



7

المحاضرة السابعة

Eviews

عنوان المحاضرة: الانحدار الخطي البسيط

Simple Linear Regression

مدرس المادة
علياء هاشم محمد

المقدمة

يعتبر النموذج الخطي لمتغيرين هو الأبسط بين نماذج الانحدار المختلفة، وفي هذه الحالة يكون اهتمامنا مركزاً على وصف العلاقة الخطية التي تربط بين متغيرين فقط، أحدهما تابع، والآخر مستقل. وبصورة عامة إذا رمزنا للمتغير التابع بالرمز (Y) وللمتغير المستقل بالرمز (X) فإن نموذج الانحدار الخطي البسيط يكون على النحو التالي:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i, \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, n \quad (6.1)$$

حيث: β_0 ، β_1 معالم مجهولة القيم وثوابت تختص بالمجتمع.

β_0 : الجزء المقطوع من محور Y الرأسي ويسمى الحد الثابت للنموذج.

β_1 : ميل الدالة الخطية ويسمى الميل الحدي للنموذج.

ε : حد الخطأ (العنصر) العشوائي.

n : عدد المشاهدات.

اسباب وجود الخطأ العشوائي

وجود عدة متغيرات مستقلة لها تأثير معين على المتغير التابع Y ، وقد تم استبعادها من العلاقة الخطية في المعادلة (6.1) وتم احتوائها في المتغير العشوائي ε .
وجود أخطاء ممكنة في قياس المتغير التابع Y تم احتواء تأثيرها في المتغير العشوائي ε .

وجود خطأ تجريبي نتيجة للتجربة أو القياس من قبل الباحث تم احتواء تأثيره في المتغير العشوائي ε .

2.6 الاختبارات الإحصائية

1.2.6 الاختبارات المعنوية لمعالم الانحدار الخطي البسيط

بفرض أنه لدينا نموذج الانحدار الخطي البسيط في معادلة (6.1) لاختبار الفرضية

الصفريية $H_0 : \beta_i = \beta_{H_0}$ مقابل الفرضية البديلة:

فرضية بسيطة

$$H_1 : \beta_i \neq \beta_{H_0}$$

فرضية مركبة

$$H_1 : \beta_i > \beta_{H_0}$$

$$H_1 : \beta_i < \beta_{H_0}$$

فإننا نستعمل إحصاء الاختبار:

$$T_i = \frac{\hat{\beta}_i - \beta_{H_0}}{SE(\hat{\beta}_i)}, \quad i=0,1 \quad (6.2)$$

حيث أن:

$\hat{\beta}_0$: القيمة المقدرة للجزء المقطوع من محور Y (الثابت).

$\hat{\beta}_1$: قيمة معامل الانحدار المقدرة للمتغير المستقل.

β_{H_0} : قيمة β_i بفرض أن H_0 صحيحة.

$SE(\hat{\beta}_i)$: الخطأ المعياري لقيمة معامل الانحدار المقدرة $\hat{\beta}_i$.

مع العلم بأن إحصاء الاختبار في (6.2) يخضع لتوزيع T بدرجات حرية $(n-2)$.

حالة خاصة: إذا كانت $\beta_{H_0} = 0$ ، فإن إحصاء الاختبار يصبح على النحو التالي:

$$T_i = \frac{\hat{\beta}_i}{SE(\hat{\beta}_i)}, \quad i=0,1 \quad (6.3)$$

وكذلك إحصاء الاختبار في (6.3) يخضع لتوزيع T بدرجات حرية $(n-2)$.

2.2.6 فترات الثقة لمعالم الانحدار الخطي البسيط

تعتبر فترة الثقة من الأدوات القوية التي تعطي معلومات عن المعلمة المجهولة مثلاً (β_i) باستعمال العينة. فترة الثقة نهايتها متغيران عشوائيان، أي أنها فترة عشوائية تحاول أن تحتوى المعلمة المجهولة β_i . مع العلم أن فترة الثقة تفسر على أنها التكرار النسبي لمحاولات المعاينة الكبيرة والمتكررة. بفرض أن 95% مثلاً من فترات الثقة ستحتوى على β_i وأن 5% لا تحتويها، وبالتالي فإن تفسير فترة الثقة 95% للمعلمة β_i يعني أنه إذا أخذت مائة عينة عشوائية حجمها n وفي كل مرة نحسب $\hat{\beta}_i$ ونحسب فترة الثقة فإننا نتوقع أن 95 فترة تحوى على قيمة β_i الحقيقية.

