**نموذج النقل:**

**1- تعريف مشكلة النقل:**

من اولى تطبيقات البرمجة الخطية هي مشكلة النقل, اذ تطورت اساليب ايجاد الحل الامثل لمشكلات النقل خلال الحرب العالمية الثانية واتسعت بعد تطور الطريقة المبسطة.

مشكلة النقل عبارة عن عملية نقل مواد متشابهة ( من حيث النوع ) من مراكز تمثل الاصول (Sources ) الى مراكز اخرى تسمى النهايات ( Destination ), تمثل الاصول مراكز العرض والتي قد تكون المراكز الانتاجية أو مراكز التسويق أو مخازن حفظ ( أو خزن ) البضائع, أما النهايات فأنها تمثل مراكز الطلب أو الاستهلاك والتي قد تمثل مراكز البيع ( الاسواق مثلا ) أو أي مركز للاستهلاك.

**2- صياغة نموذج النقل:**

لنرمز للأصول بالرمز ( Si ) أذ أن ( i = 1,2,…,m ) بمعنى لدينا ( m ) من الاصول التي تنقل منها البضائع أو الوحدات.

ولنرمز للنهايات بالرمز ( Dj ) أذ أن ( j = 1,2,…,n ) بمعنى لدينا ( n ) من النهايات التي تنقل اليها البضائع أو الوحدات.

كلفة نقل الوحدة الواحدة من الأصل رقم ( i ) الى النهاية رقم ( j ) يرمز لها بالرمز ( Cij ) .

تتوفر في الأصول كميات من المواد المتاحة والتي تمثل الكميات المعروضة ( Supply ) ويرمز لها بالرمز ( ai ; i = 1,2,….,m ). و كل نهاية تحتاج الى كميات من المواد والتي تمثل الاحتياجات أو الكميات المطلوبة ( Demand ) ويرمز لها بالرمز( bj : j = 1,2,…,n )

مجموع الكميات المعروضة يجب ان تساوي مجموع الكميات المطلوبة أي أن ( Σai = Σbj ).

كمية الوحدات المنقولة من الاصل ( i ) الى النهاية ( j ) يرمز لها ( Xij ) والتي تمثل متغيرات القرار في نموذج النقل.

بما أنه لدينا عدد ( m ) من الاصول وعدد ( n ) من النهايات لذا فأن عدد متغيرات نموذج النقل تساوي ( mn ) .

أي نموذج نقل يمكن تمثيله بالجدول المزدوج الاتي:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| الكميات المعروضةSupply | Dn | ………… | Dj | ………… | D2 | D1 | النهايات  الأصول  |
| a1 | C1nX1n | ………… | C1jX1j | ………… | X12 |  C12X11 | S1C11 |
| a2 | C2nX2n | ………… | C2jX2j | ………… | X22 | C22X21 | S2C21 |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| ai | CinXin | ………… | CijXij | ………… | Xi2 | Ci2Xi1 | SiCi1 |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| am | CmnXmn | ………… | CmiXmj | ………… | Xm2 | Cm2Xm1 | SmCm1 |
| Σai = Σbj | bn | ………… | bj | ………… | b2 | b1 | الكميات المطلويةDemand |

**الصيغة الرياضية لنموذج البرمجة الخطية :**

دالة الهدف تأخذ صيفة التصغير ( الهدف من حل مشكلة النقل تحقيق أقل كلفة ممكنة) :

 $Min. Z = \sum\_{i=1}^{m}\sum\_{j=1}^{n}C\_{ij}X\_{ij}$

 قيود النموذج :

مجموعة القيود الاولى وعددها ( m ) من القيود:

 $ \sum\_{j=1}^{n}X\_{ij} \leq a\_{i}$ , i= 1,2,…, m

 تلك القيود تضمن ان تكون الكمية المطلوبة من الأصل رقم ( i ) يجب أن لاتزيد عن المتاح في ذلك الأصل.

مجموعة القيود الثانية وعددها ( n) من القيود:

$\sum\_{i=1}^{m}X\_{ij} \leq b\_{j}$ , j= 1,2,…, n

وهذه القيود تضمن ان تكون الكمية المنقولة للنهاية ( j ) لا تقل عن حاجة تلك النهاية.

بالاضافة الى قيود اللاسلبية أي أن الكميات المنقولة من الأصل i الى النهاية j أكبر من أو تساوي الصفر أي أن ( Xij ≥ 0 ).

