الجامعة المستنصرية
كلية الادارة والاقتصاد/ قسم الاحصاء
الدراسات العليا/الدبلوم العالي/ الاحصاء الحياتي

تصميم التجارب الحياتية

(محاضرة ٦)

اختبار جميع الفروق بين ازواج المتوسطات

(فصل المتوسطات)

Test of all Difference Between Pairs of means-pair wise Comparisons

اعداد
أ.م.د. سهاد علي شهيد التميمي

2020

اختبار جميع الفروق بين أزواج المتوسطات (فصل المتوسطات)

بعد إجراء اختبار F ووجود أساس لرفض فرض العدم بعدم وجود فروق معنوية بين متوسطات المعاملات وذلك فى حالة المعاملات الثابتة، أى أن البيانات تتبع عشائر مختلفة فى متوسطاتها ولكن لها نفس التباين، وأيضا فى حالة عدم وجود مقارنات comparisons معينة مختارة مقدما لإجرائها فإنه قد يكون من المناسب إجراء اختبارات بين كل زوج من المتوسطات، وبالتالى تحديد أى المتوسطات تختلف عن بعضها وأيها لا يختلف، وهذا ما يطلق عليه بفصل المتوسطات. وقد تكون هذه المقارنات مقررة مقدما قبل بدء التجربة وتسمى المقارنات فى هذه الحالة apriori comparisons أو آجلا بعد الحصول على النتائج الفعلية وتسمى aposteriori comparisons. وهذا يعنى أنه لو أن F معنوية فإنها لا تعنى بالتالى أن جميع المتوسطات مختلفة عن بعضها البعض. فإن بعض الفروق بين المتوسطات تعتبر فروقا حقيقية فى حين أن بعض الفروق تمثل اختلافات ولا تمثل فروقا حقيقية بين العشائر واختبار F فى هذه الحالة يمثل متوسطا لمعنوية الفروق ولكن لا يوضح معنوية فروق معينة. كما قد تتصادف بعض الحالات فى أن تكون F غير معنوية ولكن يكون هناك فرق بين بعض أزواج المتوسطات.

١ اختبار أقل فرق معنوى The least significant difference (LSD)

إذا لم يوجد اتجاه معين لإجراء مقارنات محددة فإنه يمكن استخدام اختبار يعرف باختبار أقل فرق معنوى (LSD)، وهو بالأساس يعتبر اختبار t على مستوى معنوية محدد. ويعتبر هذا الاختبار من أسهل طرق فصل المتوسطات وأكثرها شيوعا.

وعليه فان التقدير estimate للانحراف المعيارى للفرق بين متوسطى معاملتين هو $\sqrt{2\sigma^2/n}$ وأن قيمة S^2 هذه لها درجات حرية الخطأ.

$$\text{LSD} = t\left(\sqrt{\frac{2S^2}{n}}\right)$$

وهذه القيمة تمثل أقل كمية يجب أن يصل إليها الفرق بين متوسطين حتى يقال إن هذا الفرق حقيقى (طبعا بمستوى معنوية محدد).

ملاحظة مهمة

وعند الرغبة فى إجراء مقارنة بين كل زوجين من المتوسطات فإنه يمكن ترتيب المتوسطات ترتيبا تنازليا فى جدول، ثم يتم بعد ذلك طرح أقل المتوسطات قيمة من أعلاها ومن ثم المتوسط الذى يليه فى الترتيب التصاعدى ... وهكذا. ويتم مقارنة كل من الفروق الناتجة بالقيم المحسوبة لأقل فرق معنوى LSD وإعلان الفروق الحقيقية التى تزيد قيمتها عن قيمة الاختبار. وتسهيلا على ذلك فإنه إذا كان أحد الفروق غير معنوى فإن الفرق التالى لن يكون أيضا معنويا وعليه يقل عدد المقارنات المحسوبة.

