**المحاضرة رقم ( 4 )**

**ثانياً: مقاييس التشتت النسببية**

هي مقاييس احصائية تستخدم للمقارنة بين تشتت مفردات مجتمعين اوعينتين او اكثر. ومن هذه المقاييس ما يلي:

**معامل الاختلاف Coefficient of Variation**

اذا كان $\overbar{X}$ يمثل الوسط الحسابي لقياسات عينة ذات حجم n و S يمثل الانحراف المعياري لقياسات تلك العينة . فان معامل الاختلاف والذي يرمز له (C.V) يحسب كالاتي:

$$C.V=\frac{S}{\overbar{X}}×100$$

يعتبر معامل الاختلاف افضل معاملات التشتت النسبي كونه يعتمد على افضل مقياس نزعة مركزية وافضل مقياس تشتت. وعند اجراء مقارنة بين تشتت مجموعتين يتم اولا حساب معامل الاختلاف لمفردات كل مجموعة. وثانيا تتم المقارنة بين معامل الاختلاف لمفردات المجموعة الاولى مع معامل الاختلاف لمفردات المجموعة الثانية، وتكون المجموعة الاكثر تجانساُ هي التي لها معامل الاختلاف الاقل.

**ملاحظة 1:** لا يمكن استخدام معامل الاختلاف للتوزيعات التكرارية المفتوحة لتعذر حساب الوسط الحسابي والانحراف المعياري. كما ان هذا المقياس يتأثر بوجود القيم الشاذة.

**ملاحظة 2:** معامل الاختلاف مقياس نسبي خالي من وحدات القياس.

**مثال 14** :

 اذا علمت ان متوسط درجات طلبة الصف الاول الاحصاء في امتحان الرياضيات يساوي 69 درجة بانحراف معياري قدرة 19.3 درجة، في حين كان متوسط درجاتهم في امتحان الاحصاء يساوي 75 درجة بانحراف معياري 25.5 درجة. ففي اي الامتحانين كان مستوى اداء الطلبة اكثر تقاربا ( بمعنى اخر ايهما اكثر تجانسا درجات الاحصاء ام درجات الرياضيات )

الحل:

نحسب اولا معامل الاختلاف لدرجات **الرياضيات**

$$C.V=\frac{S}{\overbar{X}}×100=\frac{19.3}{69}\*100=27.97\%≃28\%$$

ثم نجد معامل الاختلاف لدرجات **الاحصاء**

$$C.V=\frac{S}{\overbar{X}}×100=\frac{25.5}{75}\*100=34\%$$

وبما ان معامل الاختلاف لدرجات الرياضيات اقل من معامل ااختلاف درجات الاحصاء لذا فان مستوى اداء الطلبة في الرياضيات كان اكثر تقاربا

ا**لدرجة المعيارية Standard Score**

في كثير من الاحيان نحتاج الى تحويل قيم المتغير العشوائي X الى شكل اخر يدعى بالشكل المعياري او الشكل القياسي , ويستخدم الشكل المعياري في حالات المقارنه بين قيم مجموعتين او اكثر ذات الاوساط الحسابية والانحرافات المعيارية المختلفة .

فاذا كانت x1 , x2 , ….., xn تمثل قياسات عينة من المفردات قوامها n وان $S, \overbar{x}$ يمثلان على التتابع الوسط الحسابي والانحراف المعياري لقيم هذه العينة, فان الدرجة المعيارية والتي يرمز لها بالرمز zi لاية قيمة من قيم المتغير العشوائي xi تحسب كالاتي:

$$z\_{i}=\frac{x\_{i}-\overbar{x}}{S} , i=1,2,…..,n$$

 ومن هذه الصيغة نجد ان الدرجة المعيارية خالية من وحدات القياس

 **ملاحظة :** في حالة التوزيعات التكرارية فان xi تمثل مراكز الفئات.

**مثال 15 :**- فيما يلي درجات خمسة طلاب في مادتي الرياضيات والاحصاء والمطلوب

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  التسلسل | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| xi | 50 | 52 | 69 | 72 | 81 |
| yi | 62 | 77 | 82 | 85 | 86 |

1- حساب الدرجات المعيارية كل مادة

2- في اي من المادتين كان مستوى الطالب الخامس افضل

**الحل:**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ت | xi | yi | xi2 | yi2 | $$z\_{x}=\frac{x\_{i}-\overbar{x}}{S\_{x}}$$ | $$z\_{y}=\frac{y\_{i}-\overbar{y}}{S\_{y}}$$ |
| 1 | 50 | 62 | 2500 | 3844 | $$\frac{50-64.8}{11.96}=-1.24$$ | $$\frac{62-78.4}{8.78}=-1.86$$ |
| 2 | 52 | 77 | 2704 | 5929 | -1.07 | -0.16 |
| 3 | 69 | 82 | 4761 | 6724 | 0.35 | 0.41 |
| 4 | 72 | 85 | 5184 | 7225 | 0.60 | 0.75 |
| 5 | 81 | 86 | 6561 | 7396 | 1.35 | 0.87 |
|  | 324 | 392 | 21710 | 31118 |  |  |

