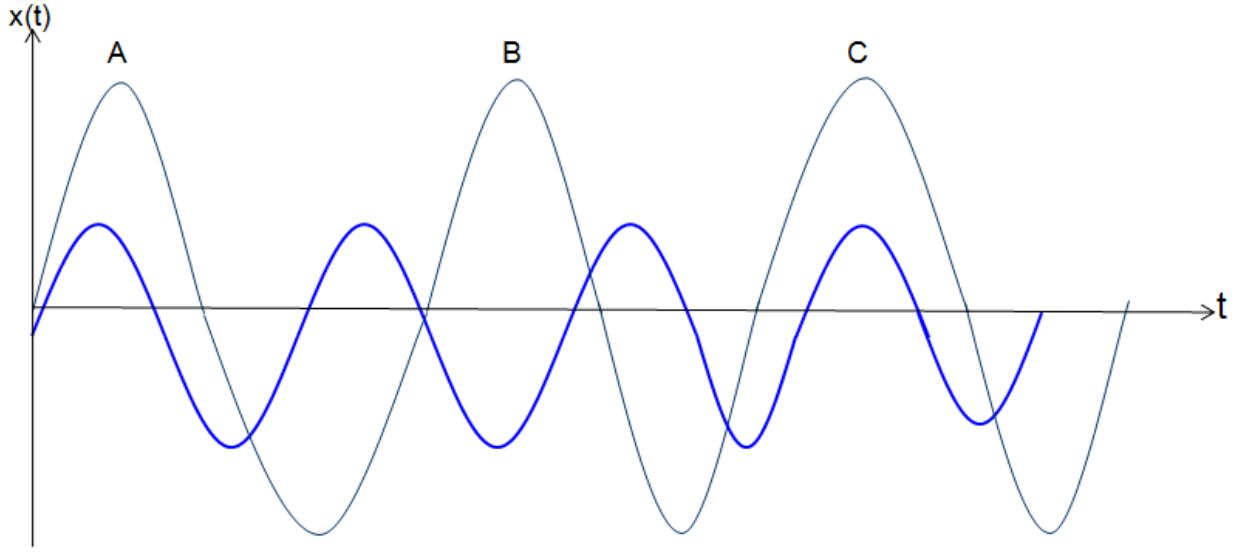
الضربات أو تركيب اهتزازيين مختلفين قليلا في التردد

عندما يتأثر جسيم آنيا بحركتين توافقيتين بسيطتين الفرق بين ترديهما قليل فان سعة الحركة الاهتزازية الناتجة للجسيم تتناوب بين نهايتين عظمى وصغرى مع مرور الزمن وهذا النمط من الحركة الدورية يدعى بظاهرة الضربات (Beats Phenomena). فعندما تحدث الحركتان التوافقيتان على امتداد محور معين، فنتيجة للاختلاف الضئيل بين ترديهما يحدث تغير تدريجي في فرق الطور بين الحركتين مع مرور الزمن. وفي لحظة زمنية معينة كتلك المقابلة للنقطة A في الشكل (1) تكون الحركتين بنفس الطور أي تحدث الإزاحتان بنفس الاتجاه وبذلك تكون سعة الحركة الاهتزازية في ذروتها، وهذا يمثل التداخل البناء، حيث تكون محصلة الإزاحة للجسيم في تلك اللحظة مساوية لمجموع الإزاحتين. وعندما يمر الزمن فان الحركتين تخرجان عن الطور ويزداد فرق الطور بينهما حتى يصبح $\pi(180^o)$ كما مبين في اللحظة الزمنية المقابلة للنقطة B في الشكل (1) حيث تكون الإزاحتان متعاكستين وتحاول كل منهما إبطال الأخرى وبذلك تكون سعة الحركة الاهتزازية في تلك اللحظة في أدنى قيمة لها، وهذا يمثل التداخل الهدام حيث تكون محصلة الإزاحة للجسيم مساوية للفرق بين الإزاحتين. ومع مرور الزمن يزداد فرق الطور بين الحركتين حتى يصبح 2π كما مبين في اللحظة الزمنية المقابلة لـC ويحدث التداخل البناء مرة أخرى ثم يعقبه بعد فترة زمنية معينة تداخل هدام. وهكذا تتكرر العملية وتتناوب محصلة سعة الحركة الإهتزازية بين أقصى وأدنى قيمة لها مع مرور الزمن بتردد ثابت يدعى تردد الضربات ويساوي الفرق بين ترددي الحركتين التوافقيتين.



