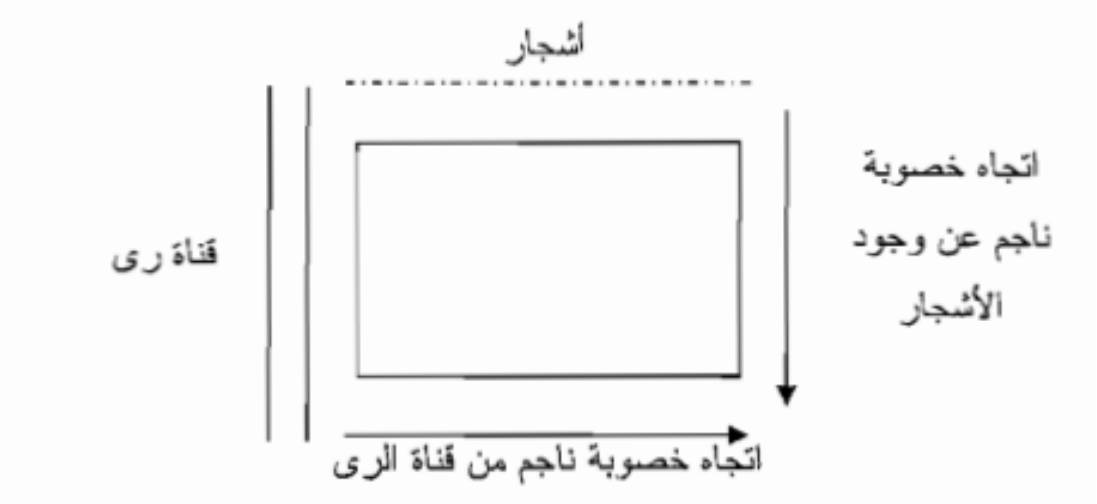
الجامعة المستنصرية
كلية الادارة والاقتصاد/ قسم الاحصاء
الدراسات العليا/الدبلوم العالي/ الاحصاء الحياتي

تصميم التجارب الحياتية
(محاضرة ٥)
تصميم المربع اللاتيني
Latin SquareDesign

اعداد
أ.م.د. سهاد علي شهيد التميمي
2020

تصميم المربع اللاتينى Latin Square Design

تم التطرق **سابقاً** إلى تصميم القطاعات العشوائية حيث أن هناك اتجاها واحدا للاختلاف بين الوحدات التجريبية والذى تكون فيه القطاعات عمودية على هذا الاتجاه. وطبيعى أن يفكر المجرب أنه ربما يكون هناك أكثر من اتجاه لهذه الاختلافات. فمثلا إذا فرض أن هناك قطعة أرض ويراد إجراء التجربة عليها وأحد جوانب هذه الأرض محدود بقناة رى مما سينجم عنه اختلاف فى الخصوبة فى اتجاه معين. ويمكن أيضاً تصور أن الجانب العمودى على هذا الجانب ملاصق لصف من الأشجار العالية التى تؤثر على نمو النباتات بحجبها لضوء الشمس والعناصر الغذائية بدرجات متفاوتة تتوقف على بعد النبات عن الأشجار.



وعليه فلو أن المجرب استخدم التصميم العشوائى التام لكانت هناك فرصة أن تتوزع المعاملات بصورة غير متوازنة بالنسبة لمستويات الخصوبة الناجمة عن القناة أو عن الأشجار وإذا استخدم تصميم القطاعات العشوائية معتبراً الأشجار فقط فإن المعاملات تتوزع بصورة غير متزنة بالنسبة لعدم تجانس الخصوبة الناتج عن قناة الرى ... وهكذا. لذا فإن المجرب حريص على أن تمثل معاملاته بدرجة متوازنة بالنسبة لعدم تجانس الخصوبة الناتج عن وجود الأشجار وأيضاً الناتج عن قناة الرى. وتصميم المربع اللاتينى يوفر للمجرب هذا الشرط . وبصفة عامة فإن هذا التصميم يستخدم فى حالة:

١- وجود معاملة واحدة لها مستويين تجريبيين أو أكثر.

٢- لابد من عدم وجود تداخل بين الصفوف والأعمدة ومستويات المعاملة للمربع.

٣- تساوى عدد الصفوف والأعمدة مع عدد مستويات المعاملة. وهذا الاتزان من الصعب الوصول إليه فى المربعات التى تكون أكبر من ٨ x ٨ حيث تزداد المساحة كثيرا مما يهدد بزيادة عدم التجانس لعوامل آخرى غير تلك المعتبرة فى الدراسة.

٤- التوزيع العشوائى لمستويات المعاملة على الصفوف والأعمدة بشرط أن كل مستوى من مستويات المعاملة يظهر مرة واحدة فى الصف ومرة واحدة فى العمود.

