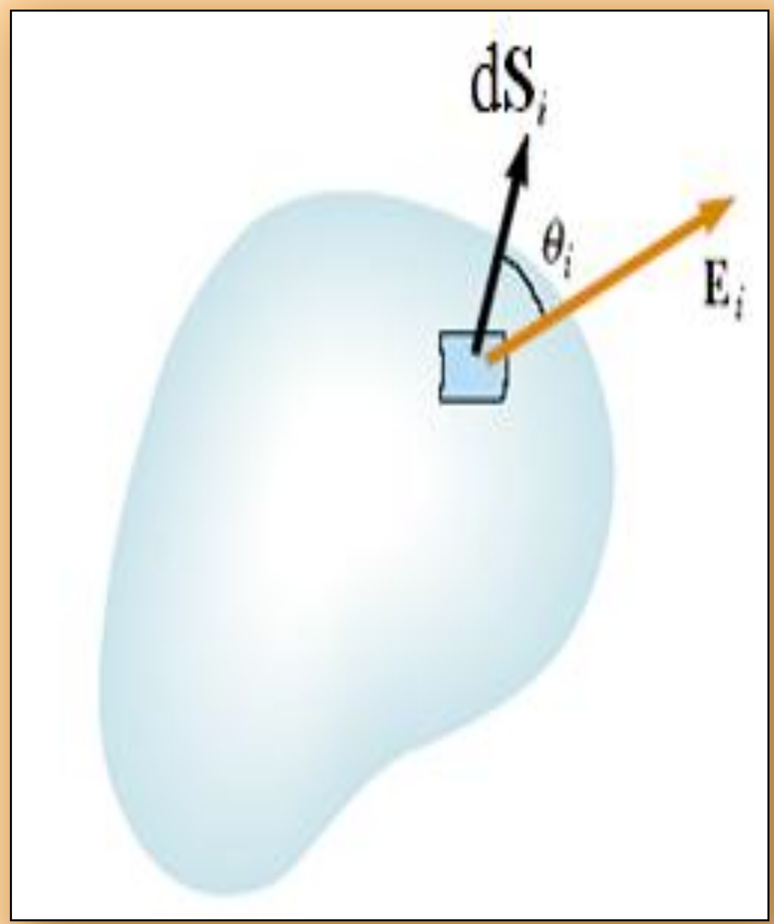
١. يكون الفيض أكبر ما يمكن عندما تكون خطوط المجال عمودية على السطح

٢. ويكون الفيض أقل ما يمكن (صفراً) عندما تكون الخطوط موازية للسطح أو مماسة له

المجال غير منتظم

حساب الفيض في الحالة العامة لمجال غير منتظم يتدفق من سطح غير مستو، كما في الشكل

في هذه الحالة، نجزئ السطح إلى عدد كبير جداً من الأجزاء، مساحة كل منها $d\vec{S}$.



فيض المجال الكهربائي $d\Phi_E$، يعطى بالمعادلة:

$$d\Phi_E = \vec{E}.d\vec{S} = E\, dS \cos\theta$$

ويمكن حساب الفيض الكلي للمجال من السطح S بإجراء عملية تكامل للمعادلة فتصبح معادلة الفيض على النحو الاتي:

$$\Phi_E = \int \vec{E}.d\vec{S}$$

ولحساب عدد خطوط الفيض العمودية $d\Phi$ التي تقطع المساحة $d\vec{S}$ من سطح غلاف كروي نصف قطرة r وتقع في مركزه شحنة موجبة، كما بالشكل :

$$d\Phi = E\ dS$$

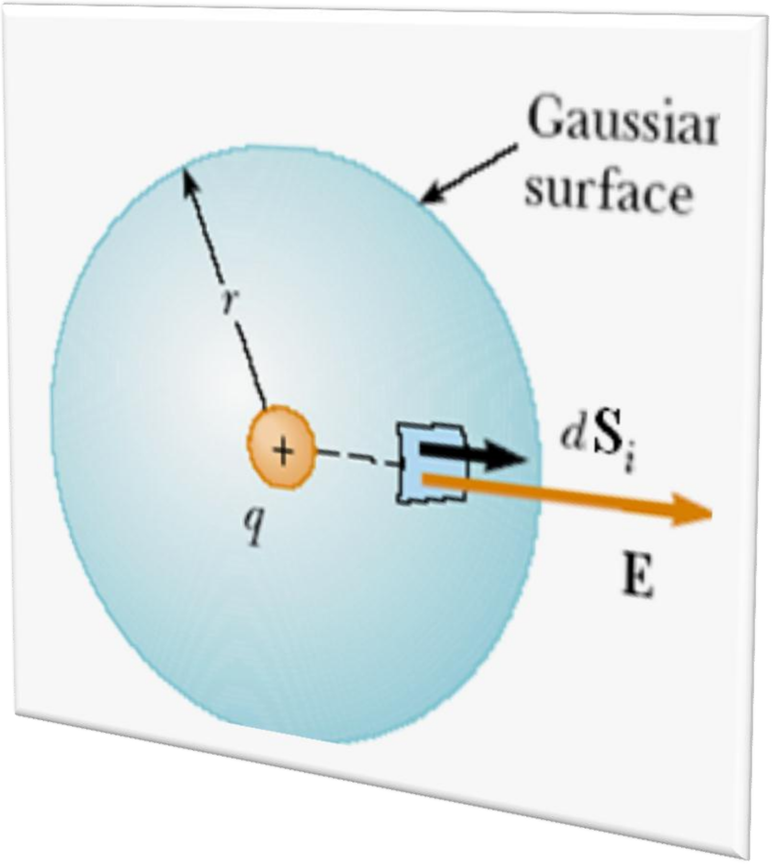
$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\ \frac{q}{r^2}$$

$$\therefore \quad d\Phi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\ \frac{q}{r^2}\ dS$$

$$\Phi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\ \frac{q}{r^2}\int_0^{4\pi r^2} dS$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\ \frac{q}{r^2}\ \times\ 4\pi r^2$$

$$= \frac{q}{\varepsilon_o}$$



عدد خطوط القوى لا يعتمد على نصف قطر الكرة

ايجاد شدة المجال الكهربائي بأستخدام قانون كاوس Gauss's Law

ويمكن تلخيص مضمون قانون كاوس على أنه إذا تعرض أي سطح مغلق لمجال كهربائي فإن عدد خطوط القوى التي تنفذ منه إلى الخارج تساوى المجموع الجبري للشحنات المحصورة داخل هذا السطح مضروبا في $1/\varepsilon_o$.

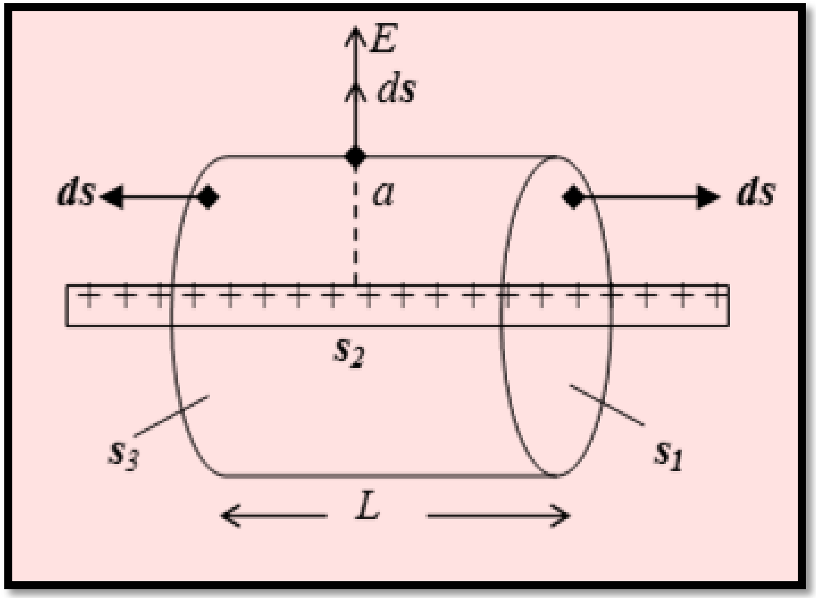
$$\oint_S E \ \cos\theta \, dS = \frac{q}{\varepsilon_o}$$

الشروط التي يجب مراعاتها عند اختيار كاوس

١. أن يمر السطح المغلق بالنقطة المراد حساب شدة المجال عندها.
٢. أن يكون السطح المغلق متلائما مع توزيع الشحنات.
٣. أن تسقط خطوط القوة عمودية أو موازية أو تصنع زاوية يسهل حسابها.
٤. أن تكون شدة المجال ثابتة على أجزاء السطح المختلفة.

تطبيقات على قانون كاوس
Applications of Gauss's Law

1) المجال الناشئ عن سلك عازل طوله غير محدود مشحون



يبين الشكل المجال الناشئ عن سلك عازل طوله غير محدود يحمل شحنة q موزعة بصورة متجانسة بكثافة خطية λعند نقطة تبعد a عن الشحنة.

نختار سطحاً كاوسياً مناسباً لهذه الحالة عبارة عن سطح اسطواني دائري مغلق نصف قطره a وطوله L

ثم نقسّمهُ إلى ثلاثة أقسام وهي s_1و s_2 وs_3

$$\oint_S E\ \cos\theta\ dS = \frac{q_{tot}}{\varepsilon_o}$$

$$\int_{s_1} E\cos\theta ds + \int_{s_2} E\cos\theta ds + \int_{s_3} E\cos\theta ds = \frac{q_{tot}}{\varepsilon_0}$$

$$\int_{s_1} E\cos 90 ds + \int_{s_2} E\cos 0 ds + \int_{s_3} E\cos 90 ds = \frac{q_{tot}}{\varepsilon_0}$$

$$E\int_{s_2} ds = \frac{q_{tot}}{\varepsilon_0}$$

$$E.S = \frac{q_{tot}}{\varepsilon_o}$$

إذ ان S سطح كاوس الافتراضي. وهي هنا تمثل المساحة الجانبية للاسطوانه وتساوي محيط القاعدة (الدائرة) في الارتفاع .

