



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي
جامعة د. الطاهر مولاي سعيدة

كلية العلوم الإقتصادية و العلوم التجارية و علوم التسيير

مطبوعة في:

محاضرات في الإقتصاد الجزئي 1

إعداد الدكتور: نزي عزالدين
أستاذ محاضر - ب -

موجهة لطلبة السنة أولى جذع مشترك "علوم إقتصادية، تسيير وعلوم تجارية"

السنة الجامعية: 2017/2016

فهرس المحتويات

01المقدمة
الفصل الأول: الإقتصاد والمشكلة الإقتصادية	
02I- مفهوم الإقتصاد
02I-1 أقسام علم الإقتصاد
02I-1-1 الإقتصاد الجزئي
03I-1-1 الإقتصاد الجزئي
04I-2 سمات علم الإقتصاد
04I-3 علاقة علم الإقتصاد بالعلوم الأخرى
04I-3 ثلاثة أسئلة إقتصادية أساسية
05II- المشكلة الإقتصادية
05II-1 تعريف علم الإقتصاد
06II-1-1 الحاجات اللامحدودة أو اللانهائية
07II-1-2 الموارد الإقتصادية المحدودة
08II-2 أسلوب مواجهة المشكلة الإقتصادية
الفصل الثاني نظرية سلوك المستهلك	
10I- نظرية المنفعة القياسية
11I-1 نظرية المنفعة
12I-1-1 المنفعة الكلية
13I-1-2 المنفعة الحدية
14I-1-3 الفائض للمستهلك
16I-1-4 توازن المستهلك بإستعمال فكرة المنفعة الحدية
17I-1-5 توازن المستهلك في حالة أكثر من سلعة واحدة
17I-1-6 توازن المستهلك في حالة تعدد السلع بإستخدام طريقة لاغرانج
20II- تحليل سلوك المستهلك بإستخدام نظرية المنفعة الترتيبية

20	1-II منحنيات السواء
20	1-1-II فكرة المنفعة الترتيبية
22	2-1-II منحنيات السواء: تعريف
23	3-1-II خريطة منحنيات السواء
24	4-1-II خواص خريطة منحنيات السواء
25	5-1-II البرهان الرياضي للميل السالب لمنحنى السواء
26	6-1-II المعدل الحدي للإحلال
28	2-II خط الميزانية وتوازن المستهلك
28	1-2-II خط الميزانية
31	2-2-II توازن المستهلك
32	3-2-II دالة المنفعة وتوازن المستهلك
33	1-3-2-II تعظيم دالة المنفعة باستخدام طريقة مضروب لاغرانج
36	4-2-II منحنى الإستهلاك الدخل و السعر
36	1-4-2-II منحنى الإستهلاك الدخل
39	منحنى الإستهلاك السعر
41	3-4-2-II أثر الدخل وأثر الإحلال في حالة سلعة عادية (تحليل سلوتسكي)....
44	4-4-2-II أثر الدخل وأثر الإحلال في حالة سلعة رديئة وسلعة رديئة جدا
47	5-4-2-II معادلة سلوتسكي لأثر الإحلال والدخل
57	3-III نظرية الطلب
58	1-3-III مفهوم الطلب والعوامل المحددة له
58	1-1-3-III مفهوم الطلب
58	2-1-3-III أنواع الطلب
59	3-1-3-III العوامل المحددة للطلب
61	2-3-III دالة الطلب
61	1-2-3-III اشتقاق دالة الطلب

61III-3-2-2 منحى الطلب
63III-3-2-3 التغير في الطلب والتغير في الكمية المطلوبة
64III-3-3 المرونة
65III-3-3-1 مرونة الطلب السعرية
67III-3-3-2 مرونة الطلب الدخلية
68III-3-3-3 مرونة الطلب التقاطعية
69IV- تمارين تطبيقية

الفصل الثالث: نظرية سلوك المنتج

73I- مفاهيم عامة حول الإنتاج
74I-1 مفهوم وطبيعة الإنتاج
75I-2 عوامل الإنتاج
76II- دوال الإنتاج في الفترة القصيرة
76II-1 تعريف وتحديد دالة الإنتاج
78II-2 تحليل دالة الإنتاج كوب دوغلاس Cobb Douglas
78II-2-1 الإنتاجية الكلية
78II-2-2 الإنتاجية المتوسطة
78II-2-3 الإنتاجية الحدية
80II-2-4 مراحل الإنتاج
83II-3 خواص دالة الإنتاج كوب دوغلاس Cobb Douglas
83II-3-1 المرونة الجزئية لدالة الإنتاج كوب دوغلاس Cobb Douglas
83II-3-1-1 المرونة الجزئية لدالة الإنتاج كوب دوغلاس بالنسبة لرأس المال
84II-3-1-2 المرونة الجزئية لدالة الإنتاج كوب دوغلاس بالنسبة للعمل
84II-3-2 دالة كوب دوغلاس متجانسة
85II-3-3 دالة كوب دوغلاس تحقق نظرية أولير
87III- توازن المنتج أو المؤسسة

88	1-III منحنيات الناتج المتساوي
88	1-1-III تعريف منحنيات الناتج المتساوي
89	2-1-III خصائص منحنيات الناتج المتساوي
90	3-1-III المعدل الحدي للإحلال الفني TMST
91	2-III منحنى التكاليف المتساوية
92	3-III توازن المنتج رياضيا
95	3-III مسار توسع المؤسسة
96	IV- تمارين تطبيقية
98	قائمة المراجع

المقدمة:

يعتبر مقياس الإقتصاد الجزئي من المقاييس الضرورية التي يتوجب على كل طالب أن يلم بمفاهيمه ومصطلحاته الأساسية التي تمكنه من محاولة فهم و تفسير الظواهر الاقتصادية من خلال إستخدام أدوات عملية في تحليل سلوك الوحدات الإقتصادية و المشاكل التي تواجههم ، وذلك من خلال مجموعة من المواضيع المتكاملة فيما بينها ، على الرغم من أن البعض منها يفترض أن يكون لطالب خلفية مسبقة حوله وذلك حتى يتسنى له الإستعاب الجيد للمواضيع المطروحة، كتلك المتعلقة بالمبادئ الأساسية لعلم الإقتصاد كونه يتعلق بشكل مباشر بحياة الفرد ، حيث يمكنه من الطرق و الأليات التي تساعده في التنسيق بين إمكانياته و حاجياته المتعددة و غير المحدودة ، فالفرد قد يكون مستهلكا أو منتجا كما قد يكون مستثمرا أو ممثلا لهيئة حكومية في دولة ، إلى جانب ضرورة التحكم في المسائل الرياضية والعلاقات الجبرية و البيانية

ان هذا العمل هو عبارة عن ملخصات للمحاضرات التي تقدم لطلبة السنة الأولى علوم اقتصادية لمقياس الإقتصاد الجزئي1، و هو ثمرة تدريس لمقياس الإقتصاد الجزئي، وقد تم تكييفه مع البرنامج الوزاري الجديد، ليكون أداة في يد الطلبة تساعدهم على استيعاب أكثر لهذه المادة العلمية، و التي تمثل إحدى أساسيات التكوين القاعدي لتخصص العلوم الاقتصادية.

الفصل الأول: الإقتصاد والمشكلة الإقتصادية

I- مفهوم الإقتصاد:

كلمة إقتصاد هي ترجمة لكلمة Economics في الإنجليزية والمشتقة من كلمة إغريقية ذات مقطعين هما (Oikou) وتعني المنزل أو البيت، و (Nomos) وتعني قواعد أو قوانين، وعليه فإن الإغريق القدامى كانوا يعرفون "الإقتصاد" بأنه الإدارة الرشيدة المنظمة للبيت والأسرة¹.

يقتصر استخدام الإغريق لكلمة إقتصاد على تدبير شؤون البيت، بل إتسع ليشمل وضع القواعد المنظمة لشؤون الدولة على اعتبار أن الدولة بيتاً وجميع المواطنين أفراد أسرة واحدة. يكن علم الإقتصاد وليد الصدفة إنما هو نتاج تطورات أجيال وتجارب إنسانية على مر العصور، فقد وجدت الكثير من الآراء الإقتصادية الهامة في الكتب المقدسة ومؤلفات الكتاب في العصور القديمة والقرون الوسطى.

برز كعلم مستقل له أسسه الخاصة ومناهجه عام 6771 م، عندما قام "آدم سميث Adam Smith" (أب الإقتصاد الحديث) بتقديم كتابه "ثروة الأمم Wealth of Nations"، معرّفاً فيه علم الإقتصاد بأنه العلم الذي يسعى إلى تحقيق الثراء للشعب والدولة. بدأ الإقتصاد يخطو خطواته الواسعة بتعاقب كتابات الإقتصاديين ابتداء من مرحلة التجاربيين وكتابات آدم سميث، انتقالاً إلى مرحلة الإقتصاد الحر، ووصولاً إلى مرحلة الإقتصاد الموجه في القرن العشرين.

في الثلاثينات من القرن العشرين ظهرت كتابات "كينز Keynes" عند حدوث الكساد العالمي الكبير، وألقي الضوء على أهمية تدخل الدولة في النشاط الإقتصادي لعلاج الكساد الأزمات الإقتصادية التي تتعرض لها الإقتصاديات الرأسمالية، واهتم "كينز" بالتحليل الإقتصادي على المستوى الكلي أي على مستوى المجتمع ككل.

I-1 أقسام علم الإقتصاد:

I-1-1 الإقتصاد الجزئي Micro-économie

هو التحليل الذي يتخذ من الوحدات الصغيرة أو

¹ كساب علي، النظرية الإقتصادية التحليل الجزئي، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2003، ص 5

الفردية موضوعا للدراسة والبحث، مثل المستهلك ، المنتج، سوق سلعة معينة، وهو يدرس المشكلات الاقتصادية الخاصة بسلوك هذه الوحدات ، وتحليلها بهدف الوصول إلى التوازن على مستوى كل وحدة منهم : توازن المستهلك، توازن المنتج وتوازن سوق سلعة ما، ويهتم بدراسة سلوك الوحدات الاقتصادية الفردية:

✓ سلوك المستهلك:

نظرية الطلب: المنفعة الحدية/منحنيات السواء

✓ سلوك المنتج:

نظرية العرض: الإنتاج /التكاليف

✓ سلوك المستهلك والمنتج عندما يلتقيان في الأسواق:

نظرية السعر: المنافسة/الاحتكار/منافسة احتكارية/احتكار قلة

I - 1-2 الإقتصاد الكلي:

يهتم هذا التحليل بالوحدات الاقتصادية الكبيرة، أي تلك المرتبطة بالمستوى الوطني، مثل الناتج والدخل الوطني، المستوى العام للأسعار، الاستهلاك الوطني، الاستثمار الوطني، الادخار....، كما أنه يدرس المشكلات الاقتصادية ذات الطبيعة الكلية مثل: التضخم، الكساد، البطالة، مي ازن المدفوعات، التجارة الخارجية، المديونية الخارجية...، وباختصار يتناول هذا التخصص المجاميع الاقتصادية الكبرى بهدف البحث في التوازن العام، ويهتم بدراسة سلوك الوحدات الاقتصادية الكلية (المجاميع)¹:

✓ سلوك القطاع العائلي: مجموع المستهلكين

✓ سلوك قطاع الأعمال: مجموع المنتجين

✓ سلوك قطاع الدولة: استهلاكي/إنتاجي

✓ سلوك القطاع الخارجي:

✓ تعاملات القطاعات الثلاثة مع العالم الخارجي (ستهلاكي/إنتاجي)

¹ إبراهيم سليمان قطف، علي محمد خليل، مبادئ الإقتصاد الجزئي، دار الحامد للنشر والتوزيع، عمان، الأردن، 2004ص18

I-2 سمات علم الاقتصاد

لعلم الاقتصاد مصطلحاته ولغته الخاصة به، كالمنفعة والمرونة والطلب والتضخم السعري وتكلفة الفرص البديلة، ينبع في دراسته المنهج العلمي المتبع في باقي العلوم البحتة، من حيث المشاهدة ثم وضع النظريات المفسرة للعلاقات بين المتغيرات.

الاقتصاد ليس علما تجريبي، وإنما يعتمد على البيانات الفعلية المستمدة من سلاسل زمنية أو مسوحات مقطعية، كما في علوم الفلك والتاريخ.

يعتمد الاقتصاديون على تجريد الواقع عند وضع النظريات، فيركز الباحث على تأثير عامل معين بينما يفترض ثبات باقي العوامل الأخرى المؤثرة.

I-3 علاقة علم الإقتصاد بالعلوم الأخرى:

الاقتصاد وعلم الاجتماع: الاقتصاد علم سلوكي، وثيق الصلة بالسمات الاجتماعية للسكان.

الاقتصاد وعلم السياسة: العلاقات السياسية بين الدول تقوم على المصالح الاقتصادية.

الاقتصاد وعلم التاريخ: تعتمد الأبحاث الاقتصادية على البيانات التاريخية ذات الصلة.

الاقتصاد والرياضيات والإحصاء: يعتمد الاقتصاديون على أساليب وأدوات التحليل الرياضي

والإحصائي في دراسة وقياس العلاقات المفسرة للظواهر الاقتصادية.

I-3 ثلاثة أسئلة إقتصادية أساسية

ماذا ننتج؟ أي تحديد ما هي السلع والخدمات التي يتعين على المجتمع إنتاجها؟ هل هي الملابس؟ أم المواد الغذائية؟ أم الآلات؟ ويشير (ماذا ننتج) إلى تلك السلع والخدمات وكميات كل منها التي يرغب أن ينتجها الاقتصاد (المجتمع) ولما كنت الموارد نادرة (محدودة) فليس هناك اقتصاد يمكنه أن ينتج من كل سلعة وخدمة الكميات التي يرغبها جميع أفراد المجتمع. فالمزيد من سلعة أو خدمة يعني الإقلال من السلع والخدمات الأخرى (تكلفة الفرصة البديلة) ولذا كان من واجب كل مجتمع اقتصادي أن يختار على وجه الدقة أي السلع والخدمات ينتج. وبأي قدر يكون الإنتاج من كل منها (التحديد النوعي والكمي)،

وهو ما يعرف بسلم التفضيل الجماعي أي ترتيب أولويات الحاجات وفقاً لأهميتها ودرجة إلحاحها , من أجل المفاضلة بينها على هذا الأساس .

كيف ننتج؟ وهذه العملية تتطلب حصر كل الموارد المتاحة للإنتاج وتخصيصها على الاستخدامات المختلفة بحيث نحقق من خلال ذلك أقصى استغلال ممكن بأقل تكلفة ممكنة، بمعنى تحديد الأسلوب الفني والتقني الأمثل لإنتاج السلع والخدمات المطلوبة، أي بعد أن تحدد حاجات المجتمع من السلع والخدمات نوعاً وكما , وذلك حسب أهميتها النسبية، فلا بد من تحديد الأسلوب أو الطريقة التي يتم بها إنتاج , فنظر الآن كل سلعة أو خدمة يمكن إنتاجها عادة باستخدام توليفات مختلفة من العوامل , وأساليب فنية مختلفة , كانت المشكلة التي يواجهها المجتمع في اختيار الأسلوب الفني الذي يوصلنا إنتاج كل وحدة من السلع أو الخدمات المطلوبة بأقل تكلفة ممكنة .

لمن ننتج؟ وهي الكيفية التي يتم بها توزيع الإنتاج على أفراد المجتمع وتحديد المنتفعين منه، أي بعد أن تحدد حاجات المجتمع من السلع والخدمات نوعاً وكماً ويتحدد أيضاً الأسلوب الفني الذي يوصلنا إلى ذلك الإنتاج، تأتي المسألة الثالثة وهي كيف يوزع ذلك الإنتاج بين أفراد المجتمع؟ فهل سيتم توزيعها بالتساوي على أفراد المجتمع؟ أم يتم توزيعها حسب المجهود الذي بذله كل فرد في المجتمع؟ ومهما كانت النتيجة فلا بد من الاتفاق بين أفراد المجتمع على الطريقة التي سيتم بها توزيع السلع والخدمات المنتجة بينهم.

-II- المشكلة الإقتصادية:

II-1 تعريف علم الاقتصاد:

علم اجتماعي (يدرس السلوك الإنساني) ويبحث في الاستخدام الأمثل أو الكامل للموارد الاقتصادية المحدودة لإشباع الحاجات والرغبات الإنسانية الغير المحدودة والمتزايدة والمتجددة بأقل التكاليف الممكنة.

تتمثل المشكلة الاقتصادية لأي مجتمع من المجتمعات بغض النظر عن مستوى التقدم أو التخلف لهذا المجتمع وبغض النظر عن مستوى الرفاه أو الفقر لهذا المجتمع في حقيقتين أساسيتين ، وهما¹ :

- أن حاجات المجتمع المادية غير محدودة (لانهائية)
- أن الموارد الاقتصادية المتاحة للمجتمع محدودة (نادرة)

II-1-1 الحاجات اللامحدودة أو اللانهائية :

يمكن تقسيم الحاجات اللامحدودة في مجتمعات إلى مجموعتين من الحاجات أو الرغبات ، وهما : حاجات فرديه وحاجات جماعية .

✓ الحاجات الفردية :

وتتمثل الحاجات الأساسية لأفراد المجتمع في الحاجات الثلاث الغذاء والمسكن والملبس ، يضاف إليها الحاجة إلى العلاج ، والتعليم ، ولا تقتصر حاجات أفراد المجتمع على الحاجات والرغبات الاستهلاكية ، بل تتعدى ذلك إلى احتياجات الوحدات الإنتاجية إلى مباني لوحداتها الإنتاجية من آلات ومعدات ومخازن وغيرها .

✓ الحاجات الجماعية :

وتتمثل في رغبات وحدات الحكومة والمجتمع في البنية الأساسية والمرافق مثل الطرق العامة والمدارس والمستشفيات وشبكات الري والصرف الزراعي ، وشبكات الطبيعي ، وشبكات الكباري والأفاق ، والمواني والمطارات وغيرها، ويضاف إلى ذلك الحاجات الجماعية لأفراد المجتمع كالحاجة إلى الدفاع والأمن والعدالة

ويتضح من ذلك أن رغبات أفراد أي مجتمع هي رغبات متعددة ، ولا تقتصر المشكلة عند تعدد الرغبات ولكن تتسع المشكلة بتعدد السلع والخدمات التي يمكن أن تستخدم لإشباع أي

¹ دومينيك سلفدور، ترجمة سعد الدين محمد الشيال، سلسلة شوم نظرية إقتصاديات الوحدة "نظريات وأسئلة"، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 1994، ص9.

رغبة من رغبات أفراد المجتمع، وتحدد الظروف العامة للمجتمع والبيئة الثقافية والاجتماعية أنواع السلع والخدمات التي يحتاجها أفراد المجتمع . وهكذا يتضح لنا أن حاجات ورغبات أفراد أي مجتمع من المجتمعات متعددة ولا تنتهي ، وأن وسائل إشباع تلك الرغبات الحاجات من السلع والخدمات أكثر تعدداً بل تتجدد ويظهر منها الجيد باستمرار ، من ثم فهي **لانهائية**. وإذا أردنا أن نعدد قائمة السلع والخدمات التي يحتاجها الإنسان، فإن إعداد مثل هذه القائمة سوف يستغرق وقتاً طويلاً حتى يمكن حصر مطالب الإنسان التي لم يستطيع إشباعها حتى ساعة إعداد القائمة ، ومع مرور الزمن تضطرد حاجات الإنسان حتى إذا فرغ من إشباع بعض الحاجات التي احتوتها القائمة جدت حاجات أخرى ، لتضيف المزيد إلى القائمة، فالحاجة تولد حاجة أخرى .

II-1-2 الموارد الاقتصادية المحدودة (الندرة) :

تشير الموارد الاقتصادية إلى الموارد الطبيعية المورد البشرية ، وما صنعه يد الإنسان ليدخل في إنتاج السلع والخدمات ، ويمثل ذلك أشياء كثيرة مثل مباني الوحدات الإنتاجية ، والآلات والمعدات ، والأدوات المستخدمة في إنتاج السلع الصناعية ، ووسائل النقل وغيرها . وهناك تقسيمات عديدة للموارد الاقتصادية، ولعل أكثر هذه التقسيمات شيوعاً هو تقسيم الموارد الاقتصادية إلى موارد مملوكة وموارد غير مملوكة:

✓ الموارد المملوكة :

تشتمل على الموارد التي يمكن بيعها وشراؤها مقابل ثمن يتم الاتفاق عليه ومن ثم انتقال ملكيتها من فرد إلى آخر، وتشمل موردي الأرض ورأس المال. ويقصد بمورد الأرض جميع الموارد الطبيعية التي خلقها الله ووهبها مجاناً لأفراد المجتمع و تشتمل على الموارد الطبيعية السطحية للأرض القابلة للزراعة والغايات والمراعي ، وموارد موارد المياه والمجاري المائية السطحية ، والحيوانات والطيور البرية بأنواعها المختلفة ،

وموارد مزاج البناء المختلفة من رمل وزلط وطفلة والأحجار المختلفة والرخام والجانب .. وغيرها والموارد الطبيعية الباطنية المتواجدة في باطن الأرض مثل احتياطات البترول والموارد المعدنية المختلفة والمياه الجوفية، الموارد الطبيعية البحرية، سواء كانت موارد الثروة السمكية أو الثروة المدنية أو الموارد البيئية التي تعد مصدراً هاماً لإنتاج خدمات السياحة والترفيه .

ويقصد بمورد رأس المال أو السلع الإستثمارية جميع ما صنعه يد الإنسان من آلات ومعدات تستخدم في الإنتاج , ويشمل مباني الوحدات الإنتاجية المخازن ووسائل النقل المستخدمة في الإنتاج السلع والخدمات وتوصيلها للمستهلك النهائي

✓ المورد غير المملوكة :

وتشمل الموارد البشرية إذ أن هذه الموارد غير قابلة للبيع والشراء مقابل ثمن، وبالتالي لا تنتقل ملكيتها من شخص لأخر، وتشمل موردي العمل والتنظيم، ويشتمل مورد العمل على جميع أفراد المجتمع الذين لديهم قدرات عضلية أو قدرات ذهنية على أداء أعمال معينة، وتجدر الإشارة إلى أن مورد العمل هو مورد بشري غير قابل للبيع أو شراء، ومن ثم فهو مورد غير قابل للتملك ولكن يمكن لهذا المورد بيع خدمات العامل التي يجيدها مقابل الحصول على الأجر كثمن لخدمات المقدمة.

II-2 أسلوب مواجهة المشكلة الاقتصادية

اختلفت أساليب مواجهة المشكلة الاقتصادية لدى المجتمعات لاختلاف الأنظمة الاقتصادية المتبعة، وبصف عامة يمكننا أن نصنفها إلى ثلاث أنظمة:

✓ **النظام الرأسمالي:** وهو الاقتصاد الذي لا تتحكم فيه الدولة أو الحكومة بالشؤون الاقتصادية إلا في أضيق الحدود وبما يكفل الحرية الاقتصادية والمنافسة والملكية الخاصة، ويتم حل المشكلات الاقتصادية فيه عن طريق نظام السوق، وولية الأسعار، وينصرف معنى السوق إلى التفاعل التلقائي الحر بين قوى العرض والطلب، والذي تتحدد في ضوءه أسعار السلع والخدمات وعناصر الإنتاج.

✓ **النظام الاشتراكي:** وهو الإقتصاد الذي تتحكم فيه الدولة أو الحكومة بالشؤون الاقتصادية للمجتمع، ويتم حل المشكلات الاقتصادية عن طريق التخطيط من طرف لجان مركزية حكومية تقوم بتحديد أولويات ووسائل إنتاج السلع والخدمات وطرق توزيعها بين أفراد المجتمع.

✓ **النظام المختلط:** وهو الإقتصاد الذي يتميز بالملكية الخاصة لعناصر الإنتاج وفي نفس الوقت يتميز أيضا بتدخل الدولة في بعض الأمور كملكية الدولة لبعض المشروعات الإنتاجية التي يطلق عليها مشروعات القطاع العام ، ويتم حل المشكلات الاقتصادية فيه عن طريق نظام السوق وآلية السعر كما في الإقتصاد الرأسمالي ولكن مع تدخل الدولة في نواح معينة من الحياة الاقتصادية.

الفصل الثاني نظرية سلوك المستهلك**I- نظرية المنفعة القياسية**

بسبب الندرة، فإن الشخص الذي يقرر شراء سلعة أو خدمة معينة، يواجه مشكلة الاختيار من بين العديد من السلع والخدمات والتي تختلف في كثير من الأشياء كطبيعة الاستخدام واللون والحجم والشكل وهكذا، ومن جانب آخر، فإن أسعار السلع والخدمات تلعب دوراً أساسياً في تحديد أي من هذه السلع والخدمات سوف يقوم المستهلك بشرائها واستهلاكها، وقد يتساءل الفرد منا عن السبب وراء قيامنا باستهلاك سلع معينة دون الأخرى، وكذلك البحث عن تفسير للظواهر الاستهلاكية المختلفة، كقيام شخص ما باختيار مجموعة معينة من السلع دون غيرها، في حين يقوم شخص آخر باستهلاك مجموعة مختلفة من السلع الأخرى. ويمكن تفسير هذا الاختلاف إلى أن المستهلك يقوم باستهلاك تلك السلع والخدمات التي تحقق له إشباعاً (Satisfaction)، في حين يمتنع عن استهلاك تلك السلع والخدمات التي لا تحقق له أي إشباع¹.

عندما يقوم المستهلك باستهلاك سلعة أو خدمة ما، فإنه يحصل على إشباع معين، ولكي يتحقق هذا الإشباع، فإن المستهلك يقوم بشراء هذه السلعة، حيث تسمى هذه العملية بالإنفاق على السلعة، ويمكن تعريف حجم الإنفاق على السلعة بأنه سعر السلعة مضروباً في الكمية المستهلكة منها، أو:

$$\text{الإنفاق على السلعة} = (\text{سعر السلعة}) \times (\text{كمية السلعة})$$

ويوضح المثال التالي كيفية احتساب حجم الإنفاق على سلعة معينة.

مثال (1): افترض أن شخص ما يقوم باستهلاك ثلاث سلع فقط (A, B, C) كما هو موضح في الجدول التالي:

¹ توفيق عبد الرحيم حسن، مبادئ الإقتصاد الجزئي، دار الصفاء، عمان، 2005، ص 287

جدول رقم (1):

الإنفاق الكلي للمستهلك (دينار)	الكمية المستهلكة (وحدة)	سعر السلعة (دينار)	
36	12	3	A
4	4	1	B
40	5	8	C

المطلوب: احتساب الإنفاق الكلي الذي يقوم به هذا المستهلك

الإنفاق الكلي = سعر السلعة (A) x الكمية المستهلكة من السلعة (A) + سعر السلعة (B) x

الكمية المستهلكة من السلعة (B) + سعر السلعة (C) x الكمية المستهلكة من السلعة (C)

$$\text{الإنفاق الكلي} = 12 \times 3 + 4 \times 1 + 5 \times 8$$

$$\text{الإنفاق الكلي} = 36 + 4 + 40$$

$$\text{الإنفاق الكلي} = 80 \text{ دينار}$$

وتجدر الإشارة إلى وجود اختلاف بين مفهوم الرغبة ومفهوم الطلب، حيث تعتبر الرغبة نوع معين من الشعور نحو سلعة معينة تعكس أمنية المستهلك في الحصول على سلعة معينة، لكن هذه الرغبة قد لا تعكس قدرة المستهلك على الحصول على السلعة (لارتفاع سعرها مثلاً أو انخفاض دخل المستهلك أو اختلاف الذوق)، أما الطلب فهو الطلب الفعال، أي الرغبة في الحصول على السلعة مع وجود القدرة الفعلية في الحصول عليها.

