

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
الجامعة المستنصرية
كلية الإدارة و الإقتصاد
قسم الإحصاء

السيطرة النوعية 1

- ❖ مقدمة في السيطرة النوعية.
- ❖ مفهوم السيطرة النوعية.
- ❖ لوحات السيطرة النوعية.
- ❖ لوحات الوسط الحسابي.
- ❖ لوحة الانحراف المعياري.
- ❖ لوحات السيطرة للخواص.
- ❖ لوحة متوسط عدد المخالفات.

استاذ المادة (1) ، (2)

م.م. ليث فاضل سيد حسين

2019-2020 (الكورس الاول)

¹ - البروفائل الخاص بالأستاذ:

<https://uomustansiriyah.edu.iq/e-learn/profile.php?id=3290>

² - المشهدانى ، نزيه عباس ، 2015 ، " مقدمة فى السيطرة الاحصائية على النوعية " ، دار الكتب والوثائق

بيغداد.

الفصل الثاني: لوحات السيطرة للمتغيرات (Control Charts for variables)

وتستخدم في حالة المتغيرات القياسية كالوزن والطول والحجم ... الخ ، ولبناء لوحة (خريطة) المتغيرات يجب ان نتبع الخطوات الاتية:

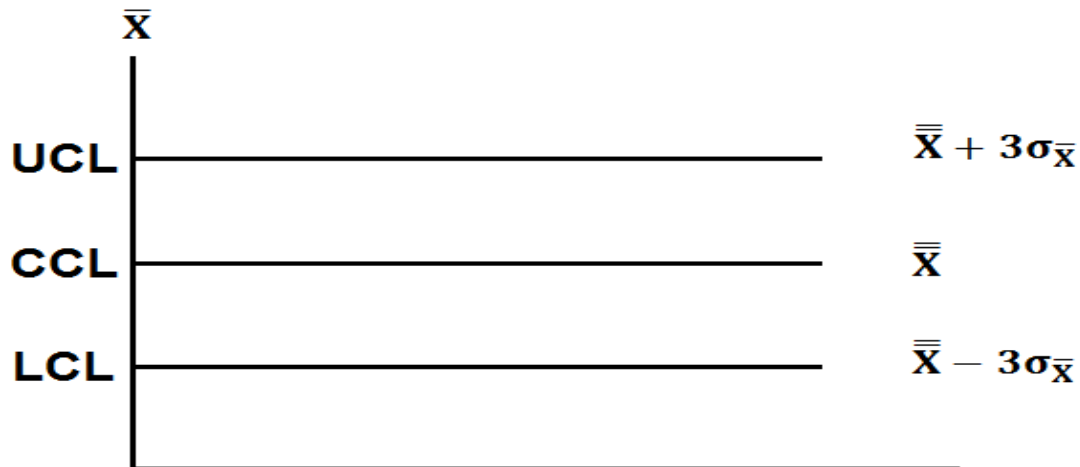
- 1) تحديد الخاصية النوعية (المتغير) المطلوب مراقبتها.
- 2) تحديد حجم العينة وعدد العينات المناسبة وفق اسلوب علمي ، (يفضل ان لا تقل عن 20 مفردة).
- 3) تهيئة ادوات جمع وتسجيل البيانات من استمارات وادوات قياس وغيرها مهيئة للاستخدامات الالكترونية.
- 4) تحديد نوع الخريطة (اللوحة) المناسب والتأكد من وجودها مسبقاً او تصميم لوحة جديدة والتأكد من ملائمتها بتجريبها قبل الاستخدام النهائي.

عيوب لوحة السيطرة للمتغيرات

- 1) لا تستخدم في حالة الصفات او الخدمات غير القياسية.
- 2) وجود عدد كبير من المتغيرات القياسية ضمن الوحدة الواحدة يجعل وضع لوحات سيطرة لكل منها ذو كلفة عالية وتحتاج الى وقت وكوادر اكثر.

