الطريقة الثانية :- نعتبر الدالة خطية linear بالنسبة الى المتغير x

$$\left[y^2 dx + (3xy + y^2 - 1)dy = 0\right] * \frac{1}{dy}$$

$$\left[y^2 \frac{dx}{dy} + 3xy + y^2 - 1 = 0\right] * \frac{1}{y^2}$$

$$\frac{dx}{dy} + \frac{3x}{y} + 1 - \frac{1}{y^2} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dy} + \frac{3}{y}x = \frac{1}{y^2} - 1$$ linear equation w.r.t. (x)

$$I = e^{\int P(y)dy} = e^{3\int \frac{dy}{y}} = e^{3\ln y} = y^3$$

$$I \cdot x = \int I \cdot Q(y)\, dy \Rightarrow y^3 \cdot x = \int y^3\left(\frac{1}{y^2} - 1\right)dy$$

$$\Rightarrow y^3 x = \int y\, dy - \int y^3 dy = \frac{1}{2}y^2 - \frac{1}{4}y^4 + C$$

$$\Rightarrow y^3 x + \frac{1}{4}y^4 - \frac{1}{2}y^2 = C$$

بالتعويض بقيم الـ $x, y$ سنستخرج قيمة $C$

$$(-1)(1) + \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = \frac{-5}{4} = C$$

$$\therefore G.S.\ y^3 x + \frac{1}{4}y^4 - \frac{1}{2}y^2 + \frac{5}{4} = f(x,y)$$

نلاحظ من الطريقتين ان ناتج المعادلة (الحل العام) يكون متساوي في الحالتين

*) ملاحظة :