

# المحاضرة السادسة

## صيغ تكرارية فاصمة

تستخدم طريقة نيوتن - رافسون لكل المعادلات

الخامسة ومنها

**أولاً** للحصول على الجذر التربيعي (Square root)

للعدد  $N$  وحسب الصيغة التالية

$$f(x) = x^2 - N = 0$$

Proof

$$\therefore x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

$$= x_i - \frac{x_i^2 - N}{2x_i}$$

$$= x_i - \frac{1}{2}x_i + \frac{N}{2x_i}$$

$$= \frac{1}{2}x_i + \frac{1}{2}\frac{N}{x_i}$$

$$\therefore x_{i+1} = \frac{1}{2} \left[ x_i + \frac{N}{x_i} \right]$$

Date \_\_\_\_\_ N \_\_\_\_\_  
مطلوب إيجاد الجذر التربيعي للعدد (40) لنته أرقام

مطلوب

معتوية

الكل

$x_0 = 6.5$   
القمة الأولى

القمة الأولى

$$\frac{6+7}{2}$$

$\sqrt{36} = 6$

$\sqrt{49} = 7$

نقطة الصبغة

$$x_{i+1} = \frac{1}{2} \left[ x_i + \frac{N}{x_i} \right]$$

$$x_1 = \frac{1}{2} \left[ x_0 + \frac{N}{x_0} \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[ 6.5 + \frac{40}{6.5} \right]$$

$$= \frac{1}{2} [6.5 + 6.1538]$$

$$= \frac{1}{2} [12.6538]$$

$$x_1 = 6.3269$$

$$x_2 = \frac{1}{2} \left[ x_1 + \frac{N}{x_1} \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[ 6.3269 + \frac{40}{6.3269} \right]$$

$$= \frac{1}{2} [6.3269 + 6.3222115]$$

$$\therefore X_2 = 6.32455575$$

$$X_3 = \frac{1}{2} \left[ X_2 + \frac{N}{X_2} \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[ 6.32455575 + \frac{40}{6.3245575} \right]$$

$$= \frac{1}{2} [6.32455575 + 6.324554]$$

$$X_3 = 6.32455532$$

$$|X_3 - X_2| = 0.0000004$$

The Reciprocal

ثانياً للحصول على مقلوب العدد (N) يمكن  
تطبيق قانون نيوتن-رافسون للمعادلة  
التالية

$$f(x) = \frac{1}{x} - N$$

# Proof

$$X_{i+1} = X_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

$$= X_i - \frac{\frac{1}{x_i} - N}{-\frac{1}{x_i^2}}$$

$$= X_i + \left(\frac{1}{x_i} - N\right) \cdot \frac{x_i^2}{1}$$

$$= X_i + \left(\frac{x_i^2}{x_i} - N x_i^2\right)$$

$$= X_i + x_i - N x_i^2$$

$$= 2x_i - N x_i^2$$

$$X_{i+1} = x_i (2 - N x_i)$$

مثال

Date

No.

جد مقلوب العدد (6) لخمس أرقام بعد  
الفاصلة مستخدماً  $X_0 = 0.166$

الحل

بالاعتماد على الصيغة

$$X_{i+1} = X_i (2 - NX_i)$$

$$\therefore X_0 = 0.166$$

$$X_1 = X_0 (2 - NX_0)$$

$$X_1 = 0.166 (2 - (6)(0.166))$$

$$X_1 = 0.166664$$

$$|X_1 - X_0| = |0.166664 - 0.166|$$

$$= 0.000664$$

$$X_2 = X_1 (2 - NX_1)$$

$$= 0.166664 (2 - (6)(0.166664))$$

$$X_2 = 0.166666$$

$$|X_2 - X_1| = |0.166666 - 0.166664| = 0.000002$$

$\therefore X_2$  هو مقلوب العدد 6

# ثانياً للحصول على مقلوب الجذر التربيعي للعدد

Date

No.

## (The Reciprocal Square Root)

تطبيق قانون نيوتن - رافون على المعادلة

$$f(x) = \frac{1}{x^2} - N$$

Proof

$$X_{i+1} = X_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

$$X_{i+1} = X_i - \frac{\frac{1}{x_i^2} - N}{\frac{-2}{x_i^3}}$$

$$= X_i + \left( \frac{1}{x_i^2} - N \right) \cdot \frac{x_i^3}{2}$$

$$= X_i + \frac{x_i^3}{2x_i^2} - \frac{N x_i^3}{2}$$

$$= X_i + \frac{1}{2} x_i - \frac{1}{2} N x_i^3$$

$$= \frac{3}{2} x_i - \frac{1}{2} N x_i^3$$

$$= \frac{x_i}{2} (3 - x_i^2 N)$$

مثال

أحسب مقلوب الجذر التربيعي للعدد (10)  
صحياً لثلاثة أرقام بعد العازرة .

الحل

العدد (10) يقع بين 9 والعدد 16 ولهما أقرب

$$\frac{1}{\sqrt{9}} = 0.33 \quad \text{و} \quad \frac{1}{\sqrt{16}} = 0.25$$

جذر تربيعي للعدد (10)

$$\therefore X_0 = 0.29$$

تطبيق الصيغة

$$X_{i+1} = \frac{X_i}{2} (3 - X_i^2 N) \quad i=0, 1, 2, \dots$$

$$X_1 = \frac{X_0}{2} (3 - X_0^2 N)$$

$$X_1 = \frac{0.29}{2} (3 - (0.29)^2 (10))$$

$$X_1 = 0.313055$$

$$X_2 = \frac{X_1}{2} (3 - X_1^2 N)$$

$$X_2 = \frac{0.313055}{2} (3 - (0.313055)^2 (10))$$

$$X_2 = 0.316180$$

$$X_3 = \frac{X_2}{2} (3 - X_2^2 N)$$

$$= \frac{0.316180}{2} (3 - (0.316180)^2 (10))$$

$$= \boxed{0.3162277}$$