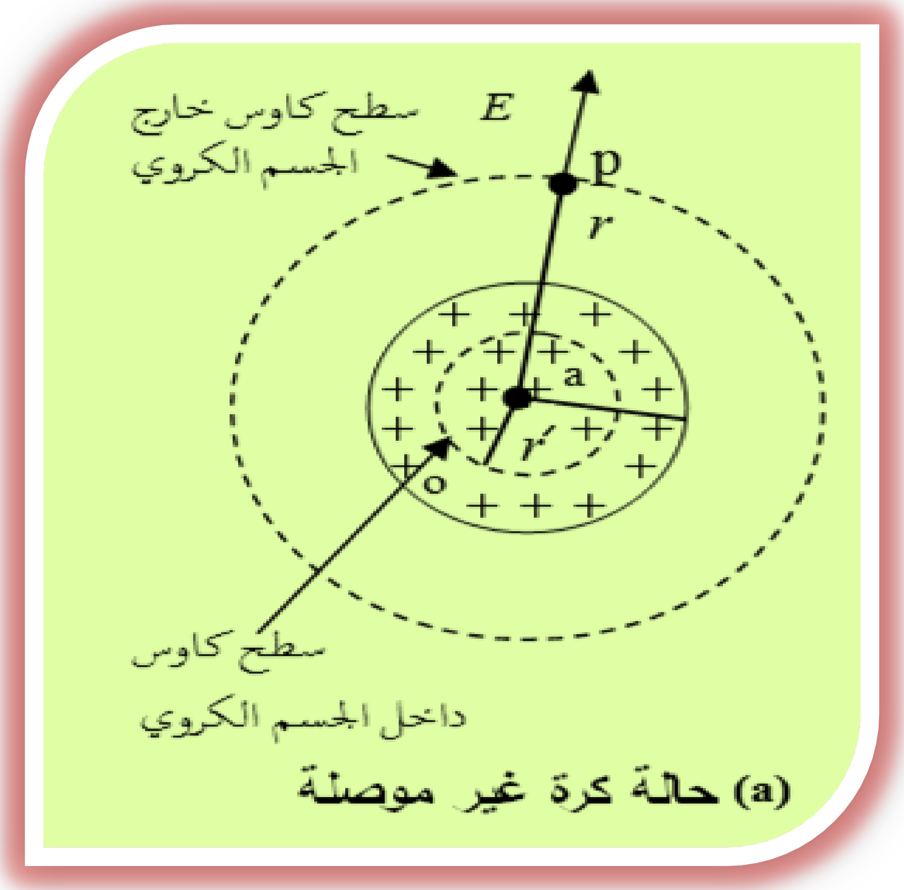
$$\therefore E2\pi aL = \frac{q_{tot}}{\varepsilon_o}$$

$$q_{tot} = \lambda L$$

$$2\pi aLE = \frac{\lambda L}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore E = \frac{\lambda}{2\pi a\varepsilon_o}$$

2) المجال الناشئ عن جسم كروي .



A. غير موصل ومشحون

يبين الشكل جسماً كروياً غير موصل نصف قطره a ويحمل شحنة موجبة موزعة بصورة متجانسة. والمطلوب إيجاد شدة المجال الكهربائي الناشئ عن الجسم الكروي في نقطة p تقع على مسافة r خارج الكره.

إن أفضل سطح كاوسي نختاره هو كرة نصف قطرها r بحيث تكون نقطة p المراد إيجاد شدة المجال الكهربائي عندها واقعة على هذا السطح.

a - المجال خارج الكرة غير الموصلة:

$$\oint_s E\cos\theta ds = \frac{q_{tot}}{\varepsilon_0}$$

الزاوية θ وهي الزاوية المحصورة بين اتجاه E والعمود المقام على السطح نحو الخارج تساوي صفراً، عندئذ:

$$E\oint_s ds = \frac{q_{tot}}{\varepsilon_0}$$

$$ES = \frac{q_{tot}}{\varepsilon_0}$$

$$S = 4\pi r^2$$

$$\therefore E4\pi r^2 = \frac{q_{tot}}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_{tot}}{r^2}$$

نستنتج أن شدة المجال الكهربائي في نقاط تقع خارج كرة مشحونة (غير موصلة) هي ذاتها كما لو كانت الشحنة متجمعة في مركز الكرة.

b- المجال داخل الكرة غير الموصلة:

ناخذ هنا فقط الشحنه الموجودة داخل سطح كاوس

$$q_{tot} = \left(\frac{q}{\frac{4}{3}\pi a^3} \right) \left(\frac{4}{3}\pi r'^3 \right) = q\left(\frac{r'^3}{a^3} \right)$$

$$ES = \frac{q}{\varepsilon_o} \left(\frac{r'^3}{a^3} \right)$$

$$E(4\pi r'^2) = \frac{q}{\varepsilon_o} \frac{r'^3}{a^3}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{qr'}{a^3}$$

نستنتج من هذه المعادلة أن مقدار E

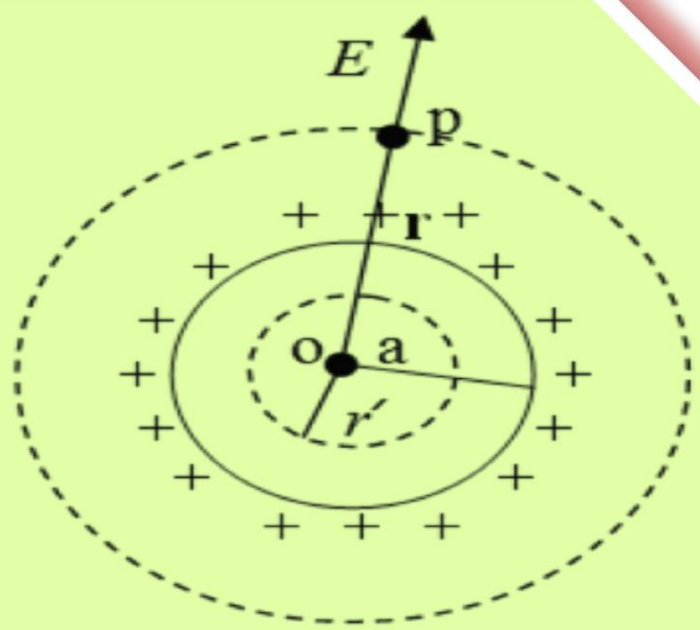
1. في مركز الشحنة الكروية (الحالة $r^{/}$=0) يساوي صفراً.

2. اما مقدار E على سطح الشحنة الكروية (الحالة $r^{/}$=a) هي:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_{o}}\frac{q}{a^{2}}$$

B . موصل ومشحون

الشكل جسماً كروياً موصل نصف قطره a ويحمل شحنة موجبة مستقره على سطحة الخارجي .
والمطلوب إيجاد شدة المجال الكهربائي الناشئ عن الجسم الكروي في نقطة p تقع على مسافة r خارج الكره.



(b) حالة كرة موصلة

إن أفضل سطح كاوسي نختاره هو كرة نصف قطرها r بحيث تكون نقطة p المراد إيجاد شدة المجال الكهربائي عندها واقعة على هذا السطح.

a- المجال خارج الكرة الموصلة: (نفس خطوات الحل في حالة الكره غير موصله).

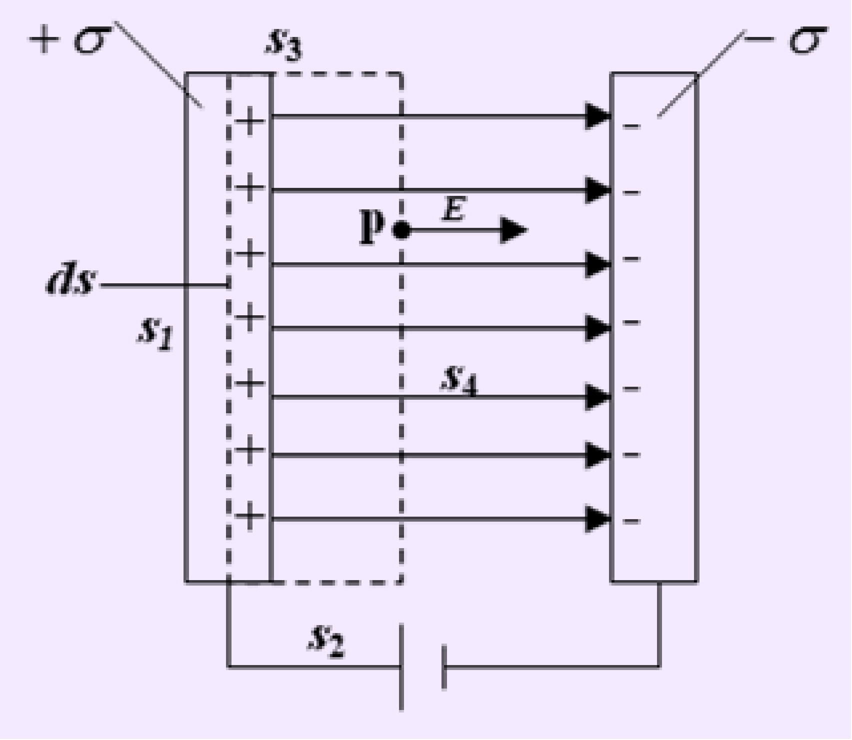
المجال خارج كرة موصلة مشحونة يعطى بالمعادلة طالما إن الشحنة كلها تبقى داخل سطح كاوس أيضاً وان E عمودي على كل نقطة من نقاط سطح كاوس بسبب التناظر الشعاعي للمجال الذي يجعل θ تساوي صفراً.

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_{tot}}{r^2}$$

b- المجال داخل الكرة الموصلة: (في حالة الكهربائية الساكنة)

إن شدة المجال الكهربائي E في نقطة واقعة داخل الكرة تساوي صفراً.

3. المجال الكهربائي E بين صفيحتين موصلتين متوازيتين ومشحونتين .



استعمل قانون كاوس لإثبات أن شدة المجال الكهربائي في أية نقطة مثل p بين لوحين متوازيين مشحونين بشحنتين متساويتين في المقدار ومختلفتين في الإشارة المسافة بينهما صغيرة بالمقارنة مع بعديهما .

إن أفضل سطح كاوسى نختاره لهذه المسألة هو شكل متوازي المستطيلات بحيث تكون أحدى قاعدتيه داخل اللوح الموجب والأخرى في الفراغ بين اللوحين.

نقسِّم متوازي المستطيلات إلى أربعة أقسام وهي s_1 وs_2 وs_3 وs_4 ثم نطبِّق علاقة كاوس على كل هذه الأسطح لحساب E:

$$\oint_s E\cos\theta ds = \frac{q_{tot}}{\varepsilon_0}$$

$$\int_{s_1} E\cos\theta ds + \int_{s_2} E\cos\theta ds + \int_{s_3} E\cos\theta ds + \int_{s_4} E\cos\theta ds = \frac{q_{tot}}{\varepsilon_0}$$

$$\int_{s_1} (0)\cos 0 ds + \int_{s_2} E\cos 90 ds + \int_{s_3} E\cos 90 ds + \int_{s_4} E\cos 0 ds = \frac{q_{tot}}{\varepsilon_0}$$