خريطة الوسط الحسابي: (\bar{X} chart)

هي من اول وأهم خرائط المراقبة المستخدمة ، ويعود ذلك الى أهمية مقياس الوسط الحسابي وتعبيره عن المتغيرات ، وفي هذه الخريطة يكون الوسط الحسابي هو حد السيطرة المركزي والحدين الاعلى والادنى يكونان بإضافة او طرح ثلاثة انحرافات معيارية لتصبح الخطوط الثلاثة كما مبينة في ادناه:



خريطة الوسط الحسابي: (\bar{X} chart)

ويتم الحصول على البيانات من خلال اخذ عينات من الانتاج ، ثم احتساب المقاييس المطلوبة وكما مبينة في الجدول في ادناه:

Samples	X ₁	X ₂	...	X _n	\bar{X}	S ²	S	R
1	X ₁₁	X ₁₂	...	X _{1n}	\bar{X}_1	S ² ₁	S ₁	R ₁
2	X ₂₁	X ₂₂	...	X _{2n}	\bar{X}_2	S ² ₂	S ₂	R ₂
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
K	X _{K1}	X _{K2}	...	X _{Kn}	\bar{X}_K	S ² _K	S _K	R _K
					$\bar{\bar{X}}$	\bar{S}^2	\bar{S}	\bar{R}

ولغرض تقدير المقدار ($3\sigma_{\bar{X}}$) ، توجد ثلاثة صيغ او انواع من خرائط الوسط الحسابي وكما يلي:

اولاً : خريطة الوسط الحسابي: (\bar{X} chart) / الصيغة العامة (المباشرة)

وتكون حدود السيطرة المستخرجة وفق الصيغة التالية:

$$UCL = \bar{\bar{X}} + 3\sigma_{\bar{X}}$$

$$LCL = \bar{\bar{X}} - 3\sigma_{\bar{X}}$$

ووفقاً لهذه الطريقة (الصيغة العامة) يتم تقدير الانحراف المعياري للوسط الحسابي ($\sigma_{\bar{X}}$) باتتباع الخطوات التالية:

(1) نستخرج التباين لكل عينة من العينات ، ثم متوسط التباينات اي نستخرج (\bar{S}^2).

(2) يتم تقدير الانحراف المعياري وفق الصيغة التالية:

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\bar{S}^2 * \frac{n}{n-1}}$$

(3) يتم تقدير الانحراف المعياري للوسط الحسابي ($\sigma_{\bar{X}}$) وفقاً للصيغة التالية:

$$\hat{\sigma}_{\bar{X}} = \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} = \frac{\sqrt{\bar{S}^2 * \frac{n}{n-1}}}{\sqrt{n}}$$

مثال (1): اخذت (4) عينات من انتاج احدى السلع بأوقات منتظمة وبحجم (5) وحدات لكل عينة وكانت القياسات التالية:

Samples	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅
1	8	12	15	10	9
2	8	9.5	15	12.1	10.2
3	9.9	13	9	7	10
4	11	7.5	14.4	12.2	10.1

المطلوب: ارسم خريطة الوسط الحسابي: (\bar{X} chart) / الصيغة العامة (المباشرة) ، ثم حدد اذا كان الانتاج تحت السيطرة.

الحل: من البيانات نستخرج الاتي:

Samples	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	\bar{X}	S ²
1	8	12	15	10	9	10.8	6.160
2	8	9.5	15	12.1	10.2	10.96	5.818
3	9.9	13	9	7	10	9.78	3.754
4	11	7.5	14.4	12.2	10.1	11.04	5.210
						$\bar{\bar{X}} = 10.645$	$\bar{S}^2 = 5.236$

$$CCL = \bar{\bar{X}} = \frac{\sum \bar{X}}{n} = \frac{10.8 + 10.96 + \dots + 11.04}{4} = 10.645$$