ملاحظة مهمة

الاختبارات التى تتم بعد الحصول على النتائج يعرف بالمقارنات التى توجهها البيانات المتحصل عليها ولذلك فهى غير سليمة وغالبا منحازة. وحيث إن اختبار LSD يعرض التجربة والمقارنات لأكبر قدر من الخطأ من النوع الأول بالنسبة لبقية الطرق المعروضة هنا وبالتالى فهو أكثر الطرق قوة فى الاختبار (Kemp, 1975).

أما إذا كانت المقارنات التى يرغب المجرب فى تقييمها قد خططت من قبل إجراء التجربة بحيث أن تكون مستقلة عن بعضها، أى أن بعضها لا يعبر عنه فى صورة دالة خطية من المقارنات الأخرى، فإن هذه المقارنات تعرف بالمقارنات المستقلة independent or orthogonal وسوف يتم توضيحها فى تفصيل لاحق.

وهذا النوع من المقارنات يمكن اختباره بواسطة LSD دون أن يؤثر زيادة عدد المعاملات فى التجربة فى زيادة احتمالات الخطأ من النوع الأول α، فمثلا إذا كانت هناك تجربة بها 6 معاملات فإن هناك 6 متوسطات هى $\overline{Y}_6, \overline{Y}_5, \overline{Y}_4, \overline{Y}_3, \overline{Y}_2, \overline{Y}_1$. فإذا قورن $(\overline{Y}_1 - \overline{Y}_2), (\overline{Y}_3 - \overline{Y}_4), (\overline{Y}_5 - \overline{Y}_6)$ مثلا، يلاحظ أن كل معاملة لم تظهر فى أكثر من مقارنة واحدة وبالتالى فإن هذه المقارنات تعتبر مستقلة عن بعضها البعض.

٢- اختبار توكى Tukey's test

نظراً لما قيل عن الـ LSD ومن تعريضه التجربة والمقارنات إلى خطأ أكبر من النوع الأول، حاول Tukey أن يجد حلا لعلاج هذا باختبار أطلق عليه HSD (honestly significant difference)

ويتصف اختبار توكى هذا بانه يعطى قدرا أكبر من الحماية من خطأ النوع الأول، وعليه فهو يعرض التجربة والمقارنات إلى خطأ أكبر من النوع الثانى (أى لا يرفض فرض العدم بينما هو غير صحيح) وبالتالى فهو أقل قوة فى إعلان الفروق المعنوية إذا وجدت. وطريقة حسابه تماثل إلى حد كبير طريقة حساب LSD مع استخدام قيمة Q بدلا من t الأصلية كما تستخدم فى اختبار توكى S^2/n بدلا من $2S^2/n$ حيث دمجت $\sqrt{2}$ فى الجدول لتوفر خطوة على الحاسب وعليه تكون:

$$HSD = Q_{\alpha}\sqrt{\frac{S^2}{n}}$$

٣- اختبار المدى المتعدد الجديد لـ (دنكن):

Duncan's new multiple range test

وجد أن LSD يحقق أكبر قدر من قوة الاختبار بينما يعرض التجربة والمقارنات إلى أكبر قدر من خطأ النوع الأول، بينما HSD أو اختبار توكى على نقيض ذلك يعطى حماية أكبر ضد خطأ النوع الأول ولكنه أقل قوة فى إعلان الفروق المعنوية. لذا فإن دنكن (Duncan, 1955) حاول إيجاد حل وسط بين الاثنين بانيا نظريته على ما يلى:

إذا أخذ الفرق بين أعلى متوسط وأقل متوسط فإن هذا الفرق يحتمل أن يحتوى على أخطاء عشوائية أكبر من أى فرق آخر بين متوسطين. لذلك لابد من توفر قدر من الحماية ضد خطأ النوع الأول متناسباً مع درجة الفرق هذه، أى ترتيب المتوسطات بالنسبة لبعضها.

ويكون هذا الاختبار ملائما عند الرغبة فى إجراء مقارنات بين جميع أزواج المتوسطات. ويمكن إجراء هذا الاختبار سواء كانت F معنوية أم غير معنوية.

