

الإستاذ المساعد الدكتور احمد الحسيني

الجامعة المستنصرية

كلية الادارة والاقتصاد

قسم العلوم المالية والمصرفية

الماجستير 2023-2022

الانحدار المتعدد

2023

1 مقدمه

نموذج الانحدار المتعدد ويسمى أحيانا النموذج الخطي العام هو امتداد للنموذج البسيط حيث انه يتضمن اكثر من متغير مستقل واحد، في حالة النموذج البسيط كان الأمر يعتمد على متغيرين متغير تابع والآخر متغير مستقل، لكن في حالة النموذج العام قد يتضمن عدد من المتغيرات من بينها قد يكون هناك تابع واحد والعديد من المتغيرات المستقلة.

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + u_i$$

المتغيرات المستقلة هي X_1 X_2 الى X_k و β_0 هي القاطع. أي نموذج يتضمن اكثر من متغيرين يعتبر نموذج انحدار متعدد مثل نموذج الاستهلاك قد يتضمن التالي:-

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + u_i$$

حيث Y_i تمثل الاستهلاك و X_1 تمثل الدخل و X_2 تمثل السعر X_3 الثروة. أن النماذج المتعددة تكون هي الحالة السائدة بالاقتصاد حيث انه من العسير إن تجد متغير نحدده بأنه هو المتغير التابع ومفسر من قبل متغير مفسر واحد هو الذي يؤثر على المتغير التابع، ففي العادة يتوقع كثير من التأثيرات.

في العادة تكون β_1 مضروبة في 1 وذلك للحصول على القاطع. وتمثل β_1 β_2 β_3 معلمة الميل والتي تمثل مدى استجابة المتغير التابع للتغيرات في X_1 و X_2 و X_3 . يتضمن نموذج الانحدار عدد من المتغيرات المستقلة يساوي $K-1$.

تكثر النماذج المتعددة في الاقتصاد لانه من العسير أن نجد متغير تابع مفسر من قبل متغير واحد فقط أي متغير واحد هو الذي يؤثر على المتغير التابع. نتوقع كثير من التأثيرات فدوال الاستهلاك على سبيل المثال تتأثر بمتغير الدخل، الثروة والسعر. فتكاد تكون نماذج الانحدار المتعدد او العام هي الحالة العامة وليس الاستثناء، الاستثناء هو النموذج البسيط.

2- الفروض الاساسيه للنموذج العام:

هي نفس الفروض التي يستند عليها النموذج البسيط لكي نتحصل على النموذج المقدر:

1- u_i يتوزع طبيعياً.

2- $E(u_i) = 0$ وسط يساوي الصفر. أي انه ليس هناك خطأ تحديد، وبالتالي نتوقع أن تكون المقدرات غير متحيزة.

3- يضيف الى افتراض افتراض ثبات التباين فرض يشمل ثبات التباين وانعدام التغاير $COV(u_i, u_j) = 0$ عندما تكون $i \neq j$. وبالمقابل لو كانت $j = i$ فان

$$COV(u_i, u_j) = COV(u_i, u_i) = V(u_i)^2$$

4- المتغيرات المستقلة غير عشوائية إي ثابتة في المعينات المتكررة.

5- عدد المشاهدات n يفوق عدد المتغيرات k أي أن $n > k$ ويؤدي هذا إلى

درجات حرية في حالة نموذج المتغيرين: يكون التباين $V(u_i) = \frac{\sigma^2}{n-2}$

في الحالة العامة يكون التباين $V(u_i) = \frac{\sigma^2}{n-k}$ بحيث تقيس K عدد

المتغيرات المتضمنة في النموذج كاه، وكلما كانت $n > k$ يؤدي إلى المزيد من درجات الحرية وبالتالي إلى المزيد من دقة القياس. حيث يستعمل التباين في قياس دقة المقدرات فكلما كان التباين قليل كلما كان الأمر افضل، إذا كانت $n > k$ النتيجة سيكون المقام كبير و تقل قيمة مقدرة التباين $\hat{\sigma}^2$ وكلما قل تباين $\hat{\beta}^2$ كلما تحسن قياسها.

6- لا توجد علاقة خطية بين المتغيرات المستقلة، على سبيل المثال لا توجد علاقة بين X_1, X_2 كالتالي:

$$X_2 = X_3 \quad \text{أو} \quad X_3 = 2X_4 \quad \text{أو} \quad X_2 = X_3 + X_4$$

هذه علاقات خطية يفترض أنها لا توجد لاحظي أننا نحدد المتغيرات المستقلة فقط وبالعلاقة خطية إي انه لا يوجد اعتراض على العلاقات الغير خطية. ولا يوجد اعتراض على العلاقة القوية بين المتغير المستقل والمتغير التابع في الواقع يفرض أن

يكون هناك علاقة قوية بين المتغير المستقل والمتغير التابع، ولكن لا يكون هناك علاقات قوية تربط بين المتغيرات المستقلة بعضها مع بعض لأنه يترتب عليها شيء في غاية الخطورة وبالحد الأقصى يمكن أن يؤدي إلى انهيار طريقة المربعات الصغرى.