$$0+0+0+\mathrm{Es} = \frac{\mathrm{q_{tot}}}{\varepsilon_o}$$

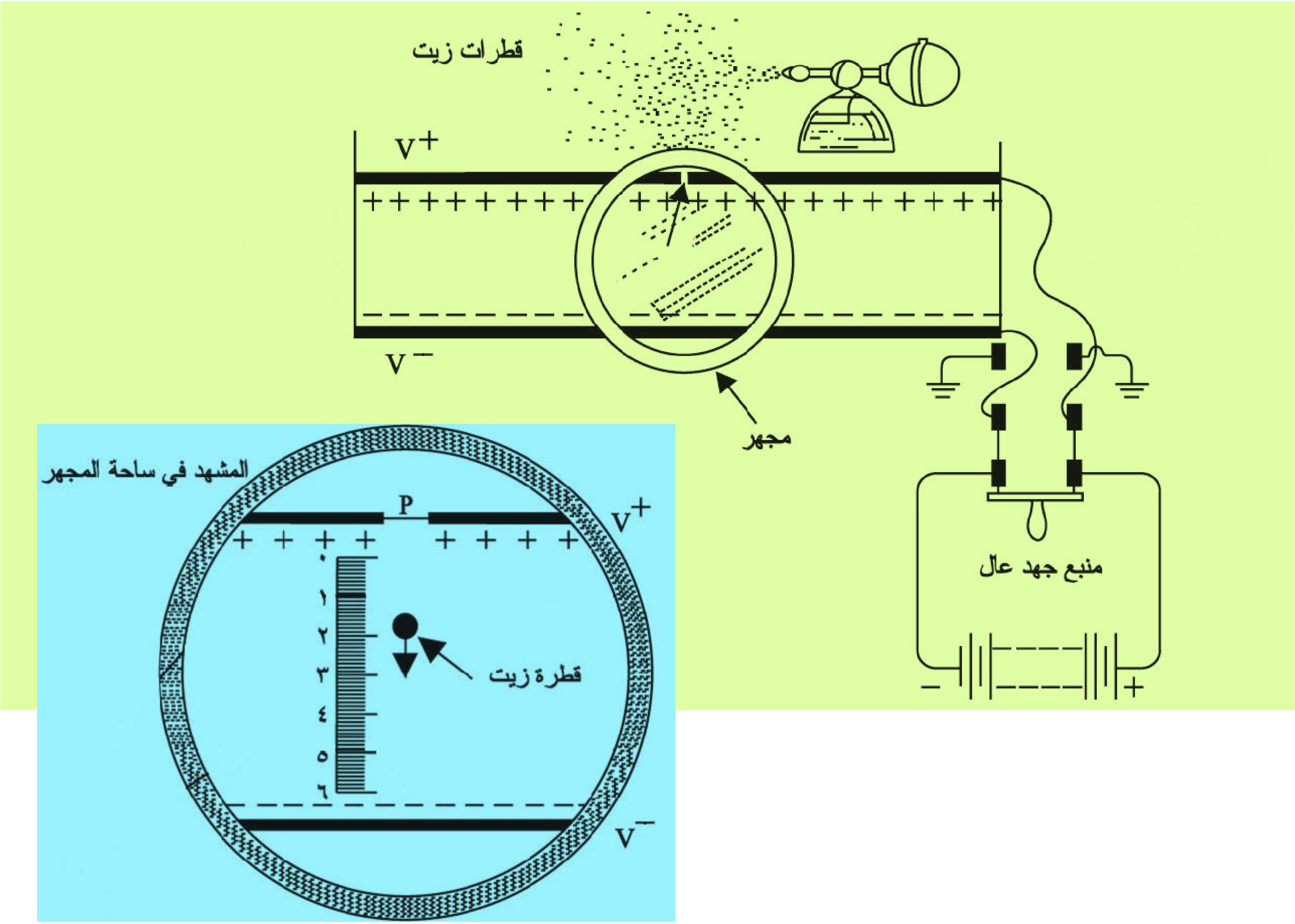
$$Es = \frac{\sigma s}{\varepsilon_o} \rightarrow \therefore \mathrm{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_o}$$

تجربة قطرة الزيت لميليكان

Millikan's Oil Drop Experiment

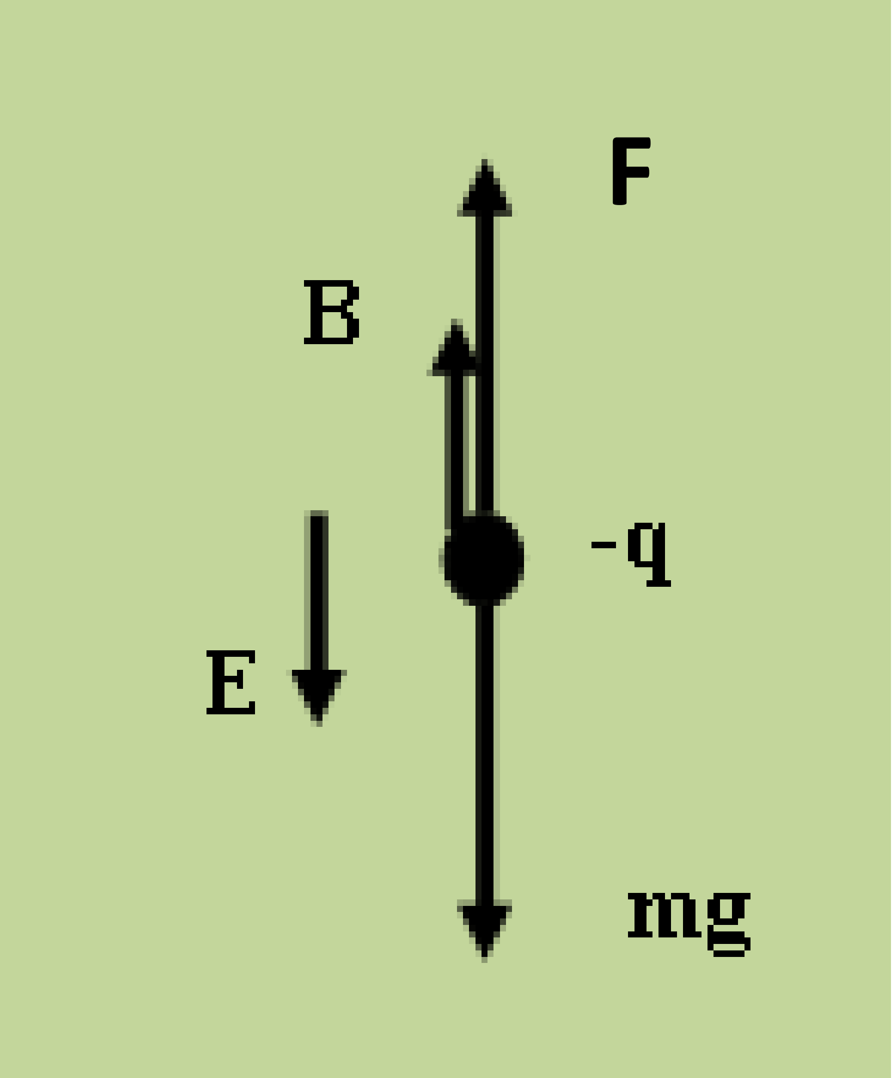
تجربة قطرة الزيت أو تجربة ميليكان هي من أشهر الطرق لقياس الشحنة الأولية e (شحنة الإلكترون).

يحتوي جهاز ميليكان على زوج من الصفائح المعدنية الأفقية المتوازية. وعند تطبيق فرق جهد على الصفائح، ينشئ بينهما مجالا كهربائياً في الفراغ. وقد استخدمت أسطوانة من مادة عازلة لفصل الصفائح عن بعضها البعض، ثم فتحت أربع فتحات في جدار الأسطوانة ثلاث منها للإضاءة بضوء ساطع والفتحة الأخرى تستخدم للرؤية باستخدام المجهر، كما في الشكل .



قطرات زيت
V+
V−
مجهر
منبع جهد عال
المشهد في ساحة المجهر
P
V+
٠
١
٢
٣
٤
٥
٦
قطرة زيت
V−

الشكل يمثل قطرة زيت تسقط بسرعة V بوجود المجال الكهربائي .



نلاحظ من الشكل القوى المؤثرة على قطرة الزيت

١-القوة الكهربائية F إلى الأعلى.

٢- وزن القطرة mgإلى الأسفل.

٣-القوة الدافعة للهواء (Buoyant force B) نحو الأعلى.

وبتغير شدة المجال الكهربائي يمكن موازنة القطرة وإبقائها معلقة في المجال بين اللوحين عند نقطة معينة، ومنها يمكن:

$$qE + B = mg$$

وبالتعويض عن m (حجم القطرة x كثافتها) وعن B (حجم الهواء المزاح وهو مساوي لحجم القطرة) مضروباً في كثافة الهواء وفي التعجيل الأرضي g نحصل على:

$$qE + (4/3)\,\pi R^3\, d\, g = (4/3)\,\pi R^3\, D\, g$$

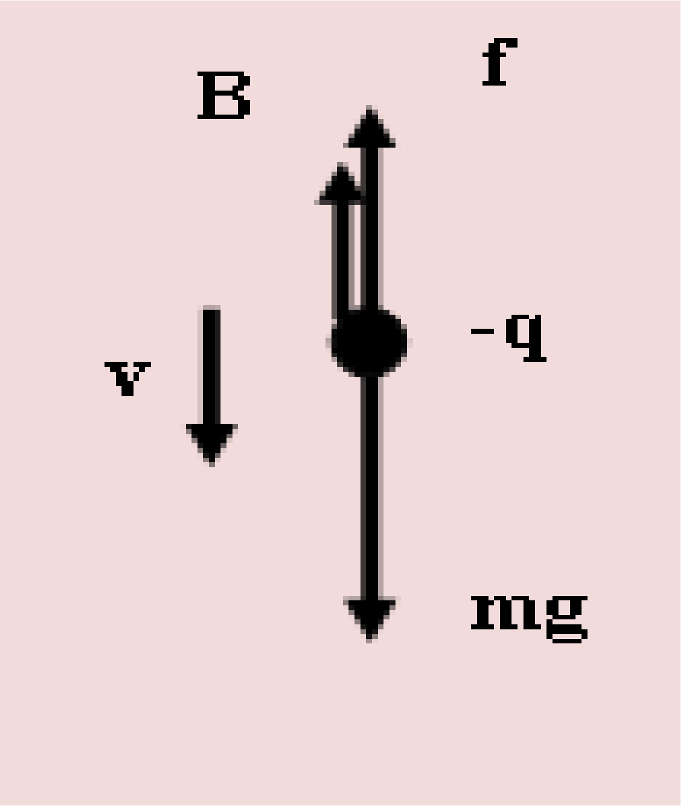
إذ R تمثل نصف قطر القطرة و Dكثافة الزيت وd كثافة الهواء. ومنها نحصل بعد التبسيط على:

$$qE = (4/3)\,\pi R^3\, g\,(D - d)$$

ولحساب مقدار q للقطرة، نجد ان مقدار الكميات في المعادلة، عدا R التي تمثل نصف قطر القطرة وهو صغير جداً. ولا يمكن قياسها مباشراً، لذا استخدم ميلكان قانون ستوكس Stoke’s Low في اللزوجة لحساب R وينص على: قوة الاحتكاك التي توثر على كرة نصف قطرها R تسقط في مائع fluid معامل لزوجته η وسرعتها v هي:

$$f = 6\pi\eta R v$$

فاذا أزيل المجال الكهربائي فان القطرة تسقط بفعل الجاذبية الأرضية وان السرعة تزداد حتى تصل لقيمة ثابتة v، عندها تكون محصلة القوى المؤثرة عليها صفراً ويحدث التوازن، كما في الشكل .