وتتلخص طريقة اختبار دنكن فى مقارنة المدى بين متوسطين بعد الترتيب التصاعدى بقيمة تعرف بالمدى significant studentized range ويرمز له بالرمز SSR وحيث إن قيمة $LSD = t\sqrt{\frac{2S^2}{n}}$ أى أنها تساوى $t\sqrt{2S^2_{\bar{Y}}}$، وحيث إن قيمة t تستعمل لاختبار الفرق بين متوسطين وليس المدى فيما بينهما فقد صممت قيم أخرى تشابه قيمة t وتتزايد بتزايد المدى الذى تحتويه المقارنة المختبرة، ويلاحظ أنة فى حالة ما إذا كان المدى يحتوى على متوسطين متجاورين فى الترتيب فإن القيمة الجديدة تتطابق مع قيمة t الجدولية.

ملاحظة مهمة

- يقصد بفصل المتوسطات هو اختبار أى من المتوسطات تختلف عن بعضها البعض.
- ومن العديد من الطرق الإحصائية المستخدمة فى فصل المتوسطات والتى تم تناولها فى هذا المؤلف:
  ١- أقل فرق معنوى LSD
  ٢- اختبار توكى HSD
  ٣- اختبار دنكن DMRT
- يعتبر LSD أكثر الطرق الثلاث إظهاراً للفروق المعنوية؛ لذا فهو أقواها ولكنه يرتكب خطأ من النوع الأول (أى رفض فرض العدم بينما يكون صحيحاً) هو الأكبر قيمة بين الثلاثة. لذا وكحماية من هذا النوع من الخطأ يفضل عدم استخدام الـ LSD إلا إذا كان اختبار F فى تحليل التباين معنوياً.
- أما اختبار توكى فهو على النقيض من الـ LSD لذا فهو يرتكب خطأ أكبر من النوع الثانى أى إلى عدم رفض فرض العدم مع أنه خطأ.
- أما دنكن فهو بين الاثنين ويمكن استخدامه حتى لو لم يعط اختبار F فى تحليل التباين قيماً معنوية.

مثال

أجريت تجربة من 3 معاملات أ، ب، ج على الحملان وكانت أوزان الحملان بالكيلوجرام فى المعاملات الثلاث كالتالى:

المعاملة	المكررات					المتوسط
أ	32.5	32.5	33.0			**32.67**
ب	35.0	34.0	34.5	37.0	33.5	**34.80**
ج	30.5	31.5	31.0	31.5		**31.12**

جدول تحليل التباين

SOV	df	SS	MS	F
TRT	2	30.85	15.29**	1.96
Error	9	8.15	0.906	
C - Total	**11**	38.73		

وعند إجراء اختبار LSD بين المتوسطات تكون المقارنات كالتالى:

قيمة اختبار LSD	المقارنة	
	الخطأ القياسى	القيمة
$(.727)(2.262) = 1.644$ الفرق غير معنوى	$\sqrt{0.906\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)} = 0.727$	أ – ج = 1.55
$(.695)(2.262) = 1.57$ الفرق غير معنوى	$\sqrt{0.906\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{3}\right)} = 0.695$	ب – أ = 2.13
$(.639)(2.262) = 1.45$ الفرق معنوى	$\sqrt{0.906\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\right)} = 0.639$	ب – ج = 3.68

وعند إجراء اختبار الفروق باستخدام اختبار Duncan، ترتب الفروق بين متوسطات المعاملات تنازليا فتكون كالتالى 31.12, 32.67, 34.8 للمعاملات ب، أ، ج، على التوالى. يحوى المدى المختبر للفرق بين المعاملتين ب، ج 3 متوسطات

وبالتالى قيمة SSR عند 9 درجات حرية للخطأ تساوى 3.34 وتكون قيمة اختبار دنكن على مستوى معنوية 5% كالتالى:

$$SSR = 3.34\sqrt{\frac{0.906}{2}\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{4}\right)} = 1.508$$

وبمقارنته بالفرق بين المتوسطين ب، ج وقدره 3.68 kg يتضح أن الفرق معنوى كما سبق إيضاحه.