الشكل (1) يمثل حركتين توافقيتين مختلفتين قليلا في التردد.

ويمكن توضيح ذلك تحليليا كالآتي. نفرض أن لدينا جسيما في وسط يتذبذب تحت تأثير حركتين توافقيتين بسيطتين مختلفتين قليلا في التردد. ونتيجة لاختلاف الترددين فان فرق الطور بين الحركتين يتغير باستمرار ولذلك فانه ليس مهما في هذه الحالة تحديد قيمة ابتدائية لفرق الطور بين الحركتين. فإذا كانت الإزاحة الآنية للجسيم في الزمن t بسبب تأثير الحركة التوافقية الأولى التي سعتها A_1 وترددها f_1 هي x_1 حيث

$$x_1=A_1\sin\omega_1 t=A_1\sin 2\pi f_1 t \quad (1)$$

والإزاحة الآنية لنفس الجسيم في نفس اللحظة الزمنية t نتيجة تأثير الحركة التوافقية الثانية التي سعتها A_2 وترددها f_2 هي x_2 حيث

$$x_2=A_2\sin\omega_2 t=A_2\sin 2\pi f_2 t \quad (2)$$

إن محصلة الإزاحة x في الزمن t تنتج من تركيب الحركتين، أي أن

$$x=x_1+x_2$$

$$x=A_1\sin\omega_1 t+A_2\sin\omega_2 t \quad (3)$$

أن تأثير الضربات يمكن تحليله بسهولة إذا اعتبرنا الحركتين لهما نفس السعة، أي إذا افترضنا $(A=A_1=A_2)$، وبذلك تصبح المعادلة كالآتي

$$x=A\sin\omega_1 t+A\sin\omega_2 t \quad (4)$$

$$x=2A\cos(\omega_2-\omega_1/2)t\sin(\omega_2+\omega_1/2)t \quad (5)$$

أن هذه المعادلة تشير إلى نتيجة رياضية بحتة وعامة لكل قيم ω_1 و ω_2 ولكن وصفها لظاهرة الضربات لا يتحقق إلا إذا كان الفرق بين ω_1 و ω_2 قليلا. أي أن

$$f_2-f_1=\Delta f \quad (6)$$

حيث Δf لا يتجاوز 10Hz. وهذا يتوقف على الفاصل الزمني بين أي ضربتين متتاليتين وقدرة الأذن البشرية على تمييز ذلك. أن المعادلة (5) يمكن تمثيلها بيانيا كما مبين في الشكل (2) فالجزء (a اللون الأحمر) يمثل الحركة التوافقية الأولى التي ترددها f_1 والجزء (b اللون الأزرق المنقط) يمثل الحركة التوافقية الثانية التي ترددها f_2 والجزء (c) يمثل محصلة تركيب الحركتين الذي يتضمن ترددين الأول عال يقع ضمن الغلاف المنقط والثاني تردد واطئ يمثله الغلاف المنقط ذاته. ويلاحظ في هذا الشكل أن السعة تتغير جيبيا، وهذه الظاهرة معروفة باسم تعديل أو تضمين السعة وهي ذات أهمية عملية في عملية الاتصالات الكهرومغناطيسية والالكترونية فضلا عن الصوتيات.