نلاحظ من الشكل القوى المؤثرة على قطرة الزيت

١- القوة اللزوجة f إلى الأعلى.
٢- وزن القطرة mg إلى الأسفل.
٣- القوة الدافعة للهواء
(Buoyant force B) نحو الأعلى.

$$F + B = mg$$

$$6\pi\eta Rv + (4/3)\pi R^3 dg = (4/3)\pi R^3 D g$$

$$2R^2 g (D-d) = 9\eta v$$

امثلة الفصل الثاني والثالث

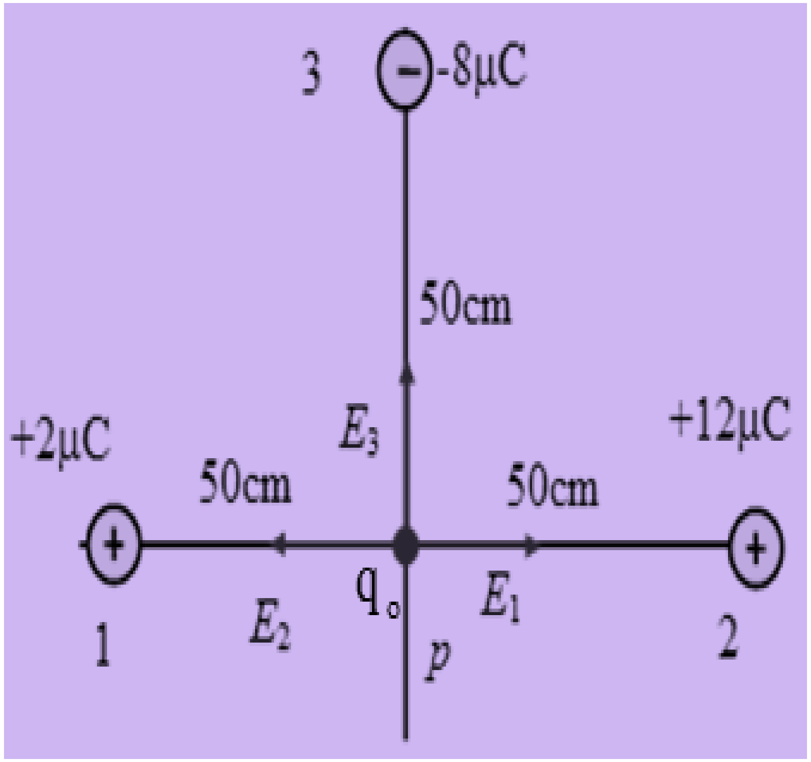
مثال خارجي 1: من الشكل، أوجد شدة المجال الكهربائي في النقطة p؟

$$\mathbf{E = k\ \frac{q}{r^2}}$$

$$E_1 = 9x10^9 \frac{2x10^{-6}}{(50x10^{-2})^2} = 7.2x10^4\ N/C$$

$$E_2 = 9x10^9 \frac{12x10^{-6}}{(50x10^{-2})^2} = 43.2x10^4\ N/C$$

$$E_3 = 9x10^9 \frac{8x10^{-6}}{(50x10^{-2})^2} = 28.8x10^4\ N/C$$



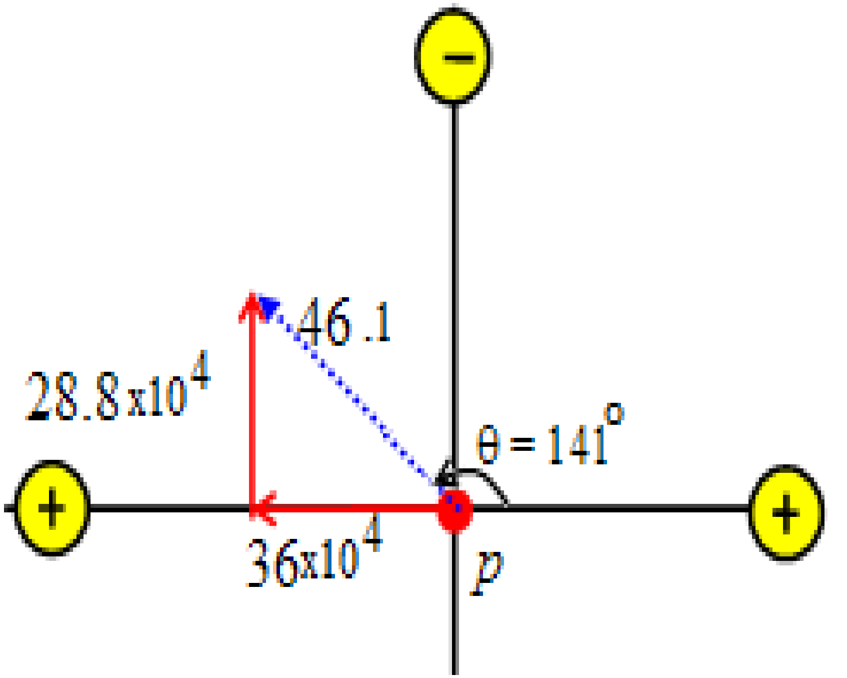
$E_x = E_1 - E_2 =$ -36´10^{4}N/C

$E_y = E_3 =$ 28.8´10^{4}N/C

$$E_p = \sqrt{(36\,x10^4)^2 + (28.8\,x10^4)^2} = 46.1\text{N/C}$$

$$\tan\theta = \frac{28.8x10^4}{36x10^4} = 0.8$$

$$\theta = 141^o$$



مثال (2خ): من الشكل، أوجد محصلة شدة المجال الكهربائي في النقطة P. مع العلم ان طول ضلع المربع a=5cm وقيمة الشحنة $q=1x10^{-7}C$.

$$R=\sqrt{a^2+a^2}=\sqrt{2}\ a\ cm$$

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r^2}$$

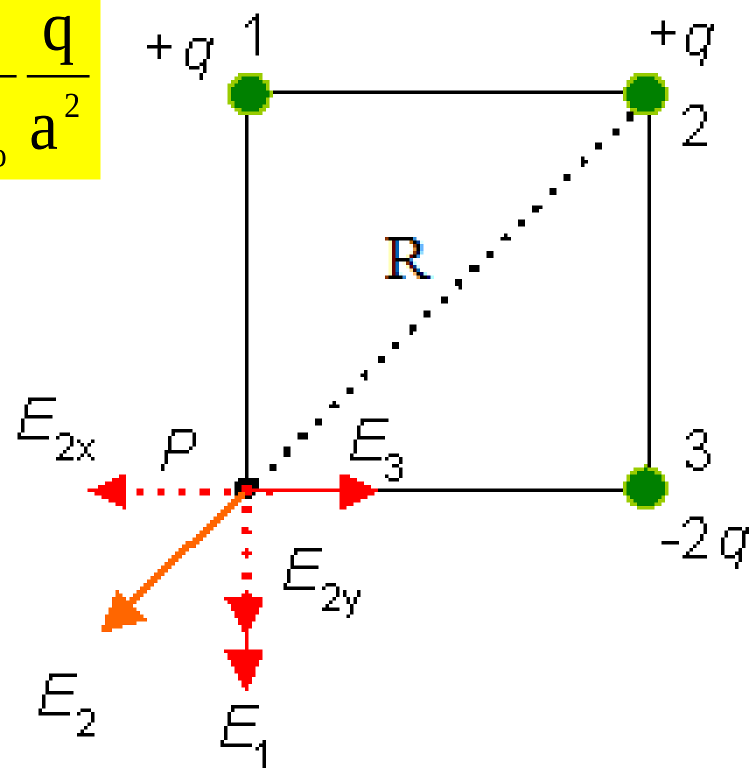
$$E_1=\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{a^2},\ E_2=\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{2a^2},\ E_3=\frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{a^2}$$

وبتعويض عن قيمة a، q نحصل على:

$E_1=3.6x10^5$ N/C

$E_2=1.8x10^5$ N/C

$E_3=7.2x10^5$ N/C



$$E_{2x}=E_2 \cos 45$$

$$E_{2y}=E_2 \sin 45$$

$$E_x=E_3 - E_2\cos 45=7.2\text{x}10^5 - 1.8\text{x}10^5 \cos 45=6\text{x}10^5 \text{ N/C}$$

$$E_y= -E_1 - E_2\sin 45=-3.6\text{x}10^5 - 1.8\text{x}10^5 \sin 45=- 4.8\text{x}10^5 \text{ N/C}$$

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} \qquad = 7.7 \times 10^5 \text{ N/C}$$

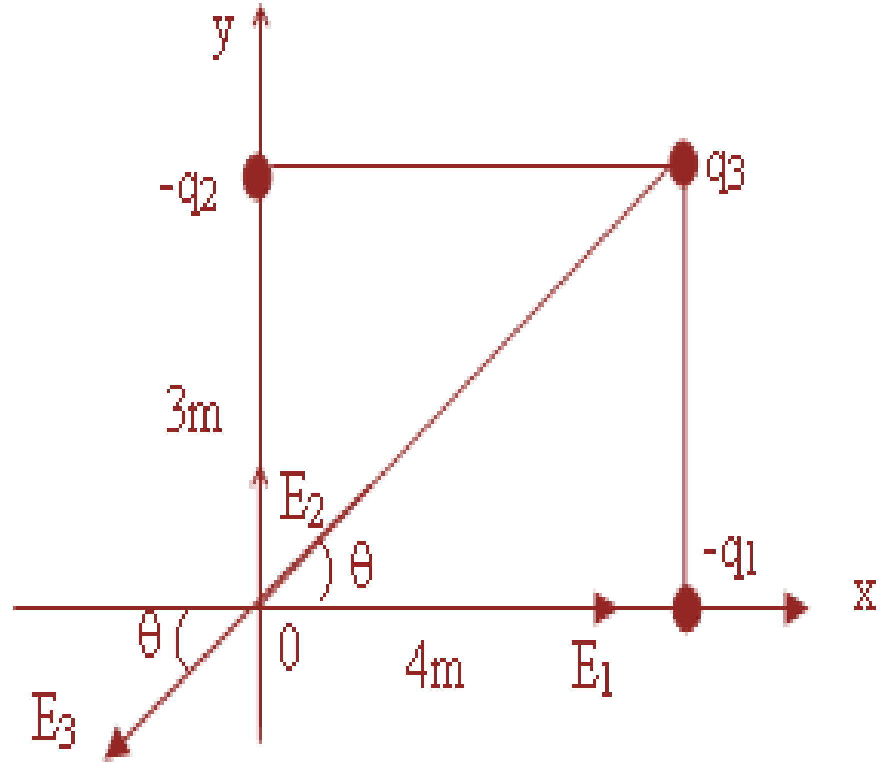
$$\theta = \tan^{-1} \frac{E_y}{E_x} \qquad = -38.6^\circ$$

مثال (1): من الشكل، أوجد شدة المجال الكهربائي في نقطة الأصل، علماً: $q_1=-16x10^{-9}C$، $q_2=-3x10^{-9}C$، $q_3=+50x10^{-9}C$.

