

أ.م.د. فوراس محي طه الوائلي .....(تصميم و تحليل التجارب الزراعية)..... تحليل الارتباط و الانحدار الخطي البسيط

## 1. تحليل الارتباط الخطي البسيط Simple Linear Correlation Analysis

يهتم هذا التحليل بتقدير و اختبار معنوية معامل الارتباط الخطي البسيط و الذي يرمز له بالرمز  $r$  و يمثل مقياس درجة العلاقة الخطية بين المتغيرين  $x$  و  $y$  المستقلين . و تقع قيمة معامل الارتباط بين  $-1$  و  $+1$  . و لغرض تقدير و اختبار معنوية معامل الارتباط الخطي البسيط بين المتغيرين  $x$  و  $y$  كالآتي :

أ. حساب قيم متوسطات  $x$  و  $y$  اي حساب  $\bar{x}$  و  $\bar{y}$  .

ب. إيجاد مجاميع مربعات انحرافات قيم  $x_i$  و  $y_i$  عن اوساطها الحسابية و كذلك مجموع المربعات المشتركة بين  $x$  و  $y$  .

ج. حساب قيمة معامل الارتباط الخطي البسيط  $r$  من المعادلة :

$$r = \frac{\sum (x_i - \bar{x}) * (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 - (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{\sum x_i y_i - \frac{(\sum x_i)(\sum y_i)}{n}}{\sqrt{\left[ \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right] \left[ \sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n} \right]}}$$

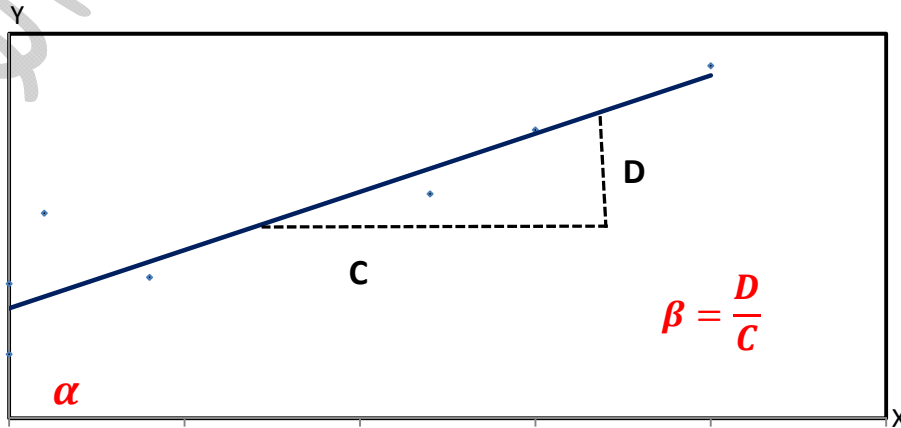
د. يتم اختبار معنوية معامل الارتباط عن طريق اجراء مقارنة بين قيمة  $r$  المحسوبة  $r$  الجدولية عند درجات حرية  $n-2$  .

## 2. تحليل الانحدار الخطي البسيط Simple Linear Regression Analysis

ان تحليل الانحدار الخطي البسيط يهتم بتقدير و اختبار المعنوية التي تتعلق بمعلمتين هما  $a$  و  $\beta$  في المعادلة  $y = \alpha + \beta x$  . و لغرض اجراء تحليل الانحدار البسيط لابد من توفر  $n$  من ازواج المشاهدات لمتغيرين احدهما مستقل و الاخر تابع . و العلاقة الخطية البسيطة هي تمثيل بياني يظهر العلاقة بين متغيرين احدهما مستقل Independent يرمز له  $(x)$  و الاخر تابع Dependent يرمز له  $(y)$  بصورة خط مستقيم ، اذ ان المتغير التابع يزداد او يقل تبعاً لتغير المتغير المستقل و يمكن تمثيل العلاقة بين المتغيرين بصورة معادلة و كالآتي :

$$\hat{y} = \alpha + \beta x$$

اذ ان  $\alpha$  تمثل  $y$ \_intercept و هي نقطة تقاطع معادلة خط الانحدار مع المحور الافقي و هي قيمة المتغير التابع  $y$  عندما تكون قيمة المتغير  $x$  تساوي صفرأً و  $\beta$  تمثل معامل الانحدار الخطي Regression Coefficient و الذي يعرف على انه ميل خط الانحدار او هو مقدار التغير في المتغير التابع  $y$  عندما يتغير المتغير المستقل  $x$  بوحدة واحدة .



