

# المحاضرة السابعة / الفصل الثالث

## جذور معادلات متسلسلة القوى

## Roots of Polynomial Equations

### Introduction

### مقدمة

يمكن استخدام الطرق في الفصل السابق لحساب قيمة الجذر الحقيقي  
للدالة العامة  $f(x)$  ذات المعاملات العددية حيث يمكن التعبير  
عن متسلسلة القوى  $P_n(x)$  للمتغير  $x$  من الدرجة  $n$  بطرق

مختلفة منها

## 1- الصيغة العامة (General Form)

إن الصيغة العامة له عدد الحدود من الدرجة  $n$  للمتغير  $x$  هي

$$P_n(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_{n-1} x + a_n$$

حيث أن

$a_i$  تمثل الثابت  $a$  ولقيم  $n$  و  $i = 0, 1, \dots, n$  و  $n$  عدد صحيح

موجب يمثل درجة متعددة (كثيرة) الحدود.

## 2- طريقة التمزيق المتكسرة (Nested Multi Placement)

يمكن التعبير عن  $P_n(x)$  بطريقة الضرب التكراري كالآتي

$$P_n(x) = [ \{ (a_0x + a_1)x + a_2 \} x + \dots ] x + a_n$$

عبر عن متعدد الحدود التالية بصيغة الضرب التكراري:

$$P_4(x) = 5x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 9$$

$$P_4(x) = [ \{ (5x - 2)x + 3 \} x + 0 ] x - 9$$

$$-9 = a_4, \quad 3 = a_2, \quad -2 = a_1, \quad a_0 = 5$$

$$0 = a_3$$

### ٣- طريقة مجموعة متسلاات القوى الجزئية

يمكن تعريف مجموعة متسلاات القوى الجزئية كالآتي

$$P_0(x) = a_0$$

$$P_1(x) = x P_0(x) + a_1 = a_0x + a_1$$

$$P_2(x) = x P_1(x) + a_2 = a_0x^2 + a_1x + a_2$$

$$P_3(x) = x P_2(x) + a_3 = a_0x^3 + a_1x^2 + a_2x + a_3$$

$$P_n(x) = x P_{n-1}(x) + a_n = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n$$

مثال 3

عبر عن متسلسلة القوى التالية بصيغة متسلسلة القوى

$$P_4(x) = \overset{a_0}{\uparrow} 8x^4 - \overset{a_1}{\uparrow} 6x^3 + \overset{a_2}{\uparrow} 5x^2 - \overset{a_3}{\uparrow} 2x + \overset{a_4}{\uparrow} 5$$

الجزئية

ثم أ حسب  $P_0(2), P_1(2), P_2(2), P_3(2), P_4(2)$ 

الحل

$$P_0(x) = a_0 = 8$$

$$P_1(x) = x P_0(x) + a_1 = 8x - 6$$

$$P_2(x) = x P_1(x) + a_2 = x(8x - 6) + 5$$

$$= 8x^2 - 6x + 5$$

$$P_3(x) = x P_2(x) + a_3 = x(8x^2 - 6x + 5) - 2$$

$$= 8x^3 - 6x^2 + 5x - 2$$

$$P_4(x) = x P_3(x) + a_4 = x(8x^3 - 6x^2 + 5x - 2) + 5$$

$$= 8x^4 - 6x^3 + 5x^2 - 2x + 5$$

وعند  $x=2$ 

$$P_0(2) = 8$$

$$P_1(2) = 10$$

$$P_2(2) = 25$$

$$P_3(2) = 48$$

$$P_4(2) = 101$$