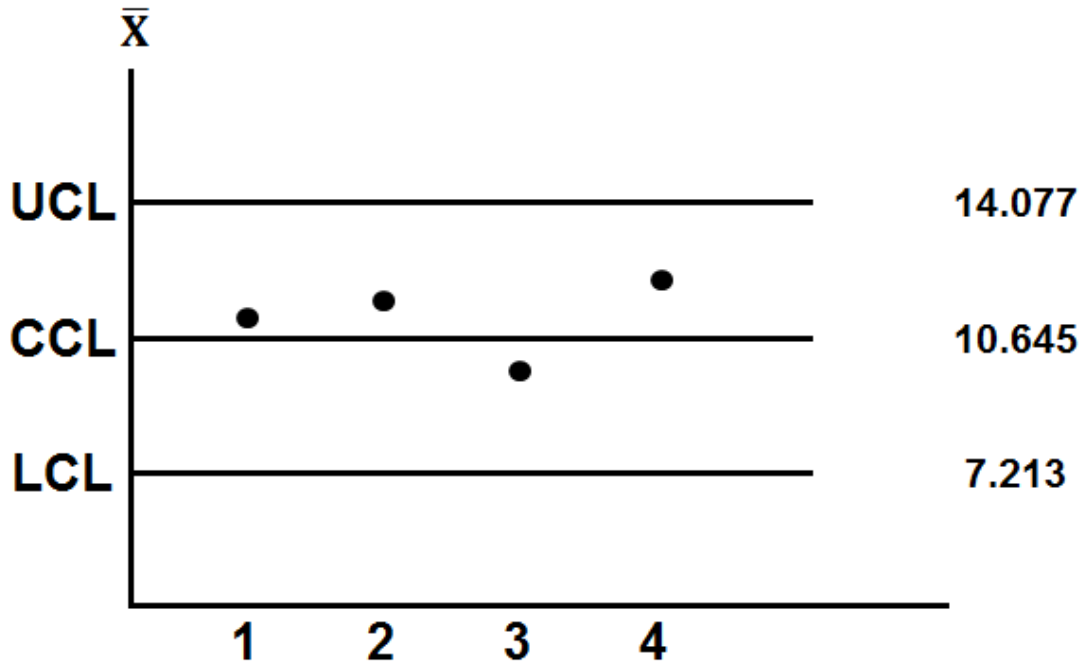
$$S^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n} = \frac{\sum X_i^2 - n\bar{X}^2}{n} = \frac{\sum X_i^2}{n} - \bar{X}^2$$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\bar{S}^2 * \frac{n}{n-1}} = \sqrt{(5.236) * \left(\frac{5}{5-1}\right)} = \sqrt{6.545} = 2.558$$

$$\hat{\sigma}_{\bar{X}} = \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} = \frac{\sqrt{\bar{S}^2 * \frac{n}{n-1}}}{\sqrt{n}} = \frac{2.558}{\sqrt{5}} = \frac{2.558}{2.236} = 1.144$$

$$UCL = \bar{\bar{X}} + 3\sigma_{\bar{X}} = 10.645 + 3 * (1.144) = 14.077$$

$$LCL = \bar{\bar{X}} - 3\sigma_{\bar{X}} = 10.645 - 3 * (1.144) = 7.213$$



خريطة الوسط الحسابي: (\bar{X} chart)

إذاً الانتاج تحت السيطرة.

ثانياً : خريطة الوسط الحسابي: (\bar{X} chart) / صيغة الوسط الحسابي (\bar{X}) مع الانحراف المعياري (S).

في هذه الصيغة يتم استخراج الحدين الأدنى والاعلى باستخدام الانحراف المعياري وفق الصيغة التالية:

$$UCL = \bar{X} + A_1 \bar{S}$$

$$LCL = \bar{X} - A_1 \bar{S}$$

س/ برهن $3\sigma_{\bar{X}} = A_1 \bar{S}$

ج/ يمكن البرهنة على ان $3\sigma_{\bar{X}} = A_1 \bar{S}$ ، حيث ان A_1 : ثابت يستخرج من الجداول وكما يلي:

يمكن تقدير الانحراف المعياري وفق الصيغة التالية:

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{S}}{C_2} , \text{ ثابت } C_2$$