فترة الثقة $100(1 - \alpha)\%$ للمعلمة β_i هي:

$$\hat{\beta}_i - t(1 - \frac{\alpha}{2}; n - 2)SE(\hat{\beta}_i), \hat{\beta}_i + t(1 - \frac{\alpha}{2}; n - 2)SE(\hat{\beta}_i) \quad (6.4)$$

مع ملاحظة أن $t(1 - \frac{\alpha}{2}; n - 2)$ يمكن حسابها من خلال جداول خاصة بتوزيع T.

1.3.6 معامل التحديد Coefficient of Determination

معامل التحديد يمثل النسبة بين مجموع مربعات الانحدار ومجموع المربعات الكلي، ويرمز له بالرمز R^2 ويمثل نسبة التغير الكلي في المتغير التابع والتي يمكن تفسيرها من خلال نموذج الانحدار المُقدر، وإشارته دائما موجبة محصورة بين الصفر والواحد الصحيح، أي أن:

$$0 \leq R^2 \leq 1$$

شرحه في المعادلة (6.2)، مع العلم أنه في هذه الحالة فإن قيمة إحصاء F تساوي مربع قيمة إحصاء T ، أي أن $F = T^2$.

ومن الجدير بالذكر أن اختبار $H_0: \beta_1 = 0$ يكافئ $H_0: R^2 = 0$ ، بالتالي يمكن اختبار المعنوية الكلية لنموذج الانحدار الخطي البسيط باستخدام ثلاث طرق متكافئة هي:

- اختبار T
- اختبار F
- قيمة معامل التحديد R^2

2.3.6 اختبار جودة المعنوية الكلية

يستخدم اختبار F (نسبة للعالم Fisher) لاختبار المعنوية الكلية لنموذج الانحدار الخطي

البسيط، ويستخدم لاختبار الفرضية الصفرية $H_0: \beta_1 = 0$ ، وهذا يكافئ اختبار T السابق

تطبيقات عملية

جدول (1.6): إجمالي الإنفاق الاستهلاكي والدخل المتاح

X	Y	السنة
95	85	2000
108	91	2001
120	98	2002
128	103	2003
139	109	2004
145	114	2005
153	119	2006
164	122	2007
175	133	2008
180	140	2009
187	145	2010
290	163	2011

البيانات التالية تختص بإجمالي الإنفاق الاستهلاكي (Y) مقاساً بمليارات الدولارات

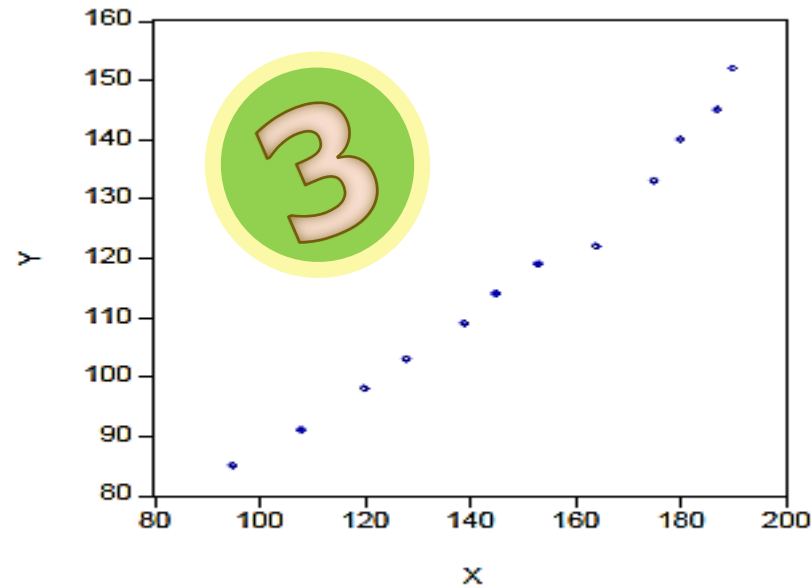
وإجمالي الدخل المتاح (X) مقاساً بمليارات الدولارات أيضاً لاقتصاد معين في الفترة

2000 - 2012. اسم الملف (Example6.1).