ويجدر الإشارة هنا أنه فى حالة عدم تساوى عدد الوحدات التجريبية فى المعاملات ممكن أن يحدث فرق أكبر بين متوسطين فى أحدهما أو كليهما أعداد قليلة تكون غير معنوية بالمقارنة بفرق أصغر ولكن بين متوسطين فى أحدهما أو كليهما أعداد أكبر، وفى هذه الحالة لا تصلح طريقة ربط المتوسطات غير معنوية الفرق بخط واحد ونكن تستعمل الحروف للدلالة على معنوية الفروق.

: فى حالة إجراء اختبار دنكن سبق إيضاح أن قيمة الاختبار DMRT هى $(SSR)(S_{\bar{Y}})$ وحيث إنه لا توجد قيمة ثابتة للخطأ القياسى $S_{\bar{Y}}$ وذلك لتغير التكرارات وعلى ذلك فإنه لمقارنة متوسطى معاملتين مختلفتين فى تكراراتهما تستخدم قيمة S^2 فى المعادلة. وبذلك يصبح الاختبار كالتالى:

$$DMRT = SSR\sqrt{\frac{S^2}{2}\left(\frac{1}{n_i}+\frac{1}{n_k}\right)}$$

جدول ١٥- قيم توكي باحتمال 5%

df الخطأ	عدد المعاملات									
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	18.00	27.00	32.80	37.20	40.50	43.10	45.40	47.30	49.10	50.60
2	6.09	8.33	9.80	10.89	11.73	12.43	13.03	13.54	13.99	14.39
3	4.50	5.91	6.83	7.51	8.04	8.47	8.85	9.18	9.46	9.72
4	3.93	5.04	5.76	6.29	6.71	7.06	7.35	7.60	7.83	8.03
5	3.64	4.60	5.22	5.67	6.03	6.33	6.58	6.80	6.99	7.17
6	3.46	4.34	4.90	5.30	5.63	5.90	6.12	6.32	6.49	6.65
7	3.34	4.16	4.68	5.06	5.36	5.61	5.82	6.00	6.16	6.30
8	3.26	4.04	4.53	4.89	5.17	5.40	5.60	5.77	5.92	6.05
9	3.20	3.95	4.41	4.76	5.02	5.24	5.43	5.59	5.74	5.87
10	3.15	3.88	4.33	4.65	4.91	5.12	5.30	5.46	5.60	5.72
11	3.11	3.82	4.26	4.57	4.82	5.03	5.20	5.35	5.49	5.61
12	3.08	3.77	4.20	4.51	4.75	4.95	5.12	5.27	5.39	5.51
13	3.06	3.73	4.15	4.45	4.69	4.88	5.05	5.19	5.32	5.43
14	3.03	3.70	4.11	4.41	4.64	4.83	4.99	5.13	5.25	5.36
15	3.01	3.67	4.08	4.37	4.59	4.78	4.94	5.08	5.20	5.31
16	3.00	3.65	4.05	4.33	4.56	4.74	4.90	5.03	5.15	5.26
17	2.98	3.63	4.02	4.30	4.52	4.70	4.86	4.99	5.11	5.21
18	2.97	3.61	4.00	4.28	4.49	4.67	4.82	4.96	5.07	5.17
19	2.96	3.59	3.98	4.25	4.47	4.65	4.79	4.92	5.04	5.14
20	2.95	3.58	3.96	4.23	4.45	4.62	4.77	4.90	5.01	5.11
24	2.92	3.53	3.90	4.17	4.37	4.54	4.68	4.81	4.92	5.01
30	2.89	3.49	3.85	4.10	4.30	4.46	4.60	4.72	4.82	4.92
40	2.86	3.44	3.79	4.04	4.23	4.39	4.52	4.63	4.73	4.82
60	2.83	3.40	3.74	3.98	4.16	4.31	4.44	4.55	4.65	4.73
120	2.80	3.36	3.68	3.92	4.10	4.24	4.36	4.47	4.56	4.64
∝	2.77	3.31	3.63	3.86	4.03	4.17	4.29	4.39	4.47	4.55

