ايجاد المعادلة التفاضلية من اكل العام

يتم ايجاد المعادلة التفاضلية من معادلة اكل العام من خلال التخلص من الثوابت الاختيارية اكبر جودة في معادلة اكل العام عن طريق اشتقاق معادلة اكل العام بقدر عدد الثوابت الموجودة.

مثال: اوجد المعادلة التفاضلية من حلها العام $y = Ae^x - x$.

الحل:

$$y = Ae^x - x$$

بما ان معادلة اكل العام تتضمن ثابت اختياري واحد اذن سوف يتم اشتقاق المعادلة مرة واحدة للتخلص من الثابت الاختياري A.

$$y' = Ae^x - 1 \Rightarrow y' + 1 = Ae^x$$

نقسم طرفي المعادلة على e^x.

$$\frac{y'+1}{e^x} = A\frac{e^x}{e^x}.$$

$$\therefore A = \frac{y'+1}{e^x}$$

نعوض A في معادلة اكل العام للوصول الى المعادلة التفاضلية.

$$y = Ae^x - x \Rightarrow y = \frac{y'+1}{e^x}.e^x - x$$

$$y = y' + 1 - x$$

$$\therefore y' = y - 1 + x \longrightarrow \text{تمثل المعادلة التفاضلية}$$

Scanned by TapScanner

مثال: كون المعادلة التفاضلية من الشكل العام

$$y = C_1 + C_2X + X^2$$

الحل:

بما ان معادلة الحل العام تتضمن اثنين من الثوابت الاختيارية اذن سوف يتم اشتقاق المعادلة مرتين للتخلص من الثوابت الموجودة.

$$y = C_1 + C_2X + X^2$$

$$y' = 0 + C_2 + 2X$$

$$y' = C_2 + 2X$$

$$y'' = 0 + 2$$

$$\therefore y'' = 2 \longrightarrow$$ تمثل المعادلة التفاضلية

Scanned by TapScanner

مثال: اوجد المعادلة التفاضلية من الحل العام $y = a\ln(bx)$

الحل:

$$y = a\ln(bx)$$

بما ان معادلة الحل العام تتضمن ثابتين من الثوابت الاختيارية اذن سوف يتم اشتقاق المعادلة مرتين للتخلص من الثوابت الاختيارية.

$$y' = a\frac{b}{bx} \Rightarrow y' = \frac{a}{x} = aX^{-1}$$

$$y'' = -aX^{-2} = \frac{-a}{X^2}$$

$$y'' = \frac{-a}{X^2}$$

نضرب طرفي المعادلة في X^2

$$y''X^2 = -a$$

$$\therefore a = -y''X^2$$

نعوض قيمة a في معادلة المشتقة الاول للوصول الى المعادلة التفاضلية

$$y' = \frac{a}{x} \Rightarrow y' = \frac{-y''X^2}{X}$$

$$y' = -y''X$$

$$y' + y''X = 0 \longrightarrow$$ تمثل المعادلة التفاضلية

Scanned by TapScanner

مثال: اوجد المعادلة التفاضلية من الدرجة الاولى $y = c \sin x$

الحل:

$$y = c \sin x$$

$$y' = c \cos x$$

نقسم طرفي المعادلة على $\cos x$

$$\frac{y'}{\cos x} = c$$

نعوض قيمة c في معادلة الحل العام

$$y = c \sin x$$

$$y = \frac{y'}{\cos x} \sin x$$

$$y = y' \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\therefore y = y' \tan x$$

تمثل معادلة الحل العام لانها خالية من الثوابت الاختيارية.

Scanned by TapScanner

مثال: كون المعادلة التفاضلية من الحل العام

$$y = A\cos 2x + B\sin 2x + 5x$$

الحل:

$$y' = A(-\sin 2x \cdot 2) + B(\cos 2x \cdot 2) + 5$$

$$y' = -2A\sin 2x + 2B\cos 2x + 5$$

$$y'' = -2A(\cos 2x \cdot 2) + 2B(-\sin 2x \cdot 2)$$

$$y'' = -4A\cos 2x - 4B\sin 2x$$

$$y'' = -4(A\cos 2x + B\sin 2x)$$

نجعل كل قيمة هذا المقدار من
معادلة الحل العام

$$y = A\cos 2x + B\sin 2x + 5x$$

$$y - 5x = A\cos 2x + B\sin 2x$$

نعوض في معادلة المشتقة الثانية

$$y'' = -4(A\cos 2x + B\sin 2x)$$

$$y'' = -4(y - 5x)$$

$$y'' = -4y + 20x$$

تمثل المعادلة التفاضلية لأنها خالية من الثوابت الاختيارية.

Scanned by TapScanner

مثال: كون المعادلة التفاضلية من الشكل العام $y = a e^{bx}$.

الحل:

التخلص من الثوابت الاختيارية اذن نشتق مشتقة اول ومشتقة ثانية.

$$y = a e^{bx} \quad \text{-------} (1)$$

$$y' = a e^{bx} \cdot b = ab e^{bx} \quad \text{-------} (2)$$

$$y'' = ab e^{bx} \cdot b = ab^2 e^{bx} \quad \text{-------} (3)$$

نقسم المعادلة (1) على المعادلة (2) ثم نقسم المعادلة (2) على المعادلة (3)

$$\frac{y}{y'} = \frac{a e^{bx}}{ab e^{bx}} = \frac{1}{b} \quad \text{-------} (4)$$

$$\frac{y'}{y''} = \frac{ab e^{bx}}{ab^2 e^{bx}} = \frac{1}{b} \quad \text{-------} (5)$$

بما ان ناتج القسمة متساوي المعادلتين اذن

$$\frac{y}{y'} = \frac{y'}{y''}$$

$$y y'' = (y')^2$$

$$\therefore y y'' - (y')^2 = 0 \quad \text{---} \Rightarrow \text{تمثل المعادلة التفاضلية}$$

Scanned by TapScanner