

## الفصل الاول - الدوال *Functions*

### تعريف الدالة Function

إذا كان  $B$  ،  $A$  يُمثّلان مجموعتين غير خاليتين، وكان كل عنصر من عناصر المجموعة  $A$  يقابله عنصر واحد فقط من عناصر المجموعة  $B$  فإننا نقول للقاعدة التي تم على أساسها إجراء هذه المقابلة دالة  $(F)$  من  $A$  الى  $B$  ويُعبّر عن ذلك بالرموز كالاتي:

$$F: A \rightarrow B$$

ويُطلق على مجموعة العناصر الموجودة في  $A$  منطلق الدالة  $F$  ، ويُطلق على العناصر الموجودة في  $B$  مستقر الدالة  $f$ .

### أنواع الدوال:

هناك الكثير من الدوال سنتطرق الى بعض منها ، مثل:

### ١ - الدالة المتزايدة. Increasing Fun.

تسمى دالة  $y = f(x)$  دالة متزايدة، إذا ازدادت قيمة  $y$  كلما ازدادت قيمة  $x$  أي أنّ:

$$x_1 < x_2$$

$$f(x_1) \leq f(x_2)$$

مثال: هل الدالة الآتية  $y = x + 3$  ؟

Is this Function Increasing ?

Sol// Let  $x_1 = 2$  ,  $x_2 = 4$

$$y_1 = f(x_1) = 2 + 3 = 5$$

$$y_2 = f(x_2) = 4 + 3 = 7$$

$$\begin{array}{ccc} 2 & < & 4 \\ \swarrow & & \searrow \\ f(2) = 5 & < & f(4) = 7 \end{array}$$

∴ Increasing Fun.

**Ex: Is this Function  $y = x^2 + 2$  Increasing ?**

**Sol:**

$$\text{Let } x_1 = -1, x_2 = +1$$

$$f(-1) = (-1)^2 + 2 = 1 + 2 = 3$$

$$f(+1) = (-1)^2 + 2 = 1 + 2 = 3$$

**∴ Increasing Fun.**

### ٢- الدالة المتناقصة. Decreasing Fun.

تُسمى دالة  $y = f(x)$  دالة متناقصة، إذا قلت قيمة  $y$  بازدياد قيمة  $x$  أي أن:

$$x_1 < x_2$$

$$f(x_1) > f(x_2)$$

مثال: لتكن  $y = 3 - x$  هل الدالة متناقصة ؟

$$\text{Sol/ Let } x_1 = 3, x_2 = 5$$

$$y_1 = f(x_1) = 3 - 3 = 0$$

$$y_2 = f(x_2) = 3 - 5 = -2$$

$$\begin{array}{ccc} & 2 < 4 & \\ \swarrow & & \searrow \\ f(3) = 0 & > & f(5) = -2 \end{array}$$

**H.w: Which one of the following functions is Inc. or Dec. function :**

a-  $f(x) = \sqrt[3]{2x^2}$

b-  $f(x) = \frac{1}{x-2}$

### ٣- الدالة الزوجية Even Function

تعتبر الدالة  $y = f(x)$  دالة زوجية ، إذا كانت  $f(x) = f(-x)$  أي أن قيمة الدالة تكون متساوية سواء كانت  $x$  سالبة او موجبة، وهذا يعني أن الدالة متماثلة بالنسبة للمحور  $y$ .

مثال: لتكن  $y = f(x) = x^2$ .

$$\text{Sol// } f(-x) = (-x)^2 \\ = x^2$$

$$\therefore f(x) = f(-x)$$

$\therefore$  Even fun.