... تابع جدول ١٥- قيم توكي باحتمال 5%

df / الخطأ	عدد المعاملات								
	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	51.90	53.20	54.30	55.40	56.30	57.20	58.00	58.80	59.60
2	15.08	15.58	15.38	15.65	15.91	16.14	16.36	16.57	16.77
3	9.35	10.16	10.35	10.52	10.69	10.84	10.98	11.12	11.24
4	8.21	8.37	8.52	8.67	8.80	8.92	9.03	9.14	9.24
5	7.32	7.47	7.60	7.72	7.83	7.93	8.03	8.12	8.21
6	6.79	6.92	7.03	7.14	7.24	7.34	7.43	7.51	7.59
7	6.43	6.55	6.66	6.76	6.85	6.94	7.02	7.10	7.17
8	6.18	6.29	6.39	6.48	6.57	6.65	6.73	6.80	6.87
9	5.98	6.09	6.19	6.28	6.36	6.44	6.51	6.58	6.64
10	5.83	5.93	6.03	6.11	6.19	6.27	6.34	6.40	6.47
11	5.71	5.81	5.90	5.98	6.06	6.13	6.20	6.27	6.33
12	5.61	5.71	5.80	5.88	5.95	6.02	6.09	6.15	6.21
13	5.53	5.63	5.71	5.79	5.86	5.93	5.99	6.05	6.11
14	5.46	5.55	5.64	5.71	5.79	5.85	5.91	5.97	6.03
15	5.40	5.49	5.57	5.65	5.72	5.78	5.85	5.90	5.96
16	5.35	5.44	5.52	5.59	5.66	5.73	5.79	5.84	5.90
17	5.31	5.39	5.47	5.54	5.61	5.67	5.73	5.79	5.84
18	5.27	5.35	5.43	5.50	5.57	5.63	5.69	5.74	5.79
19	5.23	5.31	5.39	5.46	5.53	5.59	5.65	5.70	5.75
20	5.20	5.28	5.36	5.43	5.49	5.55	5.61	5.66	5.71
24	5.10	5.18	5.25	5.32	5.38	5.44	5.49	5.55	5.59
30	5.00	5.08	5.15	5.21	5.27	5.33	5.38	5.43	5.47
40	4.90	4.98	5.04	5.11	5.16	5.22	5.27	5.31	5.36
60	4.81	4.88	4.94	5.00	5.06	5.11	5.15	5.20	5.24
120	4.71	4.78	4.84	4.90	4.95	5.00	5.04	5.09	5.13
∝	4.62	4.68	4.74	4.80	4.85	4.89	4.93	4.97	5.01

جدول ١٦ – قيم دنكن

df الخطأ	α	عدد المتوسطات في المدى						
		2	3	4	5	6	7	8
1	.05	18.00	18.00	18.00	180.0	18.00	18.00	18.00
	.01	90.00	90.00	90.00	90.00	90.00	90.00	90.00
2	.05	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09
	.01	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0
3	.05	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50
	.01	8.26	8.50	8.60	8.70	8.80	8.90	8.90
4	.05	3.93	4.01	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02
	.01	6.51	6.80	6.90	7.00	7.10	7.10	7.20
5	.05	3.64	3.74	3.79	3.83	3.83	3.83	3.83
	.01	5.70	5.96	6.11	6.18	6.26	6.33	6.40
6	.05	3.46	3.58	3.64	3.68	3.68	3.68	3.68
	.01	5.24	5.51	5.65	5.73	5.81	5.88	5.95
7	.05	3.35	3.47	3.54	3.58	3.60	3.61	3.61
	.01	4.95	5.22	5.37	5.45	5.53	5.61	5.69
8	.05	3.26	3.39	3.47	3.52	3.55	3.56	3.56
	.01	4.74	5.00	5.14	5.23	5.32	5.40	5.47
9	.05	3.20	3.34	3.41	3.47	3.50	3.52	3.52
	.01	4.60	4.86	4.99	5.08	5.17	5.25	5.32
10	.05	3.15	3.30	3.37	3.43	3.46	3.47	3.47
	.01	4.48	4.73	4.88	4.96	5.06	5.13	5.20
11	.05	3.11	3.27	3.35	3.39	3.43	3.44	3.45
	.01	4.39	4.63	4.77	4.86	4.94	5.01	5.06
12	.05	3.08	3.23	3.33	3.36	3.40	3.42	3.44
	.01	4.32	4.55	4.68	4.76	4.84	4.92	4.96
13	.05	3.06	3.21	3.30	3.35	3.38	3.41	3.42
	.01	4.26	4.48	4.62	4.69	4.74	4.84	4.88
14	.05	3.03	3.18	3.27	3.33	3.37	3.39	3.41
	.01	4.21	4.42	4.55	4.63	4.70	4.78	4.83

