

الفصل الثاني الجذور الحقيقية للمعادلة

The Real Roots of an Equation

Introduction

١- مقدمة

في هذا الفصل سوف نتناول عدد من الطرائق العددية التي تهدف إلى إيجاد قيمة تقريبية لجذور معين وللمعادلة تحتوي على متغير واحد فالمعادلة $f(x) = 0$ مثلاً يمكن إيجاد الحل لها من خلال إيجاد قيم (x) والتي تجعل الدالة مساوية للصفر ويكون ذلك باستخدام الطرائق العددية والتي تحتاج إلى قيمة تقريبية أولية لجذور المعادلة المعين لتمكينها من استحداث قيم تقريبية أفضل للجذر وهناك العديد من الطرائق التقريبية لإيجاد الجذور الأولية كذلك هناك بعض الطرائق المختارة لإيجاد القيمة الحقيقية التقريبية للجذر ثانياً.

c- إيجاد القيمة التقريبية لجذر حقيقي:

هناك طريقتان يمكن من خلالها الوصول إلى القيمة التقريبية للجذور هما:

أولاً / طريقة الرسم Graphical Method

تتمثل هذه الطريقة برسم خط $y = f(x)$ وهذه الطريقة حالتان

1- إذا كان رسم الحالة يحتوي على منحنى واحد فقط

عندها يكون موقع الجذر من تقاطع المنحنى مع المحور السيني

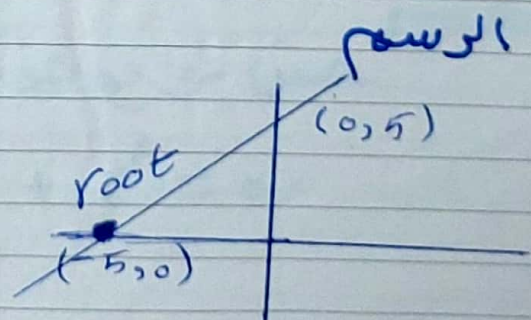
($x - \alpha$ axis) وقد يكون التقاطع في نقطة واحدة وهذا

يعني [يوجد جذر واحد] وإذا أكثر من تقاطع معناها [أكثر من جذر]

مثال أوجد موقع الجذر للمعادلة التالية

$$f(x) = x + 5 = 0$$

x	y
0	5
-5	0



٢- إذا كان رسم الدالة يحتوي على منحنيين أو أكثر
فإن موقع الجذر يكون عند تقاطع منحنين الدالة مع
بعضهما والعمود النازل من نقطة التقاطع على محور (x)
والعمود النازل من نقطة التقاطع مع المحور لا يمثل
جذور المعادلة

مثال

جد موقع جذر المعادلة التالية

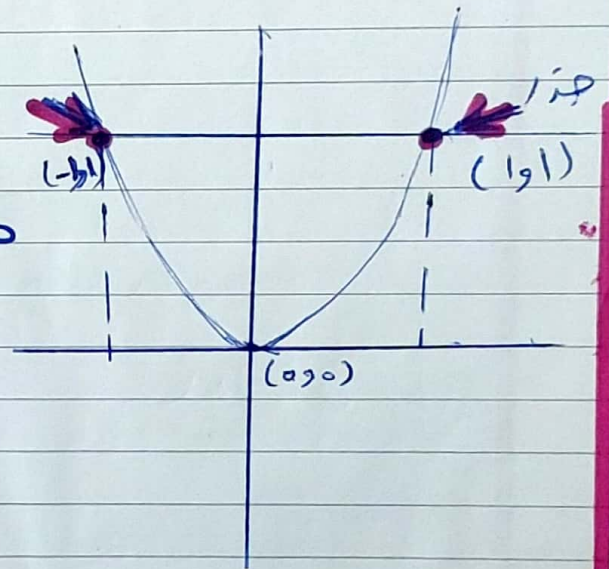
$$f(x) = x^2 - 1$$

الحل

$$y = x^2 - 1 = 0$$

$$x^2 = 1$$

$$x = \pm 1$$



مثال

عين مواقع جذور المعادلة التالية :