$\overbar{x}=\frac{\sum\_{i=1}^{n}x\_{i}}{n}=\frac{324}{5}=64.8$ , $\overbar{y}=\frac{\sum\_{i=1}^{n}y\_{i}}{n}=\frac{392}{5}=78.4$

$S\_{x}=\sqrt{\frac{\sum\_{i=1}^{n}x\_{i}^{2}}{n}- \left(\frac{\sum\_{i=1}^{n}x\_{i}}{n}\right)^{2} }=\sqrt{\frac{21710}{5}-\left(\frac{324}{5}\right)^{2}}=$11.96

$S\_{y}=\sqrt{\frac{\sum\_{i=1}^{n}y\_{i}^{2}}{n}- \left(\frac{\sum\_{i=1}^{n}y\_{i}}{n}\right)^{2} }=\sqrt{\frac{31118}{5}-\left(\frac{392}{5}\right)^{2}}=$8.78

ولغرض المقارنة بين مستوى الطالب الخامس في المادتين نقارن بين درجتيه المعياريتين , وبما ان الدرجة المعيارية للرياضيات اكبر من الدرجة المعيارية للاحصاء لذا فان مستوى الطالب في الرياضيات افضل من مستواه في الاحصاء .

**خصائص الدرجة المعيارية :**

1-الوسط الحسابي للدرجات المعيارية يساوي صفرا

2-ان تباين الدرجات المعيارية يساوي واحدا

**مثال 16 :** استخدم بيانات المثال 15 لاثبات صحة خصائص الدرجة المعيارية

**تمارين عن مقاييس التشتت النسبية:**

1. الآتي جدول توزيع تكراري لأعمار مجموعة من المرضى الراقدين في احدى المستشفيات، جد:

أ- معامل الاختلاف. ب- الدرجات المعيارية. جـ - التحقق من خاصيتي الدرجة المعيارية.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 70 - 80 | 60 - | 50 - | 40 - | 30 - | 20 - | 10 - | الفئات |
| 25 | 32 | 37 | 42 | 25 | 14 | 10 | fi |

1. الآتي اوزان مجموعة من الافراد قوامها 10 أفراد. المطلوب ايجاد الدرجات المعيارية المقابلة لهذه الاوزان ثم حقق خاصيتي الدرجة المعيارية.

50 , 55 , 76 , 82 , 60 , 69 , 62 , 95 , 82 , 75

1. اذا علمت ان الوسط الحسابي والانحراف المعياري لدرجات 50 طالب في امتحان مادتي الاحصاء والرياضيات كانت كما يلي:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| الرياضيات | الاحصاء | المادة |
| 62 | 75 | الوسط الحسابي |
| 6 | 8 | الانحراف المعياري |

فإذا كانت درجة أحد الطلبة في الاحصاء هي 78 وفي الرياضيات هي 68 . ففي أي من هذين الامتحانين كان مستوى الطالب أفضل.

1. قارن بين درجة تشتت اعمار المرضى واوزانهم وبالاعتماد على التوزيعين التكراريين الآتيين:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 70 - 80 | 60 - | 50 - | 40 - | 30 - | 20 - | 10 - | فئات العمر |
| 25 | 32 | 37 | 42 | 25 | 14 | 10 | fi |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 60 - 65 | 55 - | 50 - | 45 - | 40 - | 35 - | 30 - | فئات الوزن |
| 25 | 20 | 30 | 45 | 50 | 10 | 15 | fi |

1. القيم التالية تمثل درجات معيارية لعينة من المفردات قوامها (6) مفردات فإذا علمت أن الوسط الحسابي لقيم العينة الاصلية يساوي (10) وانحرافها المعياري يساوي (4) جد القيم الاصلية لهذه العينة:

-2 , -3 , 1 , 0 , 1.5 , 2.5

1. الاتي درجات 15 طالب في مادتي الاحصاء والمحاسبة ، المطلوب: بيان في أي المادتين كانت درجات الطلبة أكثر تجانساً.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 60 | 70 | 85 | 90 | 65 | 70 | 45 | 40 | 85 | 98 | 90 | 60 | 70 | 55 | 80 | xi درجات الاحصاء |
| 55 | 65 | 75 | 85 | 70 | 65 | 40 | 50 | 70 | 88 | 80 | 70 | 65 | 58 | 50 | yi درجات المحاسبة |