... تابع جدول ١٦ – قيم دنكن

df الخطأ	α	عدد المتوسطات في المدى						
		2	3	4	5	6	7	8
15	.05	3.01	3.16	3.25	3.31	3.36	3.38	3.40
	.01	4.17	4.37	4.50	4.58	4.64	4.72	4.77
16	.05	3.00	3.15	3.23	3.30	3.34	3.37	3.39
	.01	4.13	4.34	4.45	4.54	4.60	4.67	4.72
17	.05	2.98	3.13	3.22	3.28	3.33	3.36	3.38
	.01	4.10	4.30	4.41	4.50	4.56	4.63	4.68
18	.05	2.97	3.12	3.21	3.27	3.32	3.35	3.37
	.01	4.07	4.27	4.38	4.46	4.53	4.59	4.64
19	.05	2.96	3.11	3.19	3.26	3.31	3.35	3.37
	.01	4.05	4.24	4.35	4.43	4.50	4.56	4.61
20	.05	2.95	3.10	3.18	3.25	3.30	3.34	3.36
	.01	4.02	4.22	4.33	4.40	4.47	4.53	4.58
22	.05	2.93	3.08	3.17	3.24	3.29	3.32	3.35
	.01	3.99	4.17	4.28	4.36	4.42	4.48	4.53
24	.05	2.92	3.07	3.15	3.22	3.28	3.31	3.34
	.01	3.96	4.14	4.24	4.33	4.39	4.44	4.49
26	.05	2.91	3.06	3.14	3.21	3.27	3.30	3.34
	.01	3.93	4.11	4.21	4.30	4.36	4.41	4.46
28	.05	2.90	3.04	3.13	3.20	3.26	3.30	3.33
	.01	3.91	4.08	4.18	4.28	4.34	4.39	4.43
30	.05	2.89	3.04	3.12	3.20	3.25	3.29	3.32
	.01	3.89	4.06	4.16	4.22	4.32	4.36	4.41
40	.05	2.86	3.01	3.10	3.17	3.22	3.27	3.30
	.01	3.82	3.99	4.10	4.17	4.24	4.30	4.34
60	.05	2.83	2.98	3.08	3.14	3.20	3.24	3.28
	.01	3.76	3.92	4.03	4.12	4.17	4.23	4.27
100	.05	2.80	2.95	3.05	3.12	3.18	3.22	3.26
	.01	3.71	3.86	3.93	4.06	4.11	4.17	4.21
∞	.05	2.77	2.92	3.02	3.09	3.15	3.19	3.23
	.01	3.64	3.80	3.90	3.98	4.04	4.09	4.14

تكملة ...

