

تمارين عن صيغة نيوتن للزروق الأمامية

مثال

إذا كان لديك جدول البيانات التالية المطلوب

جدد متسلسلة القوى $P_n(x)$ ثم جد y عندما $x=4.2$

باستخدام صيغة نيوتن للزروق الأمامية.

x	3	4	5	6
y	0.3333	0.25	0.2	0.1667

الخطوة الأولى بكون جدول الزروق الأمامية

الحل

x	y	مؤاد	مؤاد	مؤاد
3	0.3333			
		-0.0833		
4	0.25		0.0333	
		-0.05		-0.0166
5	0.2		0.0167	
		-0.0333		
6	0.1667			

ملاحظة

عدد الفروق التي تتوقف عندها تكون
يقدر قيم X مطروح منها 1 أي ان الفرق
الاخير يساوي (1-1) ويحتمل درجة متعددة الحدود.
بشرط ان الفرق لا يساوي صفر

الخطوة الثانية نستخرج قيمة u

$$u = \frac{X - X_0}{h} \Rightarrow \frac{X - 3}{1} = X - 3$$

الخطوة الثالثة نتحقق الصيغة

∴ الفرق الاخير هو الثالث فأن متعددة الحدود من الدرجة الثالثة

$$P_3(x) = y_0 + u \Delta y_0 + \frac{u(u-1)}{2!} \Delta^2 y_0 + \frac{u(u-1)(u-2)}{3!} \Delta^3 y_0$$

$$P_3(x) = 0.3333 - (X-3)(0.0833) + \frac{(X-3)(X-4) \cdot 0.0333}{2!} +$$

$X^2 = 7X + 12$

$$\frac{(X-3)(X-4)(X-5) \cdot (-0.0166)}{3!} \Rightarrow 6$$

$X^3 - 12X^2 + 47X - 60$

$$P_3(x) = 0.3333 - 0.0833(X-3) + 0.01665(X^2 - 7X + 12) -$$

$$0.002766(X^3 - 12X^2 + 47X - 60)$$

$$P_3(x) = 0.3333 - 0.0833X + 0.2499 + 0.01665X^2 -$$

$$0.11655X + 0.1998 - 0.002766X^3 + 0.0332X^2 -$$

$$0.13X + 0.166$$

$$P_3(x) = -0.002766X^3 + 0.04985X^2 - 0.32985X + 0.949$$

للتأكد من الحصول على الدالة الصحيحة نفوض قيم x المغطاة في الجدول كمثل قيم y فعلى سبيل المثال لو نفوض قيمة $x=3$ تظهر لنا قيمة $y=10$ وننفسن الطريقة الى باقي القيم

مثال

أوجه متعددة حدود تقر يدياً للدالة $f(x)$ حيث اننا $f(x)$ معرفة بالقيم التالية الموضحة بالجدول ادناه

x	2	3	4	5	6
y	5	10	17	26	37

باستخدام صيغة نيوتن للفرق الأمامية .

الحل

تكون جدول الفرق الأمامية

x	y	Δy	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$	$\Delta^4 y$
2	5				
		5			
3	10		2		
		7		0	
4	17		2		0
		9		0	
5	26		2		
		11			
6	37				

الخطوة الثانية ذهبك السبعة

$$f(x) = y = P_n(x)$$

$$P_n(x) = y_0 + (x-x_0) \frac{\Delta y_0}{1!h} + (x-x_0)(x-x_1) \frac{\Delta^2 y_0}{2!h^2} +$$

$$(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2) \frac{\Delta^3 y_0}{3!h^3} + (x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3) \frac{\Delta^4 y_0}{4!h^4}$$

$$P_n(x) = 5 + (x-2) \cdot 5 + (x-2)(x-3) \frac{2}{2 \times 1^2} + (x-2)$$

$$(x-3)(x-4) \frac{0}{3! \times 1^3} + 0$$

$$= 5 + 5x - 10 + x^2 - 5x + 6$$

$$P_2(x) = x^2 + 1$$

لو طلب في السؤال ايجاد قيمة y عند $x = 2.5$

نعوض قيمة x في متددة الحدود الناتجة

$$P_2(x) = (2.5 - 5)^2 + 1$$
$$= 7.25$$

$$x = 3.75$$

$$P_2(3.75) = (3.75 - 5)^2 + 1$$

$$= 15.0625$$

مثال

إذا كانت y معرفة من خلال النقاط التالية $(0, 1)$, $(1, 7)$, $(2, 23)$, $(3, 55)$, $(4, 109)$ بتعددية الجرد... باستخدام طريقة ستيرن الامامية بعد إيجاد

الحل

X	Y	Δy_0	$\Delta^2 y_0$	$\Delta^3 y_0$	$\Delta^4 y_0$
0	1				
		6			
1	7		10		
		16		6	
2	23		16		0
		32		6	
3	55		22		
		54			
4	109				

$$f(x) = y_0 + (x-x_0) \frac{\Delta y_0}{1!h} + (x-x_0)(x-x_1) \frac{\Delta^2 y_0}{2!h^2} + (x-x_0)(x-x_1)(x-x_2) \frac{\Delta^3 y_0}{3!h^3}$$

$$f(x) = 1 + (x-0) \frac{6}{1 \times 1} + (x-0)(x-1) \frac{10}{2 \times 1} + (x-0)(x-1)(x-2) \frac{6}{6 \times 1}$$

$$= 1 + 6x + (x^2 - x)(5) + (x^3 - x^2)(x-2)$$

$$f(x) = 1 + \underline{6x} + \underline{5x^2} - \underline{5x} + \underline{x^3} - \underline{3x^2} + \underline{2x}$$

$$f(x) = x^3 + 2x^2 + 3x + 1$$

∴ متعددة الحدود من الدرجة الثالثة .

نعوض قيمة $x=0.5$ نحصل على قيمة y

$$f(0.5) = (0.5)^3 + 2(0.5)^2 + 3(0.5) + 1$$

$$= 0.125 + 0.5 + 1.5 + 1$$

$$= 3.125$$

ملاحظة إذا لم يذكر بالسؤال أياد متعددة الحدود
نعوض في قيم x مباشرة أي

$$f(x) = 1 + (x-0) \frac{6}{|x|} + (x-0)(x-1) \frac{10}{2} + (x-0)(x-1)(x-2) \frac{6}{6}$$

قيمة x في السوال يساوي (0.5)

$$= 1 + (0.5)(6) + (0.5)(0.5-1)(5) + (0.5)(0.5-1)(0.5-2)$$

$$= 1 + 3 + 1.25 + 0.375$$

$$= 3.125$$

H.W

إذا كانت y معرفة حسب النقاط التالية

حيث $x = 0.3$ عند y

$(0.2, 1.8)$ ، $(0.4, 0.9)$ و $(0.6, 0.5)$ ، $(0.8, 0.2)$