I-1 نظرية المنفعة (The Utility Theory):

توضح نظرية المنفعة أن لكل سلعة درجة معينة من المنفعة الناتجة من استهلاك هذه السلعة، وأن هذه المنفعة هي التي تدفع المستهلك إلى طلب سلعة معينة دون الأخرى، وذلك في حدود دخل المستهلك وإمكانياته المتاحة. وتساهم نظرية المنفعة في بيان وتحليل سلوك المستهلك، وكذلك إيجاد الآلية التي يتم من خلالها التوصل إلى توازن المستهلك كما سنرى لاحقاً، ومن النقاط أو الافتراضات التي يجب أن تأخذ في الحسبان عند الحديث عن

المنفعة¹:

- ✓ يقوم المستهلك باستهلاك تلك السلع التي تحقق له إشباع معين، ومن ثم فإن المستهلك لا يقوم بشراء أو استهلاك السلع التي لا تحقق للمستهلك له إشباعاً.
- ✓ يخصص المستهلك جزءاً محدداً من دخله من أجل إنفاقه بالكامل على السلع والخدمات التي تحقق له إشباعاً معيناً.
- ✓ عند قيام شخص ما باستهلاك عدد معين من السلعة، فإن هذا الفرد يحصل على إشباع نتيجة استهلاكه لهذه الوحدات من السلع، وسوف نفترض إمكانية قياس هذا الإشباع عن طريق استخدام وحدات المنفعة (U).
- ✓ المنفعة والفائدة: أن هناك اختلافاً بين مفهوم المنفعة ومفهوم الفائدة، حيث أن استهلاك السلعة لا يعني بالضرورة الانتقال منها، فعلى سبيل المثال، فإن الشخص الذي يقوم بتدخين السجائر يحصل على منفعة وإشباع معين عند قيامة بالتدخين، بينما يتعرض في نفس الوقت إلى أضرار صحية متعددة، حيث لا يتحقق أي انتقال (فائدة) صحي من التدخين.
- ✓ المنفعة مقياس شخصي: إن المنفعة الناجمة من استهلاك سلعة معينة وبنفس الكمية تختلف من شخص لآخر، ومن ثم فلا يمكن مقارنة وحدات المنفعة بين شخصين يقومان باستهلاك نفس الكمية من سلعة ما.

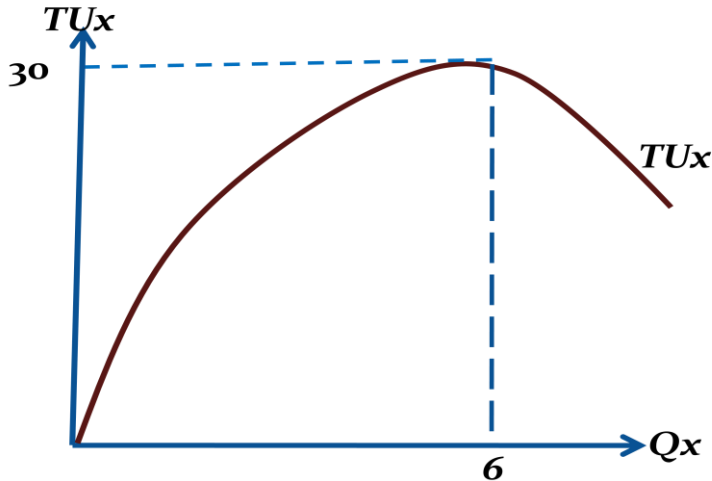
I-1-1 المنفعة الكلية (Total Utility):

يمكن تعريف المنفعة الكلية بأنها مقدار الإشباع الذي يحصل عليه المستهلك عند استهلاكه لوحدات متتالية من السلعة، ويمكن قياس مقدار المنفعة المحقق باستخدام وحدة القياس "وحدة منفعة" Utils، و يمكن صياغتها وفق العلاقة التالية: $UT = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ وتزيد مع تزايد الاستهلاك إلى أن تبلغ الحد الأقصى، وزيادة الاستهلاك بعد الحد الأقصى تؤدي إلى تناقص المنفعة الكلية، ويوضح

¹ رشيد بن الذيب ونادية شطاب عباس، إقتصاد جزئي نظرية وتمارين، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2007، ص 6-8.

الجدول التالي وحدات المنفعة الكلية المحققة عند استهلاك كميات متتالية من السلعة وذلك خلال فترة زمنية معينة.

Q_x	0	1	2	3	4	5	6	7
UT_x	0	10	18	24	28	30	30	28



نلاحظ من الشكل أعلاه أن مع تزايد استهلاك السلعة X الوحدة تلو الأخرى فإن المنفعة الكلية تتزايد، ففي مرحلة أولى تتزايد بزيادة متزايدة، ثم تتزايد بزيادة متناقصة حتى تصل إلى الذروة وهي $UT=30$ ابتداءً من الوحدة السادسة المستهلكة من السلعة X، ثم في مرحلة أخيرة مع كل وحدة إضافية مستهلكة تتناقص المنفعة الكلية المتحصل عليها.

I-1-2 المنفعة الحدية Marginal Utility

تعبّر عن مقدار التغير في المنفعة الكلية الناتجة عن الزيادة في عدد الوحدات المستهلكة من سلعة ما بوحدة واحدة خلال فترة زمنية معينة ، ويتم حسابها بالعلاقة التالية:

$$UM_x = \frac{\Delta UT}{\Delta X_i} \Leftrightarrow \frac{\text{التغير في المنفعة الكلية}}{\text{التغير في السلعة } x_i} = x_i \text{ المنفعة الحدية للسلعة}$$

$$UM_x = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\Delta UT}{\Delta X} = \frac{\partial UT}{\partial X} \text{ :وبدلالة الإشتقاق}$$

وعليه نلاحظ على المنفعة الحدية في علاقتها مع المنفعة الكلية مايلي:

✓ المنفعة الحدية تعني منفعة آخر وحدة مستهلكة من السلعة، والزيادة في المنفعة الكلية

يؤدي إلى ناقص المنفعة الحدية.

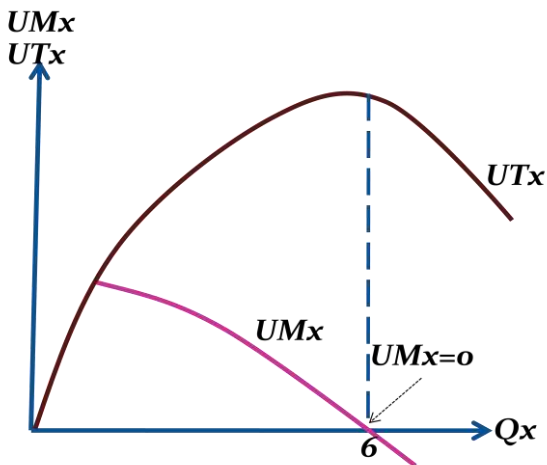
✓ عندما تصل المنفعة الكلية إلى نهايتها العظمى تصبح المنفعة الحدية مساوية للصفر.

✓ انخفاض المنفعة الكلية يجعل المنفعة الحدية سالبة.

وبالرجوع إلى المثال السابق سوف نقوم بحساب المنفعة الحدية لهذا المستهلك:

Q_x	0	1	2	3	4	5	6	7
UT_x	0	10	18	24	28	30	30	28
UM_x	-	10	8	6	4	2	0	-2

الشكل رقم 1: التمثيل البياني ل UT_x ; UM_x



من الشكل رقم 1 نلاحظ أنه فيما يتعلق بالمنفعة الكلية UT_x نلاحظ أنه كلما تزايد استهلاك وحدات إضافية من السلعة Q_x يؤدي إلى تزايد المنفعة إلى غاية حد الإشباع بين الـ (5,6) لوحدين ليشهد بعدها تناقص المنفعة الكلية مهام زاد المستهلك من الوحدات الاستهلاكية للسلع Q_x .

أما بالنسبة للمنفعة الحدية UM_x فنلاحظ تناقص المنفعة الحدية للسلع Q_x كلما أستهلكت وحدات إضافية حتى تنعدم عند مستوى الإشباع الكامل وتسمى هذه الظاهرة بقانون تناقص المنفعة الحدية للاقتصادي Gossim الذي يقول كلما تزايد عدد الوحدات المستهلكة من سلع أو خدمة ما فإنه يتناقص مستوى المنفعة الحدية UM_x .

مثال:

I-1-3 الفائض للمستهلك

هو عبارة عن الفرق بين ما كان المستهلك مستعد لدفعه وما دفعه فعلا، أي هو عبارة عن

الفرق بين المنفعة الحدية المكتسبة و المنفعة الحدية المضحي بها.

مثال 1:

يقوم المستهلك بإستهلاك 4 وحدات من السلعة ما، أما المنافع الكلية هي على التوالي: 20، 30، 36، 40 حيث ثمن الوحدة من السلعة $x=3$ دج، وأن المنفعة لكل دينار منفق (1 دج) = 2 وحدة منفعة (المنفعة الحدية للنقود UMR).
المطلوب:

تحديد فائض المستهلك للوحدة والكل؟

الحل:

الوحدات Qx	UT	UM	فائض المستهلك للوحدة	فائض المستهلك الكلي	\overline{UT} منفعة كلية مضحي بها
1	20	20	14	14	6
2	30	10	04	18	12
3	36	6	0	18	18
4	40	4	-2	16	24

حيث تم ذلك من خلال مايلي:

$$\overline{UM} \text{ منفعة حدية مضحي بها} = (\text{ثمن الوحدة من السلعة } X) \times (\text{المنفعة لكل 1 دج منفق})$$

$$6 = 2 \times 3 =$$

$$\text{فائض المستهلك للوحدة} = UM - \overline{UM} \text{ منفعة حدية مضحي بها} = 20 - 6 = 14 \text{ (للوحدة الأولى المستهلكة)}$$

$$\text{فائض المستهلك الكلي } X_i = \sum_{i=0}^n (\text{فائض المستهلك للوحدة } X_i)$$

$$\text{فائض المستهلك الكلي } X_4 = 14 + 4 + 0 - 2 = 16$$

$$\overline{UT} \text{ منفعة كلية مضحي بها} = UT - \text{فائض المستهلك الكلي}$$

$$\overline{UT} \text{ منفعة كلية مضحي بها} = 40 - 16 = 24 \text{ (للوحدة المستهلكة الرابعة)}$$

مثال 2:

يقوم المستهلك بإستهلاك 4 وحدات من السلعة ما، أما المنافع الكلية هي على التوالي: 10، 15، 18، 20 حيث ثمن الوحدة من السلعة $x=4$ دج، وأن المنفعة ل 1 دج = 1 وحدة

منفعة (المنفعة الحدية للنقود UMR).)

I-1-4 توازن المستهلك بإستعمال فكرة المنفعة الحدية:

إن المستهلك الراشد هدفه الوصول إلى التوازن، وإن هذا التوازن من وجهة نظر المنفعة الحدية للمستهلك لا يتم إلا بالوصول إلى أقصى منفعة بأقل تضحية وعليه فإن شروط توازن المستهلك هي:

✓ ثبات مستوى الدخل للإستهلاك

✓ ثبات أسعار السلع الأخرى

✓ ثبات ذوق المستهلك.

وعليه فإن توازن المستهلك عند إستهلاكه سلعة واحدة ينفق كل دخله على سلعة واحدة، ويكون المستهلك في حالة توازن عندما تكون المنفعة الحدية المكتسبة تساوي المنفعة الحدية المضحية بها.

المنفعة الحدية المضحية بها = المنفعة الحدية المكتسبة

$$UM = \overline{UM} \Rightarrow UM = UMR \times P_x \Rightarrow UMR = \frac{UM}{P_x} \text{ أي:}$$

وبالرجوع للمثال السابق يمكن تحديد الكمية من السلعة X التي تحقق توازن هذا المستهلك:

الوحدات Qx	UT	UM	\overline{UM}	فائض المستهلك للوحدة	فائض المستهلك الكلي	\overline{UT} منفعة كلية مضحية بها
1	20	20	6	14	14	6
2	30	10	6	04	18	12
3	36	6	6	0	18	18
4	40	4	6	-2	16	24

من الجدول اعلاه نلاحظ أن عند الوحدة 3 المستهلكة حقق هذا المستهلك توازنه لأن عند

هذا المستوى المنفعة الحدية المكتسبة تساوي المنفعة الحدية المضحية بها حيث أن:

$$6 = UM = \overline{UM}$$

وعليه فإن المنفعة الكلية المحققة أي أقصى إشباع هي: $UT = 20 + 30 + 36 = 86$

1-1-5 توازن المستهلك في حالة أكثر من سلعة واحدة

في الواقع أن المستهلك يقدم على استهلاك تشكيلة مختلفة من السلع والخدمات بالكيفية التي تعظم له المنفعة الكلية في ظل دخله المخصص لذلك، ولا يتم ذلك إلا إذا تعادلت المنفعة الحدية المشبعة مع المنفعة المضحية بها بالنسبة لكل سلعة، ويكون المستهلك في حالة توازن عند إستهلاكه لأكثر من سلعة عندما تكون المنافع الحدية للسلع المستهلكة متناسبة لأثمانها مساوية لبعضها البعض وفي نفس الوقت مساوية للمنفعة الحدية للنقود (UMR) أي:

$$\frac{UM_x}{P_x} = \frac{UM_y}{P_y} = \frac{UM_c}{P_c} = \dots \dots \dots \frac{UM_z}{P_z} = UMR$$

أما في حالة عدم معرفة قيمة UMR فإنه يتم تعويضه بشرط الإنفاق الذي يعبر عن المساواة بين الدخل المخصص للاستهلاك و مجموع الإنفاق ، حيث يجب تحقق الشرطين التاليين:

$$\frac{UM_x}{P_x} = \frac{UM_y}{P_y} = \frac{UM_c}{P_c} = \dots \dots \dots \frac{UM_z}{P_z} \text{ هو : الشرط الأول هو}$$

$$R = xP_x + yP_y + \dots \dots \dots + zP_z \text{ هو : الشرط الثاني هو}$$

1-1-6 توازن المستهلك في حالة تعدد السلع باستخدام طريقة لاغرانج

يمكن أن نحصل على كميات التوازن باستعمال مضاعف لاغرانج التي تم اقتراحها من طرف الباحثين Tucher and khun حيث تقوم على أنه إذا كانت دالة المنفعة معرفة بدلالة إستهلاك جملة من السلع $UT = f(x, y, z, \dots \dots n)$ وأن الميزانية الاستهلاكية محددة بالإضافة إلى معلومية أسعار السوق و المعبر عنها بالعلاقة $R = xP_x + yP_y + \dots \dots \dots + nP_n$ فإنه يمكن تحديد توليفة التوازن وفق طريقة لاغرانج ، ولتبسيط عملية

تطبيق الطريقة نفرض أن المستهلك (A) يستهلك سلعتين فقط لتعظيم مستوى إشباعه ، وبالتالي فإن معادلة المنفعة وقيد الميزانية يصاغ بالصورة التالية:

$$\begin{cases} \text{Max} & UT = f(x, y, z, \dots, n) \\ \text{s/c} & R = xP_x + yP_y + \dots + nP_n \end{cases}$$

وعليه فإنه يتم صياغة مضاعف لاغرانج وفق الطريقة التالية:

$$L = (\text{دالة الهدف}) + \lambda (\text{دالة القيود في صيغتها الصفرية})$$

وتمثل λ مضاعف لاغرانج، أما اقتصاديا فهي منفعة وحدة النقد الواحدة، وطالما أن هدف المستهلك هنا هو تعظيم المنفعة تحت قيد الدخل والأسعار، فتكون دالة المنفعة هي دالة الهدف، ومعادلة خط الميزانية هي دالة القيد ونكتب دالة لاغرانج كالتالي (إفترض وجود سلعتين):

$$L = f(x, y) + \lambda(R - xP_x - yP_y)$$

لإيجاد قيم التوليفة التوازنية من (x, y) يجب تحقيق الشرطين التاليين:

الشرط اللازم: المشتقات الجزئية الأولى لدالة لاغرانج بالنسبة للمتغيرات الثلاث (x, y, λ) يجب أن تساوي الصفر، أي أن:

$$\begin{cases} \dot{L}_x = 0 \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x} - \lambda P_x = 0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial x}}{P_x} \dots \dots \dots (01) \\ \dot{L}_y = 0 \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y} - \lambda P_y = 0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial y}}{P_y} \dots \dots \dots (02) \\ \dot{L}_\lambda = 0 \Rightarrow R - xP_x + yP_y = 0 \dots \dots \dots (03) \end{cases}$$

بإجراء المساواة بين (01) و (02) ثم نعوضها في (03) نحصل على قيم (x, y, λ) .

الشرط الكافي: للتحقق من صحة النتائج المحصل عليها نقوم بحساب المشتقات الجزئية

الثانية لكل متغير لمضاعف لاغرانج الذي يجب أن تكون سالبة، أو أن يكون المحدد

الهييسي $|H|$ أكبر من الصفر.

$$|H| = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 L}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial xy} & \frac{\partial^2 L}{\partial x\lambda} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial xy} & \frac{\partial^2 L}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial y\lambda} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial x\lambda} & \frac{\partial^2 L}{\partial y\lambda} & \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda^2} \end{vmatrix} > 0$$

ولفهم هذا سوف نأخذ المثال التالي:

مثال:

بافتراض أن للمستهلك دالة منفعة كلية يمكن صياغتها وفق المعادلة التالية:

$$UT = x \cdot y$$

بينما يقدر حجم الإنفاق الاستهلاك للسلعتين بـ $R = 200$ كما أن $P_x = 4$ و

$P_y = 2$ والمطلوب تحديد الكميات التي يتوجب على المستهلك شرائها لتحقيق

أقصى قدر ممكن من المنفعة وفق طريقة لاغرانج؟

الحل النموذجي: يمكن صياغة دالة المنفعة الكلية وقيد الميزانية على الشكل التالي:

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & UT = x \cdot y \\ \text{s/c} \quad & R = x4 + y2 \end{aligned}$$

وبالتالي فإن دالة لاغرانج تكتب كما يلي:

$$L = x \cdot y + \lambda(200 - x4 - y2)$$

أولاً_ الشرط الضروري:

لتعظيم هذه الدالة يجب أن تكون المشتقات الجزئية الأولى للدالة L معدومة أي:

$$\begin{cases} \dot{L}_x = 0 \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x} - \lambda P_x = 0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{y}{4} \dots \dots \dots (01) \\ \dot{L}_y = 0 \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y} - \lambda P_y = 0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{x}{2} \dots \dots \dots (02) \\ \dot{L}_\lambda = 0 \Rightarrow 200 - x4 + y2 = 0 \dots \dots \dots (03) \end{cases}$$

إجراء المساواة بين (01) و (02) نحصل على:

$$\frac{y}{4} = \frac{x}{2} \Rightarrow y = 2x \dots \dots \dots (04)$$

وبتعويض قيمة y من (04) وتعويضها في (03) نحصل على:

$$200 - x^4 + (2x)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 25 \\ y = 50 \\ \lambda = 12.5 \end{cases}$$

ومنه فإن التوليفة التي تحقق التوازن تتمثل في إقتناء 25 وحدة من السلعة الأولى x و 50 وحدة من السلعة الثانية y .

ثانياً_الشرط الكافي : نقوم بحساب المحدد الهيسي والذي يجب أن يكون موجب حتى يمكننا الإقرار بأن التوليفة

التي تم تحديدها تمثل التوليفة المثلي لهذا المستهلك.

$$|H| = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 L}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial xy} & \frac{\partial^2 L}{\partial x\lambda} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial xy} & \frac{\partial^2 L}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial y\lambda} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial x\lambda} & \frac{\partial^2 L}{\partial y\lambda} & \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda^2} \end{vmatrix} \Rightarrow |H| = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -4 \\ 1 & 0 & -2 \\ -4 & -2 & 0 \end{vmatrix}$$

$$|H| = 0 \begin{vmatrix} 0 & -2 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} - (1) \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -4 & 0 \end{vmatrix} + (-4) \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -4 & -2 \end{vmatrix} \Rightarrow |H| = 16$$

بما أن إشارة المحدد الهيسي موجبة فهذا يعني أن التوليفة السلعية (50;25) تحقق توازن

المستهلك عند مستوى إشباع يقدر ب $UT = 25 \times 50 = 1250$

-II تحليل سلوك المستهلك باستخدام نظرية المنفعة الترتيبية

1-II منحنيات السواء

1-1-II فكرة المنفعة الترتيبية

إن أهم انتقاد وجهت لنظرية المنفعة المقاسة تمثل في طبيعة وحدة قياس المنفعة، فنظراً للانتقادات التي وجهت إلى نظرية المنفعة الحدية و خاصة فيما يتعلق بتركيزها على قياس

المنفعة المستمدة من الوحدة الواحدة بصورة عددية، وعليه فالمنفعة هي عبارة عن إحساس يختلف من فرد لآخر ولهذا فمن الصعب قياس المنفعة .

ومن هنا جاءت الصيغة الحديثة لتحليل سلوك المستهلك باستخدام ما يسمى بمنحنيات السواء، حيث اعتبرت هذه الأخيرة عدم وجود ضرورة لمعرفة حجم المنفعة بصورة عددية، بل اعتبرت أن المستهلك قادرا على تفضيل كمية من سلعة ما على كمية أخرى من سلعة ثانية، أو مقارنة مجموعات (توليفات) من السلع و الخدمات مع مجموعة أخرى، أيهما يعطي مستوى إشباع أكبر، وعليه فالأسلوب وإن كان يختلف عن التحليل السابق من حيث الأسلوب المستخدم إلا أنه يختلف معه من حيث النتيجة¹، وحتى نكون اقرب للواقع ترفض نظرية المنفعة الترتيبية إمكانية قياس المنفعة و تفترض إمكانية للمستهلك تقييم منافعه و ترتيبها ترتيبا منطقيًا و متعديًا.

إن عيوب المنفعة المقاسة (المدرسة الكلاسيكية) دفعت بعض الاقتصاديين وعلى رأسهم الاقتصادي الإنجليزي هكس والن ، وادج وورث F.A Edge Worth ، الذي ابتدع منحنيات السواء قبل أن يطورها الاقتصادي الإيطالي باريتو Pareto ، إلى التفكير في إيجاد وسيلة أخرى لتحليل سلوك المستهلك عوضا عن الأسلوب الكلاسيكي ، وقد تم تطوير ذلك الأسلوب بأسلوب يعتمد على المنفعة القابلة للمقارنة، الذي يعتمد على مقارنة الإشباع الذي يحصل عليه المستهلك من مجموعة (توليفة) معنية من السلع والخدمات وبين الإشباع الذي يحصل عليه من مجموعة أخرى.

عندما درسنا المنفعة من خلال النظرية الأولى فإننا افترضنا أن المستهلك لا يستهلك إلا سلعة واحدة هي السلعة x هكذا كانت المنفعة تتغير بدلالة سلعة واحدة أي: $UT = f(x)$ لكن في الواقع فإن المستهلك يستهلك العديد من السلع و بالتالي فإن دالة المنفعة تكون دالة

ذات متغيرات متعدّدة أي: $UT = f(x, y, z, \dots, n)$

¹ طارق العكلي، الإقتصاد الجزئي، منشورات وزارة التعليم العالي والبحث العلمي العراقية، الجامعة المستنصرية، العراق، 2000، ص77.

و لتسهيل الأمر نفترض أن المستهلك لا يستهلك إلا سلعتين x و y كما نفترض أن هاتين السلعتين استبداليتين حتى تكون عملية الإحلال ممكنة.

II-1-2 منحنيات السواء: تعريف

منحنى السواء هو منحنى يمثل المجموعات (التوليفات) المختلفة من السلع والخدمات التي لو استهلكها المستهلك، فإنها تعطيه قدرا متساويا من الرضا أو الإشباع أو المنفعة، ومن هنا جاءت تسمية منحنيات السواء بهذا الاسم.

ويعرف كذلك منحنى السواء بأنه عبارة عن منحنى تمثل كل نقطة عليه مجموعة من سلعتين تتساوى في الأهمية تماما في نظر المستهلك مع أي مجموعة أخرى من نفس السلعتين تمثلها أي نقطة على نفس المنحنى.¹

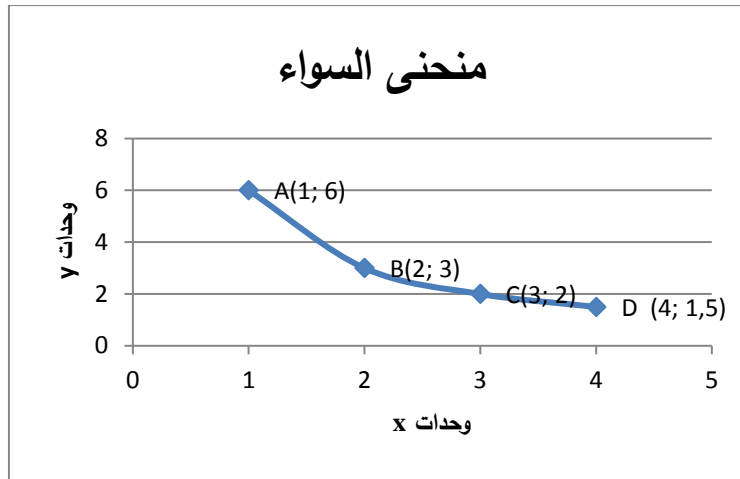
الآن نفرض أن مستهلك ما يرغب في الحصول على مستوى معين من الإشباع عن طريق السلعتين x و y الأمر الذي سيضطره إلى المفاضلة بين مجموعة من الثنائيات (y_i, x_i) كونها تعطي نفس مستوى الإشباع (المنفعة الكلية)، والجدول الموالي يحصر هذه التوليفات كما يلي:

الثنائيات	A	B	C	D
x	1	2	3	4
y	6	3	2	1,5

يوضح الجدول اعلاه (جدول السواء) أن هناك 4 توليفات للسلعتين x و y كل توليفة منها تعطي نفس مستوى الإشباع و بالتالي فهي تشكل في مجموعها منحنى هندسي يسمى منحنى السواء.

