أما الخطأ النسبي فهو

$$\delta_{x/y} = \delta_x - \delta_y$$

مثال (1-1) :

لنأخذ العددين المدورين $x^* = 4.24$ ، $y^* = 2.1$ كما إن الخطأ المطلق للعددين $\varepsilon_x = 0.04$ ، $\varepsilon_y = 0.004$ ، أوجد الخطأ المطلق والنسبي للعمليات الحسابية الآربعة .

الحل :- نطبق القواعد والقوانين السابقة ولكل عملية حسابية وكالآتي :

$$\varepsilon_{x+y} = \varepsilon_x + \varepsilon_y$$

$$= 0.04 + 0.004$$

$$\varepsilon_{x+y} = 0.044$$

$$\delta_{x+y} = \frac{x\delta_x + y\delta_y}{x+y}$$

نجد مكونات هذه العلاقة وبالشكل التالي :

- الجمع

$$x = \varepsilon_x + x^*$$
$$= 0.04 + 4.24 = 4.28$$
$$y = \varepsilon_y + y^*$$
$$= 0.004 + 2.1 = 2.104$$

ومنه فان :

$$\delta_{x+y} = \frac{0.04 + 0.004}{4.28 + 2.104} = 0.00689$$

- الطرح

$$\varepsilon_{x-y} = \varepsilon_x - \varepsilon_y$$
$$= 0.04 - 0.004 = 0.036$$

$$\delta_{x-y} = \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{x-y} = \frac{0.04-0.004}{4.28-2.104} = 0.01654$$

- الضرب

$$\varepsilon_{xy} = x\varepsilon_y + y\varepsilon_x$$

$$=(4.28)(0.004)+(2.104)(0.04)=0.10128$$

$$\delta_{xy} = \delta_y + \delta_x = 0.009345 + 0.00190 = 0.011245$$

- القسمة

من خلال استخدام العلاقة

$$\varepsilon_{x/y} = \frac{x}{y}\left(\frac{\varepsilon_x}{x} - \frac{\varepsilon_y}{y}\right) = \frac{4.28}{2.104}\left(\frac{0.04}{4.28} - \frac{0.004}{2.104}\right) = 0.01514$$

$$\delta_{x/y} = \delta_x - \delta_y = 0.00744$$

4-1: حساب الفارزة السائبة :-

ان الطرق التقليدية في الحساب العشري لإيجاد ناتج أيه عملية حسابية بين عددين عشريين معروفة أما في الحاسبة الالكترونية فاننا لاتستخدم الحساب العشري وإنما نستخدم العمليات الثنائية أو مضاعفاتها وذلك بعد أن تحول الأعداد إلى حالة الفارزة السائبة ، لذلك يطلق على هذا النوع من الحساب بحساب الفارزة السائبة (Floating Point) حيث أن الاعداد في حالة الفارزة السائبة تكون على الشكل التالي :

$$f \times b^k$$

$$f \times b^k$$

وأن b أساس النظام الذي تعمل به الحاسبة ، K عدد صحيح تتراوح قيمته ضمن المتراجحة:

$$m \leq K \leq M$$

ويختلف مداها من حاسبة إلى أخرى وجدول (1) يبين نموذج لقسم من الحاسبات

جدول (1) نموذج لبعض أساسيات الحاسبات

نوع الحاسبة	الأساس	N	m	M
IBM 360	16	6	-2^6	2^6
IBM 7094	2	27	-2^7	2^7
CDC 6000	2	48	-2^{10}	2^{10}

إما f فهي عبارة عن كسر يمثل بالشكل

$$f = \pm 0 . d_1 d_2 \ldots\ldots d_n$$

حيث يحدد الأرقام بعد الفارزة تبعاً لنوع الحاسبة أيضاً كما في الجدول رقم ١ السابق ويمكن تحويل أي عدد حقيقي x عدا الصفر إلى حالة الفارزة السائبة باستخدام أحدى الطريقتين : التدوير أو القطع ، فعلى سبيل المثال ، تحول الإعداد العشرية :

$$x = 293956 \quad , \quad y = 0.000318 \quad , \quad z = 483.62$$

إلى حالة الفارزة السائبة بطول 3 كالآتي :-

أ : باستخدام التدوير :

$$x^* = 0.294 * 10^6 \quad , \quad y^* = 0.318 * 10^{-3} \quad , \quad z^* = 0.484 * 10^3$$