اذا كان مجموع الكميات المعروضة تفي باقل احتياجات السوق الممكنة ( أي مجموع الكميات المطلوبة ) بمعنى أن :

$\sum\_{i=1}^{m}a\_{i }= \sum\_{j=1}^{n}b\_{j}$

والذي يمثل شرط التوازن لمشكلة النقل , وبموجب هذا الشرط يصبح النموذج في صيغة النموذج القياسي والنموذج في هذه الحالة يسمى بنموذج النقل المتوازن وقيوده تكون جميعها بهيئة معادلات . صيغة نموذج النقل المتوازنة تكون كالآتي:

$Min. Z = \sum\_{i=1}^{m}\sum\_{j=1}^{n}C\_{ij}X\_{ij}$

S.T.

$\sum\_{j=1}^{n}X\_{ij} = a\_{i}$ , i= 1,2,…, m

 $\sum\_{i=1}^{m}X\_{ij} = b\_{j}$ , j= 1,2,…, n

 Xij ≥ 0

***3- حل مشاكل النقل:***

*نموذج مشكلة النقل هو نموذج برمجة خطية بمعنى يمكن ايجاد الحل الامثل لهذه المشكلة باستخدام الطريقة المبسطة ولكن هناك بعض الصعوبات في استخدام الطريقة المبسطة منها العدد الكبير لمتغيرات النموذج مما يعقد حل النموذج كما أن صيغة دالة الهدف تأخذ صيغة التصغير مما يؤدي الى صعوبة تطبيق الطريقة المبسطة, بالاضافة الى ان جميع معاملات متغيرات النموذج في القيود تساوي الواحد الصحيح مما يصعب تحديد المتغير الداخل والمتغير الخارج في كل مرحلة. لذا مشاكل النقل تحل بطريقة خاصة بها والتي تتضمن مرحلتين:*

***المرحلة الاولى****: وفيها يتم ايجاد الحل الاساسي الأولي ويمكن اتباع احدى الطرائق الآتية:*

*أ- طريقة الركن الشمالي الغربي* North-West corner method .

*ب- طريقة أقل كلفة* Least cost method

*ج- طريقة الجزاء ( فوجل )* Penalty method ( Vogel, s method )

المرحلة الثانية: *وتتضمن أختبار الحل الأساسي الأولي الذي تم التوصل اليه في المرحلة الاولى ومن ثم تطويره وصولا الى الحل الأمثل, وهنالك طريقتين يمكن اتباع احدها وهما:*

*أ- طريقة المسار المتعرج* SteppingStone method .

*ب- طريقة التوزيع المعدل* Modified Distribution method .

***المرحلة الاولى:*** *( أيجاد الحل الاساسي الاولي )*

*قبل البدء بايجاد الحل الاساسي الاولي لأي مشكلة نقل يجب التحقق من كون تلك المشكلة متزنة بمعنى تحقق شرط التوازن (* $\sum\_{i=1}^{m}a\_{i }= \sum\_{j=1}^{n}b\_{j}$ *) , وبعكسه يجب معالجة ذلك وسيتم التطرق لهذه الحالة في فقرات لاحقة.*

*الحل الاساسي الاولي يجب أن يحقق الشرط الاتي :*

*عدد المتغيرات الاساسية في الحل اللاساسي الاولي يجب أن يساوي (* m + n – 1 *) أي مجموع عدد الاصول وعدد النهايات مطروحا منها الواحد الصحيح. في حالة عدم تحقق هذا الشرط فأن الحل يكون حلا منحلا .*

*أيجاد الحل الاساسي الاولي يتم باتباع احدى الطرائق الاتية:*

***أ- طريقة الركن الشمالي الغربي* North-West corner method *:***

*تعد هذه الطريقة من ابسط طرائق ايجاد الحل الاساسي الاولي ولا تستند الى أي منطق علمي لتوزيع الكميات المتيسرة في الاصول لتلبية احتياجات النهايات , يتم توزيع الكميات بالشكل الاتي:*

*يتم البدء من الزاوية الشمالية الغربية لجدول النقل ( لذلك سميت الطريقة بهذا الاسم ), أي يتم تزويد النهاية رقم 1 من الاصل رقم 1 فاذا كان المتيسر في هذا الاصل أكبر من احتياج النهاية رقم 1 يتم تلبية كافة احتياجها و ننتقل الى النهاية رقم 2 , أما اذا كان المتيسر في الاصل رقم 1 أقل من احتياج النهاية رقم 1 فيتم تزويد هذه النهاية بما متيسر في الاصل رقم 1 ومن ثم ننتقل الى الاصل رقم 2 لنزود النهاية رقم 2 ببقية احتياجها . وهكذا نستمر لحين تزويد كافة احتياجات النهايات .*