وعليه يمكن رسم منحنى لمختلف تفضيلات (A,B,C,D) لهذا المستهلك من السلعتين x و y والتي تعطيه نفس الإشباع، وعليه الشكل الموالي يمثل منحنى السواء لهذا المستهلك:

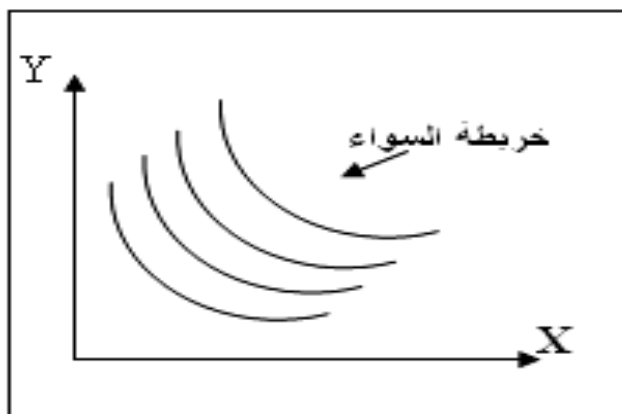
¹ طارق العكيلي، مرجع سابق، ص 77.



الشرح: نلاحظ أن هذا المستهلك له مجموعة متكونة من أربعة من التفضيلات (A,B,C,D) تعطي له نفس الإشباع أو نفس المنفعة، ويمكن تفسير شكل منحنى السواء على أساس أن تحرك المستهلك إنحدارا عليه سوف يؤدي إلى إرتفاع المنفعة الحدية للسلعة x وإنخفاض المنفعة الحدية للسلعة y وعليه فإن مقدار متناقصا من السلعة x يصبح لزاما على هذا المستهلك مبادلتها بالزيادة بمقدار معين من السلعة y ليبقى هذا المستهلك على نفس المستوى من الإشباع لديه.

II-1-3 خريطة منحنيات السواء:

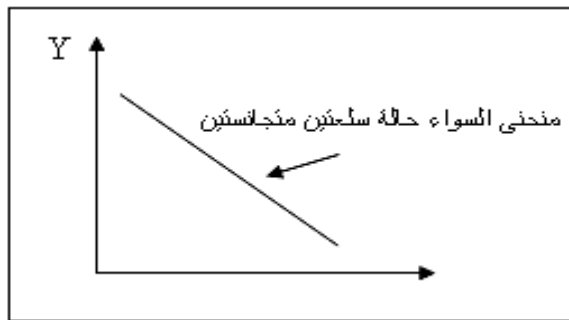
تمثل مجموعة منحنيات السواء الممثلة على نفس المعلم، حيث يعبر كل منحنى منها على مستوى إشباع يختلف عن المنحنى الآخر، و يتزايد كلما إبتعد المنحنى على نقطة الأصل (مركز الإحداثيات (0, 0)) ، ويتناقص في حالة العكس بصرف النظر عن الفرق الكمي لكميات السلع المستهلكة عند المستوى الواحد، ويمكن توضيح ذلك من خلال الشكل التالي:



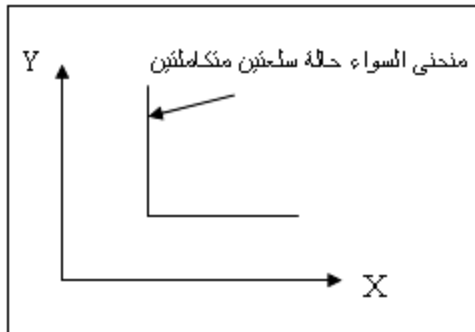
II-1-4 خواص خريطة منحنيات السواء

- ✓ إن منحنى السواء ينحدر من أعلى اليسار إلى أسفل اليمين؛
- ✓ تكون محدبة باتجاه نقطة الأصل أو مقعرة من الأعلى، وللبهنة على هذه الخاصية نعتد على معدل إستبدال كمية معينة من سلعة بكمية معينة لسلعة أخرى بشرط البقاء على نفس مستوى الإشباع ($\Delta UT = 0$) وهذا ما يسمى بالمعدل الحدي للإحلال TMS، إلا في الحالات الخاصة وهي حالتين¹:

الحالة الأولى: حالة سلعتان متجانستان من البدائل التامة وهنا فإن التنازل عن وحدة واحدة من سلعة معينة تحل محلها وحدة واحدة أيضا من السلعة الأخرى (في هذه الحالة يكون المعدل الحدي للإحلال بين السلع = 1) ويتخذ منحنى السواء الشكل التالي:



الحالة الثانية: حالة سلعتين مكملتين لبعضهما البعض، في هذه الحالة لا يمكن للمستهلك أن يستبدل السلعة x بالسلعة y وإنما تستخدم السلعتين معا وبنسب ثابتة، ويتخذ منحنى السواء شكل زاوية قائمة كما في الشكل التالي:



¹ محمد سحنون، محاضرات في التحليل الاقتصادي الجزئي، منشورات جامعة منتوري قسنطينة، 2001، ص 23.

- ✓ إن منحنيات السواء لا تتقاطع مع بعضها البعض، لأن كل منحنى سواء يعبر عن مستوى إشباع يختلف عن مستوى الإشباع لمنحنى آخر فإنها لا يمكن أن تتقاطع مهما كانت الأسباب المؤثرة على سلوكه الاستهلاكي؛
- ✓ كلما إنتقل المستهلك من منحنى سواء إلى منحنى آخر مبتعدا على نقطة الأصل كلما سيحصل على مستوى إشباع أعلى من سابقتها؛
- ✓ إذا إنتقل من توليفة إستهلاكية إلى أخرى على نفس منحنى السواء فإن مستوى الإشباع سيبقى ثابت ($\Delta UT = 0$)

II-1-5 البرهان الرياضي للميل السالب لمنحنى السواء

بما أن كل نقطة على نفس منحنى السواء تمثل توليفة من السلع X و Y والتي يمكنها أن تزود المستهلك بنفس المنفعة، فإن إنتقال المستهلك من توليفة إلى توليفة أخرى على نفس المنحنى لا يغير من المنفعة الكلية ذلك أن التغير السالب في إحدى السلعتين يعوضه التغير الموجب من السلعة الأخرى ، وهذا السبب ينتج عنه ميل سالب لمنحنى السواء، ويمكن إثبات ذلك على النحو الآتي:

$$UT = f(x, y, z, \dots, n)$$

لدينا من علاقة حساب المنفعة الحدية أن:

$$UM_X = \frac{\Delta UT_X}{\Delta Q_X} \Leftrightarrow \Delta UT_X = UM_X \times \Delta Q_X$$

وكذلك التغير في المنفعة الكلية على نفس منحنى السواء يكون معدوم:

$$\Delta UT_{xy} = 0 \dots (1)$$

وبتحليل المعطيين السابقين نحصل على النتيجة التالية:

$$UT_{xy} = UT_x + UT_y \Rightarrow \Delta UT_{xy} = \Delta UT_x + \Delta UT_y \Rightarrow \Delta UT_{xy} = UM_x \times \Delta Q_x + UM_y \times \Delta Q_y \dots (2)$$

وبالمساواة بين المعادلة (1) والمعادلة (2) نجد:

$$UM_x \times \Delta Q_x + UM_y \times \Delta Q_y = 0 \Leftrightarrow UM_x \times \Delta Q_x = -UM_y \times \Delta Q_y \Leftrightarrow \frac{UM_x}{UM_y}$$

$$= -\frac{\Delta Q_y}{\Delta Q_x}$$

$$-\frac{\Delta Q_y}{\Delta Q_x} < 0$$

وبالتالي نلاحظ أن ميل منحنى السواء سالب

II-1-6 المعدل الحدي للإحلال Le Taux Marginal de Substitution TMS

نعلم انه عند انتقال المستهلك على طول منحنى السواء فانه يرفع من إستهلاكه من إحدى السلعتين و يخفض من السلعة الأخرى ليحافظ على نفس مستوى الإشباع فهو يقوم بعملية إحلال لسلعة محل سلعة أخرى، وهو عدد الوحدات من السلعة y التي يجب التضحية بها لكل وحدة إضافية من السلعة x للمحافظة على مستوى الإشباع بشكل ثابت، ونرمز له TMS_{xy} أي المعدل الحدي لإستبدال السلعة x محل السلعة y إذن يعبر عنه رياضيا:

$$TMS_{xy} = -\frac{\Delta y}{\Delta x} = \left| \frac{\Delta y}{\Delta x} \right|$$

y لكل وحدة إضافية من السلعة x وإذا كان المستهلك بصدد التضحية بوحدة من السلعة الحدي المعدل أي TMS_{yx} ونرمز له ثابت، الإشباع بشكل مستوى على للمحافظة إذن يعبر عنه رياضيا في حالة البيانات المتقطعة: x محل السلعة y السلعة لإستبدال

$$TMS_{yx} = -\frac{\Delta x}{\Delta y} = \left| \frac{\Delta x}{\Delta y} \right|$$

من الجانب الرياضي فإن المعدل الحدي للإحلال يكون دائما سالبا لأن كميات السلعتين تتغيران في اتجاه معاكس، لكن يمكننا أن نتخلص من هذه الإشارة السالبة إذا أخذنا التغيرات بالقيمة المطلقة دون أن ننسى أن الكميات متعاكسة.

أما من جهة أخرى في حالة دالة مستمرة يمكن كتابته بالشكل التالي:

$$TMS_{xy} = \left| \frac{dy}{dx} \right| = \frac{UM_x}{UM_y}$$

حيث أن: $\frac{dy}{dx}$ هي نهاية النسبة $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ لما $\Delta x \rightarrow 0$

$$\left| \frac{dy}{dx} \right| = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left| \frac{\Delta y}{\Delta x} \right| = \frac{UM_x}{UM_y} = TMS_{xy}$$

مثال:

لتكن لدينا المعلومات الواردة فقي جدول السواء التالي:

التوليفة		الحالات
Y	X	
6	1	A
3	2	B
2	3	C
1,5	4	D

أحسب المعدل الحدي لإحلال TMS_{xy} و المعدل الحدي لإحلال TMS_{yx}

الحل:

$$TMS_{xy} = - \frac{\Delta y}{\Delta x} = - \frac{3 - 6}{2 - 1} = 3$$

$$TMS_{yx} = - \frac{\Delta x}{\Delta y} = - \frac{2 - 1}{3 - 6} = 0,33$$

TMS_{yx}	TMS_{xy}	التوليفة		الحالات
		Y	X	
-	-	6	1	A
0,33	3	3	2	B
1	1	2	3	C
2	0,5	1,5	4	D

التحليل:

نلاحظ من خلال حساب $TMS_{xy} = 3$ أن هذا المستهلك مستعد أن يتخلى عن 3 وحدات من السلعة Y من أجل الحصول على وحدة واحدة إضافية من السلعة X في مقابل المحافظة على نفس مستوى الإشباع.

نلاحظ من خلال حساب $TMS_{yx} = 0,33$ أن هذا المستهلك مستعد أن يتخلى عن 0,33 وحدات من السلعة X من أجل الحصول على وحدة واحدة إضافية من السلعة Y في مقابل المحافظة على نفس مستوى الإشباع.

II-2 خط الميزانية وتوازن المستهلك

II-2-1 خط الميزانية

رأينا أن خارطة السواء تحتوي على عدد لا نهائي من منحنيات السواء، وهي قائمة بالأساس على تابع المنفعة الترتيبي للمستهلك المدروس وتعبر عن ذوقه في اختيار التراكيب التي تحقق له المستوى ذاته من الإشباع، ولقد بينت نظرية طلب المستهلك، على أن المستهلك يحاول توزيع دخله المخصص للاستهلاك على السلع والخدمات بهدف تحقيق أقصى قدر من الإشباع في حدود الدخل المتاح، وذلك من خلال الوصول إلى أعلى منحنى سواء، حيث يتحكم الدخل بسلوك المستهلك ويمثل قدرته على الطلب الفعلي، ذلك أن المستهلك يمكنه أن يعدد منحنيات سواء مختلفة لتحقيق له مستويات متفاوتة من الإشباع لكن تحديد المستوى الأمثل منها يكون مقيد بالدخل المخصص لذلك ومستويات الأسعار السائدة في السوق، حيث أن هذين القيدين يمكن أن نعبر عنهم هندسيا بخط الميزانية.

يشير خط الميزانية إلى المحل الهندسي لمختلف التوليفات السلعية التي يمكن للمستهلك الحصول عليها بناء على إنفاق دخله المخصص للاستهلاك R و عند مستويات مختلفة من الأسعار (P_x, P_y) .

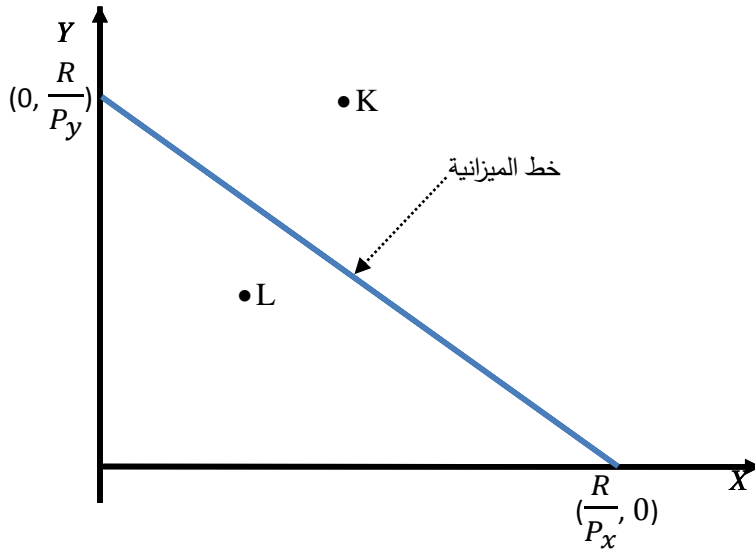
وعليه نفترض وجود سلعتين هما (x, y) وأسعارهما هي (P_x, P_y) على التوالي وأن القيمة النقدية لدخله والذي يرمز له بالرمز R وان المستهلك ينفق دخله المخصص للإنفاق على السلعتين بالكامل أي:

$$R = xP_x + yP_y \Rightarrow y = \frac{R}{P_y} - \frac{yP_x}{P_y}$$

وبافتراض أن هذا المستهلك ينفق كل دخله على شراء السلعة x فإن: $x = \frac{R}{P_x}$

وبافتراض أن هذا المستهلك ينفق كل دخله على شراء السلعة y فإن: $y = \frac{R}{P_y}$

وبهذا يمكن رسم خط الميزانية كما يلي:



يتميز خط الميزانية بمجموعة من الخصائص أهمها:

✓ خط الميزانية ينحدر من اليسار إلى اليمين أي أنه ذو ميل سالب ، حيث أن معادلة

قيد الميزانية تكتب على الشكل الآتي:

$$R = xP_x + yP_y \Rightarrow y = \frac{R}{P_y} - \frac{yP_x}{P_y}$$

وميله سالب: $-\frac{P_x}{P_y}$

✓ كل إحداثية تقع على خط الميزانية تعبر عن التوليفة التي يمكن للمستهلك الحصول

عليها عندما يقوم بإنفاق مبالغ للميزانية المخصصة للإستهلاك R أي عندما ينفق

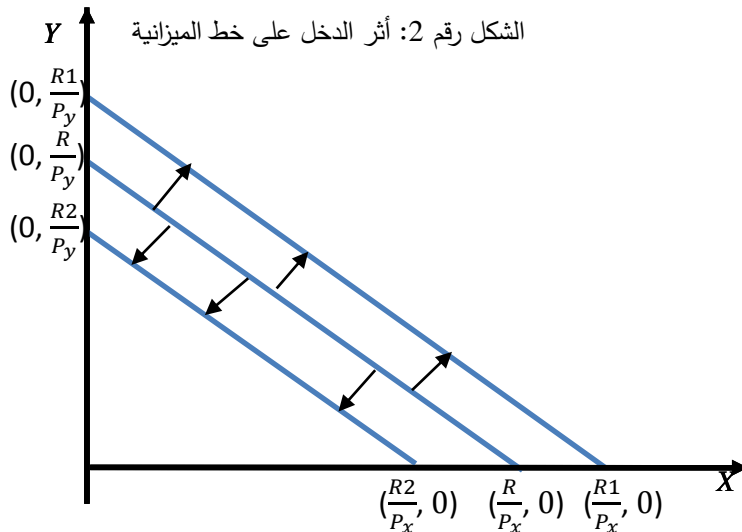
كامل دخله.

✓ كل إحداثية تقع على يسار خط الميزانية فإنها تعبر عن التوليفة التي يمكن للمستهلك

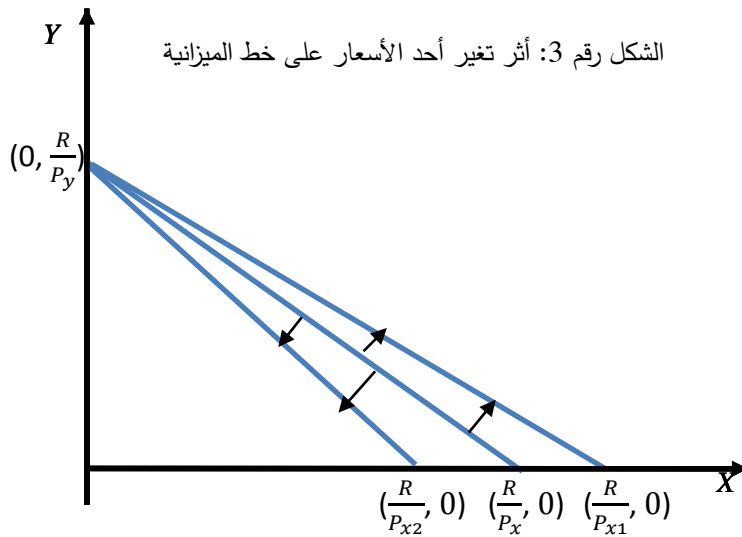
الحصول عليها عندما يقوم بإنفاق أقل من الميزانية المخصصة للإستهلاك كما هو

الحال بالنسبة للتوليفة L .

- ✓ كل إحداثية تقع على يمين خط الميزانية فإنها تعبر عن التوليفة التي يمكن للمستهلك الحصول عليها عندما ينفق أكثر من الميزانية المخصصة للاستهلاك، أي عندما ينفق دخل يفوق ما خصصه للحصول على التوليفة K .
- ✓ لا يتغير خط الميزانية إلا إذا تغيرت محدداته مثل الدخل أو أسعار السلع، فمثلا إذا تغير دخل المستهلك مع بقاء العوامل الأخرى ثابتة بالزيادة فإن خط الميزانية ينتقل إلى اليمين، ونحصل على كميات من السلعتين أكبر من ذي قبل، وإذا انخفض الدخل فإن خط الميزانية يتحرك إلى اليسار، ونحصل على كميات أقل من السلعتين كما هو مبين في الشكل التالي:



- ✓ كذلك الأمر إذا تغير سعر أحد السلعتين مع ثبات سعر السلعة الأخرى ودخل المستهلك، فإن خط الميزانية ينتقل إلى اليمين واليسار من جهة السلعة التي تغير سعرها مع ثباته في نفس النقطة من جهة السلعة التي بقي سعرها ثابت، ونفترض أن سعر السلعة y والدخل بقيا ثابتان، وعليه فإذا إنخفض سعر السلعة x إلى (P_{x1}) فإن منحى خط الميزانية سوف ينتقل إلى اليمين، وتزداد الكميات المشتراه من السلعة x ، والعكس صحيح إذا ارتفع السعر إلى (P_{x2}) تتخفض الكميات المشتراه من السلعة x ، كما هو موضح في الشكل الموالي:

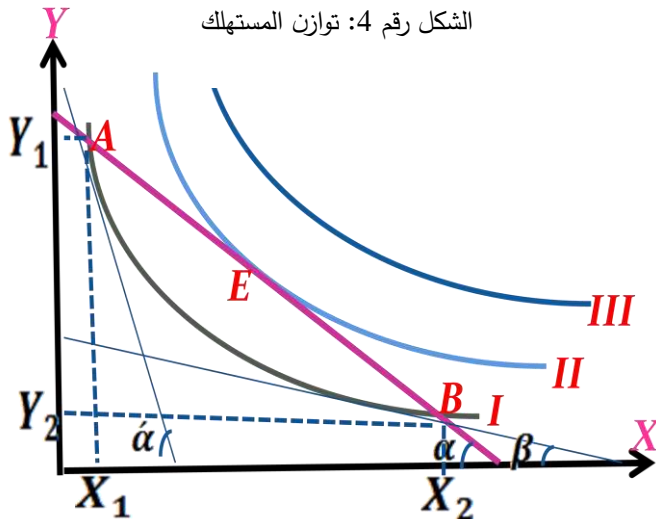


II-2-2 توازن المستهلك

يقتضي السلوك الرشيد بأن يختار المستهلك تركيباً من السلعتين (x, y) يقع على أعلى منحنى سواء ممكن، ونقول (ممكن) لأن حريته في الاختيار مقيدة بدخله المحدود (أو المخصص للإنفاق) وبأسعار التي سيشتري بها السلع، وبالتالي فإن المستهلك لا يستطيع أن يختار التركيب الذي يريده من على خارطة السواء، ولو ترك له الخيار لاختار كميات لا نهائية من السلعتين، إلا أنه يجب أن يأخذ بالاعتبار دخله (المحدود نسبياً) وأسعار السلع، أي أن يقيد نفسه بقيد ميزانيته، أي أن يختار واحداً من التركيب التي يتشكل منها مستقيم الميزانية، على أن يكون هذا التركيب واقعاً على أعلى منحنى سواء ممكن، أي أن يحقق له أعلى مستوى إشباع ممكن، إن التركيب الأمثل من السلعتين (x, y) وهو تركيب وحيد، يقوم على الارتباط بين مستقيم الميزانية وخارطة السواء، وتتمثل هذه الحالة بيانياً على نقطة التماس بين تحذب منحنى السواء وخط الميزانية، وعند هذه النقطة يتساوى ميل خط الميزانية

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{P_x}{P_y} \text{ أي: مع ميل منحنى السواء}$$

والشكل الموالي يوضح ذلك.



نلاحظ من الشكل أنه يقع تماس بين خط الميزانية و منحنيات السواء في ثلاثة نقاط هي (A,E,B) حيث أن المستهلك عند كل نقطة منها ينفق كل دخله مما يعني أن الشرط الأول محقق ، لكن الشرط الثاني ليس ممكن بالنسبة لكل النقاط و الذي مفاده كلما إبتعد منحنى السواء عن نقطة الأصل كلما كان مستوى الإشباع أكبر.

وبما أن النقطتين B و A تنتمي إلى منحنى السواء I و أن النقطة E تنتمي إلى منحنى السواء II فإن مستوى الإشباع في II أكبر من I مما يعني أن النقطة E تمثل توليفة التوازن للمستهلك.

وكقاعدة عامة التوليفة التوازنية حسب نظرية منحنيات السواء هي التوليفة التي تكون نقطة تماس منحنى السواء مع خط الميزانية.

II-2-3 دالة المنفعة وتوازن المستهلك

بيننا فيما سبق كيفية حساب توازن المستهلك في حالة بيانات متقطعة (أي المعطيات على شكل جدول)، لنفترض الآن أن منفعة المستهلك يمكن تحديدها على شكل دالة مستمرة وقابلة للاشتقاق، ومعنى أنها مستمرة، أنه لا يمكن الانتقال من قيمة إلى قيمة أخرى دون المرور بقيم وسيطية، وهذا مجرد فرضية ، لأنها غير واقعية تماما، فهناك بعض السلع لا

يمكن تجزئة كمياتها كالسيارات مثلا ، والقول باستمرارية دالة المنفعة فقط من أجل تسهيل استخدام بعض الأدوات الرياضية، وتسهيل دراسة سلوك المستهلك.

وتكتب دالة المنفعة على الشكل التالي: $UT = f(x, y)$

وفي حالة بيانات متصلة، يكون المستهلك في حالة توازن إذا كانت دالة المنفعة في أعظم قيمة لها، مع مراعاة قيد الميزانية.

II-2-3-1 تعظيم دالة المنفعة باستخدام طريقة مضروب لاغرانج Lagrange

يمكن أن نحصل على كميات التوازن باستعمال مضاعف لاغرانج التي تم اقتراحها من طرف الباحثين Tucher and khun حيث تقوم على أنه إذا كانت دالة المنفعة معرفة بدلالة إستهلاك جملة من السلع $UT = f(x, y, z, \dots, n)$ وأن الميزانية الاستهلاكية محددة بالإضافة إلى معلومية أسعار السوق و المعبر عنها بالعلاقة $R = xP_x + yP_y + \dots + nP_n$ فإنه يمكن تحديد توليفة التوازن وفق طريقة لاغرانج ، ولتبسيط عملية تطبيق الطريقة نفرض أن المستهلك (A) يستهلك سلعتين فقط لتعظيم مستوى إشباعه ، وبالتالي فإن تعظيم معادلة المنفعة وقيد الميزانية يصاغ بالصورة التالية:

$$\begin{cases} \text{Max} & UT = f(x, y, z, \dots, n) \\ \text{s/c} & R = xP_x + yP_y + \dots + nP_n \end{cases}$$

وعليه فإنه يتم صياغة مضاعف لاغرانج وفق الطريقة التالية:

$$L = (\text{دالة الهدف}) + \lambda (\text{دالة القيد في صيغتها الصفرية})$$

وتمثل λ مضاعف لاغرانج، أما اقتصاديا فهي منفعة وحدة النقد الواحدة، وطالما أن هدف المستهلك هنا هو تعظيم المنفعة تحت قيد الدخل والأسعار، فتكون دالة المنفعة هي دالة الهدف، ومعادلة خط الميزانية هي دالة القيد ونكتب دالة لاغرانج كالتالي (إفترض وجود سلعتين):

$$L = f(x, y) + \lambda(R - xP_x - yP_y)$$

لإيجاد قيم التوليفة التوازنية من (x, y) يجب تحقيق الشرطين التاليين:

الشرط اللازم: المشتقات الجزئية الأولى لدالة لاغرانج بالنسبة للمتغيرات الثلاث (x, y, λ)

يجب أن تساوي الصفر، أي أن:

$$\begin{cases} \hat{L}_x = 0 \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x} - \lambda P_x = 0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial x}}{P_x} \dots \dots \dots (01) \\ \hat{L}_y = 0 \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y} - \lambda P_y = 0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial y}}{P_y} \dots \dots \dots (02) \\ \hat{L}_\lambda = 0 \Rightarrow R - xP_x + yP_y = 0 \dots \dots \dots (03) \end{cases}$$

بإجراء المساواة بين (01) و (02) ثم نعوضها في (03) نحصل على قيم (x, y, λ) .

ومنه كذلك نستنتج أن: $\frac{UM_x}{P_x} = \frac{UM_y}{P_y}$ وهذا هو الشرط الأول للتوازن حسب نظرية المنفعة

الحدية الذي توصلنا إليه سابقا في حالة البيانات المتقطعة.