التعشية Randomization

إذا استخدم شكل ١٥-٤ للشرح فإنه يمكن تقسيم قطعة الأرض عمودياً على اتجاه عدم التجانس الناجم عن قناة الرى وبهذا تنشأ قطاعات سوف يصطلح تسميتها باسم الأعمدة columns، وإذا كونت قطاعات عمودية على اتجاه عدم التجانس الناجم عن الأشجار سينشأ قطاعات يطلق عليها صفوفاً rows. وشرط من شروط استخدام تصميم المربع اللاتينى، كما سبق ذكره، هو أن يكون عدد الأعمدة يساوى عدد الصفوف يساوى عدد مستويات المعاملة. يتم توزيع مستويات المعاملة على الأعمدة والصفوف بطريقة عشوائية بشرط أن كل مستوى يمثل مرة فى كل صف ومرة فى كل عمود. وسيرمز لمستويات المعاملة بالحروف اللاتينية. المربع القياسى standard square هو ذلك المربع الذى تترتب فيه المعاملات فى العمود الأول أو فى الصف الأول ترتيباً تنازلياً أو تصاعدياً. فإذا كان هناك معاملة ذات مستويين فإنه يوجد مربع قياسى واحد هو:

A	B
B	A

A	B	C
B	C	A
C	A	B

وفى حالة معاملة لها ثلاثة مستويات فإنه يوجد مربع قياسى واحد هو:

لاحظ أن كل معاملة ممثلة مرة فى كل عمود ومرة فى كل صف، وبتبادل مواقع كل من الأعمدة فيما بينها وكل من الصفوف فيما بينها في المربع ٣ × ٣ يمكن الحصول على ١٢ مربعاً هى المربعات الممكنة كما يلى:

A	B	C
B	C	A
C	A	B

A	C	B
B	A	C
C	B	A

B	C	A
C	A	B
A	B	C

B	A	C
C	B	A
A	C	B

C	B	A
A	C	B
B	A	C

C	A	B
A	B	C
B	C	A

A	B	C
C	A	B
B	C	A

A	C	B
C	B	A
B	A	C

B	C	A
A	B	C
C	A	B

B	A	C
A	C	B
C	B	A

C	B	A
B	A	C
A	C	B

C	A	B
B	C	A
A	B	C

أما فى حالة المربع ٤ × ٤ فإنه يوجد عدد أربعة مربعات قياسية ولكل منها عدد من المربعات الممكن تكوينها وهى 144 =!(1 - 4)!4، وبالتالى فإن مجموع المربعات الممكن تكوينها هى ٥٧٦ مربعا منها ٤ قياسية هى:

النموذج الإحصائى Statistical Model

بجانب المتوسط والخطأ التجريبى هناك ثلاث مؤثرات هى الصفوف والأعمدة ومستويات المعاملة. وإذا فرض أن عدد المعاملات = عدد الصفوف = عدد المعاملات = n فإنه يمكن توصيف النموذج الإحصائى كما يلى:

$$Y_{ijk} = \mu + r_i + c_j + t_k + e_{ijk}$$

Y_{ijk} : المشاهدة على الوحدة التجريبية فى العمود j والصف i والمعاملة k،

μ : المتوسط،

e_{ijk} : الخطأ لهذه المشاهدة،

$i = j = k = 1, 2, \cdots, n$، أى أن عدد الصفوف = عدد الأعمدة = عدد المعاملات = n

والافتراضات اللازمة لتحليل التباين وحساب المتوسطات هى أن

$$\sum r_i = \sum c_j = \sum t_k = \sum e_{ijk} = 0$$

ودرجات الحرية للتباين الكلى من المتوسط = $(n^2 - 1)$

ودرجات الحرية لكل من الأعمدة والصفوف والمعاملات = $(n - 1)$

ودرجات الحرية للخطأ = $(n - 1)(n - 2)$

مثال

أراد مجرب فى أحد البلاد الحارة أن يختبر أربعة أنواع من الهوايات فى حظائر ماشية اللبن وكان لديه أربعة حظائر، والأبقار عنده مقسمة إلى تلك التى تحلب فى موسمها الأول أو الثانى أو الثالث أو الأكثر من ذلك. صمم المجرب تجربته باعتبار موسم الحليب هو الأعمدة والحظائر هى الصفوف وأنواع الهوايات هى المعاملات (أى كمربع لاتينى ٤×٤). وكان إنتاج اللبن بالكيلوجرام كما هو مبين فى جدول

ويمكن إجراء التحليل كما يلى:

مجموع المعاملات: $A = 17610$ ، $B = 15850$ ، $C = 16110$ ، $D = 14240$

متوسط المعاملات: $A = 4402.5$ ، $B = 3962.5$ ، $C = 4027.5$ ، $D = 3560$

مجموع المربعات الكلية عن المتوسط

$$= (1870)^2 + (4280)^2 + \cdots + (4490)^2 - \frac{(63810)^2}{16} = 15006043.7$$

إنتاج اللبن بالكيلوجرام لأبقار مختلفة المواسم فى أربعة تصميمات من الحظائر بها أربعة أنواع من الهوايات.

