الحل العام والحل الخاص للمعادلة التفاضلية

الحل العام للمعادلة التفاضلية هو الحل الذي يحتوي على عدد من الثوابت الاختيارية مساوي الى رتبة المعادلة التفاضلية.

الحل الخاص للمعادلة التفاضلية هو اي حل يحقق المعادلة التفاضلية لا يشتمل على اي ثوابت اختيارية يمكن الحصول عليه من الحل العام بعد التعويض عن الثوابت الاختيارية بقيم محددة.

مثال: اوجد الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $y' = 2x$ عندما $y(1) = 0$.

x y

الحل:

$$\underbrace{y'}_{\text{المشتقة}} = 2x$$

بما ان المعادلة التفاضلية من الرتبة الاولى اذن عدد الثوابت الاختيارية هو واحد اي نكامل المعادلة التفاضلية مرة واحدة.

$$\frac{dy}{dx} = 2x \Rightarrow dy = 2x\,dx$$

$$\int dy = \int 2x\,dx$$

$$y = x^2 + C_1$$ ----> يمثل الحل العام

نعوض عن x و y في الحل العام بالقيم التي تعطى في السؤال للحصول على قيمة C_1

$$0 = (1)^2 + C_1$$

$$\therefore C_1 = -1$$

نعوض قيمة C_1 في الحل العام للتوصل الى الحل الخاص للمعادلة التفاضلية.

$$y = x^2 + C_1$$

$$\therefore y = x^2 - 1 \dashrightarrow$$ يمثل الحل الخاص

مثال: اوجد الحل الخاص من المعادلة التفاضلية $y'' = x$ عندما $y(0) = 1 \quad , y'(0) = -1$.

$$\underset{\substack{\downarrow\\ x}}{y(0)} = \underset{\substack{\downarrow\\ y}}{1} \quad , \quad \underset{\substack{\downarrow\\ x}}{y'(0)} = \underset{\substack{\downarrow\\ y'}}{-1}$$

الحل:

$$y'' = x$$

المشتقة الثانية

بما ان المعادلة التفاضلية من الرتبة الثانية اذن عدد الثوابت الاختيارية هو 2 اي تكامل المعادلة التفاضلية مرتين.

$$y'' = x \Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = x \Rightarrow d^2y = x\,dx^2$$

$$\int d^2y = \int x\,dx^2$$

$$dy = \frac{x^2}{2} + C_1\ dx$$

$$\int dy = \int \frac{x^2}{2} + C_1\ dx$$

$$y = \frac{x^3}{6} + C_1 x + C_2 \dashrightarrow$$ يمثل الحل العام

Scanned by TapScanner

نعوض $1- = (0)'y$ في معادلة المشتقة الاولى للحصول على قيمة الثابت الاختياري c_1

$$y' = \frac{x^2}{2} + c_1$$

$$-1 = 0 + c_1 \Rightarrow \therefore c_1 = -1$$

نعوض $y(0) = 1$ في معادلة الحل العام مع تعويض قيمة c_1 للحصول على قيمة الثابت الاختياري c_2

$$y = \frac{x^3}{6} + c_1 x + c_2$$

$$1 = \frac{0}{6} - 1(0) + c_2 \Rightarrow \therefore c_2 = 1$$

نعوض قيم c_1 و c_2 في الحل العام للتوصل الى الحل الخاص

$$y = \frac{x^3}{6} + c_1 x + c_2$$

$$y = \frac{x^3}{6} - x + 1 \dashrightarrow$$ يمثل الحل الخاص