لا توجد علاقة خطية محده بين المتغيرات المفسرة. على سبيل المثال إذا كانت $2X_1 + X_2 = 4$ فإننا نستطيع أن نعبر عن X_2 بقيمه لـ X_1 ويمكن استخدامها في

$$X_2 = 4 - 2X_1 \quad \text{علاقة الانحدار}$$

$$Y = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 (4 - 2X_1) + u$$

$$Y = (\alpha + 4\beta_2) + (\beta_1 - 2\beta_2)X_1 + u$$

نستطيع أن نقدر القيم بين الأقواس ولا نستطيع أن نقدر المعالم α, β_1, β_2 بمفردها.

للحصول على النموذج المقدر نتبع إحدى الطرق التالية: 1- طريقة المربعات الصغرى. 2- طريقة الإمكانية العظمى.

3- طريقة المربعات الصغرى وتطبيقها على النموذج العام:

المعيار الذي تعتمد عليه المربعات الصغرى في الحصول على المقدرات حيث يتطلب المعيار تصغير مجموع مربعات البواقي إلى أدنى قيمة لها. اختبار مقدرات تعطي مربعات بواقي تعطي أدنى مجموع من بين هذه المجاميع أي أن المعيار

$$\sum u_i^2 \quad \text{تصغير}$$

أي تحويل مربعات البواقي إلى شكل تظهر فيه المقدرات المراد الحصول عليها ويتسنى ذلك بإعادة كتابة المعيار على النحو التالي:

$$\sum u_i^2 = \sum (Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 X_{i1} \dots \hat{\beta}_k X_{ik})^2$$

تفاضل البواقي بالنسبة لـ $\hat{\beta}_0$ ويساوى بالصفر ويعاد كذلك لقيم $\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2 \dots \hat{\beta}_k$ وهكذا

$$\frac{\partial \sum u_i^2}{\partial \hat{\beta}_0} = +2 \sum (Y_i - \hat{\beta}_1 X_{1i} - \hat{\beta}_2 X_{2i} \dots \hat{\beta}_K X_{Ki}) = 0$$

$$\frac{\partial \sum u_i^2}{\partial \hat{\beta}_1} = -2 \sum X_{1i} (Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_2 X_{2i} - \hat{\beta}_3 X_{3i} \dots \hat{\beta}_K X_{Ki}) = 0$$

.

.

$$\frac{\partial \sum u_i^2}{\partial \hat{\beta}_K} = -2 \sum X_{Ki} (Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_2 X_{2i} - \hat{\beta}_3 X_{3i} \dots \hat{\beta}_K X_{Ki}) = 0$$

بفك الأقواس والقسمة على 2 وإعادة كتابة المعادلات الطبيعية مقابلة للنموذج الخطي العام

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + u_i$$

$$\sum u_i^2 = \sum (Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 X_{1i} - \hat{\beta}_2 X_{2i})^2$$

نحصل على مقدرات النموذج العام وعلى سبيل المثال سنكتفي بنموذج بثلاث متغيرات

$$\sum Y_i = n\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \sum X_{1i} + \hat{\beta}_2 \sum X_{2i}$$

$$\sum X_{1i} Y_i = \hat{\beta}_0 \sum X_{1i} + \hat{\beta}_1 \sum X_{1i}^2 + \hat{\beta}_2 \sum X_{1i} X_{2i}$$

$$\sum X_{2i} Y_i = \hat{\beta}_0 \sum X_{2i} + \hat{\beta}_1 \sum X_{1i} X_{2i} + \hat{\beta}_2 \sum X_{2i}^2$$

وباستخدام الانحرافات نتحصل على

$$\hat{\beta}_1 = \frac{(\sum x_1 y)(\sum x_2^2) - (\sum x_2 y)(\sum x_1 x_2)}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1 x_2)^2}$$

$$\hat{\beta}_2 = \frac{(\sum x_2 y)(\sum x_1^2) - (\sum x_1 y)(\sum x_1 x_2)}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1 x_2)^2}$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X}_1 - \hat{\beta}_2 \bar{X}_2$$

Y	X ₁	X ₂	y	x ₁	x ₂	x ₁ y	x ₂ y	x ₁ x ₂	x ₁ ²	x ₂ ²
40	6	4	-17	-12	-8	204	136	96	144	64
44	10	4	-13	-8	-8	104	104	64	64	64
46	12	5	-11	-6	-7	66	77	42	36	49
48	14	7	-9	-4	-5	36	45	20	16	25
52	16	9	-5	-2	-3	10	15	6	4	9
58	18	12	+1	0	0	0	0	0	0	0
60	22	14	+3	+4	+2	12	6	8	16	4
68	24	20	+11	+6	+8	66	88	48	36	64
74	26	21	+17	+8	+9	136	153	72	64	81
80	32	24	+23	+14	+12	322	276	168	196	144
570	180	120	0		0	956	900	524	576	504