#### ٤- الدالة الفردية Odd Function

تعتبر الدالة  $y = f(x)$  فردية إذا كانت

سالب صورة الموجب      صورة العنصر السالب

مثال: بين أي من الدوال الآتية هي زوجية، فردية أم ليست أي واحدة منهم؟

Show that which one of the Following Functions is Even, odd or not ?

a.  $f(x) = x^2 + 5$

Sol/

$$f(-x) = (-x)^2 + 5 \\ = x^2 + 5 \\ \Rightarrow f(x)$$

$$\therefore f(x) = f(-x)$$

$\therefore$  Even

\* هنا لا نفرض  $x_2, x_1$

لأن السؤال ليس عن التزايد والتناقص

Even/  $f(x) = f(-x)$

odd/  $f(-x) = -f(x)$

b.  $g(x) = x^3 + x$

$$g(-x) = (-x)^3 + (-x) \\ = -x^3 - x \\ = -(x^3 + x) \\ = -g(x)$$

$$\therefore g(-x) = -g(x)$$

$\therefore$  odd

$$\begin{aligned}
 \text{c. } f(x) &= x^2 + x \\
 f(-x) &= (-x)^2 + (-x) \\
 &= x^2 - x \neq f(x) \text{ not even} \\
 &= -(-x^2 + x) \neq -f(x) \text{ not odd}
 \end{aligned}$$

**Ex: Show that which one of the Following Function is Increasing or Decreasing.**

\* إذا كان السؤال يخص التزايد والتناقص للدالة فيكون الحل بفرض قيم للـ  $x_1$  والـ  $x_2$  بشرط أن تكون  $x_1 < x_2$

$$1- f(x) = \frac{1}{x^2-2}$$

$$\text{Let: } x_1 = 3, x_2 = 4$$

$$f(x_1) = \frac{1}{(3)^2-2} = \frac{1}{9-2} = \frac{1}{7}$$

$$f(x_2) = \frac{1}{(4)^2-2} = \frac{1}{16-2} = \frac{1}{14}$$

$$3 < 4$$

$$f(3) = \frac{1}{7} > f(4) = \frac{1}{14}$$

∴ decreasing

$$2- f(x) = \sqrt[3]{2x+1}$$

$$\text{Let: } x_1 = 3, x_2 = 5$$

$$f(x) = \sqrt[3]{2x+1}$$

$$f(x_1) = \sqrt[3]{2(3)+1}$$

$$= \sqrt[3]{6+1}$$

$$= \sqrt[3]{7} = 1.9$$

$$f(x_2) = \sqrt[3]{2(5)+1}$$

$$= \sqrt[3]{10+1}$$

$$= \sqrt[3]{11} = 2.22$$

$$3 < 5$$

$$f(3) = 1.9 < f(5) = 2.22$$

∴ Increasing

**H.w:** Show that which one of the Following Function is Even or Odd or not:

1-  $f(x) = 2x^2 + 3$

2-  $f(x) = 2x - 5$

وهناك أنواع أخرى من الدوال تُستخدم في المجالات الإدارية والاقتصادية والاحصائية، سنتطرق الى بعض منها:

١- الدالة الخطية Linear function

٢- الدالة التربيعية Quadratic fun.

٣- الدالة التكعيبية Quibic function

٤- دالة الجذر التربيعي Square root function

٥- دالة القيم المطلقة Absolute value function

١- الدالة الخطية Linear function

وهي الدالة التي تأخذ الصيغة الآتية  $f(x) = a + bx$  ، حيث  $b \neq 0$  وإن كل من  $a$  ،  $b$  تأخذ قيم حقيقية، وأن مُنطلق الدالة  $f$  يأخذ قيم حقيقية أيضاً.

٢- الدالة التربيعية Quadratic Fun.

وهي الدالة التي تأخذ الصيغة  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ، ومنطلقها يأخذ القيم الحقيقية وإن  $a, b, c \neq 0$  تأخذ قيم حقيقية .

٣- الدالة التكعيبية **Quibic function**

وهي الدالة التي تأخذ الصيغة الآتية  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ومنطلقها يأخذ القيم الحقيقية.

٤- دالة الجذر التربيعي **Square root function**

وهي الدالة التي تأخذ الصيغة التالية  $f(x) = \sqrt{x}$  ومنطلقها يأخذ القيم الحقيقية غير السالبة.

٥- دالة القيم المطلقة **Absolute value function**

وهي الدالة التي تأخذ الصيغة الآتية  $f(x) = |x|$  ومنطلقها يأخذ القيم الحقيقية.