الشرط الكافي: للتحقق من صحة النتائج المحصل عليها نقوم بحساب المشتقات الجزئية

الثانية لكل متغير لمضاعف لاغرانج الذي يجب أن تكون سالبة، أو أن يكون المحدد

الهيبي $|H|$ أكبر من الصفر.

$$|H| = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 L}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial xy} & \frac{\partial^2 L}{\partial x\lambda} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial xy} & \frac{\partial^2 L}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial y\lambda} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial x\lambda} & \frac{\partial^2 L}{\partial y\lambda} & \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda^2} \end{vmatrix} > 0$$

مثال:

بافتراض أن للمستهلك دالة منفعة كلية يمكن صياغتها وفق المعادلة التالية:

$$UT = 5x \cdot y$$

بينما يقدر حجم الإنفاق الاستهلاك للسلعتين ب $R = 20$ كما أن $P_x = 1$ و P_y = 2 والمطلوب تحديد الكميات التي يتوجب على المستهلك شرائها لتحقيق أقصى قدر ممكن من المنفعة وفق طريقة لاغرانج؟

الحل النموذجي: يمكن صياغة دالة المنفعة الكلية وقيود الميزانية على الشكل التالي:

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & UT = 5x.y \\ \text{s/c} \quad & R = x + y2 \end{aligned}$$

وبالتالي فإن دالة لاغرانج تكتب كما يلي:

$$L = 5x.y + \lambda(20 - x - y2)$$

أولاً_ الشرط الضروري:

لتعظيم هذه الدالة يجب أن تكون المشتقات الجزئية الأولى للدالة L معدومة أي:

$$\begin{cases} \hat{L}_x = 0 \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x} - \lambda P_x = 0 \Leftrightarrow \lambda = 5y \dots \dots \dots (01) \\ \hat{L}_y = 0 \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y} - \lambda P_y = 0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{5x}{2} \dots \dots \dots (02) \\ \hat{L}_\lambda = 0 \Rightarrow 20 - x + y2 = 0 \dots \dots \dots (03) \end{cases}$$

إجراء المساواة بين (01) و (02) نحصل على:

$$5y = \frac{5x}{2} \Rightarrow y = \frac{x}{2} \dots \dots \dots (04)$$

وبتعويض قيمة y من (04) وتعويضها في (03) نحصل على:

$$20 - x + \left(\frac{x}{2}\right) 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 5 \\ \lambda = 25 \end{cases}$$

ومنه فإن التوليفة التي تحقق التوازن تتمثل في إقتناء 10 وحدة من السلعة الأولى x و 5 وحدة من السلعة الثانية y .

ثانياً_ الشرط الكافي: نقوم بحساب المحدد الهيسي والذي يجب أن يكون موجب حتى يمكننا الإقرار بأن التوليفة التي تم تحديدها تمثل التوليفة المثلى لهذا المستهلك.

$$|H| = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 L}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial xy} & \frac{\partial^2 L}{\partial x\lambda} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial xy} & \frac{\partial^2 L}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial y\lambda} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial x\lambda} & \frac{\partial^2 L}{\partial y\lambda} & \frac{\partial^2 L}{\partial \lambda^2} \end{vmatrix} \Rightarrow |H| = \begin{vmatrix} 0 & 5 & -1 \\ 5 & 0 & -2 \\ -1 & -2 & 0 \end{vmatrix}$$

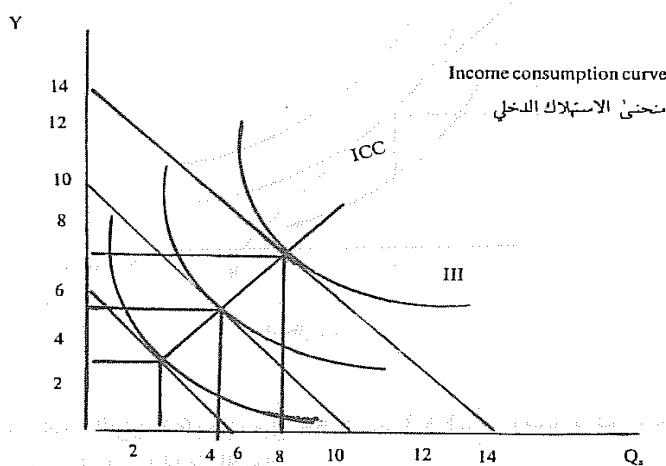
$$|H| = 0 \begin{vmatrix} 0 & -2 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} - (5) \begin{vmatrix} 5 & -2 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} + (-1) \begin{vmatrix} 5 & 0 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} \Rightarrow |H| = 20$$

بما أن إشارة المحدد الهيسي موجبة فهذا يعني أن التوليفة السلعية (5;10) تحقق توازن المستهلك عند أقصى مستوى إشباع يقدر ب $UT = 5(10 \times 5) = 75$ بإستعمال جميع دخله المقدر ب 20 دج.

II-2-4 منحى الإستهلاك الدخل و السعر

II-2-4-1 منحى الإستهلاك الدخل

إذا ما ارتفع الدخل مع بقاء الأسعار ثابتة فإن منحى السواء سينتقل إلى أعلى و من ثم تتغير نقطة التوازن و عند الربط بين نقاط التوازن نحصل على منحى يسمى منحى استهلاك- الدخل، وهو المحل الهندسي لمجموعة النقاط التوازنية المختلفة الناتجة عن تغير في الدخل الحقيقي مع ثبات العوامل الأخرى على حالها.

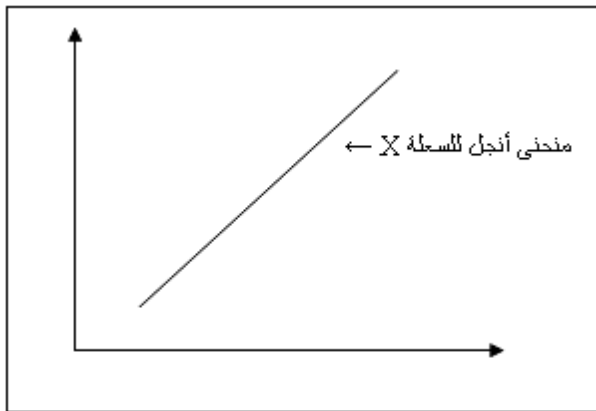


وعليه إذا كان دخل المستهلك يتغير، وأسعار السلع تبقى ثابتة، معنى هذا أن مستوى استهلاك المستهلك لهذه السلع يتغير بالارتفاع أو الانخفاض حسب اتجاه تغير الدخل من

جهة، وحسب الطبيعة الاقتصادية للسلع من جهة أخرى، وبيانها ينعكس هذا على خط الميزانية، حيث ينتقل إلى الأعلى في حال تزايد الدخل، وينتقل إلى الأسفل في حال انخفاضه، وتتقل خط الميزانية يكون بشكل متوازي وذلك لثبات ميله والذي يتحدد بالنسبة بين الأسعار (كما رأينا سابقا) والتي افترضنا بقائها ثابتة، وإن لكل مستوى دخل وضع توازني جديد هو نقطة تماس مع منحنى سواء جديد آخر معين مع خط الميزانية الجديد، والشكل السابق يوضح أثر الزيادة في الدخل المخصص للإستهلاك مع فرض ثبات العوامل المؤثرة الأخرى.

منحنى أنجل

يسمح منحنى إستهلاك الدخل بإشتقاق منحنى يمكن من الربط بين الكميات المستهلكة من إحدى السلع و التغير الذي يحدث على مستوى الدخل و الذي يدعى بمنحنى إنجل "Engel" كما هو موضح في الشكل التالي.



ويمكن تعريفه بأنه عبارة عن المحل الهندسي للكميات المثلى من سلعة معينة بدلالة دخل المستهلك

وبالمثل يمكن تمثيل منحنى أنجل للسلعة y ، ونلاحظ من الشكل السابق أن منحنى أنجل للسلعة x ذو ميل موجب أي أن هناك علاقة طردية بين دخل المستهلك والكمية المستهلكة من السلعة x ، وهذا يعني أن السلعة x هي سلعة عادية ، يزيد استهلاك المستهلك لها كلما تحسن دخله والعكس صحيح.

مثال:

لدينا المعطيات التالية: $R = 200 / P_y = 5 / P_x = 10 / UT = 4x.y$

المطلوب:

- أ. أوجد نقطة التوازن لهذا المستهلك الذي يسعى لتعظيم منفعته في حدود دخله المتاح؟
 ب. إذا بقيا سعر السلعتين x و y ثابتين وتغير دخل المستهلك من 200 إلى 300 ثم إلى 400، ابحث عن نقاط التوازن المختلفة.

ت. ابحث عن معادلة المنحنى الذي يمر بهذه النقاط التوازنية.

الحل:

أ. تحديد التوازن

$$\frac{UM_x}{P_x} = \frac{UM_y}{P_y} \Rightarrow \frac{4y}{10} = \frac{4x}{5} \Rightarrow y = 2x \dots \dots \dots (1)$$

$$200 = 10x + 5y \Rightarrow 200 = 20x \Rightarrow \begin{cases} x_0^* = 10 \\ y_0^* = 20 \end{cases}$$

ب. عندما يرتفع الدخل إلى 300 ثم 400، فإن نقطة التوازن تتغير وباستعمال علاقة

التوازن رقم (1) تصبحا:

$$R = 300 \Rightarrow \begin{cases} x_1^* = 15 \\ y_1^* = 30 \end{cases}$$

$$R = 400 \Rightarrow \begin{cases} x_2^* = 20 \\ y_2^* = 40 \end{cases}$$

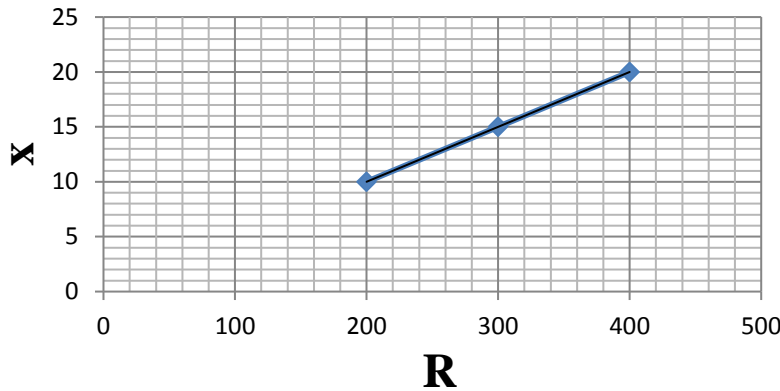
ث. لإيجاد معادلة منحنى استهلاك دخل الذي يمر بهذه النقاط التوازنية:

نقوم بإنشاء جدول يبين قيم الدخل وقيم x المرافقة لهذا التغير وعليه فإن معادلة هذاالمنحنى هي من الشكل: $x = a + bR$

400	300	200	R
20	15	10	x
0,05	0,05	-	$\frac{\Delta x}{\Delta R}$

$$10 = a + 0.05(200) \Rightarrow a = 0$$

منحنى أنجل

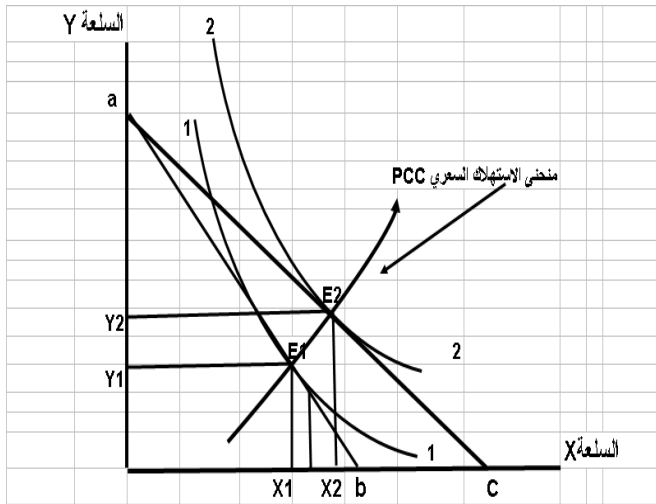


II-2-4-2 منحنى الإستهلاك السعر

إذا تغير سعر إحدى السلعتين، وبقي الدخل وسعر السلعة الأخرى ثابتين، فإن هذا يؤثر أيضا على توازن المستهلك وذلك لتغير قدرته الشرائية، و عليه فإن خط الميزانية سيتغير و من ثم تتغير نقطة التوازن و إذا ما استمر السعر بالانخفاض نحصل على عدة نقاط توازن، وعند الربط بينها نحصل على منحنى يسمى منحنى الإستهلاك- السعر.

ومن الواضح أن ميل خط الميزانية هذه المرة سيتغير لأن النسبة بين الأسعار، والتي تمثل ميله ستتغير بتغير أحد السعرين.

فإذا افترضنا مثلا أن سعر إحدى السلعتين وليكن P_x قد تغير نحو الإنخفاض ($P_{x1} > P_{x2}$) فإن ذلك سيؤثر على الدخل الحقيقي للمستهلك وبالتالي على كميات السلع، أي أن المستهلك سينتقل إلى مستوى إشباع آخر أعلى من المستوى الذي كان عليه، والذي يفسر هندسيا إنتقال منحنى السواء نحو اليمين وعلى خط ميزانية جديد $\frac{R}{P_{x2}}$ مما يعنى أنه يتيح للمستهلك فرصة الحصول على توليفة إستهلاكية أكبر مما كان عليها سابقا قبل إنخفاض سعر السلعة x مع ثبات أسعار السلع الأخرى و الدخل المخصص للإستهلاك و الشكل رقم التالي يوضح ذلك.

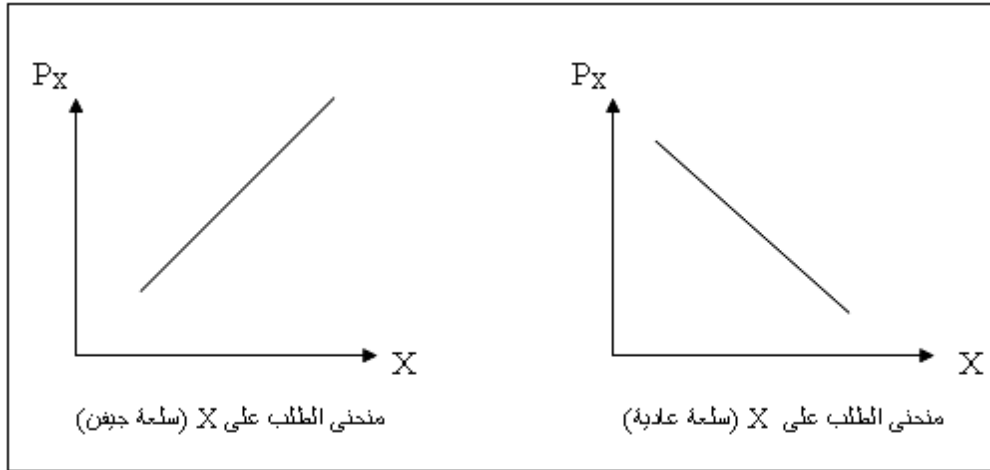


إن كل خط ميزانية جديد لديه توليفة توازنية حيث تمثل نقطة تماس منحني سواء مع خط الميزانية، وعندما نصل بين النقاط التوازنية نتحصل على منحنى يسمى منحنى استهلاك-سعر ويعرف بأنه : **المحل الهندسي للتوليفات التوازنية الناتجة عن تغير سعر السلعة وبقاء الدخل وأسعار السلع الأخرى ثابتة.**

اشتقاق منحنى الطلب:

من منحنى استهلاك سعر، يمكن اشتقاق منحنى وخر يوضح العلاقة المباشرة بين سعر السلعة والكمية المطلوبة منها، ويسمى هذا المنحنى بمنحنى الطلب ويمكن تعريفه بأنه المنحنى الذي يصور لنا العلاقة بين الكمية المطلوبة (التوازنية) من سلعة ما وسعرها. في الحالات العادية تكون هناك علاقة عكسية بين استهلاك السلعة وسعرها، بمعنى إذا ارتفع سعر السلعة فإن الكمية المطلوبة منها تنخفض، وإذا انخفض سعرها يزيد الطلب عليها، وهنا نقول إن هذه السلعة عادية.

في حالات خاصة تكون هناك علاقة طردية بين الطلب على السلعة وسعرها أي إذا ارتفع سعرها يزيد الطلب عليها والعكس، حيث إذا ارتفع سعر السلعة ولا يستطيع المستهلك الاستغناء عنها، قد يتخلى المستهلك عن استهلاكه للسلع الأخرى، وليحقق نفس مستوى الإشباع يزيد من استهلاكه لهذه السلعة ، فيزيد الطلب عليها، هذه الحالة تكون بالنسبة لسلعة **جيفن Giffen** ، مثل لخبز



II-2-4-3 أثر الدخل وأثر الإحلال في حالة سلعة عادية (تحليل سلوتسكي) :

رينا سابقا، كيف أن تغير السعر يؤدي إلى تغير الطلب على السلعة، فمثلا بالنسبة للسلعة العادية، انخفاض سعرها في السوق يؤدي إلى زيادة الكمية المطلوبة منها، إن أثر انخفاض السعر على الكمية المطلوبة يسمى بأثر السعر، أو أثر الثمن وهو الأثر الكلي.

لكن في الواقع إن الزيادة في الكمية المطلوبة نتيجة انخفاض السعر راجع لسببين، هما:
أولاً: هو أن بانخفاض سعر السلعة، وبقاء الدخل النقدي (الاسمي) ثابتا تتحسن القدرة الشرائية للمستهلك (أي الدخل الحقيقي)، فيصبح بإمكانه شراء كمية أكبر من الكمية الأولى قبل انخفاض السعر، إن الزيادة الراجعة لهذا السبب تسمى أثر الدخل، إذن يمكن تعريف أثر الدخل بأنه التغير فمي الكمية المطلوبة الراجعة إلى تغير القدرة الشرائية للمستهلك نتيجة تغير سعر السلعة وبقاء الدخل الاسمي وأسعار السلع الأخرى على حالها.

ثانياً: إن انخفاض سعر السلعة، وبقاء سعر السلعة الأخرى ثابت ، يؤدي بالمستهلك إلى إحلال السلعة التي انخفض سعرها محل السلعة التي بقي سعرها ثابت، فيزيد الطلب على الأولى، والزيادة الراجعة لهذا السبب تسمى أثر الإحلال، ومنه يمكن تعريف أثر الإحلال هو التغير في الكمية المطلوبة الناتج عن إحلال السلعة المنخفض سعرها محل السلعة المرتفع سعرها.

وكنتيجة نهائية: الأثر الكلي (أثر الثمن) = أثر الدخل + أثر الإحلال

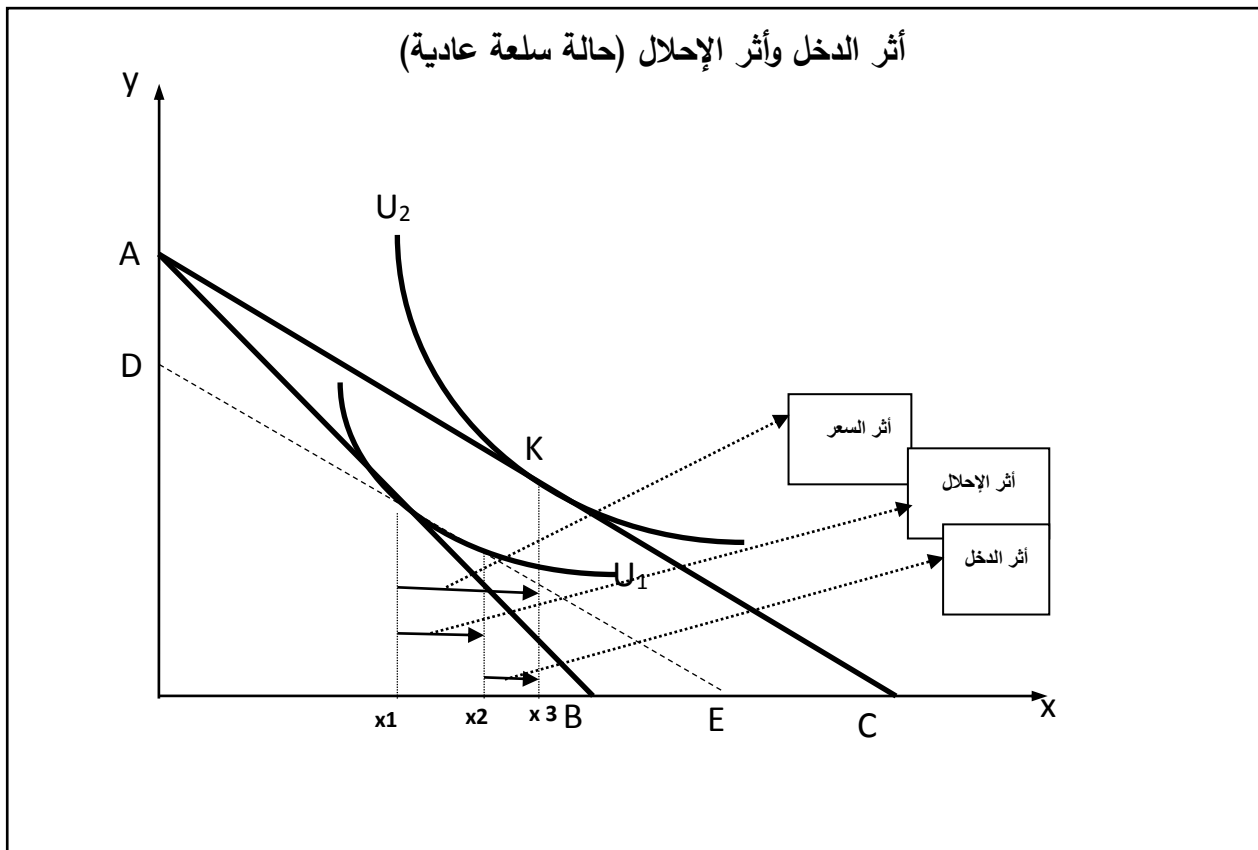
ينقص قانون الطلب على أنه كلما انخفض سعر السلعة كلما زادت الكمية المطلوبة منها مع ثبات العوامل الأخرى على حالها، والعكس صحيح، ولكن السؤال الذي يبرز هنا: ما الذي يجعل المستهلك يزيد من الكمية المطلوبة من السلعة عندما ينخفض سعرها ويقل عندما يرتفع سعرها مع ثبات العوامل الأخرى على حالها كالدخل النقدي والذوق وأسعار السلع البديلة والمكملة وغيرها؟

لا شك أنه عندما نتصدى للإجابة عن هذا السؤال فإننا نكون بصدد إيجاد تفسير لسلوك المستهلك حيال التغير في السعر أو بمعنى آخر نكون بصدد إيجاد تفسير حقيقي بكل تفاصيله لما يسمى بـ "أثر السعر" وببساطة هناك سببين لأثر السعر نفسر بهما سلوك المستهلك هما أثر الإحلال وأثر الدخل.

وعليه فانخفاض سعر السلعة X مع ثبات الدخل النقدي يعني ان مقدرة المستهلك على الشراء قد زادت أي ان دخله الحقيقي قد زاد الأمر الذي يحفزه على شراء وحدات إضافية ليس فقط من السلعة X وإنما من السلع الأخرى كذلك وهذا ما يسمى بأثر الدخل، ومن ناحية أخرى يلاحظ ان انخفاض سعر السلعة X مع بقاء العوامل الأخرى على حالها يعني ان السعر النسبي للسلعة X (نسبة إلى سعر السلعة الأخرى البديلة Y) قد انخفض الأمر الذي يحفز المستهلك لإحلال وحدات من السلعة X محل وحدات من السلعة Y وهذا ما يسمى بأثر

الإحلال، وعليه مما سبق يمكن القول أن: أثر السعر = أثر الدخل + أثر الإحلال

والشكل الموالي يبين الأثر الكلي وما يتضمنهما من الأثرين



التحليل:

إن التغير الكلي الناجم عن التغير في السعر والذي هو أثر السعر ممثل في الكمية $x_3 - x_1$ ومما سبق إن التغير الكلي أو اثر السعر ما هو إلا نتاج لأثرين هما أثر الإحلال وأثر الدخل كما هو مبين في الشكل، وللوصول للهدف وهو التغير الكلي نستعمل خط ميزانية وهمي هو DE بحيث يكون مواز لخط الميزانية الجديد AC والذي يأخذ بعين الإعتبار التغير النسبي في الأسعار ودخله الحقيقي لا يتغير وهو مساوي للدخل الحقيقي لخط الميزانية القديم AB وله تماس مع منحنى سواء U_1 ومنه فإن التغير في الأسعار النسبية أعطتنا خط ميزانية DE وبالتالي فإن الأسعار النسبية ل السلعة x إنخفضت بالمقارنة مع أسعار النسبية للسلع البديلة y فتم إحلالها (أي السلعة x) محل السلعة y وبالتالي زادت الكمية المطلوبة من السلعة x من x_1 إلى x_2 وهذا ما يسمى بأثر الإحلال، وبإستبعاد التغير في الأسعار النسبية فإن الإنخفاض في الأسعار يؤدي إلى إنتقال مواز