$$\hat{\beta}_1 = \frac{(\sum x_1 y)(\sum x_2^2) - (\sum x_2 y)(\sum x_1 x_2)}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1 x_2)^2} = \frac{(956)(504) - (900)(524)}{(576)(504) - (524)^2} = 0.65$$

$$\hat{\beta}_2 = \frac{(\sum x_2 y)(\sum x_1^2) - (\sum x_1 y)(\sum x_1 x_2)}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1 x_2)^2} = \frac{(900)(576) - (956)(524)}{(576)(504) - (524)^2} = 1.11$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X}_1 - \hat{\beta}_2 \bar{X}_2 = 57 - (0.65)(18) - (1.11)(12) = 31.98$$

$$\hat{Y}_i = 31.98 + 0.65X_{1i} + 1.10X_{2i} + u$$

1.3 اختبار الفرضيات :

لاختبار الفرضيات الخاص بمعالم النموذج المقدر نتحصل أولاً على تباين المقدرات والذي يساوي:

$$V(\hat{\beta}_1) = \sigma^2 \frac{\sum x_2^2}{\sum x_1^2 \sum x_2^2 - (\sum x_1 x_2)^2}$$

$$V(\hat{\beta}_2) = \sigma^2 \frac{\sum x_1^2}{\sum x_1^2 \sum x_2^2 - (\sum x_1 x_2)^2}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum u_i^2}{n-k} \quad \text{تباين البواقي يساوي}$$

$$V(\hat{\beta}_1) = \frac{\sum u^2}{n-k} \frac{\sum x_2^2}{\sum x_1^2 \sum x_2^2 - (\sum x_1 x_2)^2}$$

$$V(\hat{\beta}_2) = \frac{\sum u^2}{n-k} \frac{\sum x_1^2}{\sum x_1^2 \sum x_2^2 - (\sum x_1 x_2)^2}$$

$$V(\hat{\beta}_1) = \frac{\sum u^2}{n-k} \frac{\sum x_2^2}{\sum x_1^2 \sum x_2^2 - (\sum x_1 x_2)^2} = \frac{13.67}{10-3} \frac{504}{(576)(504) - (524)^2} = 0.06$$

$$V(\hat{\beta}_2) = \frac{\sum u^2}{n-k} \frac{\sum x_1^2}{\sum x_1^2 \sum x_2^2 - (\sum x_1 x_2)^2} = \frac{13.67}{10-3} \frac{576}{(576)(504) - (524)^2} = 0.07$$

ويكون الانحراف المعياري كما يلي:

$$Se(\hat{\beta}_1) = \sqrt{V(\hat{\beta}_1)} = \sqrt{0.06} = 0.24$$

$$Se(\hat{\beta}_2) = \sqrt{V(\hat{\beta}_2)} = \sqrt{0.07} = 0.27$$

وباستخدام اختبار t لاختبار فرضية العدم والتي نفترض انه لا يوجد علاقة أي أن

$$H_0: \beta_1 = 0$$

$$H_A: \beta_1 \neq 0$$

وكذلك

$$H_0: \beta_2 = 0$$

$$H_A: \beta_2 \neq 0$$

$$t = \frac{\hat{\beta}_1 - 0}{Se(\hat{\beta}_1)} = \frac{0.65}{0.24} = 2.70$$

الاختبار الإحصائي

$$t = \frac{\hat{\beta}_2 - 0}{Se(\hat{\beta}_2)} = \frac{1.11}{0.27} = 4.27$$

درجة حرية وعند 5% مستوى 7 الجد وليه مع t القيمة المحسوبة مع t وبمقارنة نرفض فرضية العدم ونستنتج وجود علاقة بين $t=2.365$ معنوية والتي تساوي المتغير التابع والمتغيرات المستقلة.

جدول رقم (2)

	Y	X ₁	X ₂	\hat{Y}	u	u ² (Y-Y) ²	y ² (Y-Y) ²
1	40	6	4	40.32	-0.32	0.1024	289
2	44	10	4	42.92	1.08	1.1664	169
3	46	12	5	45.33	0.67	0.4489	121
4	48	14	7	48.85	-0.85	0.7225	81
5	52	16	9	52.37	-0.37	0.1369	25
6	58	18	12	57.00	+1.00	1.0000	1
7	60	22	14	61.82	-1.82	3.3124	9
8	68	24	20	69.78	-1.78	3.1684	121
9	74	26	21	72.19	+1.81	3.2761	289
10	80	32	24	79.42	+0.58	0.3364	529
					$\Sigma u=0$	$\Sigma u^2=13.67$	$\Sigma y^2=1634$

3.3 اختبار الفرضيات المركبة:

هي الفرضية التي تتكون من عدد من الافتراضات على سبيل المثال:

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots \beta_k \quad \text{فرضية العدم:}$$

الفرضية البديلة: فرضية العدم غير صحيحه.