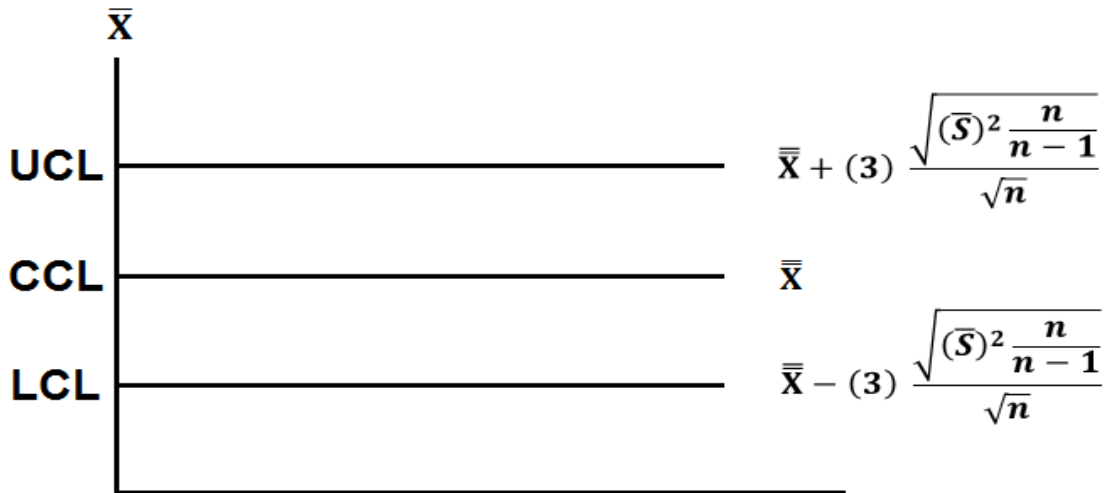
$$\therefore 3\sigma_{\bar{X}} = 3 \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} = 3 * \frac{\bar{S}}{C_2 * \sqrt{n}} = \bar{S} * \left(\frac{3}{C_2 * \sqrt{n}} \right)$$

من قوانين الثوابت

$$\left(\frac{3}{C_2 * \sqrt{n}} \right) = A_1$$

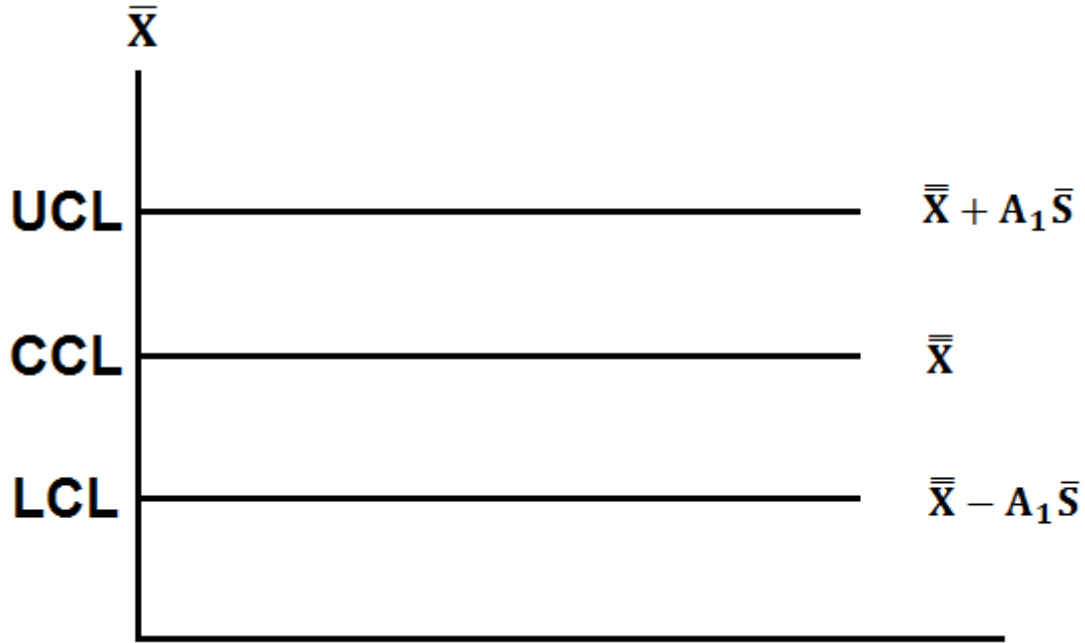
$$\therefore 3\sigma_{\bar{X}} = A_1 \bar{S}$$