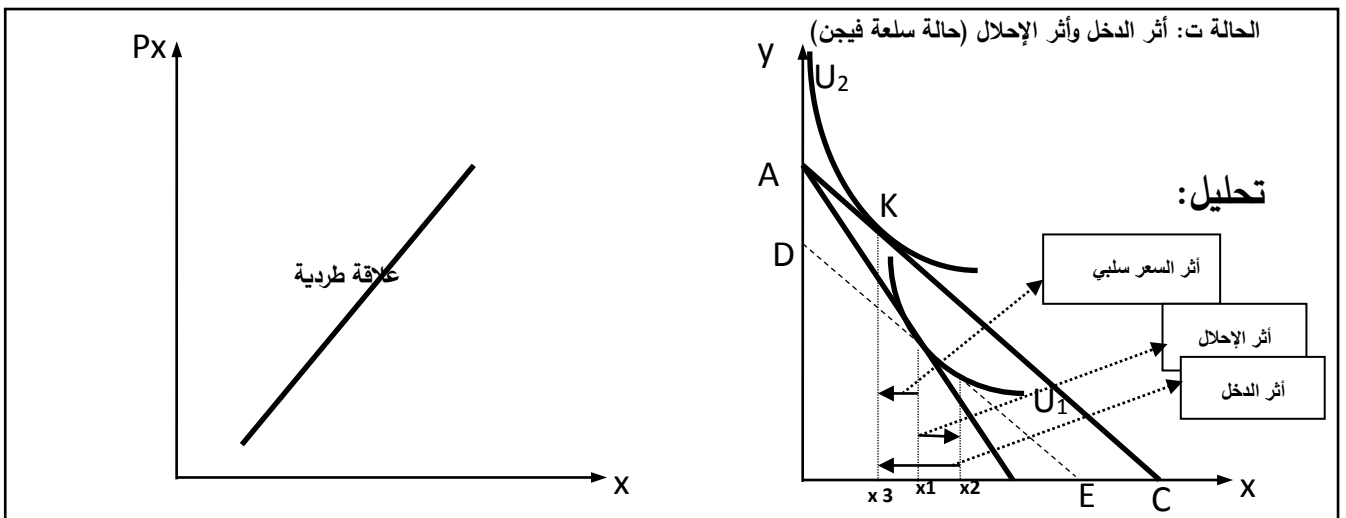
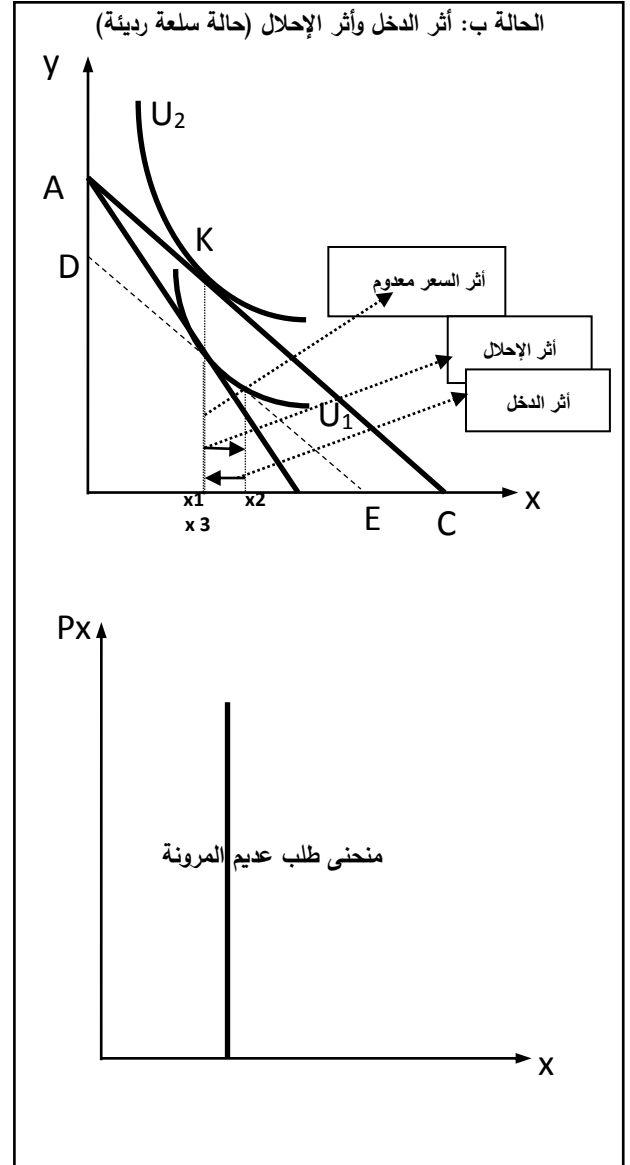
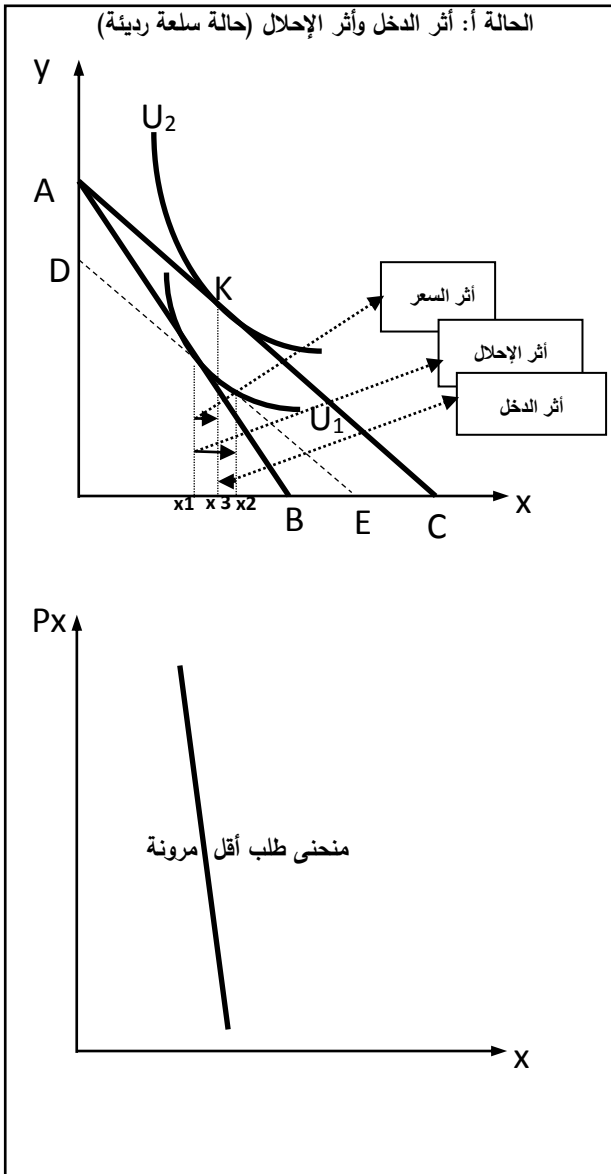
لخط الميزانية الوهمي DE لن دخله الحقيقي أكبر من من الدخل الحقيقي ل DE لأن إنخفاض سعر السلعة x مع بقاء الدخل النقدي ثابت و سعر السلعة y ثابتة زادت من القدرة الشرائية للمستهلك من السلعة x وبالتالي تزيد الكمية المطلوبة من x من x_2 إلى x_3 والتي هي في الأساس أثر الدخل.

وعليه فإن أثر السعر ما هو إلا نتاج أو تفاعل أثرين هما أثر الإحلال وأثر الدخل ويجدر الإشارة هنا أن السلعة عادية أي كلما زاد الدخل زاد الطلب عليها، أي أن أثر الدخل يعمل في نفس اتجاه أثر الإحلال ومدعما له، أي يزيد من الكمية المطلوبة كما هو مبين في الشكل السابق.

II-2-4-4 أثر الدخل وأثر الإحلال في حالة سلعة رديئة وسلعة رديئة جدا :

نعني بسلعة رديئة هي كل سلعة كلما زاد الدخل نقصت الكمية المطلوبة منها، وعليه وكما هو معروف فإن أثر السعر هو أثر الإحلال + أثر الدخل وبالتالي ففي حالة السلعة العادية فإن أثر الدخل يعمل في نفس اتجاه أثر الإحلال ومدعما له، أما في حالة سلعة رديئة فإن أثر الدخل يعمل في عكس اتجاه أثر الإحلال ولا يكون مدعما له، ومن هنا نلاحظ ثلاث حالات وهي:

- أ. أثر الدخل يعمل في عكس اتجاه أثر الإحلال وأقل منه نحن أمام سلعة رديئة .
- ب. أثر الدخل يعمل في عكس اتجاه أثر الإحلال ومساويا له نحن أمام سلعة رديئة.
- ت. أثر الدخل يعمل في عكس اتجاه أثر الإحلال وأكبر منه نحن أمام سلعة رديئة جدا وتسمى سلعة فيجن.



نلاحظ أنه في كل الحالات الثلاث السابقة كما في السلعة العادية أثر الإحلال له علاقة عكسية مع إنخفاض السعر النسبي للسلعة x فعند إنخفاض سعرها فإن سعرها النسبي ينخفض بالنسبة لسعر بديلها y والتي أصبحت أعلى نسبياً فينتقل منحني الدخل من AB إلى DE والذي له نفس الدخل الحقيقي مع التغير في الأسعار النسبية فقط، وبما أننا على نفس مستوى الإشباع الأول U_1 فإننا سوف نقوم بإحلال كميات من x مكان السلعة y وبالتالي زيادة الوحدات المطلوبة من x من x_1 إلى x_2 ، وأما أثر الدخل فنلاحظ انه يعمل عكس اتجاه أثر الإحلال ولكنه أقل منه قيمة مطلقة في الأثر لأن السلعة رديئة، وعليه فإن التغير أو الأثر النهائي لهذه الحالة فإن الطلب على السلعة x سوف يزيد في النهاية بمقدار $x_3 - x_1$ ، وهذا يكون في حالة طلب قليل المرونة (أنظر الشكل: حالة أ).

أما في الحالة الثانية أثر الدخل يعمل عكس اتجاه أثر الإحلال ولكنه مساوياً له كقيمة مطلقة في الأثر لأن السلعة رديئة، وعليه فإن التغير أو الأثر النهائي للطلب على السلعة x في هذه الحالة سوف يكون معدوم، وهذا يكون في حالة طلب عديم المرونة (أنظر الشكل: حالة ب)، ففي النهاية اثر الدخل السلبي كان مساوياً لأثر الإحلال الإيجابي.

أما في الحالة الثالثة أثر الدخل يعمل عكس اتجاه أثر الإحلال ولكنه أكبر منه كقيمة مطلقة في الأثر لأن السلعة رديئة جداً (سلعة فيجن نسبة لمن إكتشفها)، وعليه فإن التغير أو الأثر النهائي للطلب على السلعة x في هذه الحالة سوف يكون سلبي، أي أن الكمية المطلوبة من x قلت رغم إنخفاض سعرها (أنظر الشكل: حالة ت)، ففي النهاية اثر الدخل السلبي كان أكبر من أثر الإحلال الإيجابي.

نتيجة نهائية مستخلصة من الحالات الثلاث السابقة: ليس كل سلعة رديئة أو دنيا هي

سلعة فيجن.

II-2-4-5 معادلة سلوتسكي لأثر الإحلال والدخل:

يؤدي تغير سعر سلعة إلى تأثير مزدوج أي أثر الإحلال وأثر الدخل، وفي هذا الإطار تشير معادلة سلوتسكي إلى الأثر الكلي وتمثل قيمة كل أثر على توازن المستهلك.

أولاً: اشتقاق معادلة سلوتسكي:

يمكن أن نحصل على كميات التوازن باستعمال مضاعف لاگرانج، حيث تقوم على أنه إذا كانت دالة المنفعة معرفة بدلالة إستهلاك جملة من السلع $UT = f(x, y, z, \dots, n)$ وأن الميزانية الاستهلاكية محددة بالإضافة إلى معلومية أسعار السوق و المعبر عنها بالعلاقة $R = xP_x + yP_y + \dots + nP_n$ فإنه يمكن تحديد توليفة التوازن وفق طريقة لاگرانج، ولتبسيط عملية تطبيق الطريقة نفرض أن المستهلك (A) يستهلك سلعتين فقط لتعظيم مستوى إشباعه، وبالتالي فإن تعظيم معادلة المنفعة وقيده الميزانية يصاغ بالصورة التالية:

$$\begin{cases} \text{Max} & UT = f(x, y, z, \dots, n) \\ \text{s/c} & R = xP_x + yP_y + \dots + nP_n \end{cases}$$

وعليه فإنه يتم صياغة مضاعف لاگرانج وفق الطريقة التالية:

$$L = (\text{دالة الهدف}) + \lambda (\text{دالة القيد في صيغتها الصفرية})$$

وتمثل λ مضاعف لاگرانج، أما اقتصادياً فهي منفعة وحدة النقد الواحدة، أو مقدار تغير المنفعة الكلية نتيجة تغير دالة القيد بوحدة واحدة، إذن هو الميل الحدي للدخل، وطالما أن هدف المستهلك هنا هو تعظيم المنفعة تحت قيد الدخل والأسعار، فتكون دالة المنفعة هي دالة الهدف، ومعادلة خط الميزانية هي دالة القيد ونكتب دالة لاگرانج كالتالي (إفترض وجود سلعتين):

$$L = f(x, y) + \lambda(R - xP_x - yP_y)$$

لإيجاد قيم التوليفة التوازنية من (x, y) يجب تحقيق الشرطين التاليين:

الشرط اللازم: المشتقات الجزئية الأولى لدالة لاغرانج بالنسبة للمتغيرات الثلاث (x, y, λ) يجب أن تساوي الصفر، أي الوصول للنهايات العظمى وبالتالي:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{L}_x = 0 \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x} - \lambda P_x = 0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial x}}{P_x} \dots \dots \dots (01) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{L}_y = 0 \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y} - \lambda P_y = 0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{\frac{\partial f}{\partial y}}{P_y} \dots \dots \dots (02) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{L}_\lambda = 0 \Rightarrow R - xP_x + yP_y = 0 \dots \dots \dots (03) \end{array} \right.$$

وعليه قد يتغير توازن المستهلك إذا حدثت تغيرات في الأسعار والدخل، ولإيجاد قوة أثر تغير الأسعار والدخل على نفقات المستهلك نعتبر أن المتغيرات تتغير في نفس الوقت، ولحساب ذلك نستعمل التفاضل الكلي لجملة المعادلات السابقة فتصبح:

$$\left\{ \begin{array}{l} f_{xx}dx + f_{xy}dy - P_x d\lambda - \lambda dP_x = 0 \\ f_{yx}dx + f_{yy}dy - P_y d\lambda - \lambda dP_y = 0 \\ dR - P_x dx - x dP_x - P_y dy - y dP_y = 0 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} f_{xx}dx + f_{xy}dy - P_x d\lambda = \lambda dP_x \\ f_{yx}dx + f_{yy}dy - P_y d\lambda = \lambda dP_y \dots \dots \dots (I) \\ -P_x dx - P_y dy = x dP_x + y dP_y - dR \end{array} \right.$$

باعتبار dP_y, dP_x, dR متغيرات سابقة فإن جملة معادلات السابقة (I) تكتب على الشكل التالي:

$$\begin{bmatrix} f_{xx} & f_{xy} & -P_x \\ f_{yx} & f_{yy} & -P_y \\ -P_x & -P_y & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ d\lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda dP_x \\ \lambda dP_y \\ x dP_x + y dP_y - dR \end{bmatrix}$$

هذه المصفوفة من الشكل: $D.X = b$

وباستعمال طريقة كرامر نحصل على:

$$\begin{cases} dx = \frac{\lambda dP_x |D_{11}| - \lambda dP_y |D_{21}| + (xdP_x + ydP_y - dR) |D_{31}|}{|D|} \dots \dots \dots (I - 1) \\ dy = \frac{-\lambda dP_x |D_{12}| + \lambda dP_y |D_{22}| - (xdP_x + ydP_y - dR) |D_{32}|}{|D|} \dots \dots \dots (I - 2) \\ d\lambda = \frac{\lambda dP_x |D_{13}| - \lambda dP_y |D_{23}| + (xdP_x + ydP_y - dR) |D_{33}|}{|D|} \dots \dots \dots (I - 3) \end{cases}$$

حيث أن:

$|D|$: هو محدد المصفوفة D

$|D_{23}|$: هو المرافق الجبري للعنصر (ij) في المصفوفة الأصلية D بحيث:

i : الصف و j : العمود.

وعليه يمكن حساب:

أ. أثر تغير السعر:

نفترض أن P_y و R ثابت أي: $dP_y = 0$ ، $dR = 0$ ، وعليه نستنتج من معادلة تغير dx بالنسبة لتغير سعرها dP_x ما يلي:

$$\frac{dx}{dP_x} = \frac{\lambda |D_{11}|}{|D|} + \frac{x |D_{31}|}{|D|} \dots \dots \dots (1)$$

الآن نفترض أن P_x و R ثابت أي: $dP_x = 0$ ، $dR = 0$ ، وعليه نستنتج من معادلة تغير dx بالنسبة لتغير سعر بديلتها dP_y ما يلي:

$$\frac{dx}{dP_y} = \frac{-\lambda |D_{21}|}{|D|} + \frac{y |D_{31}|}{|D|} \dots \dots \dots (2)$$

ب. أثر تغير الدخل:

نفترض أن P_x و P_y ثابت أي: $dP_x = 0$ ، $dP_y = 0$ ، وعليه نستنتج من معادلة تغير dx بالنسبة لتغير الدخل dR ما يلي:

$$\frac{dx}{dR} = \frac{-|D_{31}|}{|D|} \dots \dots \dots (3)$$

وعليه بتعويض المعادلة (3) في المعادلة (1) و (2) نكتب المعادلتين (1) و (2) كالتالي:

$$\frac{dx}{dP_x} = \frac{\lambda|D_{11}|}{|D|} - x \frac{dx}{dR} \dots \dots \dots (4)$$

$$\frac{dx}{dP_y} = \frac{-\lambda|D_{21}|}{|D|} - y \frac{dx}{dR} \dots \dots \dots (5)$$

ت. أثر تغير السعر والدخل في آن واحد:

نعتبر تغير P_x الذي يليه تغير في منحنى الدخل حتى يبقى المستهلك على نفس منحنى

$$dUT = 0 \Rightarrow f_x dx + f_y dy = 0 \Leftrightarrow \frac{f_x}{f_y} = -\frac{dy}{dx} \quad \text{السواء، هذا يعني أن:}$$

$$\frac{f_x}{f_y} = -\frac{dy}{dx} = \frac{P_x}{P_y} = TMS \quad \text{وكذلك لدينا في التوازن:}$$

حيث أن: f_x هي UM_x و f_y هي UM_y

ومن المعدل الحدي للإحلال نجد: $P_x dx + P_y dy = 0$

ومنه نكتب المعادلة الثالثة من جملة المعادلات (I) لتصبح على الشكل التالي:

$$x dP_x + y dP_y - dR = 0$$

وبافتراض أن $dP_y = 0$ نقسم المعادلة (I - 1) على dP_x لتصبح:

$$\left(\frac{dx}{dP_x}\right):dUT=0 = \frac{\lambda|D_{11}|}{|D|} \dots \dots \dots (7)$$

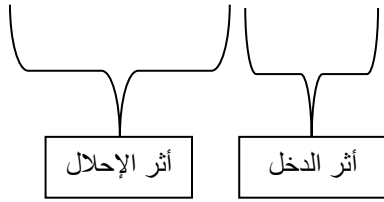
تمثل العلاقة (7) أثر الإحلال وذلك لأن السعر تغير ولكننا حافظنا على مستوى الإشباع.

ومنه تكتب المعادلة (4) على الشكل التالي:

$$\frac{dx}{dP_x} = \left(\frac{dx}{dP_x}\right):dUT=0 - x \frac{dx}{dR} \dots \dots \dots (9)$$

وعليه تدعى المعادلة (9) بمعادلة سلوتسكي وهي تشير إلى مجموع الأثرين الإحلال والدخل.

$$\frac{dx}{dP_x} = \underbrace{\left(\frac{dx}{dP_x}\right)_{dUT=0}}_{\text{أثر الإحلال}} - x \underbrace{\frac{dx}{dR}}_{\text{أثر الدخل}} \dots \dots \dots (9)$$



ثانيا: دراسة عناصر معادلة سلوتسكي

1.

$$\left(\frac{dx}{dP_x}\right)_{dUT=0} = \frac{\lambda |D_{11}|}{|D|} \text{ إذا اعتبر أثر الإحلال:}$$

ويلاحظ من شروط الدرجة الثانية أن: $|D| > 0$ و:

$$\lambda = \frac{dUT}{dR} \Rightarrow \lambda > 0 \quad \text{و:} \quad |D_{11}| = \begin{vmatrix} f_{yy} & -P_y \\ -P_y & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow |D_{11}| = -P_y^2 < 0$$

وعليه مما كل سبق فإن: $\left(\frac{dx}{dP_x}\right)_{dUT=0} = \frac{\lambda |D_{11}|}{|D|} < 0$ معناه كلما نقص سعر السلعة x زادت الكمية المطلوبة من x التي تحل محل السلعة y لكي يبقى المستهلك على نفس مستوى الإشباع.

2. يؤدي الإرتفاع في الدخل الحقيقي إلى زيادة الكمية المستهلكة في حالة السلعة العادية

أي :

$$\frac{dx}{dR} > 0 \text{ إذن أثر الدخل يكون على شكل } -x \frac{dx}{dR} < 0 \text{ وعليه كما نرى أثر الدخل هو}$$

سالِب أي في نفس إتجاه أثر الإحلال الذي هو كذلك سالِب ومدعما له، وعليه فإن الأثر الكلي للسعر P_x سالِب أي: $\left(\frac{dx}{dP_x}\right)_{dUT=0} - x \frac{dx}{dR} < 0$ وبما أن السعر إنخفض فإن

$$dP_x < 0 \text{ وبالتالي من العلاقة (9) نستنتج } dx > 0$$

3. إنطلاقا من إنخفاض سعر السلعة x (والتي نعتبرها رديئة)، يؤدي الإرتفاع في

الدخل الحقيقي نقص في الكمية المستهلكة أي أن $\frac{dx}{dR} < 0$ لأنها سلعة رديئة،

وبالتالي فإن أثر الدخل يكون موجب $-x \frac{dx}{dR} > 0$ ويعمل عكس أثر الإحلال.

وعليه إذا كان:

- ✓ أثر الدخل موجب وأقل أو يساوي في القيمة المطلقة من أثر الإحلال فالسلعة رديئة.
- ✓ أثر الدخل موجب وأكبر في القيمة المطلقة من أثر الإحلال فالسلعة رديئة جدا أي سلعة فيجن.

ثالثا: دراسة الآثار التبادلية

تدعى سلعتان x و y بسلعتين تبادليتين إذا كانت هذه السلعتين تلبي نفس الإحتياجات بالنسبة للمستهلك، وتدعى سلعتان x و y متكاملتين إذا كانت هذه السلع تستهلك مع بعضهما البعض لتلبية إحتياجات بالنسبة للمستهلك، وبهذا التعريف القهوة والشاي سلعتان بديلتان، وتمثل السيارة والبنزين سلعتان متكاملتان، وعليه وإنطلاقا من تحليل سلوتسكي فإن:

1. أثر السلعة x على الكمية المطلوبة من y

$$\text{لدينا: } dy = \frac{-\lambda dP_x |D_{12}| + \lambda dP_y |D_{22}| - (x dP_x + y dP_y - dR) |D_{32}|}{|D|}$$

نفترض أن P_y و R ثابتت أي $dP_y = 0$ و $dR = 0$ وبالتالي:

$$dy = \frac{-\lambda dP_x |D_{12}| - x dP_x |D_{32}|}{|D|} \Rightarrow \frac{dy}{dP_x} = \frac{-\lambda |D_{12}|}{|D|} - \frac{x |D_{32}|}{|D|}$$

✓ وعليه تكون السلعتان تبادليتان إذا كان أثر الإحلال موجب ($\frac{-\lambda |D_{12}|}{|D|} > 0$ أي

$((\frac{dy}{dP_x})_{dUT=0} > 0$ ، وعليه كلما إرتفع سعر السلعة x إرتفع سعرها النسبي مما

أدى إلى إحلال وحدات من y محل وحدات من x وبالتالي هما بديلتان أي كان

ممكناً إستبدال سلعة محل سلعة أخرى بتغير سعر السلعة الأولى.

✓ وتكون السلعتان متكاملتان أي بإنخفاض عدد الوحدات من x تتخفف عدد الوحدات

من y ، فمثلا إذا إرتفع سعر السلعة x فإن سعرها النسبي سوف يرتفع مما يؤدي إلى

إنخفاض الكمية المطلوبة منها وبالتالي يؤدي إلى إنخفاض كذلك في الكمية المطلوبة

من السلعة المكملة لها أي من y ، ويعني ذلك أن أثر الإحلال يكون سالب

$$((\frac{dy}{dP_x})_{dUT=0} < 0 \text{ أي } \frac{-\lambda |D_{12}|}{|D|} < 0)$$

مثال توضيحي:

لدينا المعطيات التالية: $R = 100$ / $P_y = 5$ / $P_x = 2$ / $UT = x.y$

المطلوب:

- ✓ أوجد نقطة التوازن لهذا المستهلك الذي يسعى لتعظيم منفعته في حدود دخله المتاح؟
- ✓ تحقق من النتائج بحساب الشرط الثاني للتوازن.
- ✓ نفترض ان سعر السلعة X هو الذي تغير، أوجد معادلة سلوتسكي.
- ✓ أحسب أثر الإحلال وأثر الدخل والأثر الكلي (أثر السعر)
- ✓ حدد نوعية السلعة X
- ✓ إنطلاقاً من تغير سعر السلعة X حدد العلاقة بين X و y

الحل:

يمكن صياغة دالة المنفعة الكلية وقيود الميزانية على الشكل التالي:

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & UT = x.y \\ \text{s/c} \quad & 100 = x^2 + y^5 \end{aligned}$$

وبالتالي فإن دالة لاغرانج تكتب كما يلي:

$$L = x.y + \lambda(100 - x^2 - y^5)$$

أولاً_الشرط الضروري:

لتعظيم هذه الدالة يجب أن تكون المشتقات الجزئية الأولى للدالة L معدومة أي:

$$\begin{cases} \hat{L}_x = 0 \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x} - \lambda P_x = 0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{y}{2} \dots \dots \dots (01) \\ \hat{L}_y = 0 \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y} - \lambda P_y = 0 \Leftrightarrow \lambda = \frac{x}{5} \dots \dots \dots (02) \\ \hat{L}_\lambda = 0 \Rightarrow 100 - x^2 - y^5 = 0 \dots \dots \dots (03) \end{cases}$$

إجراء المساواة بين (01) و (02) نحصل على:

$$\frac{y}{2} = \frac{x}{5} \Rightarrow y = \frac{2x}{5} \dots \dots \dots (04)$$

وبتعويض قيمة y من (04) وتعويضها في (03) نحصل على:

$$100 - x^2 + \left(\frac{2x}{5}\right)5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 25 \\ y = 10 \\ \lambda = 5 \end{cases}$$

ومنه فإن التوليفة التي تحقق التوازن تتمثل في إقتناء 25 وحدة من السلعة الأولى x و 10 وحدة من السلعة الثانية y .