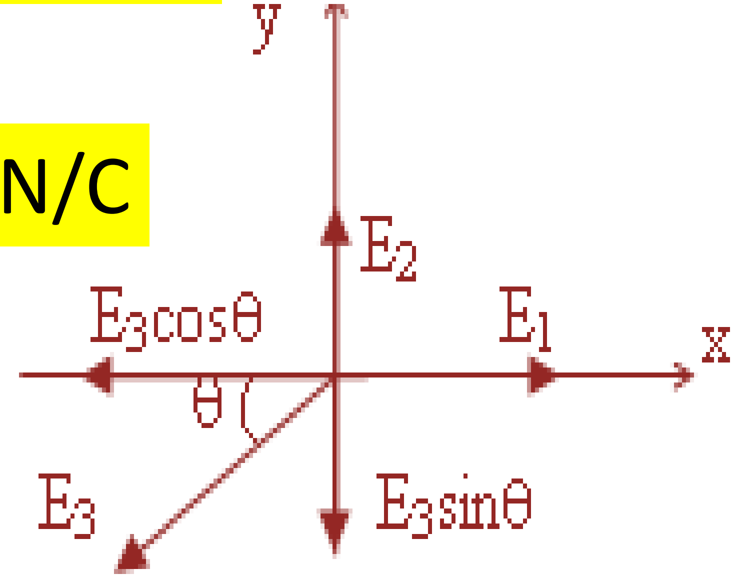
$$E_1 = 9x10^9 \frac{16x10^{-9}}{(4)^2} = 9N/C$$

$$E_2 = 9x10^9 \frac{3x10^{-9}}{(3)^2} = 3N/C$$

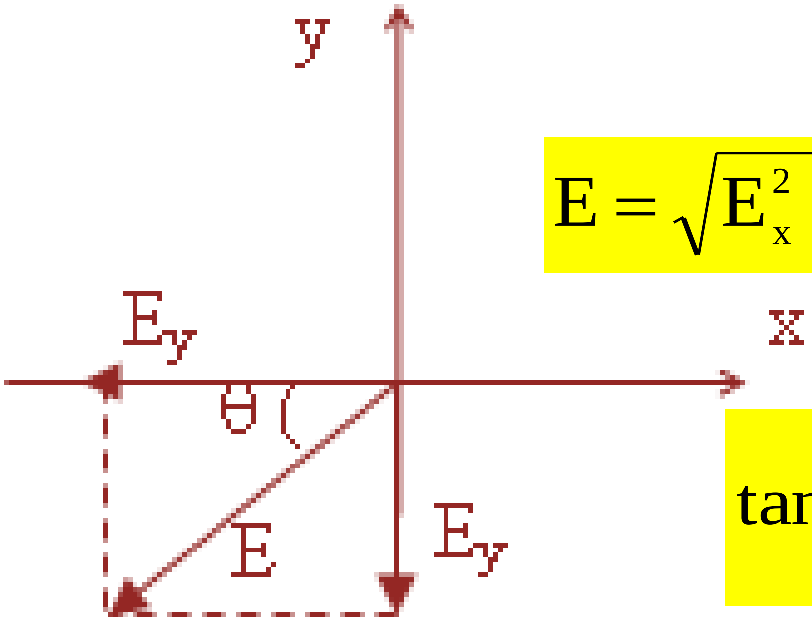
$$E_3 = 9x10^9 \frac{50x10^{-6}}{(5)^2} = 18N/C$$



$$E_x = E_3\cos\theta - E_1 = 18x\frac{4}{5} - 9 = 5.4\ \text{N/C}$$



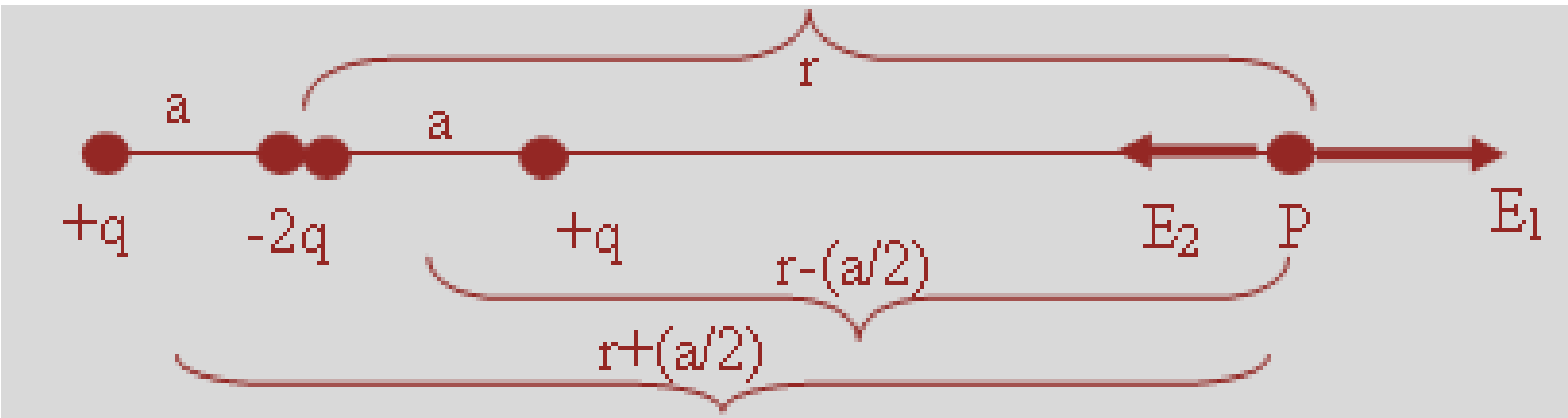
$$E_y = E_3\sin\theta - E_2 = 18x\frac{3}{5} - 3 = 7.8\ \text{N/C}$$



$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \sqrt{(5.4)^2 + (7.8)^2} = 9.5\ \text{N/C}$$

$$\tan\theta = \frac{E_y}{E_x} \Rightarrow \theta = \tan^{-1}\frac{7.8}{5.4} = 55.2$$

مثال (2): من الشكل، أوجد شدة المجال الكهربائي في النقطة P، عند وضع اثنان من ثنائية الأقطاب (dipole) لتكون ما يسمى رباعي الأقطاب (quadruple). علماً ان r>>a من مركزه.



لحساب شدة المجال الكهربائي لرباعي الأقطاب نجزئه إلى اثنان من ثنائي الأقطاب يبعد الاول عن النقطة P بـ(r-(a/2 والثاني يبعد بـ(r+(a/2. ومن المعادلة:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{2aq}{r^3}$$

$$E_1 = \frac{1}{2\pi\varepsilon_o}\frac{aq}{(r-\frac{a}{2})^3}, \quad E_2 = \frac{1}{2\pi\varepsilon_o}\frac{aq}{(r+\frac{a}{2})^3}$$

وان المسافة هنا بين شحنتي ثنائي القطب هو a وليس 2a.

$$E = E_1 - E_2 = \frac{aq}{2\pi\varepsilon_o}\left[\frac{1}{(r-a/2)^3} - \frac{1}{(r+a/2)^3}\right]$$

وبما ان المسافة a صغيرة جدا بالمقارنة مع r يمكن تبسيط المعادلة الأخيرة وكالاتي:

$$E = \frac{aq}{2\pi\varepsilon_o}\left[\frac{1}{r^3-(3a/2)r^2+(3a^2/4)r-a^3/8} - \frac{1}{r^3+(3a/2)r^2+(3a^2/4)r+a^3/8}\right]$$

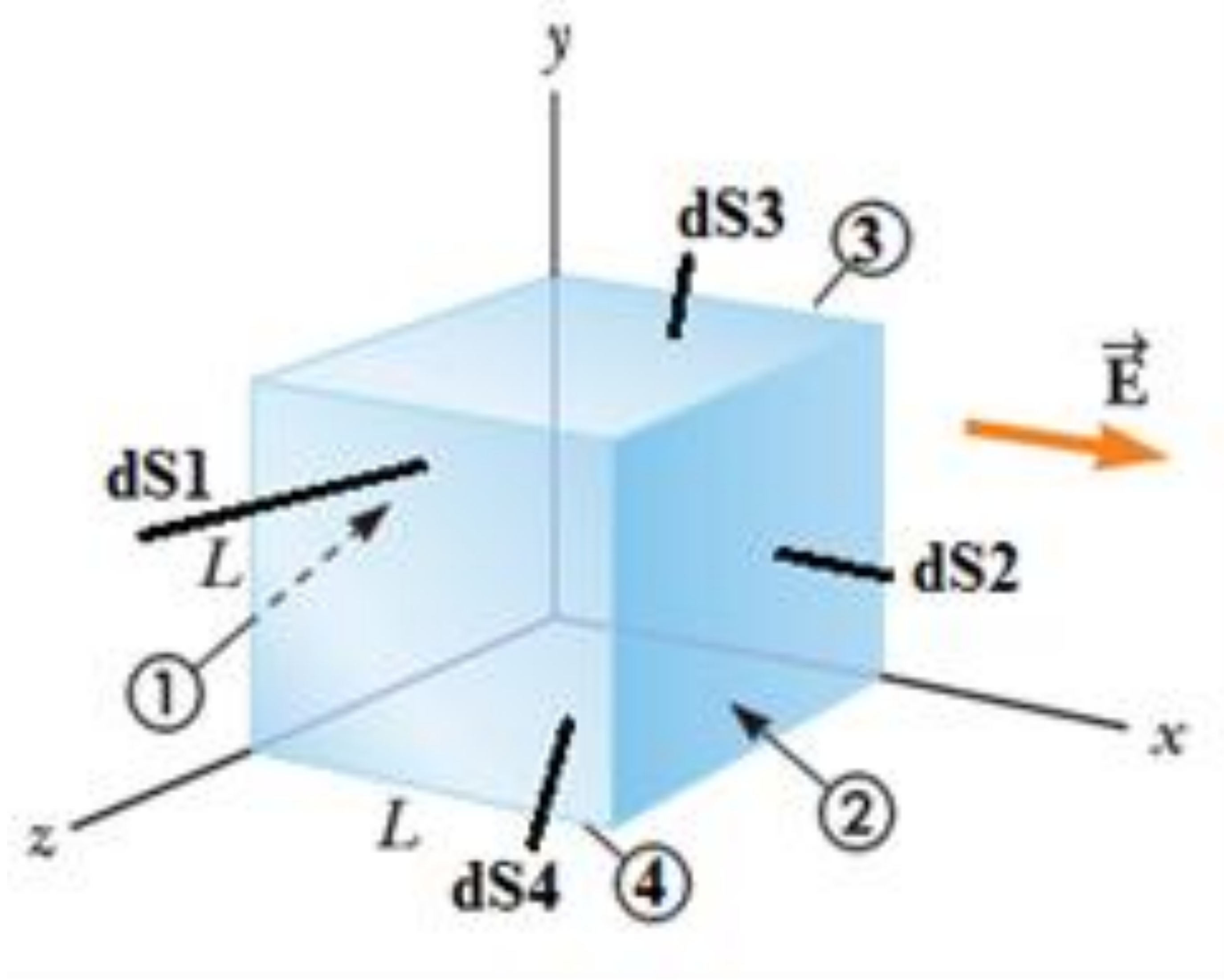
وبحذف الحدود التي تحتوي a^3 وa^2 وتوحيد المقامات نحصل على:

$$E=\frac{aq}{2\pi\varepsilon_o}\left[\frac{[r^3+(3a/2)r^2]-[r^3-(3a/2)r^2]}{[r^3-(3a/2)r^2][r^3+(3a/2)r^2]}\right]=\frac{aq\qquad 3ar^2}{2\pi\varepsilon_o[r^6-(qa^2/4)r^4]}$$

ومرة أخرى بحذف الحدود التي تحتوي a^2 نحصل على:

$$E=\frac{aq\qquad 3ar^2}{2\pi\varepsilon_o r^6}=\frac{3qa^2}{2\pi\varepsilon_o r^4}$$

مثال (1كاوس): من الشكل، مجال كهربائي منتظم E يتجه خلال المحور x، أحسب الفيض الكهربائي النهائي خلال سطح المكعب (طول ضلعه L).