نستنتج ان خريطة الوسط الحسابي بالصيغة المباشرة هي:



الصيغة العامة لخريطة الوسط الحسابي (\bar{X} - Chart)

وان خريطة الوسط الحسابي مع الانحراف المعياري هي:



خريطة الوسط الحسابي \bar{X} مع الانحراف المعياري S

ثالثاً : خريطة الوسط الحسابي: (\bar{X} chart) / صيغة الوسط الحسابي (\bar{X}) مع المدى (R).

في هذه الصيغة يتم استخراج الحدين الأدنى والأعلى باستخدام المدى وفق الصيغة التالية:

$$UCL = \bar{X} + A_2 \bar{R}$$

$$LCL = \bar{X} - A_2 \bar{R}$$

س/ برهن $3\sigma_{\bar{X}} = A_2 \bar{R}$

ج/ يمكن البرهنة على ان $3\sigma_{\bar{X}} = A_2 \bar{R}$ ، حيث ان A_2 : ثابت يستخرج من الجداول وكما يلي:

يمكن تقدير الانحراف المعياري وفق الصيغة التالية:

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad , \text{ ثابت } d_2$$

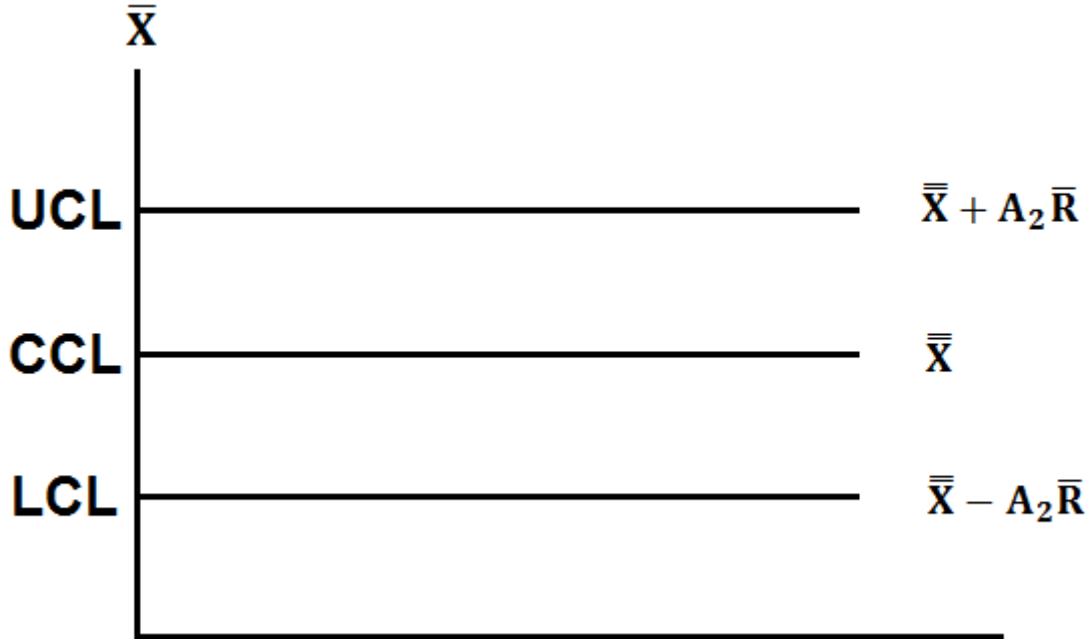
$$\therefore 3\sigma_{\bar{X}} = 3 \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} = 3 * \frac{\bar{R}}{d_2 \sqrt{n}} = \bar{R} * \left(\frac{3}{d_2 * \sqrt{n}} \right)$$