1. رسم لوحة الانتشار:

لرسم شكل الانتشار نتبع الخطوات التالية من خلال برنامج E-Views:

- أولاً: اختر المتغيرين X، Y ثم اضغط على مفتاح الإدخال، أو من خلال التالي:
View ► Open Selected ► One Window ► Open group
- ثانياً: اختر View من شريط الاختبارات وذلك في نافذة عرض البيانات الخاصة بالمتغيرين X,Y ثم اختر Graph.
- ثالثاً: اختر Scatter أسفل قائمة Graph Type كما في شكل (1.6).
اضغط OK، نحصل على الرسم الموضح في شكل (2.6).



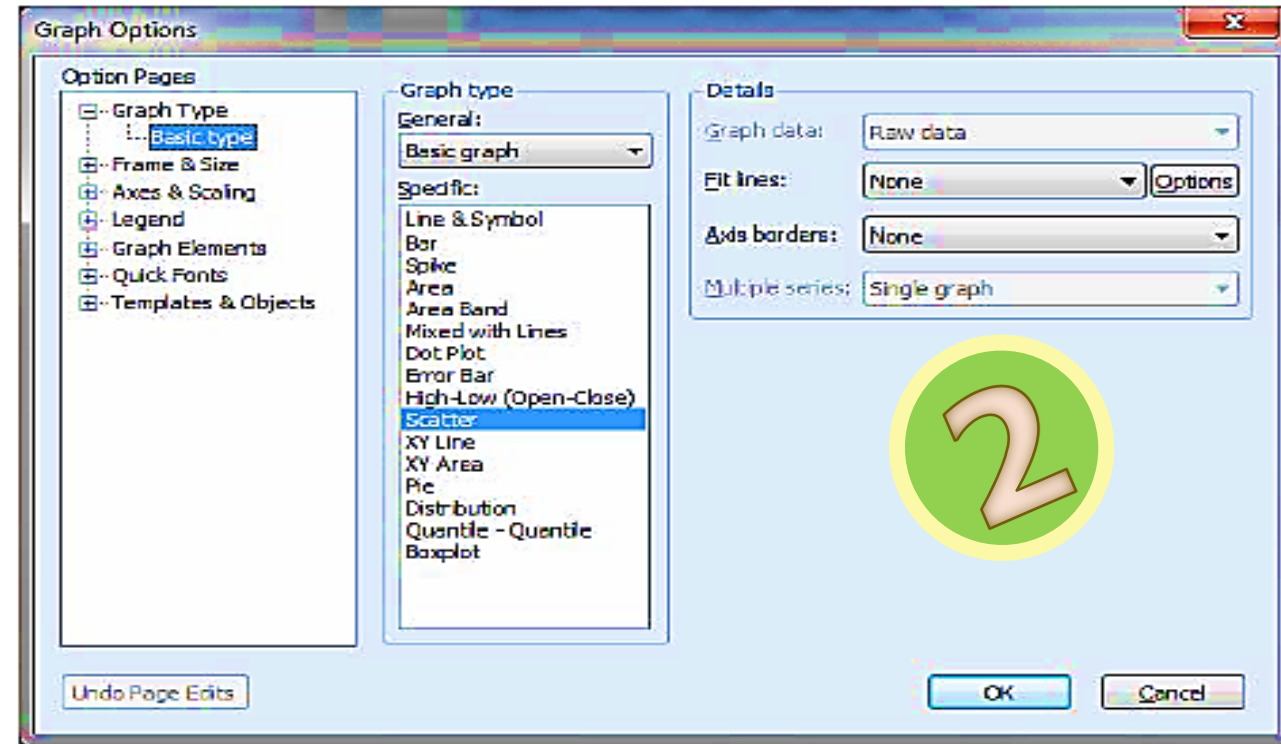
شكل (2.6): شكل الانتشار لنموذج انحدار الإتفاق الاستهلاكي والدخل

1. ارسم لوحة الانتشار.

2. اختر النموذج المناسب الذي يعبر عن العلاقة بين الإنفاق الاستهلاكي (Y) والدخل المتاح (X).

3. أوجد معادلة الانحدار الخاصة بذلك النموذج وكتبه بالشكل القياسي المناسب.

4. ارسم خط الانحدار.