✓ الشرط الثاني للتوازن:

$$\frac{UM_x}{P_x} = \frac{UM_y}{P_y} \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{10}{25} = \frac{2}{5} \Rightarrow 50 = 50$$

لدينا عند التوازن:

✓ إيجاد معادلة سلوتسكي:

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & UT = x \cdot y \\ \text{s/c} \quad & 100 = x^2 + y^5 \end{aligned}$$

وبالتالي فإن دالة لاغرانج تكتب كما يلي:

$$L = x \cdot y + \lambda(100 - x^2 - y^5)$$

أولاً_الشرط الضروري:

لتعظيم هذه الدالة يجب أن تكون المشتقات الجزئية الأولى للدالة L معدومة أي:

$$\begin{cases} \dot{L}_x = 0 \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x} - \lambda P_x = 0 \Leftrightarrow y - 2\lambda = 0 \\ \dot{L}_y = 0 \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y} - \lambda P_y = 0 \Leftrightarrow x - 5\lambda = 0 \\ \dot{L}_\lambda = 0 \Rightarrow 100 - x^2 - y^5 = 0 \end{cases}$$

وعليه قد يتغير توازن المستهلك إذا حدثت تغيرات في الأسعار والدخل، ولإيجاد قوة أثر تغير الأسعار والدخل على نفقات المستهلك نعتبر أن المتغيرات تتغير في نفس الوقت، ولحساب ذلك نستعمل التفاضل الكلي لجملة المعادلات السابقة فتصبح:

$$\begin{cases} f_{xx}dx + f_{xy}dy - P_x d\lambda - \lambda dP_x = 0 \\ f_{yx}dx + f_{yy}dy - P_y d\lambda - \lambda dP_y = 0 \\ dR - P_x dx - x dP_x - P_y dy - y dP_y = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0dx + 1dy - 2d\lambda = 5dP_x \\ 1dx + 0dy - 5d\lambda = 5dP_y \\ -2dx - 5dy = 25dP_x + 5dP_y - dR \end{cases} \dots\dots\dots(I)$$

باعتبار dP_y, dP_x, dR متغيرات سابقة فإن جملة معادلات السابقة (I) تكتب على الشكل التالي:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & -5 \\ -2 & -5 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ d\lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5dP_x \\ 5dP_y \\ 25dP_x + 5dP_y - dR \end{bmatrix}$$

هذه المصفوفة من الشكل: $D.X = b$

وباستعمال طريقة كرامر نحصل على:

$$\begin{cases} dx = \frac{5dP_x|D_{11}| - 5dP_y|D_{21}| + (25dP_x + 5dP_y - dR)|D_{31}|}{|D|} \dots\dots\dots(I-1) \\ dy = \frac{-5dP_x|D_{12}| + 5dP_y|D_{22}| - (25dP_x + 5dP_y - dR)|D_{32}|}{|D|} \dots\dots\dots(I-2) \\ d\lambda = \frac{5dP_x|D_{13}| - 5dP_y|D_{23}| + (25dP_x + 5dP_y - dR)|D_{33}|}{|D|} \dots\dots\dots(I-3) \end{cases}$$

وعليه بعد العمليات الحسابية كما هي موضحة في النظري نجد:

$$\frac{dx}{dP_x} = \frac{5|D_{11}|}{|D|} - 25 \frac{dx}{dR} \text{ : أثر الكلي يساوي}$$

وهو يتضمن أثرين هما:

$$\left(\frac{dx}{dP_x}\right) : dUT=0 = \frac{5|D_{11}|}{|D|} \text{ : أثر الإحلال هو}$$

$$\frac{dx}{dR} = \frac{-|D_{31}|}{|D|} - 5 \frac{dx}{dR} \text{ : وهو يتضمن أثر الدخل النقدي}$$

$$D = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & -5 \\ -2 & -5 & 0 \end{vmatrix} \text{ : حيث أن}$$

$$|D| = 0 - 1 \begin{vmatrix} 1 & -5 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} + (-2) \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -5 \end{vmatrix} = 20$$

$$|D_{11}| = \begin{vmatrix} 0 & -5 \\ -5 & 0 \end{vmatrix} = -25$$

$$|D_{31}| = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -5 \end{vmatrix} = -5$$

✓ حساب أثر الإحلال وأثر الدخل والأثر الكلي:

$$\left(\frac{dx}{dP_x}\right)_{dUT=0} = \frac{5|D_{11}|}{|D|} = \frac{5(-25)}{20} = -6,25$$

• أثر الإحلال هو: -6,25
نلاحظ من نتيجة أثر الإحلال أن الإنخفاض النسبي في سعر السلعة X بوحدة واحدة جعلها أرخص بالمقارنة مع السلعة Y ومن أجل الإبقاء على نفس مستوى الإشباع الأول قمنا بإحلال 6,25 وحدة من X مكان السلعة Y وبالتالي زادت الكمية المطلوبة من X ب 6,25 وحدة.

$$\frac{dx}{dR} = \frac{-|D_{31}|}{|D|} = \frac{-(-5)}{20} = \frac{1}{4} > 0$$

• أثر الدخل النقدي X عادية سلعة \Rightarrow
• أثر الدخل الحقيقي $\frac{-25}{4} = -6,25$ نلاحظ أن أثر الدخل الحقيقي سالب ويعمل في نفس اتجاه أثر الإحلال حيث أن إنخفاض سعر السلعة X مع بقاء الأشياء الأخرى على حالها ومن بينها الدخل النقدي زادت الدخل الحقيقي لهذا المستهلك مما زادت قدرته الشرائية، فقام بزيادة الكمية المطلوبة من السلعة X.
• الأثر الكلي:

$$\frac{dx}{dP_x} = \frac{5|D_{11}|}{|D|} - 25 \frac{dx}{dR} = -6,25 - \frac{25}{4} = -12,5$$

وعليه نلاحظ أن الأثر الكلي لإنخفاض سعر السلعة X بوحدة واحدة كان بزيادة الكمية المطلوبة من السلعة X ب 12,5 وحدة إضافية.

✓ تحديد العلاقة بين السلعتين X و Y بتغير سعر السلعة X (P_x)

لإيجاد العلاقة نحسب أثر تغير سعر السلعة X (P_x) على الكمية المطلوبة من Y

وعليه من معادلة سلوتسكي نجد:

$$\frac{dy}{dP_x} = \frac{-\lambda|D_{12}|}{|D|} - \frac{x|D_{32}|}{|D|} \Rightarrow \frac{dy}{dP_x} = \frac{-5|D_{12}|}{20} - \frac{25|D_{32}|}{20}$$

$$|D_{12}| = \begin{vmatrix} 1 & -5 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} = -10 \quad / \quad |D_{32}| = \begin{vmatrix} 0 & -2 \\ 1 & -5 \end{vmatrix} = 2$$

والآن نحسب أثر الإحلال على السلعة Y عندما تغير سعر السلعة X وذلك إيجاد نوع العلاقة التبادلية بين السلعتين فنجد:

$$\left(\frac{dy}{dP_x}\right)_{dUT=0} = \frac{-5|D_{12}|}{20} = \frac{-5(-10)}{20} = 2.5 > 0$$

إنطلاقاً من فرضية زيادة سعر السلعة X ، نلاحظ أن أثر الإحلال بين السلعتين أنه موجب وبالتالي فإن الكمية المطلوبة من السلعة Y سوف تزيد بـ 2,5 وحدة إضافية في مقابل إرتفاع سعر السلعة X بوحدة واحدة، وكما هو معلوم فإن السلعة X هي سلعة عادية، أي عندما يرتفع سعرها يقل الدخل الحقيقي مما يؤدي إلى إنخفاض القدرة الشرائية لهذا المستهلك من السلعة X وبالتالي تقل الكمية المطلوبة منها، وعليه فإن السلعتين بديلتان.

III-3 نظرية الطلب

تعرضنا في تحليلنا في الفقرات السابقة إلى دالة المنفعة، وكيف يمكن إيجاد الكميات التوازنية من السلع التي تحقق للمستهلك أكبر إشباع، وعرفنا أن هذه الكميات التوازنية تتأثر بالتغيرات التي تحدث في الدخل والأسعار، وهذه المتغيرات لا يستطيع المستهلك التحكم فيها، وإنما تفرض عليه فرضاً عن طريق عوامل السوق، وعليه تهتم نظرية الطلب بدراسة الفاعل الأساسي في السوق و المتمثل في المستهلك الذي يرغب في الحصول على سلع أو/و خدمات معينة مع توفر القدرة الشرائية له، وهذا في ظل الأخذ بالعوامل المؤثرة على الكمية المطلوبة بشكل خاص و كذا الطلب بشكل عام¹.

¹ طويطي مصطفى، محاضرات في الإقتصاد الجزئي، مطبوعة جامعية، جامعة البويرة، 2014، ص 14.

III-3-1 مفهوم الطلب والعوامل المحددة له

III-3-1-1 مفهوم الطلب:

يقصد بالطلب الرغبة المدعمة بقدره شرائية للحصول على سلعة أو خدمة خلال فترة زمنية معينة مقابل أسعار محددة، والطلب قد يكون مباشر كالطلب على المواد الغذائية والملابس، كما قد يكون مشتقا كالطلب على النقود.

ويمكن أن نعرف الطلب على سلعة ما كذلك بأنه عبارة عن الرغبة فمي الحصول على السلعة مدعمة بالقدره الشرائية عند مستوى سعر معين وفي فترة زمنية معينة. وعليه مما سبق إن الكميات المطلوبة هي عبارة عن الكميات التي يرغب المستهلك في الحصول عليها من السلع والخدمات، في ظل عوامل معينة، بحيث نجد أن هذه العوامل هي التي تتحكم في رغبته، ومدى إقباله على شراء هذه السلع والخدمات، وهناك شرطان أساسيان يجب توافرها في عملية الطلب الفعال هما¹:

- ✓ الرغبة الأكيدة في الحصول على كميات من السلع والخدمات معينة، وعند أسعار معينة، وخلال فترة زمنية معينة.
- ✓ التمتع بالقدره الشرائية التي تمكن المستهلك من اقتنائها.

III-3-1-2 أنواع الطلب:

الطلب عدة أنواع و هي:

- ✓ **الطلب الفردي:** و نعني به كمية السلع و الخدمات التي يطلبها فرد معين خلال فترة زمنية معينة.
- ✓ **الطلب الكلي للسوق:** و يشمل مجموعة طلبات الأفراد، أي مجموع الكمية المطلوبة خلال فترة زمنية معينة لسلعة أو خدمة ما.

¹ صونيا عابد، محاضرات في التحليل الإقتصادي الجزئي، مطبوعة جامعية، جامعة الأمير عبد القدر للعلوم الإسلامية، 2011، ص14.

- ✓ **الطلب الفعلي:** و يمثل الطلب الكلي لمجموع السلع و الخدمات سواء الإستهلاكية أو الاستثمارية للإقليم و يتم دراستها بواسطة التحليل الاقتصادي الكلي.
- ✓ **الطلب الكامن:** يمثل الطلب الغير معبر معبر عنه، و نتيجة لعدم توفر احد الشرطين القدرة أو الرغبة.

III-3-1-3 العوامل المحددة للطلب:

عندما نتكلم عن العلاقة بين السعر والطلب فإننا نفترض ثبات العوامل الأخرى، ونأخذ عامل السعر فقط بعين الاعتبار ولكن في الحقيقة إن الطلب يتأثر بعدة عوامل، ويمكن تسمية هذه العوامل بالمتغيرات أو المحددات، وأهمها: المتغيرات الكمية، والمتغيرات النوعية.

أ. **المحددات الكمية:** وهي التي يمكن قياسها نظريا نقديا أو عدديا، ويدخل في إطارها:

- ✓ **سعر السلعة أو الخدمة المطلوبة:** يصاحب التغير في سعر السلعة المطلوبة تغيرا في الكمية بعلاقة عكسية حيث كلما زاد سعر السلعة انخفضت الكمية المطلوبة منها والعكس صحيح مع افتراض ثبات العوامل الأخرى، وهذا ما يعرف بقانون الطلب.

- ✓ **الدخل المخصص للإستهلاك:** تؤكد الملاحظات العملية لواقع تصرفات المستهلكين أنه عندما ترتفع دخولهم فإن ذلك يدفعهم لزيادة استهلاكهم من سلعة معينة، والعكس في حالة الانخفاض وهذا يعني أن العلاقة بين دخل المستهلك والكمية المطلوبة من سلعة ما هي علامة طردية.

- ✓ **أسعار السلع و الخدمات الأخرى:** يتم تقييم السلع من حيث تأثير طلبها إلى ثلاثة أنواع هي:

- **السلع البديلة (المنافسة):** هي التي يمكن لها أن تحل محل السلعة المطلوبة إذا تعذر الحصول عليها، أما مقدار التغير فيرجع إلى درجة الإحلال الممكنة بينهما مثل الشاي والقهوة، وأن أي ارتفاع سعر سلعة سيؤدي إلى انتقال طلب المستهلك إلى

سلعة بديلة لها والعكس صحيح أي ان هناك علاقة طردية بين أسعار السلع البديلة لسلعة مع الكمية المطلوبة منها.

• **السلع المكملة:** تعني بأنه لا يمكن إشباع حاجة بشرية إلا بوجود أكثر من سلعة كالسكر والشاي أو السكر والقهوة أو السيارة والبنزين والزيوت، حيث أن ارتفاع أسعار السلع المكملة سيؤدي إلى انخفاض الطلب على السلعة الأصلية والعكس صحيح ، لهذا يمكن القول أن العلاقة بين سعر السلع المكملة و الكمية المطلوبة هي علاقة عكسية.

• **السلع المستقلة :** هي السلع التي يمكن أن تشبع حاجة البشرية ما ولكن ليس لها علاقة بالتغير في الطلب على السلعة مثل السيارة والشاي، بحيث يكون أثر الإحلال بينهما معدوما.

ب. **المحددات الكيفية:** هي المحددات التي لا يمكن قياسها سواء عدديا أو نقديا ولكن لها تأثيرات عن الطلب مثل ذوق المستهلك، العادات والتقاليد، الدين، توقعات المستهلكين.

هناك علاقة طردية بين ذوق المستهلك والطلب على السلعة، وقد ينشأ التغير في ذوق المستهلك بسبب وسائل الدعاية والإعلان التي تهدف إلى التأثير في ذوق المستهلك ودفعه للتحول من سلعة إلى السلعة التي تم الإعلان والترويج لها.

أيضا توقعات المستهلكين لها تأثير على الكمية المطلوبة من سلعة ما، فلو توقع المستهلكين لأي سبب حتى ولو بسبب الإشاعة أن سعر السكر أو الزيت سوف يرتفع قريبا فإن ذلك سوف يدفع المستهلكين لزيادة مشترياتهم من السكر في الوقت الحاضر على الرغم من بقاء سعره ثابتا حاليا، مما يؤدي إلى زيادة الكمية المطلوبة منه والعكس فإن توقع الانخفاض سيؤدي إلى الامتناع عن شراء السكر بالأسعار الحالية انتظارا لانخفاض أسعاره لاحقا، ويظهر هذا المحدد بشكل واضح في حال التعاملات في الأسواق المالية والعملات والذهب. أيضا الدين أثره في الطلب على كثير من السلع فعلى سبيل المثال ديننا يحرم أكل لحم الخنزير وشرب الخمر لذلك لا يوجد طلب عليهما في التعاملات الإسلامية.

كذلك العادات والتقاليد لها تأثير أيضا خاصة مجال الملابس.

III-3-2 دالة الطلب

III-3-2-1 اشتقاق دالة الطلب

تمثل الصيغة المختصرة للتعبير عن المتغيرات التي تحدد الطلب على السلعة، وبالتالي فهي دالة تعبر عن العلاقة التي تجمع ما بين الكمية المطلوبة من سلعة أو خدمة ما و العوامل الرئيسية المحددة لها، والتي يمكن صياغتها بالعلاقة الرياضية التالية:

$$Q_{dx} = f(P_x, P_{y,z}, R, E)$$

حيث أن :

Q_{dx} : الكمية المطلوبة من السلعة X

P_x : سعر السلعة X

$P_{y,z}$: أسعار السلع البديلة Y أو السلع المكملة Z

R : الدخل المخصص للإستهلاك السلعة X

E : محددات الطلب النوعية.

III-3-2-2 منحنى الطلب:

حتى نتمكن من دراسة وتحليل أثر هذه العوامل السابقة على الكمية المطلوبة نقوم بدراسة أثر عامل واحد فقط مع إفتراض ثبات باقي العوامل الأخرى وذلك بهدف تحديد المحدد المؤثر بشكل مباشر على الكمية المطلوبة من السلعة، وعادة ما يتم تثبيت كل العوامل المحدد للطلب الكمية و النوعية باستثناء سعر السلعة قيد الدراسة ، وبالتالي تصبح دالة الطلب المستهلك على السلعة Q_{dx} في المدى القصير والتي تأخذ الشكل الخطي كآتي :

$$Q_{dx} = f(P_x) \Rightarrow Q_{dx} = A - d \cdot P_x$$

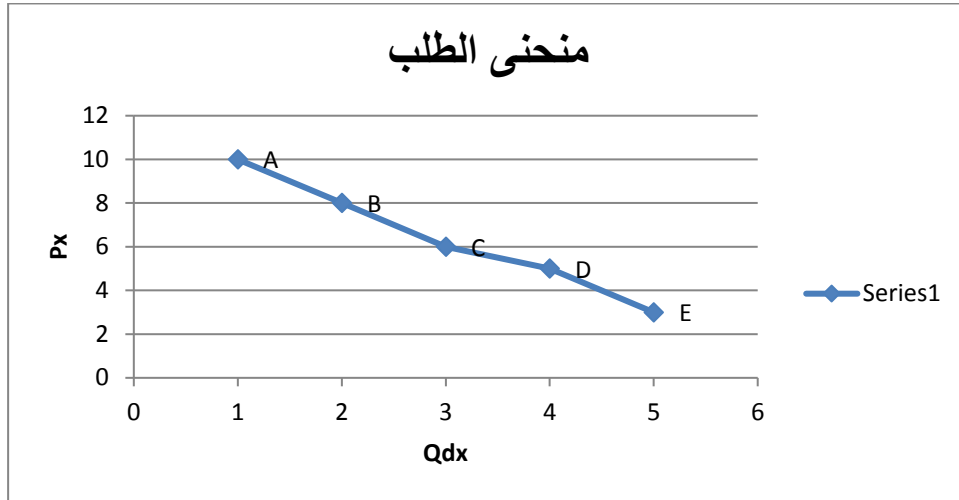
بحيث: A : تمثل الكمية المطلوبة عند عدمية سعر السلعة (مجانية السلعة)

d : يمثل ميل دالة الطلب، حيث يشير إلى مقدار تغير في الكمية المطلوبة عند التغير في

$$d = \frac{\Delta Q_{dx}}{\Delta P_x}$$

سعر السلعة بوحدة واحدة،

والشكل الموالي يبين نوع هذه العلاقة:



مثال:

Q_{dx}	1	2	3	4	5
P_x	10	8	6	5	3
Point/ Graphe	A	B	C	D	E

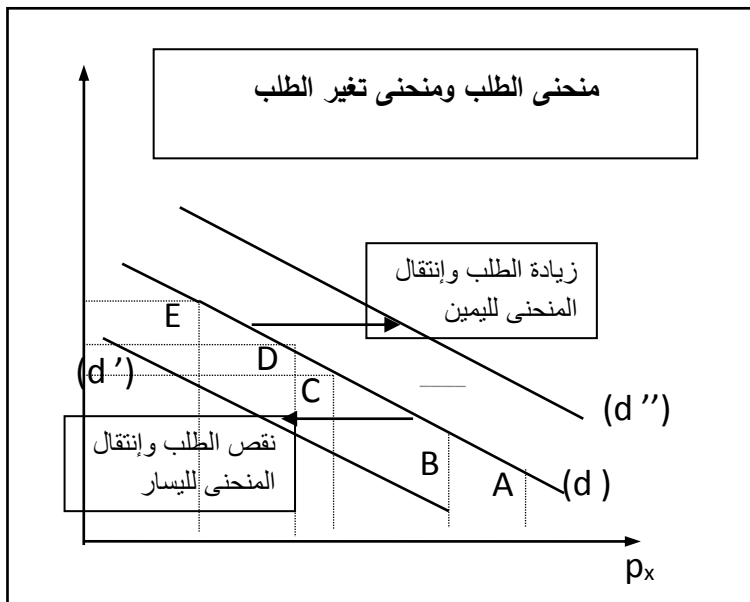
يمكن التعبير عن العلاقة بين سعر السلعة و الكمية المطلوبة منها برسم بياني يطلق عليه منحنى الطلب ، والذي يمثل التعبير البياني لقانون الطلب حيث ينحدر من الأعلى إلى الأسفل للدلالة على الميل السالب للعلاقة العكسية بين السعر و الكمية ، ويتم تمثيل جدول الطلب للحالات السابقة للكمية Q_{dx} المطلوبة من السلعة قصد توضيح آلية عمل قانون الطلب .

ويلاحظ من الشكل يلاحظ أن كل نقطة على منحنى تمثل الكمية المطلوبة من السلعة وبالسعر المحدد لها ، كما يلاحظ من المنحنى أنه كلما إنخفض السعر أدى إلى إرتفاع الكمية المطلوبة منها ، فعند إنتقال المستهلك من الوضعية الإستهلاكية A إلى C عند إنخفاض السعر نلاحظ إرتفاع في الكمية المطلوبة بين التوليفتين .

III-3-2-3 التغير في الطلب والتغير في الكمية المطلوبة:

يجب التفرقة بين مصطلح الكمية المطلوبة و الطلب على السلعة ، حيث تعبر الأولى عن التغير في عدد وحدات السلعة عند التغير في سعرها ، بينما نستخدم عبارة الطلب على السلعة عندما يكون سبب التغير نتيجة التغير في أحد محددات الطلب غير سعر السلعة، ووفقا لهذا ندون النقطتين الموالتين :

- ✓ عند تغير سعر السلعة نفسها مع ثبات العوامل الأخرى ، هذا ما يؤدي إلى التغير في الكمية المطلوبة مما يعنى تحرك المستهلك بين توليفتين على نفس المنحنى صعودا للدلالة على زيادة الكمية أو نزولا للدلالة على إنخفاضها؛
- ✓ إذا تغير أحد العوامل المحدد للطلب مع ثبات الباقي منها وذلك عند نفس سعر السلعة ، فهذا ما يؤدي إلى تغير الطلب ، مما يعنى أن منحنى الطلب يتحرك نحو اليمين للدلالة على زيادة الطلب وهذا ما يصطلح عليه بتمدد الطلب أو إلى اليسار للدلالة على إنخفاض الطلب وهذا ما يسمى بانكماش الطلب، والشكل التالي يوضح هاتين النقطتين.



III-3-3 المرونات

مما سبق بينا أن الكمية المطلوبة من سلعة ما تتأثر بعدة متغيرات، اختصرناها في ثلاث عوامل هي الدخل وسعر السلعة نفسها وأسعار السلع الأخرى، وعرفنا أن هذه التغيرات تتم في اتجاهات مختلفة حسب الطبيعة الاقتصادية للسلعة والعلاقة بين السلع، فمثلا عندما يرتفع الدخل يزيد طلب المستهلك على السلعة العادية، وينخفض على السلعة الدنيا، وإذا ارتفع سعر السلعة ينخفض الطلب عليها إذا كانت سلعة عادية.

تعرف المرونة على أنها ذلك المقياس الذي يقيس العلاقة النسبية بين التغيرات التي تطرأ على ظاهرة ما نتيجة التغيرات النسبية في ظاهرة أخرى.

و تعبر كذلك عن مدى أو درجة استجابة التغير في الكمية المطلوبة من سلعة معينة إلى التغير الذي يحدث في أحد العوامل المحددة للطلب ومن تم قياسها كمياً.

ففي هذه النظرية أي نظرية الطلب نميز بين ثلاثة أنواع من المرونات تختلف باختلاف المحدد أو العامل الذي أدى إلى إحداث التغير في الكمية المطلوبة ، وبالتالي إذا كان التغير نتيجة التغير في سعر السلعة نفسها مع إفتراض ثبات العوامل الأخرى التي لها تأثير على هذه السلعة فإن مرونة الطلب تسمى بالمرونة السعرية ، أما إذا كان التغير نتيجة التغير في أحد أسعار السلع الأخرى سواء البديلة أو المكملة مع فرضية ثبات العوامل الأخرى فإن المرونة تدعى مرونة الطلب التقاطعية (التبادلية)، بينما إذا كان التغير ناتج عن التغير في الدخل المخصص للإستهلاك هذه السلعة فمرونة الطلب تسمى المرونة الدخلية ، وعليه فإن قياس مقدار التغير في الكمية المطلوبة لأي سلعة أو خدمة يكون وفق المؤشرات التالية :

$$✓ \text{ مرونة الطلب السعرية } E_{Px}$$

$$✓ \text{ مرونة الطلب التقاطعية } E_{x/y}$$

$$✓ \text{ مرونة الطلب الدخلية } E_R$$

III-3-3-1 مرونة الطلب السعرية E_{Px}

وتعرف بأنها مؤشر يعبر عن مدى التجاوب النسبي بين التغير في الكمية المطلوبة من سلعة ما إلى التغير في سعرها، أي أنه يقيس درجة حساسية الطلب على سلعة ما للتغيرات التي تحدث في سعرها بنسبة مئوية، وبعبارة أخرى فإن مرونة الطلب السعرية تعني النسب المئوية للتغير في الكمية المطلوبة من سلعة ما والناجم عن التغير في سعر السلعة بمقدار 1 %، وتحدد لنا إشارة هذه المرونة الطبيعة الاقتصادية للسلعة، فإن كانت سالبة فهي سلعة عادية، أما إذا كانت الإشارة موجبة فهي سلعة جيفن.

كما أن الهدف من قياسها التعرف على طبيعة المرونة، بحيث كلما كان الطلب غير مرن كلما أمكن رفع سعر السلعة بالنسبة للمنتجين أو البائعين، بينما إذا كان الطلب مرناً فإنه يفضل تخفيض سعر السلعة من طرف البائعين لأن هناك مستهلكين يتوقع عزوفهم عن طلب هذه السلعة أو سيتجهون إلى إستهلاك سلع أخرى بديلة رغم عدم تغيير سعر هذه الأخير.

ويتم قياس مرونة الطلب السعرية بحساب حاصل قسمة التغير النسبي في الكمية المطلوبة من السلعة المدروسة إلى التغير النسبي في سعرها، والعلاقة التالية توضح ذلك :

$$E_{Px} = \frac{\% \Delta Q_x}{\% \Delta P_x} \Rightarrow E_{Px} = \frac{\Delta Q_x / Q_x}{\Delta P_x / P_x} \Rightarrow E_{Px} = \frac{\Delta Q_x}{Q_x} \times \frac{P_x}{\Delta P_x}$$

في الحالة التي يكون التعامل مع البيانات المستمرة أي تلك المكتوبة في شكل دالة طلب فإنه يتم إستعمال المشتق كتقريب لنسبة التغير في الكمية المطلوبة إلى تغير في سعرها، وبالتالي فإن علاقة قياس المرونة السعرية تأخذ الشكل الآتي :

$$E_{Px} = \frac{\partial Q_x}{\partial P_x} \times \frac{P_x}{Q_x}$$

وتجدر الإشارة إلى أن مرونة الطلب تأخذ حالة من الحالات التالية:

✓ إذا كان $E_{Px} > 1$ يعتبر الطلب مرنا ، حيث تغير السعر ب 1% يؤدي إلى تغير في الطلب بأكثر من 1%

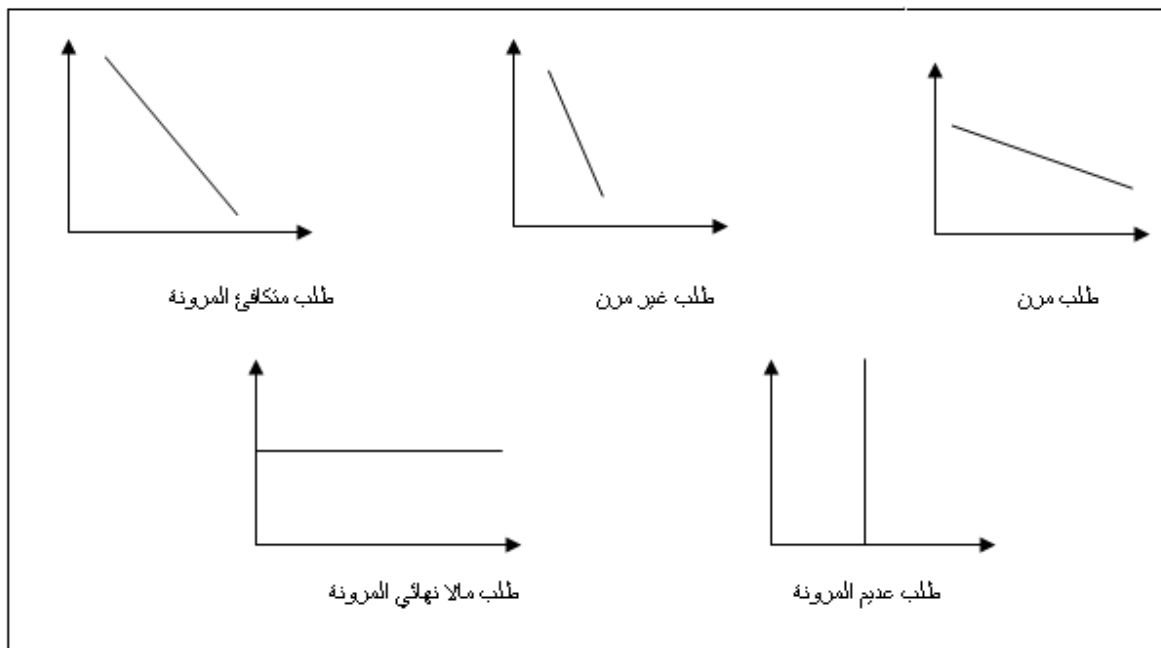
✓ إذا كان $E_{Px} < 1$ يعتبر الطلب غير مرن ، لأن تغير السعر ب 1% ، يؤدي إلى تغير في الطلب بنسبة أقل من ذلك.