ب : باستخدام القطع :

$$x^* = 0.293 * 10^6 , \quad y^* = 0.318 * 10^{-3} \quad , \quad z^* = 0.483 * 10^3$$

وفي حالة أجراء العمليات الحسابية على الإعداد في صيغة الفارزة السائبة فأنه يعتمد على نوع العملية الحسابية ، وفيما يلي ذكر لبعض العمليات الحسابية بحيث يقرب الناتج الى ثلاث مراتب .

1 – الجمع :

نوحد الأسس إلى الأس الأكبر بينهما وتجري عملية الجمع على الكسور .

مثال (1-2)

اذا كانت X^* ، Y^* تمثل العدد التقريبي للعددين X ، Y فأوجد حاصل جمع العددين بالقطع والتدوير .

$$X^* + Y^* = 0.0291 \times 10^2 + 0.601 \times 10^2 = 0.6301 \times 10^2 \approx 0.630 \times 10^2$$

0.630×10^{2} بالقطع

0.630×10^{2} بالتدوير

2- الطرح :

كما في عملية الجمع .

3- الضرب :

هنا نقوم بجمع الأسس وضرب الكسور ببعضها ويعدل الناتج إلى حالة النظامية السائبة :

مثال (1-3) :

أوجد حاصل ضرب العددين التاليين بعد تقريب الناتج لثلاث مراتب

تصحيح :

$X * Y = 0.732\times10^{3} * 0.225\times10^{-2}$

$= 0.1647\times10^{1}$

0.164×10^{1} بالقطع

0.165×10^{1} بالتدوير

4-القسمة :

بعكس عملية الضرب فأننا نطرح الأسس ونقسم الكسور .

مثال (1-4) :

أوجد حاصل قسمة العددين التاليين بعد تقريب الناتج لثلاث مراتب .

$X \div Y = 0.628\times10^{3} \div 0.244\times10^{-2}$

$= 2.5737\times10^{5} \cong 0.25737\times10^{6}$

0.257×10^{6} بالقطع

0.257×10^{6} بالتدوير

تمارين الفصل الأول

س1 – دور كلاً من الإعداد الآتية إلى حساب الفارزة السائبة بطول ثلاثة أرقام .

863.415 , 253632 , 0.081 , 3.2671

س2– جد الخطأ المطلق والنسبي المحتمل في ناتج ما يلي مفترضاً أن الإعداد الأولية مدورة

أ : *2.37 * 920*

ب : *920 / 2.37*

ج : *920 * (2.37 + 4.10)*

س3– ثلاثة أعداد محولة إلى حالة الفارزة السائبة العشرية بطول (4) باستخدام القطع كالآتي :

$X^* = 0.5122 * 10^1$, $Y^* = 0.4206 * 10^{-2}$, $Z = 0.3257 * 10$

أعط تخميناً للخطأ المطلق في ناتج كل مما يلي ، علماً أن العمليات قد أجريت بحاسبة تستخدم حساب الفارزة السائبة بطول (4) .

أ - $x^* + y^* - z^*$

ب- z^* / x^*

ج- $z^* (Y^* / X^*)$

س4– جد الخطأ المطلق والنسبي بعد القطع لثلاثة أرقام .

أ - $3.82 * 10^2 \div 7.72 * 10^6$

ب- $3.82 * 10^2 \div (7.72 * 10^6 \times 4.05 * 10^{-2})$

ج- $(3.82 * 10^2 \div 7.72 * 10^6) \times 4.05 * 10^{-2}$

س5 :

1- أشتق قانون الخطأ المطلق لعملية الضرب ولعملية القسمة :

2-حول كلاً من الإعداد التالية الى حالة الفارزة السائبة بطول خمسة أرقام مستخدماً طريقة 1- التدوير 2- القطع

3.26711 , 0.0811 , 8634.151

3- أوجد الخطأ المطلق والخطأ النسبي لجميع العمليات للعددين $y = 3.15$, $x = 4.685$ وقيمتها التقديرية هي $x^{*}=4.28$, $y^{*}=3.19$