**خواص الوسط الحسابي**

1- مجموع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي يساوي صفرا. أي أن:

أ- في حالة البيانات غير المبوبة

$$\sum\_{i=1}^{n}(x\_{i}-\overbar{x})=0$$

والبيانات الأتية توضح ذلك.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| $$x\_{i}$$ | $$\overbar{X}=\frac{\sum\_{i=1}^{n}x\_{i}}{n}=\frac{20}{4}=5$$ | $$(x\_{i}-\overbar{x})$$ |
| 3 | 3 – 5 = – 2 |
| 8 | 8 – 5 = 3 |
| 2 | 2 – 5 = – 3 |
| 7 | 7 – 5 = 2 |
| 20 |  | 0 |

$$\sum\_{i=1}^{n}(x\_{i}-\overbar{x})=\left(3-5\right)+\left(8-5\right)+\left(2-3\right)+\left(7-2\right) =-2+3-3+2=0$$

ب- في حالة البيانات المبوبة

$$\sum\_{i=1}^{n}(x\_{i}-\overbar{x})f\_{i}=0$$

للبيانات أدناه نحسب الوسط الحسابي ونجده يساوي 38

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Classes | *fi* | *xi* | *xi fi* | xi-38 | (xi-38)*f*i |
| 10 ـــ  | 9 | 15 | 135 | -23 | -207 |
| 20 ـــ  | 8 | 25 | 200 | -13 | -104 |
| 30 ـــ  | 18 | 35 | 630 | -3 | -54 |
| 40 ـــ  | 23 | 45 | 1035 | 7 | 161 |
| 50 ـــ 60 | 12 | 55 | 660 | 17 | 204 |
|  | 70 |  | 2660 |  | 0 |

$$\overbar{X}=\frac{\sum\_{i=1}^{m}x\_{i}f\_{i}}{\sum\_{i=1}^{m}f\_{i}}=\frac{2660}{70}=38$$

2- مجموع مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي يكون اقل ما يمكن، أي أن:

$$\sum\_{i=1}^{n}(x\_{i}-\overbar{x})^{2}\leq \sum\_{i=1}^{n}(x\_{i}-a)^{2}$$

عند أي قيمة لـ *a* ، ويتساوى الطرفان فقط عندما $a=\overbar{x}$.

فلمثالنا السابق (في الخاصية 1- أ ) فان الوسط الحسابي يساوي $\overbar{x}=5$ ، ولنفرض مرة *a*=3 ومرة أخرى *a*=6 ونحسب مجاميع المربعات فنرى أن اقلها هو مجموع مربعات انحرافات القيم عن الوسط الحسابي الذي هو 5.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| $$x\_{i}$$ | $$(x\_{i}-\overbar{x})$$ | $$(x\_{i}-\overbar{x})^{2}$$ | (*xi* - 3) | (xi - 3)2 | (*xi* - 6) | (*xi* - 6)2 |
| 3 | -2 | 4 | 0 | 0 | -3 | 9 |
| 8 | 3 | 9 | 5 | 25 | 2 | 4 |
| 2 | -3 | 9 | -1 | 1 | -4 | 16 |
| 7 | 2 | 4 | 4 | 16 | 1 | 1 |
| 20 |  | الأقل 26 |  | 42 |  | 30 |

3- إذا كان لدينا مجتمع إحصائي يتكون من عدد (*k*) من المجاميع الجزئية (كل مجموعة حجمها *ni*) فبإمكاننا حساب الوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي الرئيس بالاعتماد على الأوساط الحسابية للمجاميع الجزئية وكالاتي:

$$\overbar{X}=\frac{\sum\_{i=1}^{k}\overbar{x\_{i}}n\_{i}}{\sum\_{i=1}^{k}n\_{i}}$$

حيث أن: $\sum\_{i=1}^{k}n\_{i}=n\_{1}+n\_{2}+…+n\_{k}$

**مثال:** الجدول التالي يبين الأوساط الحسابية لدرجات ثلاث شعب وأعداد الطلبة لكل شعبة لاحد الصفوف الدراسية. المطلوب حساب الوسط الحسابي لذلك الصف.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *ni* $\overbar{x\_{i}}$ | الوسط الحسابي $\overbar{x\_{i}}$ | عدد الطلبة *ni* | الشعبة |
| 3000 | 60 | 50 | a |
| 2750 | 50 | 55 | b |
| 3900 | 65 | 60 | c |
| 9650 |  | 165 |  |

$$\overbar{X}=\frac{\sum\_{i=1}^{k}\overbar{x\_{i}}n\_{i}}{\sum\_{i=1}^{k}n\_{i}}=\frac{9650}{165}=58.48$$

**تمارين الوسط الحسابي**

1- الاتي توزيع تكراري للدخل الشهري لعينة من الأسر. المطلوب حساب متوسط الدخل الشهري للأسرة في هذه العينة

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| classes | 100 ـــ | 120 ـــ | 140 ـــ | 160 ـــ | 180 ـــ | 200 ـــ220 |
| fi | 4 | 5 | 6 | 7 | 10 | 8 |

2- الاتي توزيع تكراري لعدد النداءات الهاتفية العاجلة التي استقبلتها مستشفى معينة خلال ثلاثون يوما. المطلوب حساب متوسط عدد النداءات اليومية.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| classes | 10 ـــ 19 | 20 ـــ 29 | 30 ـــ39 | 40 ـــ49 | 50 ـــ59 | 60 ـــ69 |
| fi | 10 | 7 | 4 | 4 | 3 | 2 |

3- جد قيمة z التي تجعل الوسط الحسابي لقيم المجموعة أدناه يساوي 30.

37 z 31 28 25 20

4- اذا علمت بان الوسط الحسابي للتوزيع التالي يساوي 39 فجد قيمة b.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| classes | 10 ـــ  | 20 ـــ  | 30 ـــ | 40 ـــ | 50 ـــ60 |
| fi | 2 | 4 | 6 | 8 | b |

5- مصنع مؤلف من ثلاثة أقسام، عدد العاملين في كل منها ومتوسط الأجر الشهري موضح أدناه. المطلوب حساب الوسط الحسابي لأجر العامل الشهري في المصنع.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| C | B | A | القسم |
| 106 | 80 | 95 | عدد العاملين |
| 99 | 107 | 110 | متوسط الأجر |

6- جد الوسط الحسابي المرجح للبيانات الأتية:

A-

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *xi* | 10 | 18 | 15 | 11 | 19 | 22 | 20 |
| *wi* | 1 | 4 | 3 | 2 | 5 | 7 | 6 |

B-

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *xi* | -1 | 0 | 2 | -2 | -3 | 1 | -4 |
| *wi* | 1.5 | 1.3 | 1.4 | 1.6 | 1.5 | 1.3 | 1.9 |