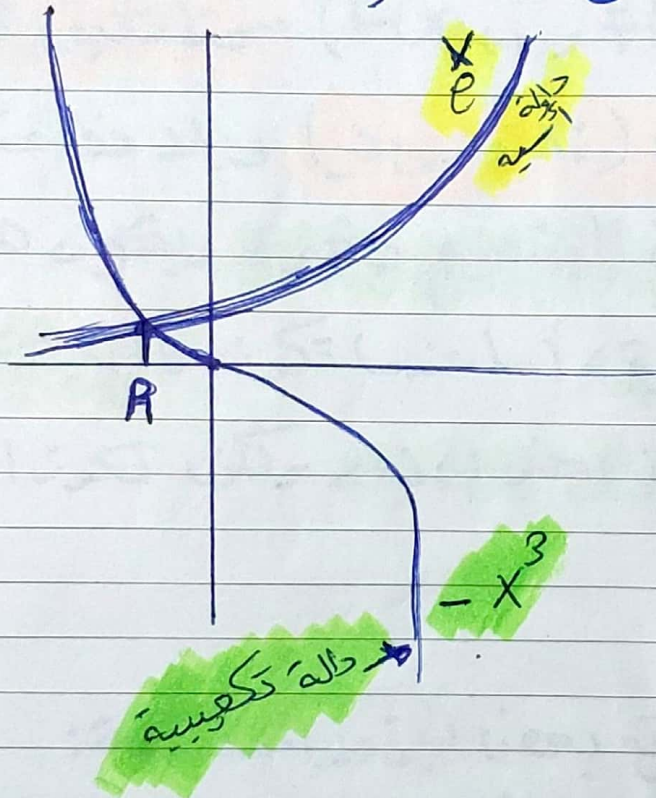
$$f(x) = x + x^3 = 0$$

الحل

يمكن كتابة المعادلة بالصيغة التالية

$$x = -x^3$$

نرسم المعادلة الأولى والثانية



ثانياً / الطريقة المبرجة

تعيين مواقع الجذور بهذه الأسلوب يعتمد بالأساس على ميرهنة القيمة المتوسطة

حيث تعتمد هذه الطريقة على تغير الإشارات لقيم الدالة في نقاط متتالية من x_1, x_2, \dots, x_n فإذا كانت قيمة $f(x_i)$ و $f(x_{i+1})$ مختلفتين في الإشارة فإن هناك جذراً بين (x_i, x_{i+1}) ويلاحظ عند اختيار الفترة أن تكون فترة التقسيم صغيرة ويكون هناك زيادة في العمليات الحسابية، أما عندما تكون فترة التقسيم كبيرة فهذا يؤدي إلى فقدان بعض الجذور ولكن تكون العمليات الحسابية قليلة.

مثال /

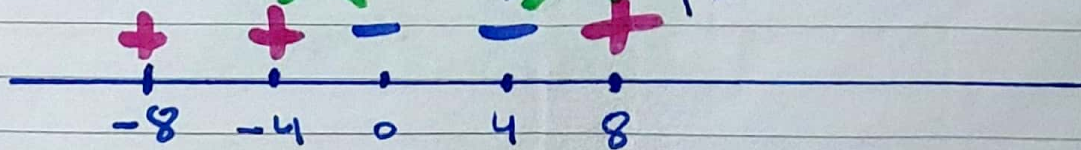
عين مواقع بعض الجذور للمعادلة:

$$f(x) = x^4 - 7x^3 + 3x^2 + 26x - 10 = 0$$

في الفترة $(-8, 8)$

الحل

نأخذ فترة التقسيم مساوية إلى (4) فيكون لدينا الآتي



Date

No.

اي لدينا فترتين معناه يوجه جذرين هما في الفترة
(٥ و ٤ -) و (٨ و ٤) .