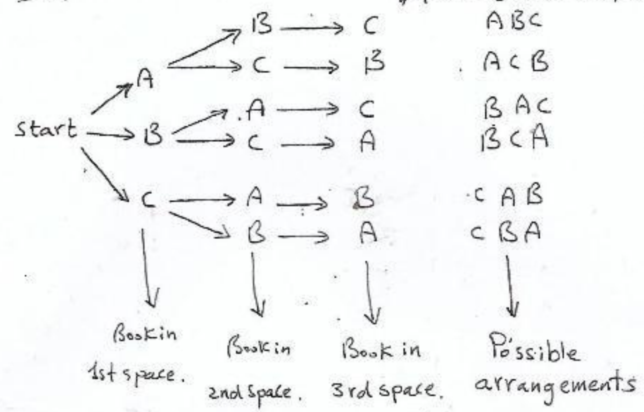
Numerical Method

Tree Diagrams

ex. 24. In How many ways can three books denoted by A, B and C be arranged in order on a self?

بكم طريقة يمكن ترتيب ثلاثة كتب A, B, C حيث تكون بدون تكرار أي أن تكون كل واحدة بمفردها

Sol.



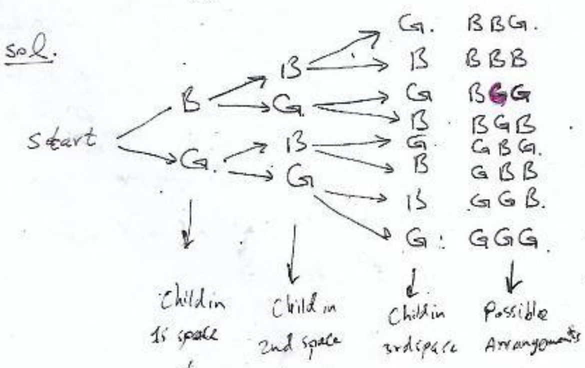
بكم طريقة يمكن ترتيب ثلاثة كتب A, B, C

عدد الطرق = 6

ex. 25. Suppose that the cuple is planning to have three children. In how many ways can this happen?

زوجين قررا انجاب ثلاثة اطفال. بكم طريقة يمكن ...

Sol.



هنا يجوز التكرار لانه لم يحدد

عدد الطرق = 8

2. Arrangment

هو عبارة عن طريقة لمعرفة العدد الذي يمكن أن نستخدمها لترتيب حالة معينة باستخدام الأشياء حيث نضع في الخانة
n من العناصر وفي الأولى . والثانية (n-1) من العناصر وفي الثالثة (n-2) من العناصر وهكذا [illegible]
الأخيرة والتي تضم [illegible] . الترتيب هو [illegible] الأشياء

Remark. The number of arrangments of n different objects in arow is given by $\boxed{n!}$

قاعدة 2 / عدد ترتيب n من الاشياء المختلفة في صف هو $n!$ (مفكوك n)

Remark: The number of arrangment of n different objects in a circle is given by.

$$(n-1)! \;,\; n \geq 1$$

نتيجة : عدد ترتيب n من الاشياء المختلفة حول دائرة هو $(n-1)!$.

مثال 7 / بكم طريقة يمكن غرس 4 اشجار مختلفة حول حديقة دائرية ؟

$(n-1)! = (4-1)! = 3! = \boxed{6}$ طرق

ex. 29: What is the number of ways in which 6 people can be seated in a circle?

$(n-1)! = (6-1)! = 5! = \boxed{120}$ ways

can be seated in arow

$n! = 6! = 720$ ways

(3)

2- Arrangment

[illegible]

Ex. 30 what is the number of ways in which 6 books can be arranged (i) side by side ? (ii) in arow. (iii) around circle.

(i) sol $n! = 6! = \boxed{720}$

يعني بشكل صف لانه واحد بجانب الآخر

(ii) in arow

(iii) in acircle. $(n-1)! = (6-1)! = 5! = 5*4*3*2*1 = \boxed{120}$

or

6	5	4	3	2	1

$6*5*4*3*2*1 = \boxed{720}$

(i) with repetition (replacment)

6	6	6	6	6	6

$6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 = 6^6 =$

Ex. 31 What is the number of ways in which 5 pearsons can be seated in arow if acertain (2) of them must sit side by side ?

$2! \, 4! =$

sol. $n! = 5! = 5*4*3*2*1 = \boxed{120}$

$120 * 2 = \boxed{240}$ ways

(ii) in acircle $(n-1)! = (5-1)! = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = \boxed{24 \text{ ways}}$

(i) with replacment)

5	5	5	5	5	

$5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^5 =$

circle

row

Factorial Notation

مفكوك العدد

The product of the positive integers from 1 to n inclusive occurs very often in mathematics and hence is denoted by the special symbol n! (read n factorial)

(1) $\boxed{n! = 1.2.3.4. \cdots (n-2)(n-1)n.}$ $\quad n! = n(n-1)(n-2)\cdots$

$n(n-1)(n-2)(n-3)\cdots 3.2.1$

It is also convenient to define $0! = 1$.

توضيح أن الحقيقة

$$\begin{cases} 0! = (0)(0-(-1))(-1-(-2))(-2-(-3))\cdots(-(n-1)-(-n)) \\ \quad = (1)(1)(1)\cdots(1) \\ \quad = 1 \end{cases}$$

(2) **example**

$2! = 2.1 = 2$

$3! = 3.2.1 = 6 \Rightarrow 3.2! = 6$

$4! = 4.3.2.1 = 24 \Rightarrow 4.3! = 24$

$5! = 5.4.3.2.1 = 5.4! = \boxed{120}$

(3) **example**

$$\frac{8!}{6!} = \frac{8.7.\cancel{6!}}{\cancel{6!}} = \boxed{56}$$

$$\frac{12!}{9!} = \frac{12.11.10.\cancel{9!}}{\cancel{9!}} = \boxed{1320}$$