أن التفسير الفيزيائي للمعادلة (5) يمكن إعطاؤه بسهولة إذا وضعناها بالصيغة الآتية

$$x=B\sin(\omega_2+\omega_1/2)t \qquad (7)$$

حيث

$$B=2A\cos(\omega_2-\omega_1/2)t \qquad (8)$$

فالمعادلة (7) تمثل حركة دورية سعتها B وتتذبذب بتردد عال، وهذا التردد يساوي المتوسط الحسابي للترددين الأصليين أي $(f_1+f_2/2)$ والذي يمثل التردد الفعلي لمحصلة الحركة ويقع ضمن الغلاف المنقط المبين في الشكل (2). والعامل المتذبذب $\sin(\omega_2+\omega_1/2)t$ تقع قيمته دائما بين الحدين ±1. والمعادلة (8) تعطي سعة الحركة B. ويلاحظ أنها تتغير دوريا مع الزمن. والخط المنقط في الشكل (2c) يمثل شكل التغير الدوري في هذه السعة مع الزمن. أن قيمة السعة B تتغير بين اكبر قيمة لها 2A واصغر قيمة لها 0 واكبر قيمة للسعة B هي 2A تحدث عندما

$$\cos(\omega_2-\omega_1/2)t=\pm1$$

أي عندما تكون

$$\pi(f_2-f_1)t=n\pi,\ \ n=0,1,2,3,....$$

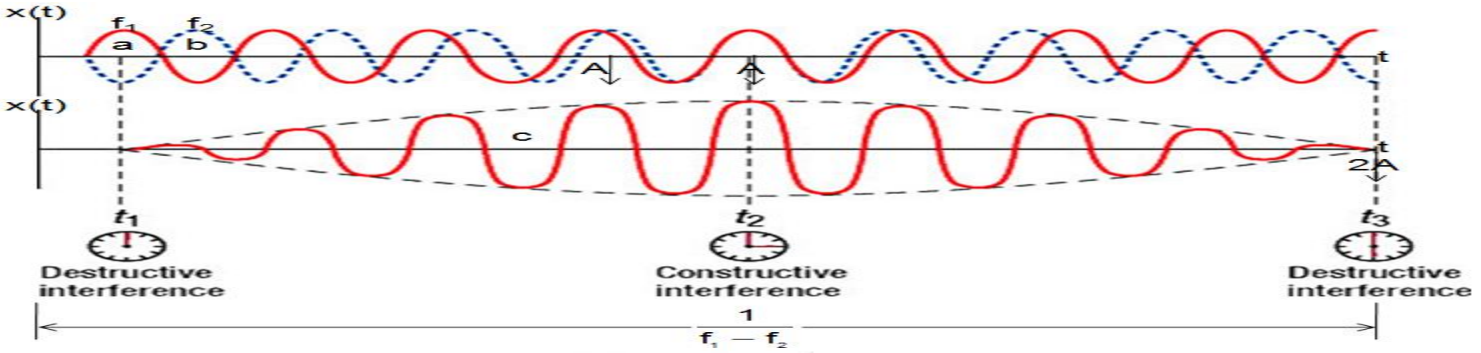
أي عندما يكون الزمن t مساوي للقيم

$$t=(0/f_2-f_1),\ (1/f_2-f_1),\ (2/f_2-f_1),\ (3/f_2-f_1),\ .....$$

يلاحظ من هذه القيم أن الفترة الزمنية t بين اكبر سعتين متتاليتين هي

$$t=(1/f_2-f_1)=(1/\Delta f)$$

وهذا يعني أن عدد السعات الكبرى في الثانية الواحدة هو Δf .



الشكل (2) اهتزاز معدل السرعة.