شكل (1.6): المربع الحواري للاختيار Graph

2. النموذج المناسب

يمكن ملاحظة من الشكل (2.6) أن النموذج الخطي يعتبر مناسباً في هذه الحالة حيث يتبين أن هنالك اتجاهًا خطياً عاماً واضحاً في العلاقة بين الإنفاق الاستهلاكي والدخل المتاح.

- لحفظ الرسم الحالي اختر **Name** من شريط الاختيارات ثم اكتب اسماً مناسباً مثلاً **scatter** كما هو موضح في شكل (3.6).

3. معادلة الانحدار

لإيجاد معادلة الانحدار الخطي نتبع الخطوات التالية في برنامج E Views:

▪ من شريط القوائم اختر

Quick ► Estimate Equation

▪ ندخل معادلة خط الانحدار الخطي كما يلي:

Y C X

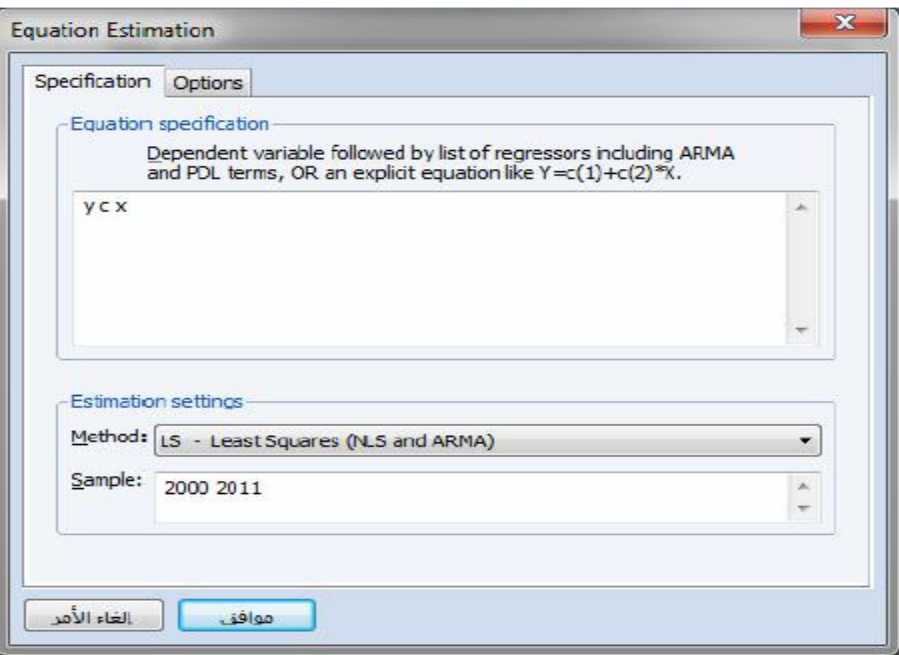
كما هو موضح في شكل (4.6).

حيث: Y هو المتغير التابع ثم يتبعه C والذي يمثل الجزء الثابت (المقطوع من محور Y)

ثم المتغير المستقل X .



شكل (3.6): المربع الحواري الخاص بتسمية الرسم البياني باسم **scatter**



شكل (4.6): المربع الحواري كتابة نموذج انحدار الإنفاق الاستهلاكي والدخل

جدول (2.6): نتائج نموذج انحدار الإنفاق الاستهلاكي والدخل

Dependent Variable: Y
Method: Least Squares
Date: 03/31/13 Time: 06:36
Sample: 2000 2011
Included observations: 12

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	16.94154	4.784922	3.540610	0.0054
X	0.676963	0.031538	21.46472	0.0000
R-squared	0.978757	Mean dependent var	117.5833	
Adjusted R-squared	0.976632	S.D. dependent var	21.63523	
S.E. of regression	3.307273	Akaike info criterion	5.381137	
Sum squared resid	109.3806	Schwarz criterion	5.461955	
Log likelihood	-30.28682	Hannan-Quinn criter	5.351215	
F-statistic	460.7342	Durbin-Watson stat	0.755642	
Prob(F-statistic)	0.000000			

ويمكن ملاحظة أن $0 < \hat{\beta}_1 < 1$, $\hat{\beta}_0 > 0$ حسب نظرية الدخل المطلق.