ولحساب الفيض للأسطح (1، 2) هو:

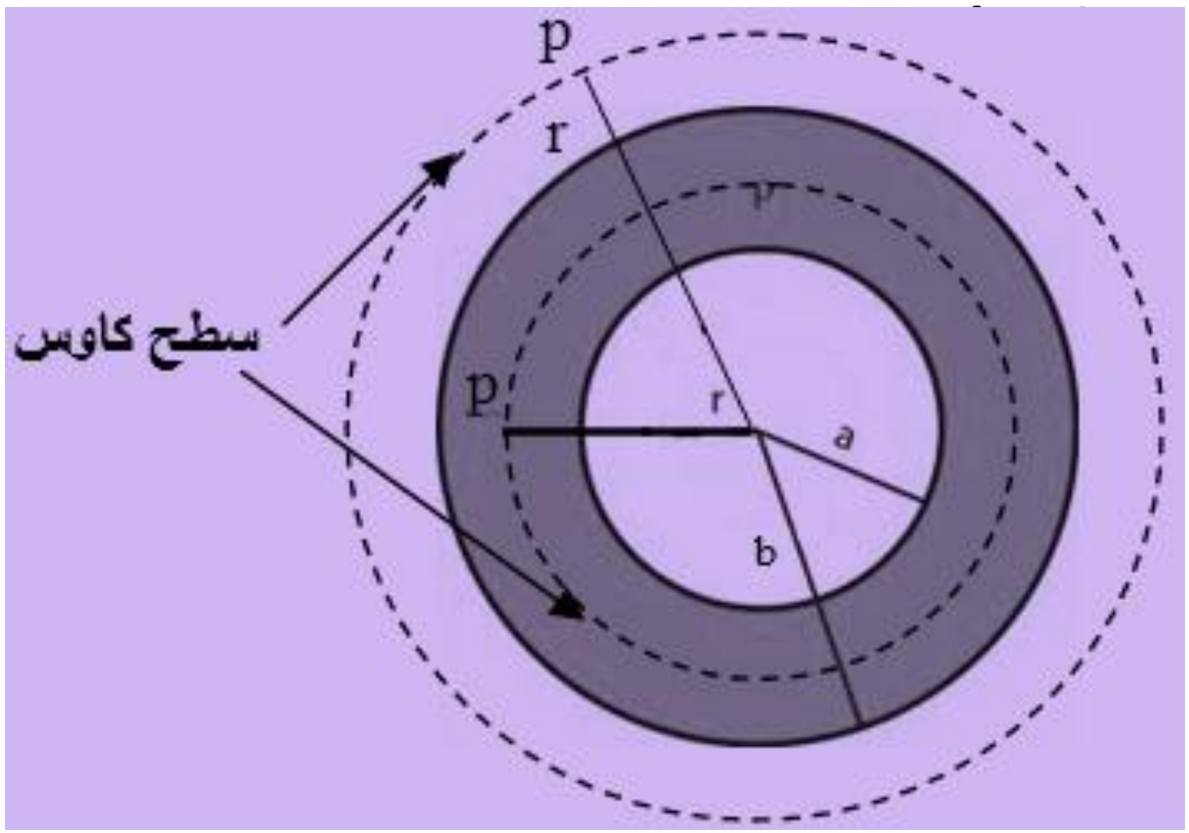
$$\Phi_{1,2} = \int_1 \vec{E}.dS + \int_2 \vec{E}.dS$$
$$= \int_1 E(\cos 180).dS + \int_2 E(\cos 0).dS$$
$$= -E \int_1 dS + E \int_2 .dS = -E\ S + E \int_2 .dS$$
$$= -E\ L^2 + E\ L^2$$

الفيض الكهربائي النهائي لجميع الأسطح هو:

$$F_E = -E\ L^2 + E\ L^2 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0$$

مثال (2كاوس): الشكل الاتي يبين جسم عازل بشكل كرة مجوفة نصف قطرها b ونصف قطر التجويف a، ووزعت شحنة موجبة بشكل منتظم في جميع نقاطها بكثافة قدرها ρ (بوحدات $coul/m^3$)، أوجد شدة المجال الكهربائي بدلالة r عند النقاط التي تبعد r عن مركز الكرة، علما ان:

b) $a<r<b$



a) باستخدام قانون كاوس، نختار سطح كروي نصف قطره r (r>b).

$$\int_s \vec{E}.dS = E(\cos 0).dS = E\,4\pi r^2 = q/\varepsilon_o$$

$$E\,4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_o}\rho\left(\frac{4}{3}\pi b^3 - \frac{4}{3}\pi a^3\right)$$

$$E = \frac{\rho}{3\varepsilon_o}\frac{b^3 - a^3}{r^2}$$

b)لايجاد شدة المجال الكهربائي عند نقطة داخل الشحنة r (a<r<b).

$$q' = \rho\left(\frac{4}{3}\pi r^3 - \frac{4}{3}\pi a^3\right)$$

$$E\,4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_o}\rho\left(\frac{4}{3}\pi r^3 - \frac{4}{3}\pi a^3\right)$$

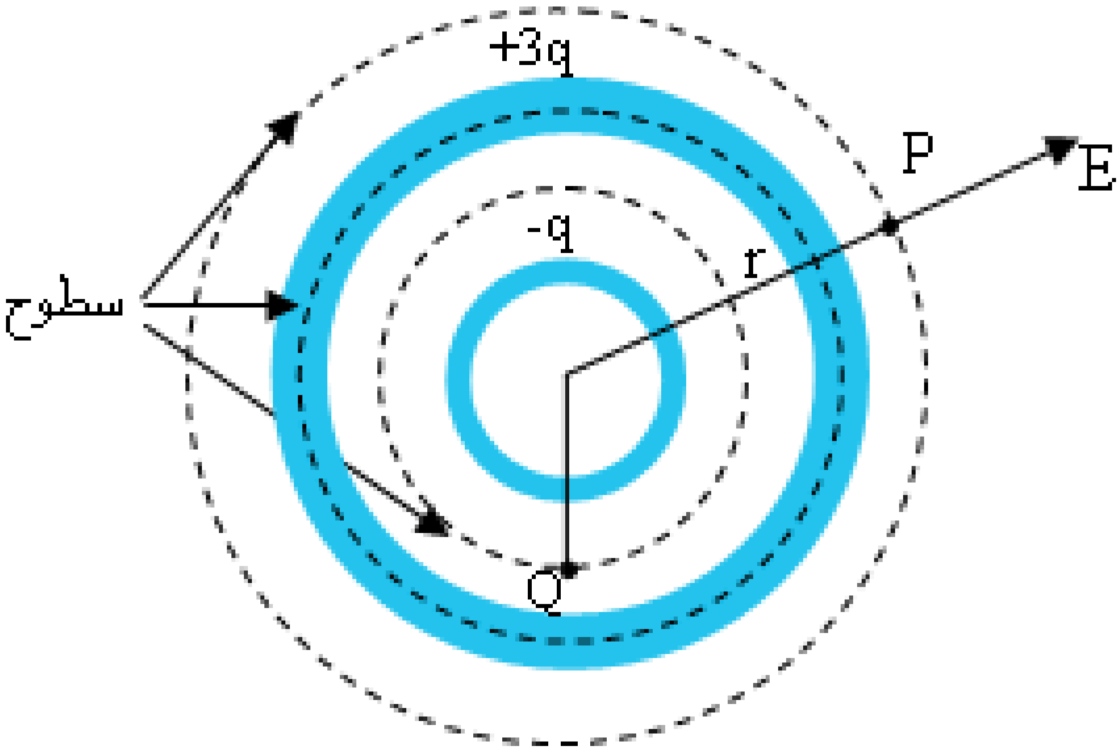
$$E = \frac{\rho}{3\varepsilon_o}\left(r - \frac{a^3}{r^2}\right)$$

مثال (3)كاوس: الشكل الاتي يبين أسطوانتين مجوفتين معدنيين طويلتين طولهما L الأسطوانة الداخلية مشحونة بشحنة q– والخارجية بـ+3q، استخدام قانون كاوس لإيجاد:

a) شدة المجال الكهربائي خارج الأسطوانة الخارجية.

b) شدة المجال في المنطقة بين الأسطوانتين.

c) كيفية توزيع الشحنة على الأسطوانة الخارجية.



a) شدة المجال الكهربائي خارج الأسطوانة الخارجية عند نقطة مثل P تبعد r عن محور الأسطوانة نرسم سطح كاوس بشكل أسطوانة نصف قطرها r وطولها h.

$$q' = \frac{3q - q}{L} h = \frac{2q}{L} h$$

$$\int_s \vec{E}.dS = E\,(2\pi rh)$$

$$E = 4\pi rh = \frac{1}{\varepsilon_o} \frac{2q}{L} h$$

$$E = \frac{q}{\pi \varepsilon_o r L}$$

b) لحساب شدة المجال الكهربائي بين الاسطوانتن عند نقطة مثل Q نرسم سطح كاوس بشكل أسطوانة نصف قطرها r وطولها h بحيث تمر بالنقطة Q.

$$q' = \frac{-q}{L} h$$

$$\int_s \vec{E} \cdot dS = \frac{1}{\varepsilon_o} \left(\frac{-q}{L} h \right)$$

$$E = -\frac{q}{2\pi\varepsilon_o rL}$$

c) نتخيل سطح كاوس بشكل أسطوانة موجودة داخل الأسطوانة المجوفة الخارجية، ولما كانت موصلة فان شدة المجال داخلها صفراً (E=0).

$$\int_s \vec{E}\,.dS = \frac{q}{\varepsilon_o} = 0$$

وهنا نستنتج ان الشحنة الكلية داخل سطح كاوس q (الناتجة من جمع الشحنة على الأسطوانة الداخلية والشحنة على السطح الداخلي للأسطوانة الخارجية) يجب ان تكون صفر. وبما ان مقدار الشحنة على الأسطوانة الداخلية q- اذ يجب ان يكون مقدار الشحنة على الأسطوانة الخارجية q+، وما تبقى من الشحنة على الأسطوانة الخارجية 2q+ يجب ان يكون على سطحها الخارجي.