أي أننا نختبر النموذج كله أي إن الانحدار كله غير صالح.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 \dots \beta_k X_k + u$$

أي أن النموذج قد يكون جيد وتفلح هذه المتغيرات في تفسير التغيرات التي تحدث في المتغير التابع ونرفض فرضية العدم أو ان النموذج غير جيد و المتغيرات المفسرة لا تفلح في تفسير التغيرات التي تحدث في المتغير التابع. يمكن استخدام اختبار المركب وهو إذا كان النموذج يحوي متغيرين مفسرين أي نموذج من ثلاث متغيرات.

يجب التخلّص من هذه المجموعة من المتغيرات المستقلة واستعمال مجموعه أخرى أكثر ملائمة لتفسير المتغير التابع Y ، أما هذه المجموعة ككل فانها لاتقوم بتفسير المتغير التابع Y . أما إذا رفضت فرضية العدم معناه أن النموذج صالح أي أن المتغيرات كمجموعه تلعب دور في تفسير المتغير التابع فيجب الاحتفاظ بهذه المجموعة. لا نعلم فقط على الاختبارات المعنوية بل توجد اعتبارات أخرى تدخل إلى الصورة مثل معامل التحديد واختبار F لتحليل التباين.

$$t = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_2}{\sqrt{V(\beta_1) + V(\beta_2) - 2(\text{Cov}\beta_1, \beta_2)}}$$

2.3 معامل الارتباط الجزئي:

إذا تم شرح التغير في Y بمتغيرين X_1, X_2 فان معامل الارتباط r^2_{yx1} و r^2_{yx2} يقيس الجزء من التباين في Y الذي يمكن شرحه بالمتغير X_1 و المتغير X_2 . أما R^2 فهي تشرح التغير في Y والذي يتم شرحه بالمتغيرات X_1, X_2 معا. أما معاملات الارتباط الجزئي الارتباط بين المتغير التابع Y و احد المتغيرات المستقلة X_1, X_2 حيث أن r_{yx1} تمثل الارتباط بين Y المتغير التابع والمتغير X_1 بافتراض ابتعاد تأثير X_2 لقياس الارتباط الجزئي نستخدم المعادلات التالية:

$$r_{yx1} = \frac{\sum x_1 y}{\sqrt{\sum x_1^2} \sqrt{\sum y^2}} = \frac{956}{\sqrt{576} \sqrt{1634}} = 0.9854$$

$$r_{yx2} = \frac{\sum x_2 y}{\sqrt{\sum x_2^2} \sqrt{\sum y^2}} = \frac{900}{\sqrt{504} \sqrt{1634}} = 0.9917$$

$$r_{x1 x2} = \frac{\sum x_2 x_1}{\sqrt{\sum x_2^2} \sqrt{\sum x_1^2}} = \frac{524}{\sqrt{504} \sqrt{576}} = 0.9725$$

4.3 معامل التحديد: حيث تستعمل الصيغة التالية:

$$R^2 = \frac{\sum \hat{y}_i^2}{\sum y_i^2} = \frac{SSR}{SST} = 1 - \frac{\sum u_i^2}{\sum y_i^2}$$

ومن المثال السابق تكون قيمة معامل التحديد كما يلي:

$$R^2 = \frac{\sum \hat{y}_i^2}{\sum y_i^2} = \frac{SSR}{SST} = 1 - \frac{\sum u_i^2}{\sum y_i^2} = 1 - \frac{13.67}{1634} = 1 - 0.0084 = 0.9916 = 99.16\%$$

الانحدار المتعدد عادة يفضل استخدام معامل التحديد المصحح وهو معطى بالقانون التالي

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{n-1}{n-k} (1 - R^2)$$

ويحبذ استعمال معامل التحديد المصحح للمقارنة بين نماذج الانحدار المختلفة ذات المتغير التابع. الواحد كما يلي:

$$\bar{R}_1^2 \quad Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + u_1$$

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 \dots \beta_k X_k + u_2 \bar{R}_2^2$$

تحسب معامل التحديد المصحح للنموذجين أيهما أكبر يكون هو النموذج الأفضل. ويفضل استخدام معامل التحديد المصحح \bar{R}^2 وذلك لان معامل R_1^2 يتزايد

بتزايد عدد المتغيرات المفسرة أي انه في نموذج الانحدار البسيط تكون $R_1^2 = \bar{R}^2$

أما في نموذج الانحدار العام تكون $\leq R_1^2 \bar{R}^2$

5.3 تحليل التباين في الانحدار المتعدد: يمكن الاعتماد على تحليل التباين باستخدام

اختبار F والذي يعتمد على جدول تحليل التباين

اختبار F	متوسط مجموع المربعات	درجات الحرية	مجموع المربعات	مصدر التباين
$F = \frac{SSR / K - 1}{SSE / n - k}$	SSR/K-1	K-1	SSR	الانحدار
	SSE/n-K	n-K	SSE	البواقي
	n-1	n-1	SST	الإجمالي

لاختبار معنوية معالم النموذج نستخدم اختبار F بدرجة حرية k-1 و n-k

$$F = \frac{SSR / K - 1}{SSE / n - k}$$

بمقارنة القيمة المحسوبة مع القيمة الجدوليه والتي تساوي 4.74 عند 5% مستوى المعنوية ودرجات حرية 2 و 7 ونرفض فرضية العدم التي تفترض أن معالم النموذج تساوي صفر.