كما يمكننا قياس المرونة الداخلية للاستهلاك η والتي تقيس الاستجابة النسبية في

الاستهلاك للتغيرات النسبية في الدخل المتاح حسب القانون:

$$\eta_i = \frac{dY_i}{dX_i} \cdot \frac{X_i}{Y_i} = \hat{\beta} \frac{X_i}{Y_i}, i=1,2,\dots,n \quad (6.7)$$

يجب ملاحظة أن الترتيب ضروري في هذه الحالة حيث يجب أن نبدأ بكتابة المتغير التابع ثم C للدلالة على الجزء الثابت ثم المتغير المستقل أو المتغيرات المستقلة (كما سيأتي شرحه في الفصل السابع إن شاء الله تعالى).

اضغط موافق سنحصل على النتائج الموضحة في جدول (2.6).

لحفظ النتائج الحالية اختر *Name* من شريط الاختيارات ثم اكتب اسماً مناسباً مثلاً *EQ1* كما تم شرحه سابقاً.

وبذلك تكون معادلة انحدار الإنفاق الاستهلاكي المقدرة هي: $\hat{y}_i = 16.942 + 0.677X_i$ تفسير معاملي الانحدار في المعادلة (6.6):

▪ $\hat{\beta}_0 = 16.942$: قيمة الإنفاق الاستهلاكي الإجمالي يساوي 16.942 بليون دولار

عندما يكون الدخل المتاح يساوي صفرأ.

▪ $\hat{\beta}_1 = 0.677$: قيمة ميل خط الانحدار المقدّر، ويفسر الميل الحدي للاستهلاك أو

التغير في الاستهلاك الناتج من تغير وحدة واحدة من الدخل، وهذا يعني أنه إذا زاد

الدخل المتاح بمقدار وحدة واحدة (أي بليون دولار) فإن الاستهلاك يزداد بمقدار

0.677 بليون دولار أي 677 مليون دولار.

نختار المتغيرين X, Y ثم اضغط مفتاح الإدخال *Enter*

لرسم خط الانحدار تتبع الخطوات التالية:

view ► *Descriptive Statistics* ► *Common Sample*

من شكل (1.6) اختر Options من خلال Fit lines فيظهر المربع

فنحصل على النتائج الموضحة في جدول (3.6).

الحواري في شكل (5.6).

جدول (3.6): نتائج الإحصاء الوصفي للمتغيرين الإنفاق الاستهلاكي والدخل

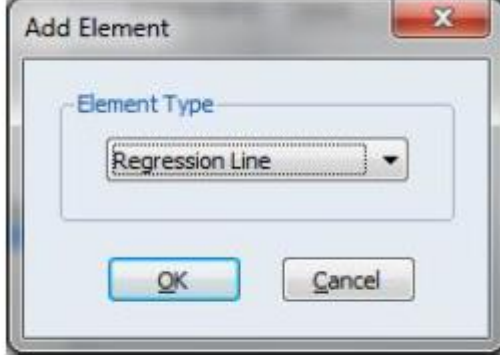
	X	Y
Mean	148.6667	117.5833
Median	149.0000	116.5000
Maximum	190.0000	152.0000
Minimum	95.00000	85.00000
. Std. Dev	31.61798	21.63523
Skewness	-0.226810	0.109924
Kurtosis	1.833353	1.856667
Jarque-Bera	0.783418	0.677772
Probability	0.675901	0.712564
Sum	1784.000	1411.000
. Sum Sq. Dev	10996.67	5148.917
Observations	12	12

من خلال جدول (3.6) تبين أن:

$$\bar{X} = 148.667, \bar{Y} = 117.583$$

بالتعويض في المعادلة (6.8) نجد أن معامل المرونة عند الوسط يساوي

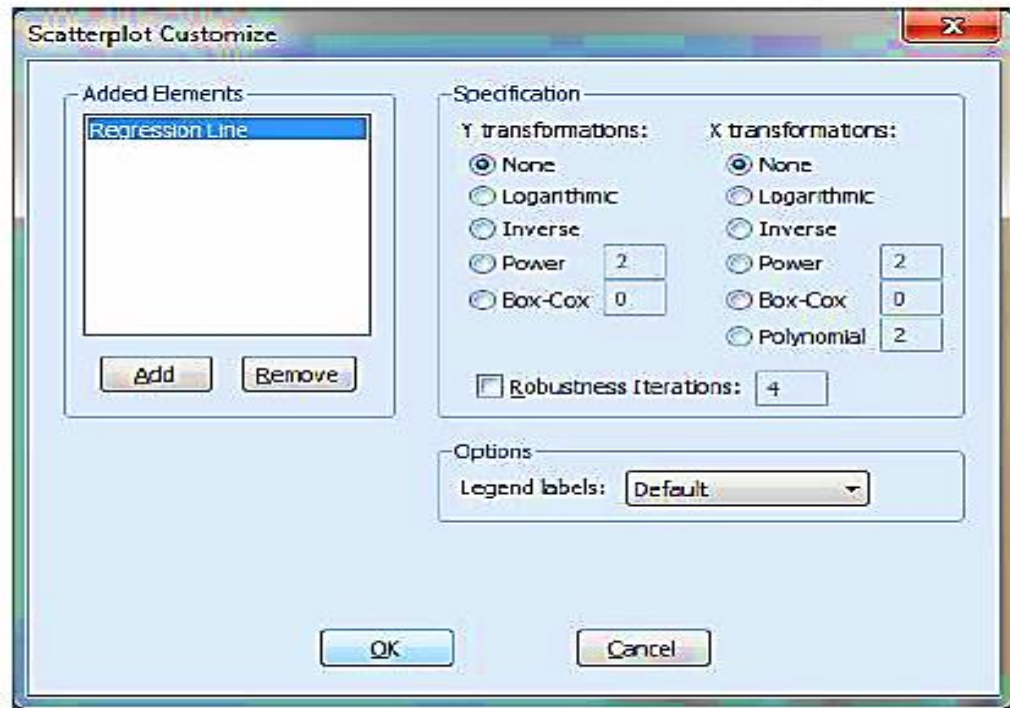
$$\eta = 0.677 \times \frac{148.667}{117.583} = 0.856$$



(5.6): المربع الحواري الخاص بخط الانحدار

اختر Regression Line أسفل Element Type ثم OK فيظهر المربع

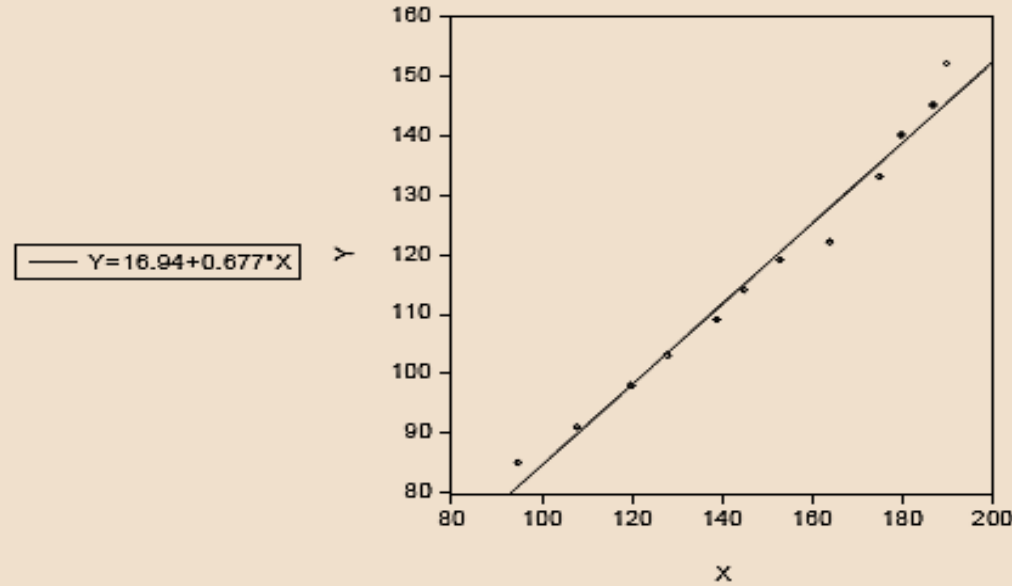
الحواري في شكل (6.6).



شكل (6.6): المربع الحواري الخاص بتخصيص خط الانحدار - 1

اختر Detailed مقابل Legend labels

اضغط OK فيظهر المربع الحواري في شكل (6.6) ثم اضغط OK فنحصل على الرسم الموضح في شكل (7.6).



شكل (7.6): المربع الحواري الخاص بتخصيص خط الاتحدار - 2

أحفظ الرسم بنفس الاسم السابق Scatter

أحفظ الرسم بنفس الاسم السابق Scatter

الله
ولي
التوفيق