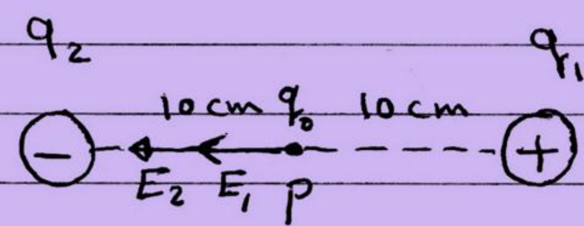
تمرينات الفصل الثاني والثالث 51و80

س: شحنتان نقطيتان مقدارهما $(+10\times10^{-8}\,C)$ و $(-5\times10^{-8}\,C)$.
تفصلهما مسافة قدرها (20 cm).

a) أوجد مقدار واتجاه شدة المجال الكهربائي عند منتصف المسافة بينهما.

b) لو وضع الكترون في هذه النقطة، فما مقدار واتجاه القوة الكهربائية المؤثرة عليه؟

Sol/ a) $E = k\dfrac{q}{r^2}$



$$E_1 = 9\times10^{9}\,\frac{10\times10^{-8}}{(10\times10^{-2})^2}$$

$$E_1 = 9\times10^{4}\ nt/coul$$

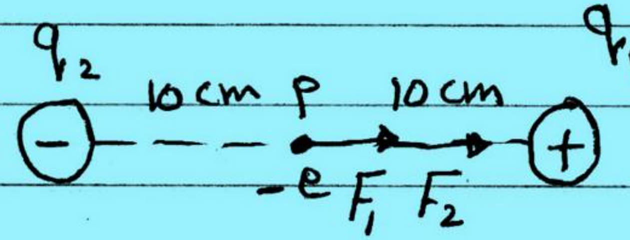
$$E_2 = 9\times10^{9}\,\frac{5\times10^{-8}}{(10\times10^{-2})^2} = 4.5\times10^{4}\ nt/coul$$

$$\therefore E = E_1 + E_2 = (9 + 4.5) * 10^{4} = 13.5 * 10^{4} \ \frac{nt}{coul}$$

(اتجاه المجال باتجاه الشحنة q_2)

b)

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$



$$F_1 = 9 * 10^{9} \ \frac{10 * 10^{-8} * 1.6 * 10^{-19}}{(10 * 10^{-2})^2}$$

$$F = 1.44 * 10^{-14} \ nt$$

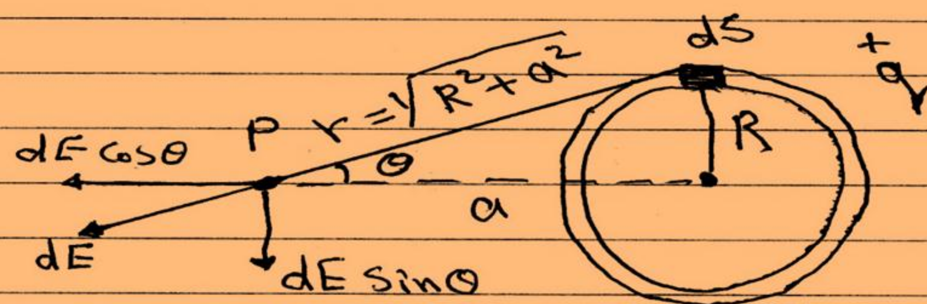
$$F_2 = 9 * 10^{9} \ \frac{5 * 10^{-8} * 1.6 * 10^{-19}}{(10 * 10^{-2})^2} = 0.72 * 10^{-14} \ nt$$

$$F = F_1 + F_2 = (1.44 + 0.72) * 10^{-14} = 2.16 * 10^{-14} \ nt$$

(اتجاه القوة باتجاه الشحنة q_1)

س2: شحنة موجبة موزعة بانتظام على سطح قرص نصف قطره (R) بكثافة سطحية قدرها (σ)، أوجد مقدار واتجاه شدة المجال الكهربائي في نقطة تقع على محور القرص وعلى بعد مسافة قدرها (a) منه

Sol/ نلاحظ من الشكل ان المركبات العمودية تلغي احداها الاخرى



نأخذ عنصراً تفاضلياً مساحته dS يضم شحنة مقدارها dq ، ونقسم القرص الى اقراص دائرية متحدة المركز.

$$\sigma = \frac{dq}{dS} \Rightarrow dq = \sigma\, dS$$

$$S = \pi R^2$$

$$\frac{dS}{dR} = 2\pi R$$

$$dS = 2\pi R\, dR$$

$$\therefore dq = 2\pi\sigma R\, dR$$

$$E = \int_0^R dE\cos\theta$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_0^R \frac{dq}{r^2}\cdot\frac{a}{r}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_0^R \frac{2\pi\sigma R\, dR\, a}{(R^2+a^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{\cancel{\pi} a\sigma}{4\cancel{\pi}\epsilon_0}\int_0^R (R^2+a^2)^{-3/2}\cdot 2R\, dR$$

$$E = \frac{a\sigma}{4\epsilon_0}\left(\frac{(R^2+a^2)^{-\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{2}}\Bigg|_0^R\right)$$

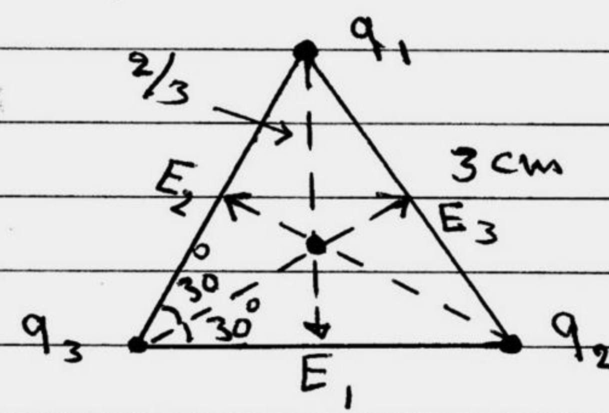
$$E = \frac{-a\sigma}{2\epsilon_0}\left(\frac{1}{(R^2+a^2)^{1/2}} - \frac{1}{a}\right)$$

ندخل a الى داخل القوس فنحصل

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left(1 - \frac{a}{\sqrt{R^2+a^2}}\right)$$

س3 : ثلاثة أجسام صغيرة كل منها تحمل شحنة مقدارها $(2 \times 10^{-6} C)$ وضعت على رؤوس مثلث متساوي الأضلاع ، طول ضلعه (3 cm) . جد شدة المجال الكهربائي في مركز المثلث .

Sol) $E = k \dfrac{q}{r^2}$



$$E = 9 \times 10^{9} \, \frac{2 \times 10^{-6}}{(1.73 \times 10^{-2})^2}$$

$$E_3 = E_2 = E_1 = E = 6 \times 10^{7} \text{ nt/coul}$$

$$R = \sqrt{3^2 - 1.5^2}$$

$$R = 2.6 \text{ cm}$$

المركبات الأفقية على المحور السيني تلغي احدهما الأخرى .

$$E_y = (E_2 \sin 30 + E_3 \sin 30) - E_1$$

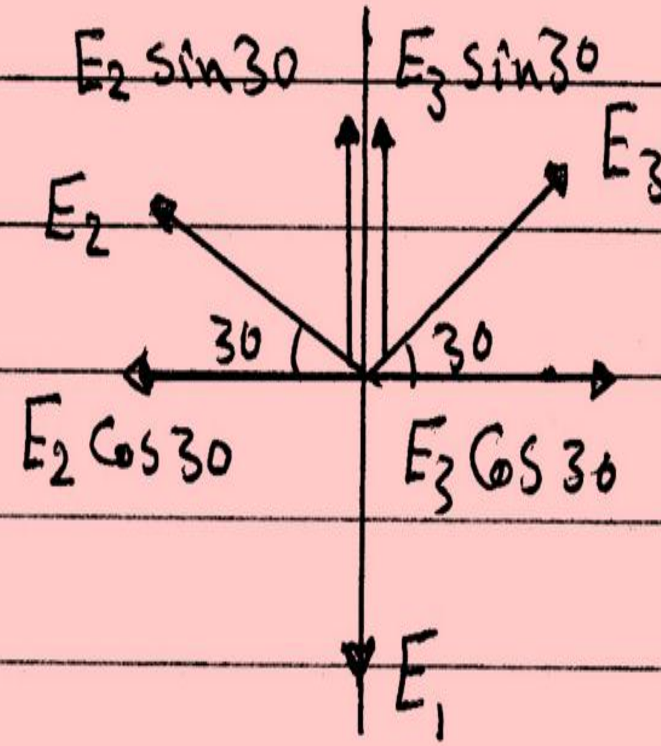
$$r = \frac{2}{3} R = \frac{2}{3} \times 2.6$$

$$r = 1.73 \text{ cm}$$

$$E_y = 2E\sin 30 - E_1$$

$$E_y = \cancel{2} * 6 * 10^{7} * \frac{1}{\cancel{2}} - 6 * 10^{-7}$$

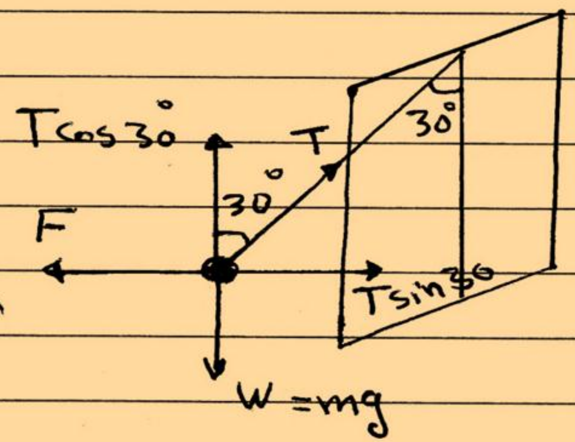
$$\therefore\ E_y = \text{Zero}$$



س4 : كرة صغيرة كتلتها $(0.01g)$ تحمل شحنة موجبة قدرها $(2\times10^{-9}C)$.
معلقة بطرف خيط من الحرير، ثبت الطرف الآخر منه بصفيحة
عازلة شاقولية كبيرة تحمل شحنة موجبة موزعة بانتظام على
السطح المقابل للكرة. فاذا اتزنت الكرة في موضع عنده يصنع
الخيط زاوية (30°) مع الصفيحة، أحسب مقدار الكثافة السطحية للشحنة.