✓ إذا كان $E_{Px} = 1$ نقول أن الطلب متكافئ المرونة ، أي تغير السعر بنسبة معينة يؤدي إلى تغير في الطلب بنفس النسبة.

✓ إذا كان $E_{Px} = 0$ هنا نقول أن الطلب عديم المرونة ، أي أنه مهما كان مقدار تغير السعر فالكمية المطلوبة لا تتأثر وتبقى ثابتة، وتعتبر هذه الحالة استثنائية جدا، ويمكن اعتبارها حالة خاصة من حالات الطلب غير مرن ونضرب مثلا بذلك الدواء وملح الطعام، فمهما تغير سعرهما فإن الكمية المطلوبة منهما لن تتغير.

✓ إذا كان $E_{Px} = \infty$ يسمى الطلب لا نهائي المرونة، حيث عندها تغير طفيف جدا في السعر يؤدي إلى تغير كبير جدا في الكمية المطلوبة، ويمكن اعتبار هذه الحالة حالة خاصة من الطلب المرن، وهي أيضا حالة نادرة.

الأشكال التالية توضح الحالات السابقة للمرونة:



مثال:

إذا انخفض سعر السلعة A من 10 إلى 8 دج وزادت الكمية المطلوبة من تلك السلعة من 100 إلى 200 ، أحسب مرونة الطلب السعرية؟

الحل:

$$E_{Px} = \frac{\Delta Q_x}{Q_x} \times \frac{P_x}{\Delta P_x} \Rightarrow E_{Px} = \frac{200-100}{100} \times \frac{10}{8-10} = -5$$

التفسير: تدل قيمة المرونة على أنه إذا إرتفع السعر بمقدار 1% فإن الكمية المطلوبة من السلعة Q_x سوف تنخفض ب 5%

مثال 2:

بفرض أن الدالة التي تعبر عن طلب هذا المستهلك يمكن كتابتها من الشكل:

$$Q_x = 17 - \frac{7}{2}P$$

Q_x ب 10 عندما كان السعر يعادل وحدتين نقديتين :

الحل لدينا:

$$E_{Px} = \frac{\partial Q_x}{\partial P_x} \times \frac{P_x}{Q_x} = -\frac{7}{2} \times \frac{2}{10} = -0,7$$

التفسير: تدل قيمة المرونة على أنه إذا إرتفع السعر بمقدار 1% فإن الكمية المطلوبة من السلعة Q_x سوف تنخفض ب 0,7% .

III-3-3-2 مرونة الطلب الدخلية E_R

تفسر درجة إستجابة التغير في الطلب على السلعة الناتج عن التغير في الدخل المخصص لإستهلاك هذه السلعة ، حيث يمكن التعرف على أهميتها بالنسبة للمستهلك بناءا على قيمة المرونة ، لهذا إذا كانت المرونة سالبة فهي تشير إلى أن السلعة رديئة (دنيا)، أما إذا كانت موجبة فإنها تدل على أن السلعة عادية ؛ منها ضرورية إذا كانت محصور بين الصفر و الواحد ، أو كمالية إذا كانت أكبر من ذلك.

وتحسب المرونة الدخلية بالصيغة التالية:

$$E_R = \frac{\Delta Q_x}{\Delta R} \times \frac{R}{Q_x}$$

أما في حالة البيانات المتصلة فتكتب على الشكل التالي:

$$E_R = \frac{\partial Q_x}{\partial R} \times \frac{R}{Q_x}$$

مثال :

إذا ارتفع دخل المستهلك بنسبة 20% ومن ثم زادت الكمية التي اشتراها من الموز بنسبة

30% فمعامل المرونة هو:

$$E_R = \frac{\Delta Q_x}{\Delta R} \times \frac{R}{Q_x} = \frac{30\%}{20\%} = 1.5$$

معنى هذه النتيجة أنه إذا تغير الدخل بنسبة 1% فإن الكمية المطلوبة على X تتغير ب

1,5% في نفس الاتجاه ، وبما أن الإشارة موجبة واكبر من الواحد الصحيح فإن السلعة

عادية وكمالية.

III-3-3-3 مرونة الطلب التقاطعية $E_{x/y}$

وتسمى أيضا بمرونة الطلب غير المباشرة أو التبادلية وتتمثل في مدى استجابة الكمية

المطلوبة من إحدى السلع إلى التغير في سعر السلعة الأخرى ونرمز لها بالرمز $E_{x/y}$ ،

وتحدد لنا إشارة هذه المرونة طبيعة العلاقة الاقتصادية بين السلعتين، فإذا كانت موجبة فهذا

يعني أن السلعتين متنافستين أو بديلتين بمعنى أنه إذا ارتفع سعر السلعة الأخرى يتخلى

عنها المستهلك ويعوضها بالسلعة البديلة لها X فيزيد الطلب عليها، ومثال عن السلعتين

البديلتين نأخذ الشاي والقهوة، وإذا كانت سالبة فالسلعتان متكاملتان حيث إذا ارتفع سعر

السلعة الأخرى ينخفض الطلب عليها وبالموازاة ينخفض الطلب على السلعة X أيضا لأن

المستهلك لا يستهلك واحدة دون الأخرى، ومثال عن السلعتين المتكاملتين السيارة وقطع الغيار ، أما إذا كانت معدومة فالسلعتان مستقلتان، كاللباس والسكن .
وتقاس المرونة التقاطعية لأثر تغير سعر السلعة y على الكمية المطلوبة من x بالشكل التالي:

$$E_{x/y} = \frac{\Delta Q_x}{\Delta P_y} \times \frac{P_y}{Q_x}$$

أما إذا كانت البيانات متصلة فتكتب من الشكل:

$$E_{x/y} = \frac{\partial Q_x}{\partial P_y} \times \frac{P_y}{Q_x}$$

مثال:

لو فرضنا انخفاض سعر السلعة y بنسبة 10% أدى ذلك إلى زيادة الطلب على السلعة x ب 20% فإن معامل المرونة التقاطعية هو:

$$E_{x/y} = \frac{\Delta Q_x}{\Delta P_y} \times \frac{P_y}{Q_x} = \frac{20\%}{-10\%} = -2$$

التفسير: بما أن مرونة التقاطعية أصغر من الصفر فإن السلعتين مكملتان لبعضهما البعض، حيث أن إنخفاض سعر السلعة y زاد الطلب عليها وبما أن السلعتين متكاملتان زاد الطلب على السلعة x ، وهو ما يتوافق مع المعطيات.

IV- تمارين تطبيقية

السؤال الأول

اجب باختصار على ما يلي :

1- ما الذي تقيسه المرونة السعرية للطلب والمرونة الداخلية للطلب والمرونة المتقاطعة بصفة عامة ؟

2- بين طبيعة مرونة الطلب السعرية في الحالات التالية:

- ✓ رغم أن شركة Mobilis خفضت سعر المكالمات الدولية من 35 دج إلى 10 دج لكل 30 ثانية ، إلا أن حجم المكالمات الدولية لم يتغير ؛
- ✓ أدى تخفيض سعر البرتقال بنسبة 10% إلى زيادة الكمية المطلوبة منه بنفس النسبة ؛
- ✓ عند رفع سعر البترين ب3 دج فإن الإيراد الكلي الذي ستحصل عليه وحدات التكرير و التصفية سينخفض ؛

السؤال الثاني:

إذا كان الطلب السوقي على السلع الزراعية غير مرن للسعر، هل يؤدي المحصول المنخفض إلى زيادة أو خفض دخول الفلاحين كمجموعة؟ ولماذا؟

التمرين الأول:

لتعرف على رغبة أحد المستهلكين المدعومة بقدرته الشرائية ، والتي تم التعبير عنهما وفق

$$Q_{dx} = 110 - 30P_x + 2P_y + 0,05R + 4G$$

كما أنه تم إفتراض المعطيات التالية $P_y = 25$ / $R = 5000$ / $G = 10$

و المطلوب:

- ✓ حدد السعر الذي يجعل المستهلك يتوقف عن إقتناء السلعة X
- ✓ تمثيل دالة الطلب على السلعة X
- إذ إعتبرنا أن الكمية المطلوبة التي تشبع رغبة و تغطي إحتياجات المستهلك تتمثل في 270 وحدة ، والمطلوب:
- ✓ إيجاد السعر المدفوع لقاء الحصول على هذه الكمية ؟
- ✓ هل تتصح البائعين بزيادة السعر من أجل تعظيم الإيراد الكلي ؟
- ✓ ما نوع السلعة X
- ✓ حدد طبيعة العلاقة بين السلعتين X و y

التمرين الثاني:

إن دالة المنفعة بالنسبة لأحد الأشخاص يستهلك سلعتين هما x و y ، معطاة بالعبارة

$$TU = \sqrt{x}\sqrt{y}$$

حيث : TU : تمثل المنفعة ، و x و y الكميات المستهلكة من السلعتين.

المطلوب:

✓ أدرس دالتي المنفعة الحدية بالنسبة لهاتين السلعتين.

✓ ما هي قيمة المعامل التي يجب أن يضاعف بها المستهلك طلبه من السلعة x

من أجل مضاعفة المنفعة الكلية ب(10) مرات ، دون أن يجري أي تعديل في

طلبه على السلعة y

التمرين الثالث:

لتكن دالة المنفعة التالية: $TU = (x + 2)(y + 1)$

1. أوجد دوال الطلب الفردية

2. إذا كانت أسعار السلعتين x و y على التوالي 2 و 5 والدخل $R=51$ ، حدد توازن

المستهلك.

3. باعتبار تغير في أسعار P_x حدد نوعية السلعة x

4. باعتبار تغير في أسعار P_y حدد العلاقة بين السلعتين x و y

5. إذا إنخفض سعر السلعة x إلى 1 ما هو التغير الحقيقي في مستوى الإستهلاك في

السلعة x

6. إذا إنخفض سعر السلعة x إلى 1,99 ما هو التغير الحقيقي في مستوى الإستهلاك

في السلعة x

7. هل يوجد فرق بين الأجوبتين الأخيرتين.

التمرين الرابع:

لتكن دالة المنفعة التالية: $TU = y\sqrt{x}$

علما أن كميات السلعتين هما: $y = x = 4$

المطلوب:

- ✓ أوجد أسعار السلعتين حتى يكون هذا المستهلك الذي يملك دخلا مقداره $R = 10$ في حالة توازن؟ مثل ذلك بيانيا.
- ✓ أوجد دوال الطلب على كل من السلعتين بدلالة الأسعار والدخل؟
- ✓ أوجد مرونة الطلب السعرية لكل من السلعتين؟
- ✓ أوجد مرونة الطلب الدخلية لكل من السلعتين وإشرح النتائج؟
- ✓ اشرح باختصار مضاعف لاگرانج عند إستعماله في البحث عن توازن المستهلك.

الفصل الثالث: نظرية سلوك المنتج

وإذا كانت دراسة جانب الطلب قد تمت من خلال نظرية المنفعة وسلوك المستهلك، أين تطرقنا فيها إلى الظروف التي تتحكم في توازن المستهلك الفرد، فإن دراسة جانب العرض سوف تتطرق إلى الظروف التي تتحكم في توازن المنتج الفرد أو الوحدة الإنتاجية، ومثلما رأينا في تحليل سلوك المستهلك نستخدم أسلوبين في تحليل نظرية الإنتاج الأسلوب الكلاسيكي الذي يشبه تحليل المنفعة الحدية، والأسلوب الحديث الذي يعتمد على منحنيات الناتج المتساوي الذي يناظر تحليل منحنيات السواء.

I- مفاهيم عامة حول الإنتاج

يعد الإنتاج النشاط الأساسي للاقتصاد لأنه يسبق الأنشطة الثانية، ومن جهة أخرى يمثل الإنتاج المحدد الرئيسي للعرض أي وضع السلع والخدمات في متناول المستهلكين أو من يقوم باستخدامها مرة ثانية، لكن هذه العملية تقوم على مجموعة من العوامل التي تساهم في الإنتاج منها المواد الأولية، السلع الوسيطة، العمل.... الخ، وبتفاعل هذه العوامل فيما بينها يتم الحصول على منتج أو مجموعة من المنتجات يمكن فرضها في السوق.

تهتم نظرية المنتج بدراسة سلوك المؤسسة أو المشروع بوصفها الوحدة الاقتصادية الإنتاجية التي تقوم بعملية الإنتاج عن طريق استخدام المدخلات، وهي عناصر الإنتاج المختلفة كعنصر العمل، الأرض، رأس المال والتنظيم، من أجل إنتاج المخرجات من السلع والخدمات المتعددة.

ويعتبر تحقيق أقصى مستوى من الأرباح الهدف الأساسي لقيام المؤسسة بالعملية الإنتاجية، ويسمى ذلك بتعظيم الأرباح. ولكي تمارس المؤسسة نشاطها ووظيفتها تقوم بشراء عوامل الإنتاج من أسواق العمل ورأس المال والمواد الأولية، وتمثل النفقات المصروفة على هذه الأسواق تكاليف الإنتاج ومن ثم بالتوفيق بين عوامل الإنتاج وفق المعايير التقنية الممكنة

والخيارات الاقتصادية المثلى تقوم المؤسسة بإنتاج منتجاتها ضمن حدود الكميات التي تحقق لها أفضل ربح في حدود الميزانية التي تملكها وأسعار عوامل الإنتاج.

I-1 مفهوم وطبيعة الإنتاج

يرى الفكر الاقتصادي الحديث إن الإنتاج ليس خلق المادة و إنما هو خلق المنفعة، أو إضافة منفعة جديدة، بمعنى آخر إيجاد استعمالات جديدة لم تكن معروفة من قبل، فالخلق ليس من صنع الإنسان وإنما هو من عمل يفرد به الخالق المبدع سبحانه وتعالى وكل ما في طاقة الإنسان هو تغيير شكل المادة بما يتناسب وطرق إشباعها للحاجات¹. ويعرف كذلك على أنه:

يعرف الإنتاج على أنه عملية مزج لعوامل الإنتاج و التي تسمى المدخلات مثل العمل ورأس المال و تسمى العناصر المحسوسة tangible، وتنظيم و تكنولوجيا أو العناصر غير المحسوسة Intangible وهذا للحصول على منتوجات تسمى المخرجات *Outputs*. كما يعرفه الأستاذ كساب علي على أن الإنتاج هو: إعداد وملائمة للموارد المتاحة بتغيير شكلها أو طبيعتها الفيزيائية والكيميائية حتى تصبح قابلة للاستهلاك الوسيط أو النهائي (إيجاد منفعة). وعليه فإن مفهوم الإنتاج يتوسع ليشمل مجموع الأنشطة التي يكون موضوعها مادي وغير مادي، ومنه فإن نشاط الإنتاج يتضمن:

- ✓ تغييرا وتعديلا لشكل ومحتوى المادة وتحولها إلى سلعة قابلة لإشباع الحاجة.
- ✓ استحداث منفعة مكانية من خلال نقل السلع والخدمات والموارد.
- ✓ استحداث زمني للمنافع عبر حفظ وتخزين السلع.
- ✓ استحداث منافع من خلال تبادل السلع والخدمات.

¹ عامر علي سعيد، مقدمة في الإقتصاد الجزئي، الطبعة الأولى، دار البداية ناشرون وموزعون، عمان 2010، ص218

وعليه فإن الإنتاج هو مفهوم اقتصادي كثرت تعاريفه وتشعبت في مختلف الميادين الاقتصادية حيث يمكن أن نعطي تعريفا للإنتاج ألا وهو "الإنتاج هو إنشاء أو زيادة منفعة حيث أن أي عملية تسهم في تحقيق نفع معين" تعد إنتاجا فعندما تحول الأخشاب إلى موائد وأسرة يكون هناك إنتاج فالإنتاج يتضمن أية فعالية تجعل السلع والخدمات في متناول الأفراد ويتصف هذا المفهوم بالشمولية حيث يمكن النظر إلى نظرية الإنتاج من زاويتين هما المفهوم الفني أو التقني للإنتاج والمفهوم الاقتصادي للإنتاج .

المفهوم الفني للإنتاج: الذي يبحث في علاقة ما بين المستخدم والمنتج (المدخلات والمخرجات)، أي يبحث في العلاقة بين مقدار الكمية في عوامل الإنتاج المستخدمة في إنتاج سلعة ما وكمية الإنتاج من السلعة محل الدراسة بغض النظر عن أسعار السلع المنتجة.

المفهوم الاقتصادي للإنتاج: ويبدأ من حيث انتهى المفهوم الفني للإنتاج وهذا بالبحث في تحقيق أكبر قدر ممكن من إنتاج سلعة ما بتوظيف كمية محدودة من عوامل الإنتاج أو تحقيق قدر معين من الإنتاج بتوظيف كمية أقل من عوامل الإنتاج أي بأقل ما يمكن تحمله من التكاليف.

I-2 عوامل الإنتاج

قد كان الاقتصاديون الكلاسيك يقسمون عوامل الإنتاج إلى ثلاثة عوامل والتي تتمثل في: الأرض، العمل، رأس المال. وبالتالي فإنهم لم يعترفوا بعنصر التنظيم كعامل مستقل من العوامل الإنتاج، هذا السبب يرجع إلى أنه في بداية الرأسمالية الغالب هو المنشآت الفردية التي يديرها شخص واحد.

ولكن بمرور الوقت وخاصة في النصف الثاني من القرن التاسع عشر ازداد حجم المشروعات الصناعية والتجارية أصبحت الحاجة الماسة لعامل التنظيم وأصبح يستحق

الدراسة كعامل مستقل من عوامل الإنتاج لهذا فإن عناصر الإنتاج أصبحت أربعة والتي تتمثل في:¹

1. الأرض: تعتبر الأرض حسب مارشال " هي الموارد والقوى التي تعطيها الطبيعة بحرية لمساعدة الإنسان، في الأرض والماء، في الهواء والضوء والحرارة"، إذن الأرض تمثل كافة الموارد الطبيعية التي تكون نافعة ونادرة.
2. العمل: في علم الإقتصاد العمل سواء كان يدويا أو ذهنيا الذي يشمل أعلى درجات المهارات المهنية من كافة الأنواع.
3. رأس المال: هو عنصر من عناصر الإنتاج حيث أنه يتكون من تلك السلع المادية التي تم إنتاجها للاستعمال في المستقبل.
4. التنظيم: وهي عملية التي يقوم بها المسير حيث بقدرته التنظيمية يكون قادر على أن يحصل على الأرض بإيجار ويقترض رأس مال ويستأجر عمال ويستخدم كل واحد بالنسبة الصحيحة بحيث يعطي أفضل النتائج وهذه هي الطريقة لتنظيم الإنتاج.²

II- دوال الإنتاج في الفترة القصيرة

II-1 تعريف وتحديد دالة الإنتاج

إن في المدى الطويل و نقصد به المدة الزمنية التي يمكن للمؤسسة أن تغير فيها من طاقتها الإنتاجية كإدخال استثمارات جديدة، كل العوامل تصبح متغيرة و بالتالي يمكن زيادة الإنتاج والطاقة الإنتاجية معا، وتعتبر الكمية المنتجة كدالة لعناصر الإنتاج وإن كمية الإنتاج هي المتغير التابع و عناصر الإنتاج هي المتغيرات المستقلة و التي تتحكم في كمية الإنتاج،

ويمكن كتابة كما يلي: $Q = f(L, K, T, \dots, E)$

حيث أن:

¹ أحمد محمد مندور، مقدمة في الإقتصاد الجزئي، الدار الجامعة الإسكندرية، 2002، ص 263.

² أحمد محمد مندور، مرجع سابق ذكره، ص 280.

Q : كمية الإنتاج خلال فترة زمنية معينة.

L : عامل الإنتاج العمل، وهو حجم الاستخدام "العمالة" مقاسا بمعدل عدد العاملين خلال فترة زمنية معينة.

K : عامل الإنتاج رأس المال، وهو قيمة رأس المال الثابت مقاسا بإجمالي قيمة الأصول الثابتة خلال فترة زمنية معينة

T : عامل الإنتاج التكنولوجيا

E : باقي عوامل الإنتاج

وإذا كنا في المدى القصير فإن تغير حجم الإنتاج يكون بتغير العناصر المتغيرة مثل العمل ورأس المال بينما تبقى العوامل الأخرى ثابتة، ومن ثم فإنه في المدى القصير تقسم عوامل الإنتاج إلى عوامل ثابتة و عوامل متغيرة، ويمكن كتابة كما يلي:

$$Q = f(L, K)$$

وعليه من الناحية الرياضية فإن دالة الإنتاج هي العلاقة الرياضية بين الوحدات الداخلة والوحدات الخارجة، والتعبير الرياضي لدالة الإنتاج، يكون أكثر دقة في تحديد شكل العلاقة بين الوحدات الداخلة والخارجة من الأسلوب الوصفي في التعبير، وهناك دوال إنتاج كثيرة مختلفة في صيغها، وهذا الاختلاف يكون على بعض المفاهيم الاقتصادية التي تقدمها كل صيغة.

بالمفهوم الرياضي تتمثل دوال الإنتاج في الأشكال التي تظهر عليها وأغلبية أشهرها هذه الأشكال هي الأشكال الآسية التي يمكن تحويلها إلى دوال خطية فيما بعد ومن هذه الأشكال: دالة كوب دوغلاس **Cobb Douglass**، وتكتب بالشكل التالي:

$$Q = AK^\alpha L^\beta \text{ حيث: } A, \alpha, \beta \text{ ثوابت، و } 1 > \beta > 0, 1 > \alpha > 0$$

2-II تحليل دالة الإنتاج كوب دوغلاس Cobb Douglas

يمكن استخلاص العديد من العلاقات الاقتصادية من الدالة الإنتاجية والتي تعد من أهم المقومات عند اتخاذ القرار.

1-2-II الإنتاجية الكلية

تعرف الإنتاجية الكلية للعمل L بأنها الكميات المنتجة من استخدام كميات مختلفة من

عنصر العمل L وكمية ثابتة من رأس المال K ، أي: $Q = f(L, K_0)$

تعرف الإنتاجية الكلية لرأس المال K بأنها الكميات المنتجة من استخدام كميات مختلفة من

عنصر رأس المال K وكمية ثابتة من رأس المال L_0 ، أي: $Q = f(K, L_0)$

2-2-II الإنتاجية المتوسطة AMP_L / AMP_K

تعرف الإنتاجية المتوسطة للعمل L عند المستوى الثابت من رأس المال K_0 على أنها

إنتاجية الوحدة الواحدة من L وتساوي الإنتاجية الكلية للعمل مقسومة على الكمية المستخدمة

من عنصر العمل L وتكتب بالشكل التالي:

$$AMP_L = \frac{Q}{L} = \frac{AK^\alpha L^\beta}{L} = AK^\alpha L^{\beta-1}$$

تعرف الإنتاجية المتوسطة لرأس المال K عند المستوى الثابت من العمل L_0 على أنها

إنتاجية الوحدة الواحدة من K وتساوي الإنتاجية الكلية لرأس المال مقسومة على الكمية

المستخدمة من عنصر رأس المال K وتكتب بالشكل التالي:

$$AMP_K = \frac{Q}{K} = \frac{AK^\alpha L^\beta}{K} = AK^{\alpha-1} L^\beta$$

3-2-II الإنتاجية الحدية PPM_L / PPM_K

تعرف الإنتاجية الحدية للعمل L عند المستوى الثابت من رأس المال K_0 بأنها التغير في

الإنتاجية الكلية عندما يتغير عنصر العمل L بوحدة واحدة وتكتب رياضيا بالشكل التالي:

$$PPM_L = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$$

أما إذا كانت البيانات متصلة فتكتب من الشكل:

$$PPM_L = \frac{\partial Q}{\partial L} = A\beta K^\alpha L^{\beta-1}$$

تعرف الإنتاجية الحدية لرأس المال K عند المستوى الثابت من العمل L_0 بأنها التغير في الإنتاجية الكلية عندما يتغير عنصر رأس المال K بوحدة واحدة وتكتب رياضيا بالشكل التالي:

$$PPM_K = \frac{\Delta Q}{\Delta K}$$

أما إذا كانت البيانات متصلة فتكتب من الشكل:

$$PPM_K = \frac{\partial Q}{\partial K} = A\alpha K^{\alpha-1} L^\beta$$

مثال: لتكن لدينا دالة إنتاج السلعة Q التي تعتمد على العنصرين K و L معبر عنها كالتالي: $Q = 100K^{0,5}L^{0,5}$ ، وبفرض أن رأس المال المخصص للإنتاج ثابت ويقدر ب $K = 4$

المطلوب: أوجد كل من:

الإنتاجية الكلية للعمل ، الإنتاجية المتوسطة للعمل ، الإنتاجية الحدية للعمل.