... تابع – جدول ١٦ قيم دنكن

df	α	عدد المتوسطات في المدى						
		9	10	12	14	16	18	20
1	.05	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0
	.01	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0
2	.05	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09
	.01	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0
3	.05	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50
	.01	9.00	9.00	9.00	9.10	9.20	9.30	9.30
4	.05	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02
	.01	7.20	7.30	7.30	7.40	7.40	7.50	7.50
5	.05	3.83	383	383	3.83	3.83	3.83	3.83
	.01	6.44	6.50	6.60	6.60	6.70	6.70	6.80
6	.05	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68
	.01	6.00	6.00	6.10	6.20	6.20	6.30	6.30
7	.05	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61
	.01	5.73	5.80	5.80	5.90	5.90	6.00	6.00
8	.05	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56
	.01	5.51	5.50	5.60	5.70	5.70	5.80	5.80
9	.05	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52
	.01	5.36	5.40	5.50	5.50	5.60	5.70	5.70
10	.05	3.47	3.47	3.47	3.47	3.47	3.47	3.48
	.01	5.24	5.28	5.36	5.42	5.48	5.54	5.55
11	.05	3.46	4.46	3.46	3.46	3.46	3.47	3.48
	.01	5.12	5.15	5.24	5.28	534	5.38	5.39
12	.05	3.44	3.46	3.46	3.46	3.46	3.47	3.48
	.01	5.02	5.07	5.13	5.17	5.22	5.24	5.26
13	.05	3.44	3.45	3.45	3.46	3.46	3.47	3.47
	.01	4.94	4.98	5.04	5.08	5.13	5.14	5.15
14	.05	3.42	3.44	3.45	3.46	3.46	3.47	3.47
	.01	4.87	4.91	4.96	5.00	5.04	5.06	5.07

... تابع – جدول ١٦ قيم دنكن

df الخطأ	α	عدد المتوسطات في المدى						
		9	10	12	14	16	18	20
15	.05	3.42	3.43	3.44	3.45	3.46	3.47	3.47
	.01	4.81	4.84	4.90	4.94	4.97	4.99	5.00
16	.05	3.41	3.43	3.44	3.45	3.46	3.47	3.47
	.01	4.76	4.79	4.84	4.88	4.91	4.93	4.94
17	.05	3.40	3.42	3.44	3.45	3.46	3.47	3.47
	.01	4.72	4.75	4.80	4.83	4.86	4.88	4.89
18	.05	3.39	3.41	3.43	3.45	3.46	3.47	3.47
	.01	4.68	4.71	4.76	4.79	4.82	4.84	4.85
19	.05	3.39	3.41	3.43	3.44	3.46	3.47	3.47
	.01	4.64	4.67	4.72	4.76	4.79	4.81	4.82
20	.05	3.38	3.40	3.43	3.44	3.46	3.46	3.47
	.01	4.61	6.65	4.69	4.73	4.76	4.78	4.79
22	.05	3.37	3.39	3.42	3.44	3.45	3.46	3.47
	.01	4.57	4.60	4.65	4.68	4.71	4.74	4.75
24	.05	3.37	3.38	3.41	3.44	3.45	3.46	3.47
	.01	4.53	4.57	4.62	4.64	4.67	4.70	4.72
26	.05	3.36	3.38	3.41	3.43	3.45	3.46	3.47
	.01	4.50	4.53	4.58	4.62	4.65	4.67	4.69
28	.05	3.35	3.37	3.40	3.43	3.45	3.46	3.47
	.01	4.47	4.51	4.56	4.60	4.62	4.65	4.67
30	.05	3.35	3.37	3.40	3.43	3.44	3.46	3.47
	.01	4.45	4.48	4.54	4.58	4.61	4.63	4.65
40	.05	3.33	3.35	3.39	3.42	3.44	3.46	3.47
	.01	4.37	4.41	4.46	4.51	4.54	4.57	4.59
60	.05	3.31	3.33	3.37	3.40	3.43	3.45	3.47
	.01	4.31	4.34	4.39	4.44	4.47	4.50	4.53
100	.05	3.29	3.32	3.36	3.40	3.42	3.45	3.47
	.01	4.25	4.29	4.35	4.38	4.42	4.45	4.48
∞	.05	3.26	3.29	3.34	3.38	3.41	3.44	3.47
	.01	4.17	4.20	4.26	4.31	4.34	4.38	4.41