sol/

$$\sum F_x = 0$$



$$F - T\sin 30 = 0$$

$$F = T\sin 30 \quad --- (1$$

$$\sum F_y = 0$$

$$W = T\cos 30 \quad --- (2$$

بقسمة (1 على (2

$$\frac{F}{W} = \tan 30$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

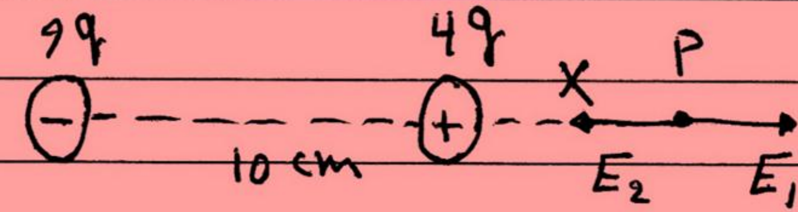
$$F = qE = q\frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$\frac{q\sigma}{w\epsilon_0} = \tan 30$$

$$\sigma = \frac{w\,\epsilon_0 \tan 30}{q} = \frac{0.01*10^{-3}*8.85*10^{-12}*10*0.578}{2*10^{-9}\ C}$$

$$\therefore \sigma = \frac{0.51}{2}*10^{-6} = 0.25*10^{-6}\ c/m^2$$

س5 : شحنتان نقطيتان مقدارهما $(+4q)$ و $(-9q)$ والمسافة بينهما تساوي $(10\ cm)$. عين موضع النقطة (أو النقاط) الواقعة على الخط المار بالشحنتين والتي عندها يكون المجال الكهربائي صفراً .



sol/ ∵ الشحنتان مختلفتان

فإن موضع النقطة لا يكون بينهما .

$$E_1 = k\,\frac{4q}{x^2}$$

$$E_2 = k\,\frac{9q}{(x+10)^2}$$

$$E_1 - E_2 = 0 \Rightarrow E_1 = E_2$$

$$\frac{4\cancel{q}}{X^2} = \frac{9\cancel{q}}{(X+10)^2}$$

$$9X^2 = 4(X+10)^2$$ بجذر الطرفين

$$3X = 2X + 20$$

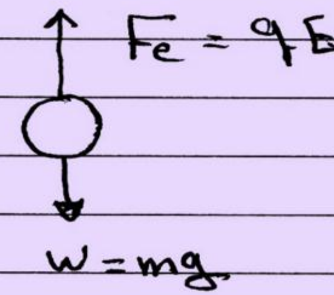
$$3X - 2X = 20$$

$$\therefore X = 20 \text{ cm}$$

س6 : في تجربة مليكان ، توازنت قطرة زيت نصف قطرها $(5 \times 10^{-5} cm)$
بين اللوحين عندما كانت شدة المجال بينهما $12800\ N/C$.
أوجد مقدار الشحنة التي تحملها القطرة ، إذا علمت ان كثافة
الزيت هي $(0.8\ g/cm^3)$ ، أهمل القوة الدافعة للهواء .

sol/

$$qE = mg$$



$$q = \frac{mg}{E}$$

$$D = m/V$$

$$m = D \cdot V = 4/3\, \pi R^3 D$$

حيث ان R: نصف قطر قطرة الزيت

D: كثافة الزيت

$$m = \frac{4}{3} * 3.14 * (5 \times 10^{-5} \times 10^{-2})^3 * 0.8\ \frac{10^{-3}}{10^{-6}}$$

$$m = 418.66 \times 10^{-18}\ kgr$$

$$q = \frac{418.66 \times 10^{-18} \times 10}{12800} = 3.2 \times 10^{-19}\ Coul$$

س7 : قطرة كتلتها $(3\times10^{-14}\ kg)$ ونصف قطرها $(2\times10^{-6}\ m)$ تحمل عشرة
الكترونات فائضة ، أحسب مقدار السرعة المنتظمة التي تسقط بها
هذه القطرة عند عدم وجود مجال كهربائي ، إذا علم ان معامل اللزوجة
للهواء هو $(1.8\times10^{-5}\ N.s/m^2)$ ، أهمل القوة الدافعة للهواء .

sol/

$$F = mg$$

$$6\pi R \bar{v} \eta = mg$$

$$\bar{v} = \frac{mg}{6\pi R \eta}$$

$$\bar{v} = \frac{3\times10^{-14}\times10}{6\times3.14\times2\times10^{-6}\times1.8\times10^{-5}}$$

$$\bar{v} = 4.34\times10^{-4}\ m/sec$$

س8 توازنت قطرة زيت نصف قطرها (5×10^{-7} m) بين لوحي جهاز مليكان عندما كانت القطرة تحمل شحنة فائضة قدرها شحنة الكترون واحد . أحسب مقدار شدة المجال الكهربائي ، اذا علم ان كثافة القطرة هي (824 kg/m^3) وكثافة الهواء (1.29 kg/m^3) .

Sol)

$$qE = \frac{4}{3} \pi R^3 g (D - d)$$

$$1.6 \times 10^{-19} \times E = \frac{4}{3} \times 3.14 \times (5 \times 10^{-7})^3 \times 10 (824 - 1.29)$$

$$E = \frac{1.29}{4.8} \times 10^5$$

$$\therefore E = 2.68 \times 10^4 \ \text{nt/coul}$$

س ٩ : شحنه موجبه قدرها $(20 * 10^{-6}\, C)$ وضعت في مركز سطح كروي نصف قطرها $(10\, cm)$ احسب عدد خطوط القوة التي تنفذ خلال هذا السطح .

Sol/ $\phi = E\, S$

$$E = k \frac{q}{r^2} = 9 * 10^{9} * \frac{20 * 10^{-6}}{8.85 * 10^{-12}}$$

$$E = 1.8 * 10^{7}\ nt/coul$$

$$S = 4 \pi r^2 = 4 * 3.14 * (10 * 10^{-2})^2$$

$$S = 12.56 * 10^{-2}\ m^2$$

$$\phi = 1.8 * 10^{7} * 12.56 * 10^{-2} = 22.6 * 10^{5}\ \frac{nt \cdot m^2}{coul}$$

or $$\phi = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{20 * 10^{-6}}{8.85 * 10^{-12}} = 22.6 * 10^{5}\ \frac{nt \cdot m^2}{coul}$$

س15 : اذا علمت ان ثلاثة الاف من خطوط القوة تدخل سطحاً مغلقاً ويخرج منه الف خط . فما مقدار الشحنة الكلية التي يجب ان يحتضنها هذا السطح؟ وهل هي موجبة ام سالبة؟

sol/

$$\phi = \frac{q}{\epsilon_0}$$

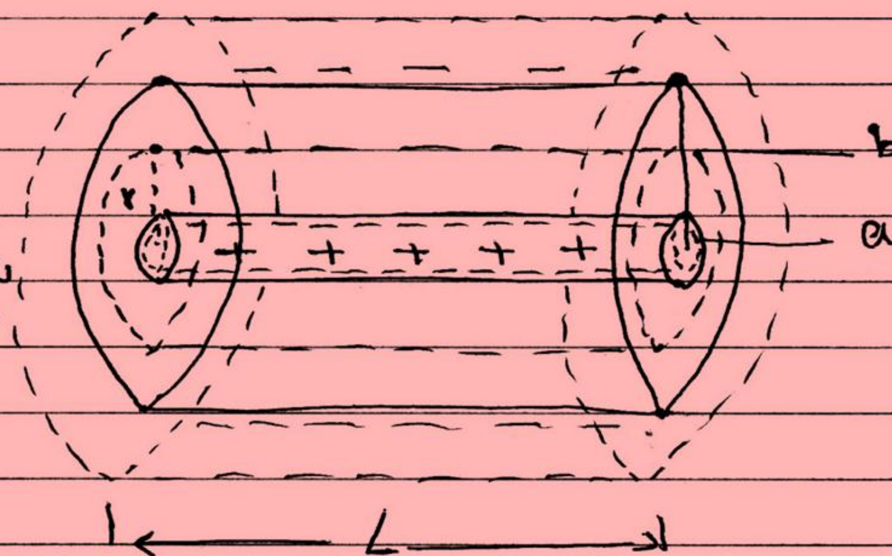
$$\phi = 3000 - 1000 = 2000 \ nt.m^2/Coul$$

$$q = \phi * \epsilon_0 = 2000 * 8.85 * 10^{-12}$$

$$q = 1.77 * 10^{-8} \ Coul$$

س١١ : اسطوانتان طويلتان متحدتا المحور ، الاسطوانة الداخلية نصف قطرها (a) وتحمل شحنة موجبة قدرها (λ c/m) . أما الاسطوانة الخارجية فنصف قطرها (b) وتحمل شحنة سالبة بنفس المقدار ، استخدم قانون كاوس لايجاد شدة المجال الكهربائي : 1) $r<a$ ، 2) $r>b$ ، 3) $a<r<b$

Sol) 1) $r<a$



نرسم سطح كاوس بنصف قطر (r) في داخل الاسطوانة الداخلية وطولها (L) نرى ان خطوط القوة لاتقطع سطح كاوس اذن

$E=0$

2) $r>b$

نرسم سطح كاوس الافتراضي نصف قطره r نرى ان خطوط القوة لاتقطع سطح كاوس

$E=0$

3) $a < r < b$

$$\oint E \cos\theta \, ds = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E \cdot S = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\lambda = \frac{q}{L} \Rightarrow q = \lambda L$$

$$E \cdot 2\pi r \cdot \cancel{L} = \frac{\lambda \cancel{L}}{\epsilon_0}$$

$$\therefore E = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r}$$

س 12 : شحنة موجبة موزعة بشكل كرة نصف قطرها (3m) بحيث
ان كثافتها الحجمية عند اية نقطة داخل الكرة تعتمد على
البعد r من مركزها حسب العلاقة $[\rho = (10^{-7})r \quad c/m^3]$.

a) ما مقدار هذه الشحنة
b) ما مقدار المجال الكهربائي عند نقطة تبعد (4 m) عن المركز ؟
c) ما مقدار المجال الكهربائي عند نقطة تبعد (2m) عن المركز ؟

sol/ a) $\rho = \dfrac{dq}{dV}$

$$q = \int \rho \, dV$$

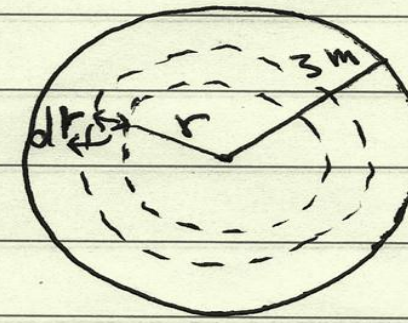
$$q = 4\pi \times 10^{-7} \int_0^3 r^3 \, dr$$

حجم الكرة $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$$\frac{dV}{dr} = 3 \cdot \frac{4}{3} \pi r^2$$

$$dV = 4\pi r^2 \, dr$$

$$q = \cancel{4} * 3.14 * 10^{-7} \left. \frac{r^4}{\cancel{4}} \right|_0^3$$



$$q = 3.14 * 10^{-7} \left(3^4 - 0^4 \right)$$

$$\therefore q = 3.14 * 10^{-7} * 81$$

$$q = 2.54 * 10^{-5} \text{ Coul}$$

b) $E = k \dfrac{q}{r^2} = 9 * 10^9 \dfrac{2.54 * 10^{-5}}{4^2} = 1.43 * 10^4$ nt/c

c) $E = k \dfrac{q}{r^2} = 9 * 10^9 \dfrac{0.5024 * 10^{-5}}{2^2} = 1.13 * 10^4$ nt/c

ملاحظة : لإيجاد الشحنة عند البعد (2m)

$$q = 3.14 * 10^{-7} \left(2^4 - 0^4 \right) = 0.5024 * 10^{-5} \text{ Coul}$$