من قوانين الثوابت

$$\left(\frac{3}{d_2 * \sqrt{n}} \right) = A_2$$

$$\therefore 3\sigma_{\bar{X}} = A_2\bar{R}$$

ان خريطة الوسط الحسابي مع المدى هي:



خريطة الوسط الحسابي \bar{X} مع المدى R

مثال (2): اخذت (4) عينات من انتاج احدى السلع بأوقات منتظمة وبحجم (5) وحدات لكل عينة وكانت القياسات التالية ، علماً أن $A_1 = 1.596$ ، $A_2 = 0.577$

Samples	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅
1	8	12	15	10	9
2	8	9.5	15	12.1	10.2
3	9.9	13	9	7	10
4	11	7.5	14.4	12.2	10.1

المطلوب: ارسم خريطة الوسط الحسابي: (\bar{X} chart) / صيغة الوسط الحسابي (\bar{X}) مع الانحراف المعياري (S) و صيغة الوسط الحسابي (\bar{X}) مع المدى (R).، ثم حدد اذا كان الانتاج تحت السيطرة لكلا الصيغتين.

الحل: من البيانات نستخرج الاتي:

\bar{X}	S^2	S	R
10.8	6.160	2.482	7
10.96	5.818	2.412	7
9.78	3.754	1.937	6
11.04	5.210	2.283	6.9
$\bar{\bar{X}} = 10.645$	$\bar{S}^2 = 5.236$	$\bar{S} = 2.279$	$\bar{R} = 6.725$

$$CCL = \bar{\bar{X}} = \frac{\sum \bar{X}}{n} = \frac{10.8 + 10.96 + \dots + 11.04}{4} = 10.645$$

اولاً: لرسم خريطة الوسط الحسابي: (\bar{X} chart) / صيغة الوسط الحسابي (\bar{X}) مع الانحراف المعياري (S) ، نستخرج ما يلي:

$$S = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum X_i^2 - n\bar{X}^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum X_i^2}{n} - \bar{X}^2}$$

$$UCL = \bar{\bar{X}} + A_1 \bar{S}$$

$$LCL = \bar{\bar{X}} - A_1 \bar{S}$$

$$UCL = 10.645 + (1.596)(2.279) = 14.28$$

$$LCL = 10.645 - (1.596)(2.279) = 7.01$$

ثانياً: لرسم خريطة الوسط الحسابي: (\bar{X} chart) / صيغة الوسط الحسابي (\bar{X}) مع المدى (R) ، نستخرج ما يلي:

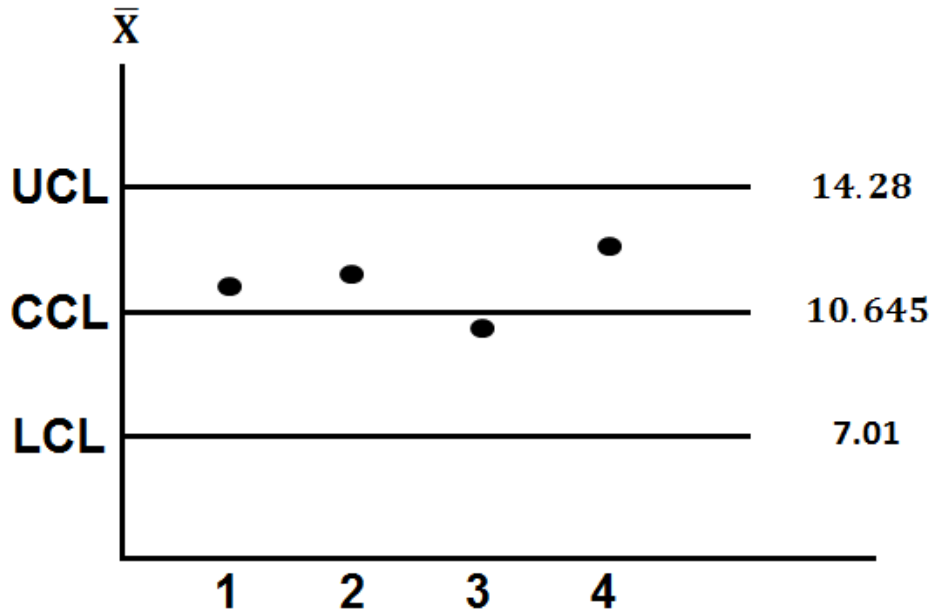
$$R = X_L - X_S$$

$$UCL = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R}$$

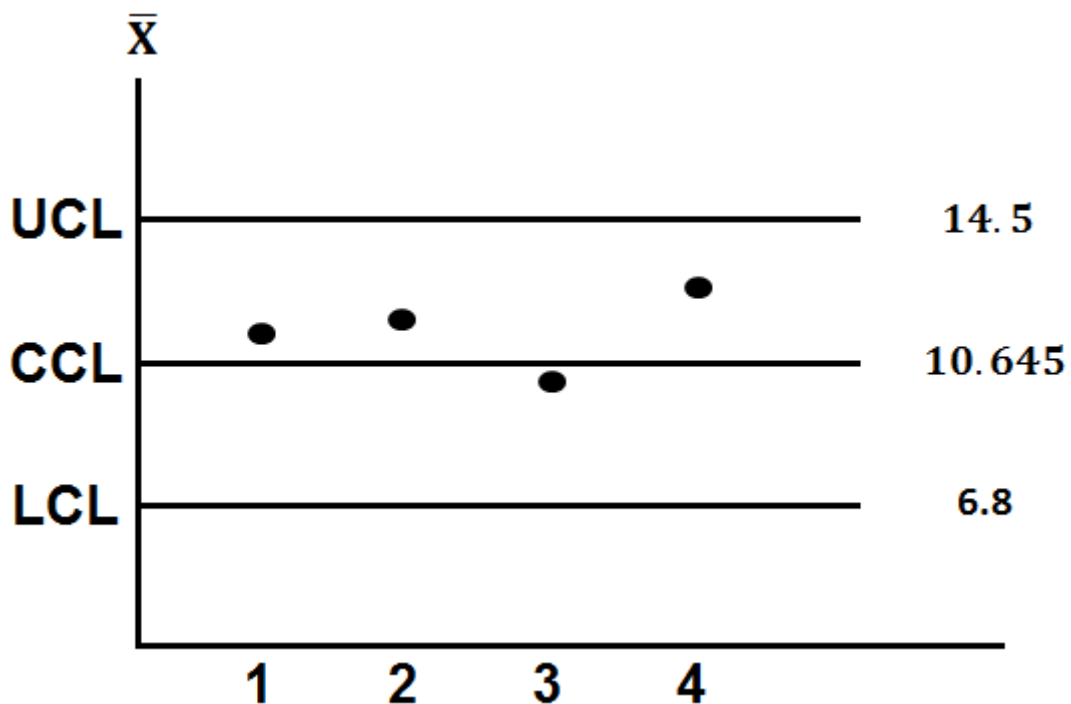
$$LCL = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R}$$

$$UCL = 10.645 + (0.577)(6.725) = 14.5$$

$$LCL = 10.645 - (0.577)(6.725) = 6.8$$



خريطة الوسط الحسابي: (\bar{X} chart) / صيغة الوسط الحسابي (\bar{X}) مع الانحراف المعياري (S)



خريطة الوسط الحسابي: (\bar{X} chart) / صيغة الوسط الحسابي (\bar{X}) مع المدى (R)

ملاحظة: تجدر الإشارة الى n في صيغة الحد المركزي هي عدد العينات لان الوسط للوسط الحسابي هو مجموع المتوسطات على عددها ، بينما في صيغة الانحراف المعياري n تمثل عدد المشاهدات.