معيار معلومات اكيكا: The Akaika information criterion

طريقة لتحديد عدد المتغيرات المفسره وتعرف بالتالي:

$$AIC = \ln \left(\frac{\sum u_i^2}{n} \right) + \frac{2k}{n}$$

هذا معيار يستخدم لاضافة متغير فقط عندما تؤدي اضافة ذلك المتغير الى انخفاض قيمة AIC

وهي مثل معامل التحديد تعتمد على مجموع مربعات البواقي $\sum u^2$ وعدد المتغيرات k . ولكن انخفاض مجموع المربعات الذي يحدث عند اضافة متغير

مفسر لاتعني انخفاض قيمة AIC لأن أي إضافة تعني ارتفاع k عدد المتغيرات الذي يتم تقديره ومن ثم ارتفاع قيمة AIC. فإن AIC تنخفض فقط عندما يكون الانخفاض في مجموع مربعات البواقي فعال ويفوق تأثير ارتفاع K .

6.3 اختبار المتغيرات المضافة:

إذا كان هناك نظرية اقتصادية تعتمد على نموذج معين، النموذج يقول أن المتغير التابع المراد تفسيره يتأثر بعدد من المتغيرات المستقلة K

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + u_1$$

ونظرية أخرى تستخدم نموذج آخر يقول أن هذا النموذج ناقص وهناك متغيرات إضافية تؤثر على المتغير التابع كما يلي:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + u_2$$

أي أن النظرية الثانية تضيف مجموعه أخرى إلى النموذج السابق. نظريتين متعارضتين مثلاً هناك نظرية الاستهلاك محددة بالدخل هذه نظرية الدخل الدائم . لكن هناك عوامل أخرى تؤثر على الاستهلاك مثل السعر والثروة والعادات، يمكن اختبار النموذجين كما يلي:

$$\text{فرضية العدم: } H_0 : \beta_3 = \beta_4 = 0$$

الفرضية البديلة: فرضية العدم غير صحيحه.

المطلوب هو اختبار النظرية الثانية إذا رفضنا فرضية العدم معناه أن النموذج الثاني هو أفضل من النموذج الأول. النموذج الأول هو النموذج المقيد أي النموذج الذي يساوي فيه المعاملات $\beta_3 = \beta_4 = 0$ الصفر فإذا قبلت فرضية العدم معناه أننا قبلنا النموذج الأول.

$$F = \frac{(SSE_R - SSE_U)_r}{SSE_U / n - k}$$

حيث تمثل SSE_U مجموع مربعات البواقي الغير مقيدة. SSE_R مجموع مربعات البواقي المقيدة. و r عدد القيود المفروضة على فرضية العدم.

7.3 اختبار مساواة انحدارين :

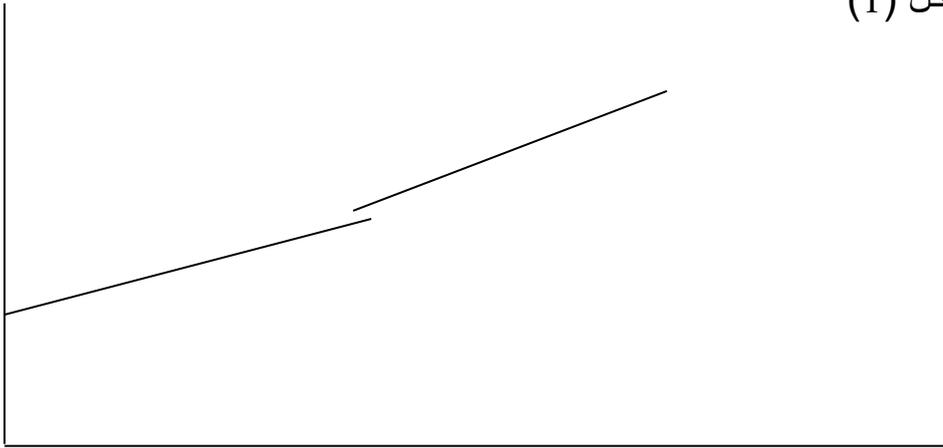
أو يسمى التغير الهيكلي في النماذج، أو اختبار شـ أو قدرنا نموذج الانحدار في فترة معينة مع الانحدار في فترة زمنية أخرى.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + u_2$$

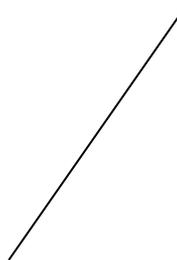
$$Y = \gamma_0 + \gamma_1 X_1 + \gamma_2 X_2 + \gamma_3 X_3 + u_2$$

لاختبار ما إذا كان هناك اختلاف بين الفترة الأولى والفترة الثانية هل حدث تغيير في هذه المعالم أي أن الانحدار في الفترة الثانية يختلف عن الانحدار في الفترة الأولى أي يكون هناك اختلاف في معالم الانحدار بين الفترتين إذا كان الاختلاف غير معنوي معناه أن نموذج الانحدار الأول صالح لكل الفترات مثلا قدرت نموذج الانحدار في فترة معينة.