أ.م.د. فوراس محي طح الوائلي .....(تصميم و تحليل التجارب الزراعية)..... تحليل الارتباط و الانحدار الخطي البسيط و تقدر  $\beta$  من العلاقة الآتية :

$$\beta = \frac{\sum(x_i - \bar{x}) * (y_i - \bar{y})}{\sum(x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum x_i y_i - \frac{(\sum x_i)(\sum y_i)}{n}}{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}}$$

اما  $\alpha$  فتقدر من العلاقة الآتية :

$$\alpha = \bar{y} - \beta * \bar{x}$$

مثال // جد معادلة الانحدار و علاقة الارتباط الخطي البسيط للمتغيرين  $x_i$  و  $y_i$  المبينة قيمهما في الجدول ادناه :

$x_i$	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
$y_i$	2	6	12	18	24	30	36	40	44	49	55	61	77

/الحل/

Rank	$x_i$	$x_i^2$	$y_i$	$y_i^2$	$x_i y_i$	$\hat{y}$
1	0	0	2	4	0	0.6367
2	3	9	6	36	18	6.3511
3	6	36	12	144	72	12.0655
4	9	81	18	324	162	17.7799
5	12	144	24	576	288	23.4943
6	15	225	30	900	450	29.2087
7	18	324	36	1296	648	34.9231
8	21	441	40	1600	840	40.6375
9	24	576	44	1936	1056	46.3519
10	27	729	49	2401	1323	52.0663
11	30	900	55	3025	1650	57.7807
12	33	1089	61	3721	2013	63.4951
13	36	1296	77	5929	2772	69.2095
$\Sigma$	234	5850	454	21892	11292	454.0003

$$\beta = \frac{\sum(x_i - \bar{x}) * (y_i - \bar{y})}{\sum(x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum x_i y_i - \frac{(\sum x_i)(\sum y_i)}{n}}{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}} = \frac{11292 - \frac{(234) * (454)}{13}}{5850 - \frac{(234)^2}{13}}$$

$$= \frac{146796 - 106236}{76050 - 54756} = \frac{3120}{1638} = 1.9048$$

أ.م.د. فوراس محي طه الوائلي .....(تصميم و تحليل التجارب الزراعية)..... تحليل الارتباط و الانحدار الخطي البسيط

$$\alpha = \bar{y} - \beta * \bar{x}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{13} x_i}{n} = \frac{234}{13} = 18 \quad \text{and} \quad \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{13} y_i}{n} = \frac{454}{13} = 34.9231$$

$$\alpha = \bar{y} - \beta * \bar{x} = 34.9231 - (1.9048) * (18) = 34.9231 - 34.2864 = 0.6367$$

$$\therefore \text{Linear equation is } \hat{y} = \alpha + \beta x = 0.6367 + 1.9048(x)$$

S.O.V.	d.f.	SS	MS	F - cal	F - Tab	
					0.05	0.01
Regression	1	5943.0949	5943.0949	696.73**	4.84	9.65
Residual(Error)	11	93.8282	8.53			
Total	12	6036.9231				

$$\text{Sum of Squares due to regression} = SSR = \beta^2 * \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}$$

$$= (1.9048)^2 * (1638) = 5943.0949$$

$$MSR = \frac{SSR}{d.f.R} = \frac{5943.0949}{1} = 5943.0949$$

$$SST = S_y^2 = \sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n} = 21892 - \frac{(454)^2}{13} = \frac{284596 - 206116}{13} = \frac{78480}{13}$$

$$= 6036.9231$$

$$\text{Sum of Squares due to deviations from regression} = SS_e = SST - SSR \rightarrow SS_e$$

$$= 6036.9231 - 5943.0949 = 93.8282$$

$$MSe = \frac{SSe}{d.f.e} = \frac{93.8282}{11} = 8.53$$

$$F - cal = \frac{MSR}{MSe} = \frac{5943.0949}{8.53} = 696.73**$$

اما علاقة الارتباط البسيط فيمكن قياسها من العلاقة الآتية :

$$r = \frac{\sum (x_i - \bar{x}) * (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 * \sum (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{\sum x_i y_i - \frac{(\sum x_i)(\sum y_i)}{n}}{\sqrt{\left[ \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \right] \left[ \sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n} \right]}}$$

$$= \frac{3120}{\sqrt{1638 * 6036.9231}} = \frac{3120}{\sqrt{9888480.038}} = \frac{3120}{3144.5954} = 0.99**$$