

Date No.

بعض نظريات جذور متسلسلات القوى متعددة الحدود

إذا قسمت متسلسلة القوى $P_n(x)$

نظرية الباقي

على المقدار الخطي $(x - \alpha)$ فإن متسلسلة

القوى الناتجة لحاصل القسمة هي من الدرجة $(n-1)$ والباقي

الثابت (R) أي ان

$$P_n(x) = (x - \alpha) \underbrace{Q_{n-1}(x)}_{\text{الناتج}} + \underbrace{R}_{\text{الباقي}}$$

مثال اختيار $x=4$ جذور للمعادلة

$$P_3(x) = x^3 - 3x^2 + 8$$

حسب نظرية الباقي

الحل

$$x-4 \leftarrow x=4$$

$$X^2 + X + 4$$

$$X - 4$$

$$X^3 - 3X^2 + 8$$

$$\begin{array}{r} \text{بالطرح} \\ -X^3 + 4X^2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} X^2 + 8 \\ -X^2 + 4X \\ \hline \text{بالطرح} \\ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4X + 8 \\ -4X + 16 \\ \hline \text{بالطرح} \\ +24 = R \neq 0 \end{array}$$

$X=4$ ليس جذور للمعادلة

H.w. $X=1$

نظرية العامل

إذا كان الباقي (R) يساوي الصفر عند قسمة $P_n(x)$ على

$(x-\alpha)$ فإن $(x-\alpha)$ هو عامل $P_n(x)$

بين فيما إذا كان $x=1, 2, 4$ جذور للمعادلة

مثال

$$P_3(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$$

الحل

$$x-1 \leftarrow x=1$$

$$\begin{array}{r} x^2 - 4 \\ x-1 \overline{) x^3 - x^2 - 4x + 4} \\ \underline{+x^3 - x^2} \\ -4x + 4 \\ \underline{+4x - 4} \\ 0 = R \end{array}$$

بالط 2

$x-1$ هو جذر للمعادلة

$$x+2 \leftarrow x=-2$$

$$\begin{array}{r} x^2 - 3x + 2 \\ x+2 \overline{) x^3 - x^2 - 4x + 4} \\ \underline{+x^3 + 2x^2} \\ -3x^2 - 4x \\ \underline{+3x^2 + 6x} \\ +2x + 4 \\ \underline{+2x + 4} \\ 0 = R \end{array}$$

بالط 2

هو جذر للمعادلة حسب
نظرية العامل

٣) نظرية ديكارت

إن عدد الجذور الموجبة لمتعددة الحدود $P_n(x)$ ذات المعاملات الحقيقية (d_i) لا يزيد عن عدد التغير في اشارات المتسلسلة $P_n(x)$ ، وأن عدد الجذور السالبة لا يزيد عن عدد التغير في اشارات معاملات $P_n(-x)$.

مثال

جد عدد الجذور السالبة والموجبة للمعادلة التالية

$$P_5(x) = 4x^5 - 2x^4 - 9x^3 + 6x^2 + 8x - 4$$

①
②
③

عدد الجذور الموجبة (3)

$$P_5(-x) = -4x^5 - 2x^4 + 9x^3 + 6x^2 - 8x - 4$$

①
②

عدد الجذور السالبة [2]

و مجموع عدد الجذور = 5 الذي يساوي أعلى أس متغير متعددة الحدود

جد عدد الجذور السالبة والموجبة لمشددة

مثال

الحدود

$$f(x) = x^2 + x - 7$$

الحل

$$f(x) = x^2 + x - 7$$

①

عدد الجذور الموجبة = ①

$$f(-x) = +x^2 - x - 7$$

①

عدد الجذور السالبة = ①

مجموع الجذور = ②