الشكل (1)



الشكل (2)



في الشكل (1) يمكن أن يضاف النموذجين لأن شكل الانحدار موحد. أما الشكل (2) فيه اختلاف كبير بين الانحدار الأول والانحدار في الفترة الثانية فإذا دمج الانحدارين سنتحصل على نموذج موحد لا يعطي معلومات صحيحة عن الفترة الأولى أو الفترة الثانية. على سبيل المثال الاستهلاك في فترة الطفلة يختلف عن ما بعد الطفلة أي أن هناك تغير هيكل. لاختبار وجود هذا التغير الهيكلي نستخدم فرضية العدم التالية

$$H_0 : \beta_0 = \gamma_0$$

$$\beta_1 = \gamma_1$$

$$\beta_2 = \gamma_2$$

$$\beta_3 = \gamma_3$$

فرضية العدم:

فرضية البديلة: فرضية العدم غير صحيحة.

فرضية العدم تقول أن النموذجين متساويين في المعالم وأنه ليس هناك اختلاف بينهما أي لا يوجد تغيير هيكل في الفترة الزمنية أما إذا كانت فرضية العدم غير صحيحة فإنه يوجد اختلاف هيكل بين الفترتين مما يحبذ استعمال نموذجين مختلفين.

الاختبار المحسوب

$$F = \frac{(SSE_1 - SSE_2)_k}{SSE_2 / n - k}$$

حيث تمثل SSE_2 مجموع مربعات البواقي الثاني. SSE_1 مجموع مربعات البواقي الأول. و k عدد المعالم المقيدة في فرضية العدم

تمارين الفصل الثالث

تمرين (1) عند تحديد دالة انتاج البترول للمملكة العربية السعودية قبل بناء النموذج تم تقسيم الفترة الزمنية السنوية من 1987 الى 2008 (1987-2008) الى قسمين وحددت نتائج الانحدار لكل فترة زمنية.
الفترة الأولى

$$Q^{SA}_t = 12.84 - 0.42Q_t^{OPEC} + 0.20P_t + u_t$$

$$SE \quad (0.139) \quad (0.01) \quad SEE = 8.667292$$

$$\bar{R}^2 = .0.89 \quad (1987 - 1998)$$

الفترة الثانية:

$$Q^{SA}_T = 9.81 - 0.134Q_t^{OPEC} + 0.143P_t + u_t$$

$$SE \quad (0.037) \quad (0.012) \quad SEE = 3.14420$$

$$\bar{R}^2 = .0.89 \quad (1999 - 2008)$$

حيث تشير Q^{SA} الى انتاج السعودية من النفط، و Q^{OPEC} انتاج اوبك و P سعر النفط. هل يوجد تغييرات هيكلية في هذه الفترة الزمنية؟ حددي الاختبار المستخدم ونتائجه

تمرين (2) لدراسة الدالة التالية Y والعوامل المؤثرة X_1 و X_2 تحصلنا على النتائج التالية:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + u_t$$

$$Y = 5.47 + 0.086X_1 + 0.414X_2 + u_t$$

$$R^2 = 0.90 \quad n = 20 \setminus$$

$$SSE = 129.025 \quad \sum y^2 = 1292.5 \quad \sum x_1^2 = 5362 \quad \sum x_2^2 = 4482 \quad \sum x_1 x_2 = 482$$

$$\sigma_{xy} = 2.754$$

من المعلومات أعلا حددي :

(1) جدول تحليل التباين للنموذج (2) معامل الارتباط بين المتغيرات المستقلة.

(2) حددي اختبار العلاقة بين المتغيرات Y والعوامل المؤثرة X_1 و X_2 ،

باستخدام اختبار الفرضية المركبة. حددي معامل التحديد المصحح R^2 ،

بناء فترة الثقة لمقدرة X_2

تمرين (3) عند اعداد دراسة عن نموذج الاقتصاد الكلي السعودي، وتحديد العوامل

المؤثره مثل الانفاق الحكومي G والاستهلاك الخاص C والاستثمار IS

والصادرات والواردات تحصلنا على النموذج الأول باستخدام الانفاق الحكومي G

والاستهلاك الخاص C والاستثمار IS فقط وتحصلنا النموذج (1):

$$Y = \beta_0 + B_1G + \beta_2C + \beta_3IS + u_t \quad (1)$$

$$Y = -5.127 - 0.69G + 2.71C + 2.93IS + u$$

$$se \quad (0.399) \quad (0.722) \quad (0.60)$$

$$SSE = 0.427 \quad 1970 - 2007$$

تم اضافة متغير الصادرات والواردات للنموذج، وتحصلنا على النموذج (2):