	الموسم الأول	الموسم الثانى	الموسم الثالث	الموسم الرابع	المجموع	المتوسط
الحظيرة الأولى	1870 D	4280 C	3660 B	4840 A	14650	3662.5
الحظيرة الثانية	2150 C	4500 B	4880 A	4410 D	15940	3985.0
الحظيرة الثالثة	3200 B	4140 A	5010 D	5320 C	17670	4417.5
الحظيرة الرابعة	3750 A	2950 D	4360 C	4490 B	15550	3887.5
المجموع	10970	15870	17910	19060	63810	
المتوسط	2742.5	3967.5	4477.5	4765		3988.1

مجموع المربعات بين الأعمدة

$$= \frac{(10970)^2 + \cdots + (19060)^2}{4} - \frac{(63810)^2}{16} = 9580118.7$$

مجموع المربعات بين الأعمدة

$$= \frac{(10970)^2 + \cdots + (19060)^2}{4} - \frac{(63810)^2}{16} = 9580118.7$$

مجموع المربعات بين الصفوف

$$= \frac{(14650)^2 + \cdots + (15550)^2}{4} - \frac{(63810)^2}{16} = 1202118.7$$

مجموع المربعات بين المعاملات

$$= \frac{(17610)^2 + \cdots + (14240)^2}{4} - \frac{(63810)^2}{16} = 1428818.7$$

مجموع مربعات الخطأ

$$= 15006043.7 - 9580118.7 - 1202118.7 - 1428818.7 = 2794987.69$$

تحليل التباين لتجربة تأثير نوع الهوايات على إنتاج الأبقار والمصممة كمربع لاتينى ٤ x ٤

SOV	df	SS	MS
الأعمدة (موسم الحليب)	3	9580118.7	3193372.9
الصفوف (الحظائر)	3	1202118.7	400706.2
المعاملات (الهوايات)	3	1428818.7	476272.9
الخطأ	6	2794987.6	465831.3
الكلى عن المتوسط	**15**	**15006043.7**	

ويمكن اختبار فرض العدم أن مواسم الحليب متساوية أى عمود ١ = عمود ٢ = عمود ٣ = عمود ٤ بواسطة:

$$F = 3193372.9 / 465831.3 = 6.86$$

وهى معنوية ويرفض الفرض.

واختبار فرض العدم أن الحظائر كلها متساوية أى صف ١ = صف ٢ = صف ٣ = صف ٤ بواسطة:

$$F = 400706.2 / 465831.3 = 0.86$$

وهى غير معنوية ولا يرفض فرض العدم.

كما يمكن اختبار فرض العدم أن المعاملات متساوية بواسطة:

$$F = 476272.9 / 465831.3 = 1.02$$

وهى غير معنوية، وعليه لا يرفض فرض العدم أى أنه لا يوجد ما يدل على أن الهوايات مختلفة عن بعضها.

كفاءة المربع اللاتينى

كفاءة المربع اللاتينى بالنسبة للتصميم تام العشوائية

$$= \frac{M_r - M_c - (n-1)M_e}{(n+1)M_e}$$

حيث M_r ، M_c ، M_e ، n هى متوسط المربعات لكل من الصفوف والأعمدة والخطأ وعدد الصفوف، على التوالى. وبالتطبيق على البيانات المذكورة فى مثال هذه النسبة تساوى:

$$= \frac{400706.2 - 3193372.9 - (4-1)(465831.3)}{(4+1)(465831.3)} = 2.14$$

أى أن تصميم المربع اللاتينى أكفأ من التام العشوائية بنسبة 214% .

بينما كفاءة تصميم المربع اللاتينى بالنسبة لتصميم القطاعات العشوائية مع اعتبار أن الأعمدة هى القطاعات تقاس بالمعادلة:

$$= \frac{M_c - (n-1)M_e}{nM_e}$$

بينما إذا اعتبر أن الصفوف هى القطاعات فإن المعادلة تصبح:

$$= \frac{M_r - (n-1)M_e}{nM_e}$$

وبالتطبيق على البيانات المذكورة في مثال فإن النسبة الأولى تساوى:

$$= \frac{3193372.9 - (4 - 1)(465831.3)}{(4)(465831.3)} = 2.46$$

والمعادلة الثانية تساوى:

$$= \frac{400706.2 - (4 - 1)(465831.3)}{(4)(465831.3)} = 0.97$$

الواجب البيتي

- اعمل مقارنة بين التصاميم (تام التعشية، القطاعات كاملة العشوائية، المربع اللاتيني) من حيث:
- المميزات
- العيوب
- التعشية
- الكفاءة النسبية
- واختبار الفرضيات
- درجات حرية الخطأ
- متوسط مربعات الخطأ

الطلبة الاعزاء يرجى قراءة المحاضرة جيدا
وحل الواجب البيتي وارساله عبر برامج
التواصل المتوفرة
تحياتي ودعائي بالسلامة للجميع