أما اصغر قيمة للسعة B فهي صفر، وتحدث عندما

$$\cos(\omega_2-\omega_1/2)t=0$$

أي عندما تكون

$$\pi(f_2-f_1)t=n\pi+(\pi/2),\ \ n=0,1,2,3,....$$

أي عندما تكون قيمة t هي

$$t=\{(n/f_2-f_1)+1/2(f_2-f_1)\}$$

أي عندما يكون الزمن t مساويا للقيم

$$t=(1/2(f_2-f_1)),\ (3/2(f_2-f_1)),\ (5/2(f_2-f_1)),\ .....$$

يلاحظ من هذه القيم أن الفترة الزمنية t بين اصغر سعتين متتاليتين هي

$$t=(1/f_2-f_1)=(1/\Delta f)$$

وهذا يعني أن عدد السعات الصغرى في الثانية الواحدة هو Δf وحيث أن الدورة الكاملة تتكون من سعة كبرى واحدة وسعة صغرى واحدة. لذلك فان عدد الضربات في الثانية الواحدة هو Δf من هذا نستنتج أن محصلة تركيب حركتين توافقيتين بسيطتين يكون حركة توافقية بسيطة ترددها يساوي متوسط تردد الحركتين الأصليتين وسعتها تتغير دوريا مع الزمن بين مجموع السعتين والفرق بينهما وبتردد مقداره الفرق بين الترددين الأصليين.

مثال عملي يوضح ظاهرت الضربات

إذا أصغينا لشوكتين رنانتين مهتزتين معا وقريبتين من بعضهما، وكان تردد أحداهما 255Hz والأخرى 257Hz فان الأذن ستسمع صوت تردده 256Hz ترتفع شدته وتنخفض مرتين في الثانية الواحدة. أي أن الصوت المسموع يكون تردده مساويا لمتوسط الترددين الأصليين أي (256Hz=((257/2)+(255/2))) وعدد ضرباته مساويا للفرق بين الترددين الأصليين أي (257-255=2Hz). ويمكن تفسير استجابة الأذن للضربات كآلاتي. "إذا اهتزت الشوكتان الرنانتان سوية، وكانت حركة كل منهما هي حركة توافقية بسيطة وكان فرق التردد بينهما ضئيلا فان حركة كل شوكة ستنتقل كاهتزازات في الهواء على شكل موجات صوتية. فإذا التقطت الأذن الموجتين معا فان غشاء الطبلة داخل الأذن، سيهتز تحت تأثير حركتين توافقيتين بسيطتين الفرق بين ترديهما قليل. ومحصلة ذلك أن اهتزاز غشاء الطبلة سيكون متناوبا بين اكبر واصغر سعة. ولما كانت شدة الصوت تتناسب طرديا مع سعة الموجة الصوتية، لذلك فان شدة الصوت المسموع ستتغير بالتناوب بين ترددي الشوكتين وهذا يمثل عدد الضربات التي تسمعها الأذن في الثانية الواحدة. وعموما فان الأذن البشرية لا يمكنها أن تميز بين ضربات نغمتين إذا كان فرق التردد بينهما يزيد عن 7 ضربات في الثانية الواحدة. والأذن المرهفة الحس تستطيع أن تستخدم هذه الظاهرة لمقارنة نغمتين متقاربتين بالتردد. وإذا اختفت الضربات فهذا يعني أن النغمتين لهما نفس التردد".

مثال:شوكتان رنانتان تردد احدهما 520Hz تنتجان 5 ضربات في الثانية. ما هو تردد الشوكة الثانية إذا وجد انه بوضع مادة لاصقة على الشوكة فان عدد الضربات يقل؟

ج:

$$|f_2-f_1|=\Delta f$$
$$f_2=f_1\pm5$$
$$f_2=520\pm5$$

أي انه أما التردد 525Hz أو 515Hz. وحيث أن عدد الضربات يقل عندما توضع مادة لاصقة على الشوكة فان التردد الصحيح هو 525Hz. لماذا؟

على الطلبة مراجعة الأمثلة المحلولة وغير المحلولة في نهاية الفصل من صفحة 181 إلى الصفحة 188 في الكتاب المقرر.