*نوضح ايجاد الحل الاساسي الاولي لمشكلة النقل بالمثال الاتي.*

*مثال(1):*

*احدى شركات تصنيع الالبان يتوفر لديها ثلاثة مراكز تسويقية ( الاصول ) في مواقع مختلفة, تقوم تلك المراكز بتجهيز الالبان الى خمسة مراكز استهلاكية ( النهايات) في عدة مناطق, المتيسر من الوحدات المنتجة في المراكز التسويقية ( الكميات المعروضة ) واحتياجات المراكز الاستهلاكية ( الكميات المطلوبة ) وكلفة نقل الوحدة الواحدة من المنتوج من كل اصل الى كل نهاية مبين في جدول النقل التالي.*

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **الكميات المعروضة****Supply** | **D5** | **D4** | **D3** | **D2** | **D1** | **مراكز الاستهلاك**  **مراكز التسويق**  |
| 100250 | 30 | 34 | 2834 | 2725 |  75 | **S1**37 |
| 12590200 | 28 | 2720 | 3270 | 3235 |  | **S2**29 |
| 150900 | 3090 | 3060 | 37 | 27 |  | **S3**34 |
| 375 | 900 | 80600 | 700 | 60350 | 750 | **الكميات المطلوية****Demand** |

*الحل:*

*التحقق من ان مشكلة النقل متوازنة:*

*مجموع الكميات المعروضة ( المتاح ) = 100 + 125 + 150 = 375*

*مجموع الكميات المطلوبة ( الاحتياج ) = 75 + 60 + 70 + 80 + 90 = 375*

*مجموع الكميات المعروضة = مجموع الكميات المطلوبة*

*لذا فأن مشكلة النقل متوازنة.*

*بموجب طريقة الركن الشمالي الغربي نبدء من الركن الشمالي الغربي , المركز الاستهلاكي*  D1 *يحتاج الى* *75 وحده ومتوفر 100 وحده في المركز التسويقي* S1 *لذا يتم تجهيز كامل احتاج المركز الاستهلاكي*  D1 *والبالغ 75 وحده* *ويبقى في المركز التسويقي* S1 *25 وحده لذا نبقى في الصف الاول ( أي ضمن المركز التسويقي* S1 *) وننتقل الى المركز الاستهلاكي*  D2*الذي يحتاج الى 60 وحدة تجهز من المتبقي في المركز التسويقي* S1 *والبالغه 25 وحدة ويبقى يحتاج 35 وحدة تجهز من المركز التسويقي* S2 *( بمعنى ننتقل عموديا الى الصف الثاني ) الذي تتوفر فيه 125 وحدة لتبقى منها 90 وحدة تجهز منها 70 وحدة التي تمثل احتياج المركز الاستهلاكي*  D3*ويبقى منها 20 وحدة تجهز الى المركز الاستهلاكي*  D4*الذي يبقى يطلب 60 وحدة يتم تجهيزها من المركز التسويقي* S3 *الذي يبقى متاحا فيه 90 وحدة تجهز لسد طلب المركز الاستهلاكي*  D5*, وبهذا يتم تجهيز كامل الطلب للمراكز اللاستهلاكية. وبهذا فان المتغيرات الاساسية في هذا الحل الاساسي هي :*

X11 = 75 , X12 = 25 , X22 = 35 , X23 = 70 X24 = 20 , X34 =60 , X35 = 90

*1 – 5 + 3 = 7 = عدد المتنغيرات الاساسية*

*اذن فأن الحل يحقق شرط الحل الاساسي الممكن ( حل غير منحل )*

*يبقى حساب الكلفة الاجمالية لعملية النقل بالسبة للحل الاساسي الاولي وهي :*

 Z = ( 37\*75 )+( 27\*25 )+( 32\*35 )+(32\*70 )+( 27\*20 )

 +( 30\*60 )+( 30\*90 ) = 11850

*مثال(2):*

*احد شركات تصنيع مكيفات الهواء لديها اربعة مواقع مختلفة لخزن الوحدات المنتجة, الوحدات المنتجة توزع على اربعة محلات بيع في اربعة مدن. جدول النقل التالي يبين المعروض من الوحدات المنتجة في كل موقع خزن ( الاصول ), والكميات المطلوبة من تلك الوحدات المنتجة لكل محل من محلات البيع ( النهايات ), بالاضافة الى كلفة نقل الوحدة الواحدة من الوحدات المنتجة. أوجد الحل الاساسي الاولي لمشكلة النقل هذه.*