$$Y = \beta_0 + B_1G + \beta_2C + \beta_3IS + \beta_4X + \beta_5M + u_t \quad (2)$$

$$Y = 521.44 + 0.94G + 0.92C + 1.175IS + \beta_4 0.99X - 0.92M + u$$

$$SE \quad (0.399) \quad (0.722) \quad (0.60) \quad (0.035) \quad (0.108)$$

$$SSE = 0.129 \quad 1970 - 2007$$

حددي معنوية اختبارات الفرضية الخاصة بالعلاقة بين المتغيرات المستقلة والمتغير التابع، وهل أدى اضافة الصادرات والواردات الى تحسين النموذج؟ قارني بين النموذجين؟ باجراء اختبار المتغيرات المضافة؟ محددة فرضية العدم ونتائج الاختبار؟

تمرين (4) لدراسة الطلب على النفط تم الحصول على المعادلة التالية:

$$LC_t = \beta_0 + \beta_1Lg_t + \beta_2LP_t + u_t$$

$$LC_t = 0.050 + 1.98Lg_t - 0.84LP_t + u_t$$

$$SE \quad (0.003) \quad (0.001)$$

$$R^2 = 0.84 \quad n = 26$$

$lg =$ لوغاريتمات النمو الاقتصادي. $lpt =$ لوغاريتمات سعر النفط.
 $Lct =$ لوغاريتمات الاستهلاك

1. اختبار الفرضية للعلاقة بين استهلاك النفط والنمو الاقتصادي عند 5%.
2. حددي فترة الثقة لمعامل العلاقة بين النمو الاقتصادي واستهلاك النفط.
3. حددي معامل التحديد المصحح، (4) لماذا تم استخدام اللوغاريتمات، بدلا من القيم الاصلية. (5) وماهو معنى المعاملات β_1 و β_2 في المعادلة؟

تمرين 5): الجدول التالي يتضمن نتائج التحليل القياسي من برنامج e-views

انحدار متعدد				
	المتغير التابع	Dependent Variable: LM		
	طريقة المربعات الصغرى العادية	Method: Least Squares		
	التاريخ	Date: 03/24/06 Time: 22:32		
	البيانات من -1975 2005	Sample (adjusted): 1975 2004		
	Included observations n: 30 after adjustments عدد المشاهدات			
القيمة الاحتمالية p Prob.	t- المحسوبة Statistic	الخطأ Std. المعياري Error	Coe معاملات ffcient	Variabl المتغيرات e
0.0089	-2.819440	0.104017	-0.293269	LI
0.0000	6.907120	0.098619	0.681173	LY
0.0000	-5.780118	0.673563	-3.893272	C
-0.452845	Mean dependent var	0.768117	R-squared	
0.631279	S.D. dependent var	0.750941	Adjusted R-squared	
0.622436	Akaike info criterion	0.315045	S.E. of regression	
0.762556	Schwarz criterion	2.679837	Sum squared resid	
44.71914	F-statistic	-6.336537	Log likelihood	
0.000000	Prob(F-statistic)	0.368248	Durbin-Watson stat	

إذا كانت LM لوغاريتمات الطلب على النقود، و Li لوغاريتمات سعر الفائدة،
Ly لوغاريتمات الدخل c القاطع أجيب عن الأسئلة التالية:

1- حددي معادلة الطلب على النقود بناء على نتائج تحليل البيانات على برنامج Views-E ونتائج اختبارات معنوية العلاقة بين المتغيرات المستقلة والمتغير التابع.

2- ماهو معامل التحديد المصحح؟

3- ماهي نتائج اختبار جودة النموذج.

تمرين 6:

يتضمن الجدول التالي نتائج الانحدار للكمية المباعة لمدة 78 شهرا $n=78$ المتغير التابع هو الكمية المعروضة من السلعة والمتغيرات المستقلة سعر السلعة X_1 والنفقات الإعلانية X_2 .

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + u_i$$

المتغيرات	المعاملات	الخطأ المعياري	قيمة t
القاطع	104.79	6.48	16.17
β_1	-6.642	6.191	2.081
β_2	2.984	0.167	17.868
RSS	11776.18		
TSS	13581.35		

- 1- حددي 95% فترة الثقة للمعامل β_1 .
- 2- حددي نتائج اختبار t و اختبار F لاختبار الكمية المعروضة والسعر والنفقات الإعلانية. مستخدمة 5% مع بناء جدول اختلاف التباين.
- 3- حددي قيمة معامل التحديد المصحح وفسري النتيجة.
- 4- اشرحي نتائج المعادلة

في الواقع فإن العلاقة الاقتصادية تتضمن أكثر من نموذجين، متغير تابع ومتغير مستقل في الواقع فإن المتغير التابع يعتمد على العديد من المتغيرات المفسرة على سبيل المثال فإن الطلب على السلعة لا يعتمد فقط على سعر تلك السلعة ولكن على سعر السلعة البديلة أو سعر المكملة ، والدخل . ويمكن تمثيل العلاقة بالتالي:

اختبار شاو

Dependent Variable: Y
Method: Least Squares
Date: 01/15/09 Time: 21:17
Sample: 1991 2007
Included observations: 17

<u>Prob.</u>	<u>t-Statistic</u>	<u>Std. Coefficient Error</u>	<u>Variable</u>
<u>0.0000</u>	<u>10.8626</u>	<u>0.19250</u>	<u>X</u>
<u>0.1093</u>	<u>1.70229</u>	<u>3.87102</u>	<u>C</u>
<u>43.000</u>	<u>Mean</u>	<u>0.8872</u>	
<u>23.019</u>	<u>S.D.</u>	<u>0.8796</u>	
<u>7.1029</u>	<u>Akaike info criterion</u>	<u>7.9840</u>	
<u>7.2009</u>	<u>Schwarz criterion</u>	<u>956.18</u>	
<u>7.1126</u>	<u>Hannan-Quinn criter.</u>	<u>58.374</u>	
<u>0.2597</u>	<u>Durbin-</u>	<u>117.99</u>	
		<u>16</u>	<u>R-squared</u>
		<u>97</u>	<u>Adjusted R-squared</u>
		<u>83</u>	<u>S.E. of regression</u>
		<u>37</u>	<u>Sum squared resid</u>
		<u>72</u>	<u>Log likelihood</u>
		<u>117.99</u>	<u>F-statistic</u>

69Watson stat

75
0.0000Prob(F-
00statistic)

Dependent Variable: Y
Method: Least Squares
Date: 01/15/09 Time: 21:18
Sample: 1991 1999
Included observations: 9

<u>Prob.</u>	<u>t-</u> <u>Statistic</u>	<u>Std.Coeffic</u> <u>Error</u>	<u>ient</u>	<u>Variable</u>
<u>0.0000</u>	<u>22.7411</u> <u>9</u>	<u>0.20114</u> <u>1</u>	<u>4.5741</u> <u>94</u>	<u>X</u>
<u>0.0000</u>	<u>9.74249</u> <u>9</u>	<u>2.06544</u> <u>3</u>	<u>20.122</u> <u>58</u>	<u>C</u>

<u>25.111</u>	<u>Mean</u>	<u>0.9866</u>
<u>11</u>	<u>dependent var</u>	<u>45</u>
<u>13.513</u>	<u>S.D.</u>	<u>0.9847</u>
<u>37</u>	<u>dependent var</u>	<u>38</u>
<u>4.0560</u>	<u>Akaike info</u>	<u>1.6694</u>
<u>08</u>	<u>criterion</u>	<u>60</u>
		<u>Sum</u>
<u>4.0998</u>	<u>Schwarz</u>	<u>19.509</u>
<u>35</u>	<u>criterion</u>	<u>68</u>
		<u>-</u>
<u>3.9614</u>	<u>Hannan-</u>	<u>16.252</u>
<u>28</u>	<u>Quinn criter.</u>	<u>03</u>
<u>1.4236</u>	<u>Durbin-</u>	<u>517.16</u>
<u>56</u>	<u>Watson stat</u>	<u>15</u>
		<u>F-statistic</u>
		<u>0.0000</u>
		<u>Prob(F-</u>
		<u>00</u> statistic)

Dependent Variable: Y
Method: Least Squares

Date: 01/15/09 Time: 21:19
 Sample: 2000 2007
 Included observations: 8

<u>Prob.</u>	<u>t-</u> <u>Statistic</u>	<u>Std.Coeffic</u> <u>Error</u>	<u>ient</u>	<u>Variable</u>
<u>0.0000</u>	<u>18.5232</u> <u>3</u>	<u>0.06720</u> <u>1</u>	<u>1.2447</u> <u>81</u>	<u>X</u>
<u>0.0000</u>	<u>16.9048</u> <u>7</u>	<u>1.82883</u> <u>9</u>	<u>30.916</u> <u>28</u>	<u>C</u>
<u>63.125</u>	<u>Mean</u>	<u>0.9828</u>		
<u>11.319</u>	<u>S.D.</u>	<u>0.9799</u>	<u>13R-squared</u>	
<u>3.9937</u>	<u>Akaike info</u>	<u>1.6028</u>	<u>49Adjusted R-</u>	
<u>4.0135</u>	<u>Schwarz</u>	<u>15.414</u>	<u>20squared</u>	
<u>3.8597</u>	<u>Hannan-</u>	<u>13.974</u>	<u>Sum</u>	
<u>2.2116</u>	<u>Durbin-</u>	<u>343.11</u>	<u>19squared</u>	
	<u>Watson stat</u>	<u>0.0000</u>	<u>19resid</u>	
		<u>0.0000</u>	<u>Log</u>	
		<u>0.0000</u>	<u>90likelihood</u>	
		<u>0.0000</u>	<u>00F-statistic</u>	
		<u>0.0000</u>	<u>02Prob(F-</u>	
		<u>0.0000</u>	<u>02statistic)</u>	