***2-1 Introduction مقدمة***

إذا كانت متتالية ثوابت فإن التعبير

تسمى متسلسلة قوى بـ x حيث إن لكل قيم x من ضمنها x=0.

وبشكل مماثل تسمى المتسلسلة غير المنتهية

متسلسلة قوى بـ (x-a).

وقد تتقارب متسلسلة القوى لبعض قيم x وتتباعد لقيم أخرى.

***2-2 Convergence of Power Series***

***Interval & Radius of convergence***

 تسمى مجموعة قيم x التي تكون عندها متسلسلة القوى متقاربة بفترة التقارب, ويسمى نصف طول فترة التقارب بنصف قطر التقارب للمتسلسلة .

تتقارب متسلسلات القوى باحدى الحالات الاتية:

1. عند x=0 (متسلسلة قوى بـ x)

او عند x=a لمتسلسلة قوى بـ (x-a)

نصف قطر التقارب هو صفر لمتسلسلة القوى بـ x

 او a لمتسلسلة القوى بـ =(x-a)

* x = 0

 x = a or

1. لجميع قيم x في فترة مركزها عند الصفر لمتسلسلة قوة بـ x او مركزها عند a لمتسلسلة قوى بـ (x-a)

C

- C

ووتتباعد لجميع قيم x خارج هذه الفترة

وقد تتقارب المتسلسلة وقد لا تتقارب عند النقطتين الطرفيتين (الفترة المغلقة, الفترة المفتوحة, والنصف مفتوحة).

* نصف قطر التقارب هو C

جـ) لجميع قيم x كما في الشكل الاتي

* نصف قطر التقارب هو .

لإيجاد فترة التقارب للمتسلسلة يجب إستخدام النسبة للتقارب المطلق.

**اما فيما يتعلق بطرفي الفترة مستخدم الاختبارات الاخرى التي ورددت في اختبارات الفصل الاول .**

*Example 1:* Find the Interval of convergence & radius of convergence of the following power series:

متباعدة لجميع قيم x عدا x=0

 R=0

X=0 تكون متقاربة

 R=0

تتقارب المتسلسلة عند x=-2 فقط

متباعدة لجميع قيم x الاخرى

(3)

 X=5

 4 1 6

متقاربة

متباعدة

تكون متقاربة اذا

 Convergences

متسلسلة متناوبة الاشارة متقاربة

ذات حدود غير سالبة p-series متقاربة

 X=3

 1 5

 X=-3

**H.W**

***2-3 Taylor Polynomials متعدد حدود تايلر***

كثيراً ما يكون من المفيد استبدال داله بمتعددة حدود تقترب اليها الى درجة كبيرة حينئذ يمكننا استنتاج بعض المعلومات عن الدالة لدراسة متعددة الحدود الابسط منها فمتعددة حدود تايلور هي واحدة من متعددات الحدود المقربة.

* متعدد حدود تايلر من الدرجة n للدالة f عند x = 0 هي:
* و متعدد حدود تايلر من الدرجة n للدالة f عند x = a هي:

*Example 2:* Find the Taylor Polynomials ***Pn(x)*** generated by

Sol.

Find Sol.

**H.W**

1) 2)

3)

4)

***2-4 Maclaurin & Taylor Series***

***Maclaurin Series***

 لو أفترضنا أنه يمكن تمثيل الدالة المفروضة في متسلسلة قوى بـ x , فإن هذه المتسلسلة يجب أن تكون بالضرورة من شكل متسلسلة ماكلورين أي أن:

The Maclaurin Series generated by f at x=0

Example: Find the Maclaurin Series generated by

 -1< x< 1

**H.W**

1) 2)

3) 4)

***2-5 Taylor Series***

 إذا أفترضنا أنه يمكن تمثيل الدالة المفروضة في متسلسلة قوى بـ (x-a) , فإن هذه المتسلسلة يجب أن تكون بالضرورة من شكل متسلسلة تايلور أي أن:

**The Taylor series generated by *f* at x = a.**

Example: Find the Taylor Series generated by

 الدالة غير موجودة عند 0=x لا يمكن ايجاد مفكوك الدالة nx at x=0

**2-6 The Binomial Series متسلسلة ذات الحدين**

 هي متسلسلة ماكلورين للدالة والتي تكون بالشكل الآتي

اذا كانت m عدد صحيحاً موجباً فأن مفكوك سيكون متعددة حدود من الدرجة m ويكون معامل جميع المعاملات التالية له صفراً

عندما لا تكون m عدداً صحيحاً موجباً فالمتسلسلة تكون غير منتهية تتقارب المتسلسلة عندما اي ان وتتباعد لجميع قيم x الاخرى خارج حدود هذه الفترة

التقارب عند النقطتين الطرفيتين يعتمد على قيمة m

أ)اذا كانت فالمتسلسلة تتباعد لـ

ب)اذا كانت تتقارب عند x=1

جـ)اذا كانت تتقارب عند

**Example :** Find the binomial series for the following functions & give the radius & the interval of convergence in each case

 X=0

( )

-1 1

 فالمتسلسلة تتباعد عند

نصف قطر التقارب هو (1)

**Example :**

 تتقارب عندما

 المتسلسلة تتقارب عند

 فترة التقارب هي

 نصف قطر التقارب هو

**H.W**

1)

2)

**2-7 Differentiation of power series تفاضل متسلسلات القوى**

يمكن اشتقاق متسلسلة القوى حداً بعد حد وان المتسلسلة الناتجة تمثل المشتقة للدالة المعروفة بمتسلسلة القوى الاصلية عند كل عدد x داخل فترة تقارب متسلسلة القوى الاصلية

**Example :** confirm the derivative formula by differentiating Maclaurin series term by term in the problem

2) Use the identity to obtain a series for. Then differentiate the series to obtain a series for check that is the series for

**2-8 Integration of power series**

يمثل تكامل متسلسلة القوى حداً بعد حد وان المتسلسلة الناتجة تمثل التكامل للدالة المعرفة بمتسلسلة القوى الاصلية عند كل عدد x داخل فترة التقارب لمتسلسلة القوى الاصلية

**Example :** obtain a power series for

2) Find the series expansion at x=0 for the indefinite integral of

**2-9 Multiplication of power series**

اذا كانت كل من و متقاربة تقارباً مطلقاً لـ فأن المتسلسلة تكون ايضاً متقاربة تقارباً مطلقاً لـ حيث ان

**Example :** find terms through of the Maclaur series for by multiplication

**2-10 Division of power series** :

 اذا كانت

 فأن

**Example :** Find some of the terms in Maclaurin series for by dividing the series for by the series for

**Example :** Find terms through of the maclaurin series for by:

1. Series division
2. Series multiplication

a)

1-x=1-x

b)

حفظ