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **الكميات المعروضة****Supply** | **D5** | **D4** | **D3** | **D2** | **D1** | **محال البيع**  **مواقع الخزن**  |
| 40100 | 9 | 5 | 4 | 610 |  30 | **S1**7 |
| 30100 | 8 | 7 | 510 | 620 |  | **S2**8 |
| 20150 | 5 | 615 | 95 | 8 |  | **S3**6 |
| 1050 | 65 | 85 | 7 | 7 |  | **S4**5 |
| 100 | 50 | 2050 | 1550 | 30200 | 300 | **الكميات المطلوية****Demand** |

*الحل:*

 *مجموع الكميات المعروضة = مجموع الكميات المعروضة = 100*

*لذا فأن مشكلة النقل متوازنة . ونبدء بعميلة التوزيع وبحسب طريقة الركن الشمالي الغربي فيتم تجهيز كامل الطلب لمحل البيع* D1 *والبالغ* *30 وحدة من المخزن* S1 *ليبقى فيه 10 وحدات معروضه يتم تجهيزها لمحل البيع* D2 *ليبقى يحتاج الى 20 وحدة يتم تجهيزها من المخزن* S2 *ويبقى في هذا المخزن 10 وحدات معروضة تجهز لمحل البيع* D3 *وباقي طلب هذا المحل يتم تجهيزه من المخزن* S3 *والبالغ 5 وحدات ليتبقى 15 وحدة معروضة فيه يتم تجهيزها لمحل البيع* D4 *ليبقى هذا المحل يطلب 5 وحدات تجهز من المخزن* S4 *والباقي من المعروض في هذا المخزن البالغ 5 وحدات تجهز لمحل البيع* D5 *. وبهذا يتم تجهيز جميع المحال . المتغيرات الاساسية في هذا الحل هي :*

X11 = 30 , X12 = 10 , X22 = 20 , X23 = 10 X33 = 5 , X34 =15 , X44 = 5 , X45 = 5

 *1 – 5 + 4 = 8 = عدد المتغيرات الاساسية*

*لذا فأن الحل هو حل اساسي ممكن غير منحل . الكلفة الكلية لهذا الحل تساوي:*

Z = ( 7 \* 30 ) + ( 6 \* 10 ) + ( 6 \* 20 ) + ( 5 \* 10 )

 + ( 9 \* 5 ) + ( 6 \* 15 ) + ( 8 \* 5 ) + ( 6 \* 5 ) = 645 I.D

*تمارين:*

*1- استخدم طريقة الركن الشمالي الغربي لايجاد الحل الاساسي الاولي لمشكلة النقل المبينة بجدول النقل الاتي:*

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **الكميات المعروضة****Supply** | **D5** | **D4** | **D3** | **D2** | **D1** | **النهايات**  **الاصول**  |
| 750 | 13 | 12 | 16 | 12 |   | **S1**11 |
| 650 | 11 | 8 | 5 | 14 |  | **S2**3 |
| 200 | 6 | 12 | 11 | 10 |  | **S3**13 |
| 400 | 14 | 5 | 13 | 7 |  | **S4**14 |
|  | 500 | 400 | 600 | 150 | 350 | **الكميات المطلوية****Demand** |

*2- ستة مراكز لبيع احدى السلع الكهربائية موزعة في ستة مدن مختلفة يراد تجهيزها بتلك السلعة من اربعة مواق للخزن المنتشرة في مواقع مختلفة. الكميات المعروضة في مواقع الخزن والكميات المطلوبة من قبل مراكز البيع مبينة في جدول النقل التالي علاوة على كلفة نقل الوحدة الواحدة من تلك السلعة. استخدم طريقة الركن الشمالي الغربي لايجاد الحل الاساس الاولي مع اختبار فيما اذا كان هذا الحل يمثل حل اساسي ممكن غير منحل.*

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **الكميات المعروضة****Supply** | **D6** | **D5** | **D4** | **D3** | **D2** | **D1** | **مراكز البيع**   **مواقع الخزن**  |
| 5 | 10 | 9 | 6 | 9 |  12 |  | **S1**9 |
| 6 | 5 | 5 | 7 | 7 | 3 |  | **S2**7 |
| 2 | 11 | 3 | 11 | 9 | 5 |  | **S3**6 |
| 9 | 10 | 2 | 2 | 11 | 8 |  | **S4**6 |
|  | 2 | 4 | 2 | 6 | 4 | 4 | **الكميات المطلوية****Demand** |