جدول ٤ – توزيع t (اختبار من طرفين)

df الخطأ	احتمال الحصول على قيمة أكبر (مع إهمال الإشارة)								
	0.500	0.400	0.200	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005	0.001
1	1.000	1.376	3.078	6.314	12.706	25.452	63.657		
2	0.816	1.061	1.886	2.920	4.303	6.205	9.925	14.089	31.598
3	.765	0.978	1.638	2.353	3.182	4.176	5.841	7.453	12.941
4	.741	.941	1.533	2.132	2.776	3.495	4.604	5.598	8.610
5	.727	.920	1.476	2.015	2.571	3.163	4.032	4.773	6.859
6	.718	.906	1.440	1.943	2.447	2.969	3.707	4.317	5.959
7	.711	.896	1.415	1.895	2.365	2.841	3.499	4.029	5.405
8	.706	.889	1.397	1.860	2.306	2.752	3.355	3.832	5.041
9	.703	.883	1.383	1.833	2.262	2.685	3.250	3.690	4.781
10	.700	.879	1.372	1.812	2.228	2.634	3.169	3.581	4.587
11	.697	.876	1.363	1.796	2.201	2.593	3.106	3.497	4.437
12	.695	.873	1.356	1.782	2.179	2.560	3.055	3.428	4.318
13	.694	.870	1.350	1.771	2.160	2.533	3.012	3.372	4.221
14	.692	.868	1.345	1.761	2.145	2.510	2.977	3.326	4.140
15	.691	.866	1.341	1.753	2.131	2.490	2.947	3.286	4.073
16	.690	.865	1.337	1.746	2.120	2.473	2.921	3.252	4.015
17	.689	.863	1.333	1.740	2.110	2.458	2.898	3.222	3.965
18	.688	.862	1.330	1.734	2.101	2.445	2.878	3.197	3.922
19	.688	.861	1.328	1.729	2.093	2.433	2.861	3.174	3.883
20	.687	.860	1.325	1.725	2.086	2.423	2.845	3.153	3.850
21	.686	.859	1.323	1.721	2.080	2.414	2.831	3.135	3.819
22	.686	.858	1.321	1.717	2.074	2.406	2.819	3.119	3.792
23	.685	.858	1.319	1.714	2.069	2.398	2.807	3.104	3.767
24	.685	.857	1.318	1.711	2.064	2.391	2.797	3.090	3.745
25	.684	.856	1.316	1.708	2.060	2.385	2.787	3.078	3.725
26	.684	.856	1.315	1.706	2.056	2.379	2.779	3.067	3.707
27	.684	.855	1.314	1.703	2.052	2.373	2.771	3.056	3.690
28	.683	.855	1.313	1.701	2.048	2.368	2.763	3.047	3.674
29	.683	.854	1.311	1.699	2.045	2.364	2.756	3.038	3.659

... تابع جدول ٤ – توزيع t (اختبار من طرفين)

df الخطأ	احتمال الحصول على قيمة أكبر (مع إهمال الإشارة)								
	0.500	0.400	0.200	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005	0.001
30	.683	.854	1.310	1.697	2.042	2.360	2.750	3.030	3.646
35	.682	.852	1.306	1.690	2.030	2.342	2.724	2.996	3.591
40	.681	.851	1.303	1.684	2.021	2.329	2.704	2.971	3.551
45	.680	.850	1.301	1.680	2.014	2.319	2.690	2.952	3.520
50	.680	.849	1.299	1.676	2.008	2.310	2.678	2.937	3.496
55	.679	.849	1.297	1.673	2.004	2.304	2.669	2.925	3.476
60	.679	.848	1.296	1.671	2.000	2.299	2.660	2.915	3.460
70	.678	.847	1.294	1.667	1.994	2.290	2.648	2.899	3.435
80	.678	.847	1.293	1.665	1.989	2.284	2.638	2.887	3.416
90	.678	.846	1.291	1.662	1.986	2.279	2.631	2.878	3.402
100	.677	.846	1.290	1.661	1.982	2.276	2.625	2.871	3.390
120	.677	.845	1.289	1.658	1.980	2.270	2.617	2.860	3.373
∞	.675	.842	1.282	1.645	1.960	2.241	2.576	2.807	3.291

طلبتي الاعزاء الواجب البيتي

عمل تقرير عن الاختبارات المذكورة في المحاضرة مع الامثلة لكل اختبار

الطلبة الاعزاء يرجى قراءة المحاضرة جيدا وحل الواجب البيتي وارساله عبر برامج التواصل المتوفرة

تحياتي ودعائي بالسلامة للجميع