الحل:

وبفرض أن رأس المال المخصص للإنتاج ثابت فإن دالة الإنتاجية الكلية للعمل تكتب بالشكل التالي:

$$Q = f(L, 4) = 100L^{0,5}4^{0,5} \Rightarrow Q = 200L^{0,5}$$

الإنتاجية المتوسطة للعمل:

$$AMP_L = \frac{Q}{L} = \frac{200L^{0,5}}{L} = \frac{200}{L^{0,5}}$$

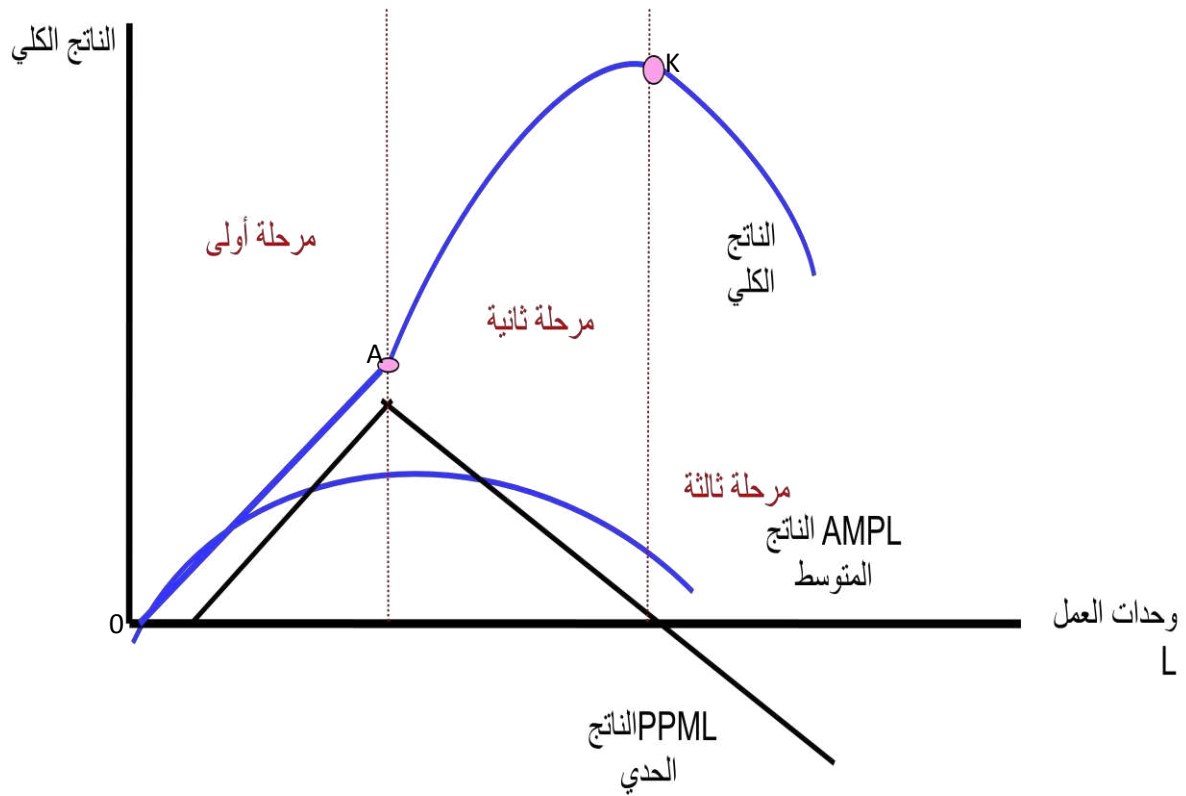
تعرف الإنتاجية الحدية للعمل L :

$$PPM_L = \frac{\partial Q}{\partial L} = 100L^{-0,5}$$

II-2-4 مراحل الإنتاج

ان زيادة العنصر المتغير لها آثار مختلفة على كل من الإنتاجية الكلية والإنتاجية المتوسطة والإنتاجية الحدية، وبإفترض تغير عنصر العمل وثبات عنصر رأس المال، فإننا نميز ثلاث مراحل للإنتاج وهي كالتالي موضحة في الشكل الموالي:

بإفترض زيادة عنصر واحد من عنصر العمل مع بقاء الأشياء الأخرى على حالها فإن الإنتاج الكلي يمر بثلاث مراحل وهي كما هو ممثل في الشكل التالي:



المرحلة الأولى:

في المرحلة الأولى فإن الإنتاج الكلي يتزايد بزيادة متزايدة، يصاحبه كذلك الزيادة في كل من الناتج المتوسط والناتج الحدي إلى غاية بلوغ هذا الأخير النهاية العظمى عند النقطة A.

المرحلة الثانية:

عندما يصبح الناتج الكلي متزايد بزيادة متناقصة تبدأ المرحلة الثانية، ويصبح الناتج الحدي متناقص ولكنه موجب، ويبدأ ذلك عند تشغيل العامل الإضافي ابتداءً من النقطة A، ويرجع السبب في سريان قانون تناقص الناتج الحدي أن زيادة تشغيل أعداد إضافية من العمال يؤدي إلى استنفاد مزايا التخصص خصوصاً مع ثبات كمية العنصر الثابت K، وعليه فإن الإنتاجية الحدية للعمل هي موجبة ولكنها متناقصة، أي أن الزيادة في الإنتاج الكلي أقل من الزيادة في عنصر العمل، وتنتهي هذه المرحلة عند بلوغ الإنتاج الكلي نهايته العظمى عند النقطة K.

المرحلة الثالثة:

تبدأ عندما يصل الناتج الكلي أقصى ما يمكن، ومن ثم يصبح الناتج الحدي معدوماً، ونلاحظ أن في هذه المرحلة يدخل في مرحلة التناقص، أي أن أي زيادة في عنصر العمل إضافية تؤدي إلى تناقص الإنتاج الكلي، وهذا ما يعرف بقانون تناقص الغلة.

ملاحظات على هذه المراحل الثلاث:

نلاحظ كذلك من الشكل أن منحنى الإنتاج الحدي يقطع منحنى الإنتاج المتوسط عندما

يكون هذا الأخير في حده أقصى أي: $AMP_L = PPM_L$

✓ في المرحلة OA الإنتاجية الحدية موجبة ومتزايدة؛

✓ في المرحلة AK الإنتاجية الحدية موجبة ومتناقصة؛

✓ في المرحلة K وما بعدها الإنتاجية الحدية سالبة ومتناقصة.

بعد أن تطرقنا إلى شرح مراحل الإنتاج الثلاث، يمكن القول أنه على المؤسسة اجتناب القيام بعملية الإنتاج في ظروف المنطقة الأولى والثالثة أين تكون الإنتاجية الحدية لأحد عوامل الإنتاج سالبة، واختيار المنطقة الثانية لأن فيها يكون حجم العمل يتناسب مع حجم رأس المال مما يجعل الإنتاجية الحدية لهما موجبة، ولو كانت متناقصة، ولا يمكن تحديد التوليفة

من L و K بالضبط ما لم ندخل عامل الأسعار في الصورة ، وعلى ذلك ينظر إلى الحدود الفاصلة بين المرحلة الأولى والثانية ، والمرحلة الثانية والثالثة على أنها قيود يجب أن يؤخذ بها عند اتخاذ قرارات الإنتاج الرشيدة.

مثال :

إذا كان لديك الجدول التالي، والذي يبين كمية الإنتاج (الناتج الكلي) من الأحذية لأحدى المؤسسات الإنتاجية في المدى القصير والتي تستخدم عنصرين من عناصر الإنتاج هما الآلات (رأس المال) وهو عنصر إنتاجي ثابت، والعمال (العمل) وهو عنصر إنتاجي متغير. **المطلوب:** أوجد الناتج المتوسط لعنصر العمل، والناتج الحدي لعنصر العمل، مع تحديد أهم مراحل الإنتاج.

الحل: بتطبيق ما جاء في ما سبق حول اهم مراحل الإنتاج نجد ما يلي: كما هو موضح في الجدول التالي:

مراحل الانتاج	الناتج الحدي PPM_L	الناتج المتوسط AMP_L (حذاء)	الناتج الكلي (حذاء)	عناصر الانتاج	
				العمال L	الآلات K
المرحلة الاولى	-	0	0	0	5
	50	50	50	1	5
	70	60	120	2	5
المرحلة الثانية	60	60	180	3	5
	40	55	220	4	5
	30	50	250	5	5
	20	45	270	6	5
	10	40	280	7	5
	0	35	280	8	5
المرحلة الثالثة	-10	30	270	9	5
	-20	25	250	10	5

نلاحظ من خلال الجدول أنه حتى مرحلة تشغيل العامل الثاني كان الإنتاج الكلي متزايد بزيادة متزايدة والإنتاجية الحدية موجبة ومتزايدة (المرحلة الأولى).

وإبتداء من تشغيل العامل الثالث نلاحظ أن الإنتاج الكلي حافظ على التزايد ولكن بزيادة متناقصة حتى تشغيل العامل السابع والثامن نلاحظ أن الإنتاج ثابت، أما الإنتاجية الحدية بدأت بالتناقص ولكنها لازالت موجبة (المرحلة الثانية).

وإبتداء من تشغيل العامل التاسع نلاحظ أن الإنتاج الكلي بدأ بالتناقص، وفي المقابل نلاحظ أن الإنتاجية الحدية دخلت مرحلة السلبية وأصبحت سالبة (المرحلة الثالثة).

نلاحظ أن عند تشغيل العمل الثالث تكون : $AMP_L = PPM_L = 60$

II-3 خواص دالة الإنتاج كوب دوغلاس Cobb Douglas

II-3-1 المرونة الجزئية لدالة الإنتاج كوب دوغلاس Cobb Douglas

ويقصد بالمرونة الجزئية للإنتاج بالنسبة لعوامل الإنتاج، درجة حساسية الكمية المنتجة للتغيرات التي تحدث في أحد عوامل الإنتاج بنسبة معينة، بمعنى إذا تغير حجم عامل من عوامل الإنتاج بنسبة معينة بكم سيتغير حجم الإنتاج؟ ، وتقاس المرونة الجزئية لعامل الإنتاج : العمل ورأس المال بالعلاقات التالية:

II-3-1-1 المرونة الجزئية لدالة الإنتاج كوب دوغلاس بالنسبة لرأس المال

نعبر عن مرونة دالة الإنتاج بالنسبة لرأس المال بأنها التغير النسبي في الكمية المنتجة نتيجة التغير النسبي في عنصر رأس المال وتكتب رياضيا بالشكل التالي:

$$E_k = \frac{\Delta Q / Q}{\Delta K / K} \Rightarrow E_k = \frac{\Delta Q}{\Delta K} \times \frac{K}{Q}$$

$$E_k = \frac{\Delta Q / \Delta K}{Q / K} \Rightarrow E_k = \frac{\text{الإنتاجية الحدية لرأس المال}}{\text{الإنتاجية المتوسطة لرأس المال}}$$

وبالنسبة لدالة كوب دوغلاس فإن المرونة تساوي:

$$E_k = \frac{\Delta Q / \Delta K}{Q / K} \Rightarrow E_k = \frac{\alpha \frac{Q}{K}}{\frac{Q}{K}} \Rightarrow E_k = \alpha$$

II-3-1-2 المرونة الجزئية لدالة الإنتاج كوب دوغلاس بالنسبة للعمل

نعبر عن مرونة دالة الإنتاج بالنسبة للعمل بأنها التغير النسبي في الكمية المنتجة نتيجة التغير النسبي في عنصر العمل وتكتب رياضيا بالشكل التالي:

$$E_L = \frac{\Delta Q / Q}{\Delta L / L} \Rightarrow E_k = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \times \frac{L}{Q}$$

$$E_L = \frac{\Delta Q / \Delta L}{Q / L} \Rightarrow E_L = \frac{\text{الإنتاجية الحدية للعمل}}{\text{الإنتاجية المتوسطة للعمل}}$$

وبالنسبة لدالة كوب دوغلاس فإن المرونة تساوي:

$$E_L = \frac{\Delta Q / \Delta L}{Q / L} \Rightarrow E_L = \frac{\beta \frac{Q}{L}}{\frac{Q}{L}} \Rightarrow E_L = \beta$$

معنى النتائج السابقة ، أنه إذا تغير حجم العمل في المؤسسة ب 1% يتغير حجم الإنتاج ب $\alpha\%$ وإذا تغير حجم رأس المال ب 1% حجم الإنتاج ب $\beta\%$

II-3-2 دالة كوب دوغلاس متجانسة

بصفة عامة يقال أن الدالة $Q = f(L, K)$ أنها متجانسة من الدرجة n إذا تحقق لدينا من أجل كل قيمة L (t) صحة العلاقة الرياضية التالية:

$$f(tL, tK) = t^n f(L, K)$$

بمعنى آخر إذا ضاعفنا عوامل الإنتاج ب (t) مرة فسوف يزيد حجم الإنتاج ب t^n مرة بحيث تمثل n درجة تجانس هذه الدالة.

ويقصد بالتجانس هو عبارة عن ذلك التغير في الإنتاج نتيجة التغير النسبي المتساوي الحاصل في عوامل الإنتاج الداخلة في تكوين هذا الإنتاج.

وعليه وبالإعتماد على ما سبق في ما يخص تجانس الدول، سوف نطبق ذلك على دالة كوب دوغلاس:

$$Q = f(K, L) = AK^\alpha L^\beta \quad \text{لدينا دالة كوب دوغلاس من الشكل:}$$

$$f(tK, tL) = A(tK)^\alpha (tL)^\beta \quad \text{إذا ضاعفنا عوامل الإنتاج ب (t) مرة فسوف نجد:}$$

$$\Rightarrow f(tK, tL) = At^\alpha K^\alpha t^\beta L^\beta$$

$$\Rightarrow f(tK, tL) = t^{(\alpha+\beta)} AK^\alpha L^\beta$$

$$\Rightarrow f(tK, tL) = t^{(\alpha+\beta)} f(K, L)$$

إذن نلاحظ أننا عندما ضاعفنا عوامل الإنتاج ب (t) في دالة كوب دوغلاس، أن الإنتاج قد زاد ب $t^{(\alpha+\beta)}$ وعليه كنتيجة نهائية فإن دالة كوب دوغلاس هي دالة متجانسة ودرجة تجانسها $n = (\alpha + \beta)$ وعليه يمكن القول عن غلة الحجم لدالة كوب دوغلاس ما يلي:

$$\checkmark \text{ الإنتاج يكون في حالة ثبات غلة الحجم إذا كان: } (\alpha + \beta) = 1$$

$$\checkmark \text{ الإنتاج يكون في حالة تزايد غلة الحجم إذا كان: } (\alpha + \beta) > 1$$

$$\checkmark \text{ الإنتاج يكون في حالة تناقص غلة الحجم إذا كان: } (\alpha + \beta) < 1$$

II-3-3 دالة كوب دوغلاس تحقق نظرية أولير

بصفة عامة إذا كانت الدالة $Q = f(L, K)$ متجانسة من الدرجة n فإنها تحقق العلاقة التالية:

$$Kf_K + Lf_L = nf(L, K)$$

$$\text{حيث:} \begin{cases} f_K = \frac{\partial Q}{\partial K} \\ f_L = \frac{\partial Q}{\partial L} \end{cases}$$

وبتطبيق قانون أولير على دالة كوب دوغلاس نجد:

لدينا دالة كوب دوغلاس من الشكل: $Q = f(K, L) = AK^\alpha L^\beta$

$$Kf_K + Lf_L = K \frac{\partial Q}{\partial K} + L \frac{\partial Q}{\partial L}$$

$$Kf_K + Lf_L = K \frac{\alpha Q}{K} + L \frac{\beta Q}{L}$$

$$\Rightarrow Kf_K + Lf_L = \alpha Q + \beta Q$$

$$\Rightarrow Kf_K + Lf_L = (\alpha + \beta)Q$$

$$\Rightarrow Kf_K + Lf_L = (\alpha + \beta)f(L, K)$$

إذن قانون أولير محقق وبالتالي يمكن القول أن دالة كوب دوغلاس هي دالة متجانسة ودرجة

$$n = (\alpha + \beta)$$

مثال:

لتكن لدينا المعلومات التالية حول دالة كوب دوغلاس:

$$Q = K^\beta L^{0,5}$$

ولدينا عند نقطة محددة F من الإنتاج: $Q = \beta = L = X_0$

1. أحسب قيمة β

2. كم سوف تكون نسبة الزيادة في الإنتاج إذا رفعنا L بـ 10% و K بقي ثابت

3. ماذا يمكن القول عن غلة الحجم في ظل هذه المعطيات

الحل:

1. حساب β

$$Q = K^\beta L^{0,5} \text{ لدينا}$$

$$Q = \beta = L = X_0 \text{ لدينا}$$

$$X_0 = X_0^\beta X_0^{0,5} \Rightarrow X_0 = X_0^{\beta+0,5} \text{ إذن:}$$

$$\Rightarrow \log X_0 = \log X_0^{\beta+0,5}$$

$$\Rightarrow \log X_0 = (\beta + 0,5)\log X_0$$

$$\Rightarrow (\beta + 0,5) = 1$$

$$\Rightarrow \beta = 0,5$$

وبالتالي تصبح الدالة من الشكل: $Q = K^{0,5}L^{0,5}$

2. حساب نسبة الزيادة في الإنتاج:

نسبة الزيادة = المرونة الجزئية للعمل E_L

$$E_L = \frac{\partial Q / \partial L}{Q / L} \Rightarrow E_L = \frac{\text{الإنتاجية الحدية للعمل}}{\text{الإنتاجية المتوسطة للعمل}}$$

$$E_L = \frac{\partial Q / \partial L}{Q / L} \Rightarrow E_L = \frac{0,5 \frac{Q}{L}}{\frac{Q}{L}} \Rightarrow E_L = 0,5$$

معنى النتائج السابقة ، أنه إذا تغير حجم العمل في المؤسسة ب 1% يتغير حجم الإنتاج

ب 0,5% وبما أن العمل تغير ب 10% فإن حجم الإنتاج تغير ب 5%

3. حساب غلة الحجم

بما أن الدالة هي دالة كوب دوغلاس فهي دالة متجانسة من الدرجة الأولى ودرجة تجانسها

$$(\alpha + \beta)$$

$$\text{إذن: } (\alpha + \beta) = 0,5 + 0,5 = 1$$

✓ وعليه الإنتاج يمر بحالة ثبات غلة الحجم لأن: $(\alpha + \beta) = 1$

-III- توازن المنتج أو المؤسسة

بفرضية الإحلال بين عناصر الإنتاج يكون هدف المقاول (صاحب المؤسسة) عبارة عن

إختيار مجموعة معينة من هذه العناصر لإنتاج مستوى معين من المنتج، وتكون للكمية

المنتجة وعناصر الإنتاج K و L أسعار معطاة من طرف السوق، ولذلك يكون المنتج مجبر

على دراسة الأسعار النسبية لعناصر الإنتاج لكي يقلل تكلفة إنتاج مستوى منتج ما، أو

يعظم الإنتاج بمستوى تكلفة معينة أو يعظم الربح، وعليه قبل التطرق لهذه الحالات

نستعرض بعض المفاهيم.

III-1 منحنيات الناتج المتساوي:

III-1-1 تعريف منحنيات الناتج المتساوي:

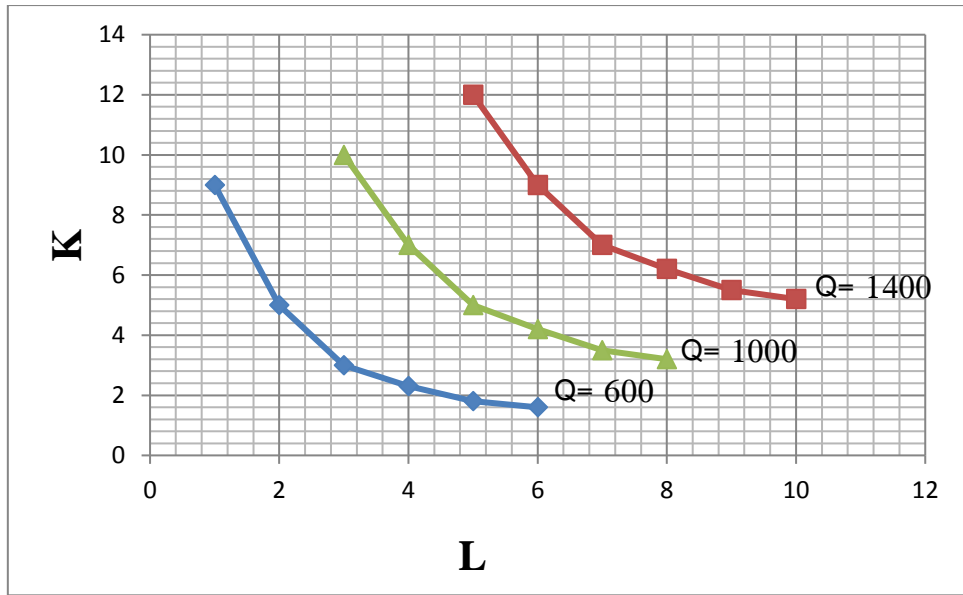
يعبر منحنى الناتج المتساوي عن التوليفات (المجموعات) المختلفة من العمالة ورأس المال، التي يمكن للمؤسسة أن تستخدمها في إنتاج كمية معينة من الإنتاج، أو بتعبير آخر "منحنى الناتج المتساوي هو المحل الهندسي للتوليفات المكونة من عنصري الإنتاج العمل ورأس المال التي يستطيع المنتج أن يحقق بها نفس مستوى الإنتاج".

مثال:

لنفرض أن مؤسسة للإنتاج الغذائي، ترغب في إنتاج كميات مختلفة من الطماطم المصبرة، ولتكن مثلا 600 طن، 1000 طن، 1400 طن لكل سنة، وبالتالي فإن المؤسسة تبحث عن مختلف التوليفات من عناصر الإنتاج (العمل ورأس المال)، التي تمكنها من إنتاج الكمية المطلوبة أعلاه.

ولتفترض أن المجموعات المختلفة من العمل وآلات لإنتاج كميات معينة من الطماطم المصبرة، كما هي موضحة في الجدول التالي:

Q= 1400		Q= 1000		Q= 600		الكمية المجموعة
رأس المال	وحدات العمل	رأس المال	وحدات العمل	رأس المال	وحدات العمل	
12	5	10	3	9	1	A
9	6	7	4	5	2	B
7	7	5	5	3	3	C
6,2	8	4,2	6	2,3	4	D
5,5	9	3,5	7	1,8	5	E
5,2	10	3,2	8	1,6	6	F



نلاحظ من الشكل أعلاه أن كل منحنى من منحنيات الناتج المتساوي تمثل مجموعة من التوافيق المختلفة من عوامل الإنتاج (رأس المال والعمل) التي تنتج نفس المقدير من الإنتاج، أي تحركنا على طول نفس المنحنى يعطينا نفس الإنتاج، إما إذا إنتقلنا إما على يمين أو يسار أي منحنى ناتج متساوي نحصل على منحنى آخر يمثل مجموعة من التوفيقات المختلفة من عوامل الإنتاج (رأس المال والعمل) التي تنتج نفس المقدير من الإنتاج، وعليه كلما إنتقلنا يمينا زاد الإنتاج، وكلما إنتقلنا يسارا نقص الإنتاج، وعليه فإن تمثيل مجموعة من منحنيات الناتج المتساوي يسمى خريطة منحنيات الناتج المتساوي، بحث تمثل هذه الخريطة مجموعة من منحنيات الناتج المتساوي التي تمثل كل منها مستوى معين من الإنتاج.

III-1-2 خصائص منحنيات الناتج المتساوي:

- تتمتع منحنيات الناتج المتساوي بنفس خصائص بنفس خصائص منحنيات السواء حيث:
1. تنحدر من الأعلى إلى الأسفل تجاه اليمين أي أنها ذات ميل سالب، وهذا يعني أن المؤسسة إذا رغبت في استخدام كميات أقل من رأس المال وجب عليها استخدام كميات أكبر من العمل حتى يتسنى لها إنتاج نفس كمية الإنتاج (بمعنى أن تبقى على نفس المنحنى).

2. منحنيات الناتج المتكافل لا تتقاطع، وذلك لأنها لو تقاطعت لدلت نقطة التقاطع على أن المنشأة يمكنها إنتاج كميتين مختلفتين من الإنتاج بنفس المجموعة من العمل ورأس المال، وهذا مستحيل.

3. إن أعلى منحنى ناتج متساوي يعبر عن أكبر مستوى إنتاج، وبالتالي فإن منحنى الناتج المتساوي الأقرب إلى نقطة الأصل يعبر عن أقل مستوى إنتاج.

4. منحنيات الناتج المتساوي محدبة من نقطة الأصل، وهذا بسبب تناقص المعدل الحدي

للإحلال الفني TMST

III-1-3 المعدل الحدي للإحلال الفني TMST

هو الكمية المتخلى عنها من أحد عناصر الإنتاج لإضافة وحدة واحدة من العنصر الآخر مع ثبات مستوى الإنتاج، وعليه المعدل الحدي للإحلال الفني للعمل هو الكمية المتخلى عنها من رأس المال لإضافة وحدة واحدة من العمل مع ثبات مستوى الإنتاج ويكتب بالشكل

$$\text{TMST}_{L/k} = -\frac{\Delta k}{\Delta L} = \left| -\frac{\Delta K}{\Delta L} \right| = \left| -\frac{dK}{dL} \right|$$

و لحساب ذلك نأخذ التفاضل الكلي لدالة الإنتاج :

$$Q = f(K, L) = AK^\alpha L^\beta$$

وبما ان التغير في كميات كل من K و L تبقىنا على نفس مستوى الإنتاج فإن: $dQ = 0$

$$dQ = 0 \Rightarrow \hat{f}_K dK + \hat{f}_L dL = 0$$

$$\begin{cases} \hat{f}_K = \frac{\partial Q}{\partial K} = PPM_K \\ \hat{f}_L = \frac{\partial Q}{\partial L} = PPM_L \end{cases} \quad \text{حيث :}$$

$$\Rightarrow \hat{f}_K dK = -\hat{f}_L dL \Rightarrow -\frac{dK}{dL} = \frac{\hat{f}_L}{\hat{f}_K}$$

إذن المعدل الحدي للإحلال التقني هو:

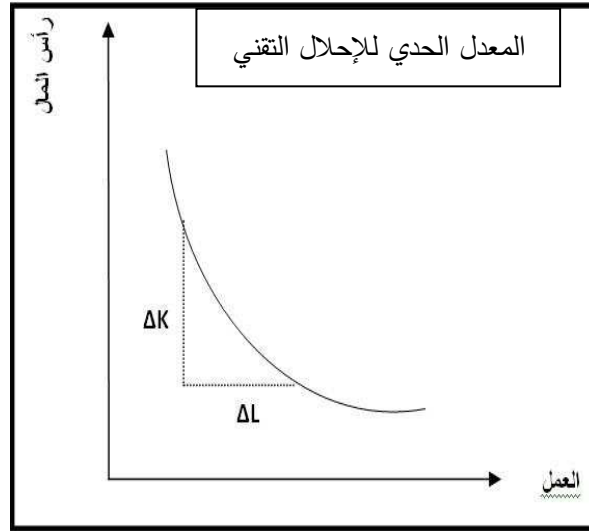
$$TMST_{L/k} = -\frac{\Delta k}{\Delta L} = \left| -\frac{\Delta K}{\Delta L} \right| = -\frac{dK}{dL} = \frac{\hat{f}_L}{\hat{f}_K}$$

وبالتالي بالنسبة لدالة كوب دوغلاس فإن $TMST_{L/k}$ يساوي:

$$TMST_{L/k} = \frac{\hat{f}_L}{\hat{f}_K} = \frac{\beta \frac{Q}{L}}{\alpha \frac{Q}{K}} \Rightarrow TMST_{L/k} = \frac{\beta}{\alpha} \times \frac{K}{L}$$

أما المعدل الحدي للإحلال لرأس المال $TMST_{K/L}$ يساوي:

$$TMST_{K/L} = -\frac{\Delta L}{\Delta K} = \left| -\frac{\Delta L}{\Delta K} \right| = -\frac{dL}{dk} = \frac{\hat{f}_K}{\hat{f}_L} = \frac{\alpha}{\beta} \times \frac{L}{K}$$



III-2 منحنى التكاليف المتساوية:

إذا إعتبر أن المنتج يستعمل عنصري الإنتاج K و L لإنتاج سلعة ما فإن التكلفة الإجمالية

$$C = rK + wL \quad \text{حيث } C$$

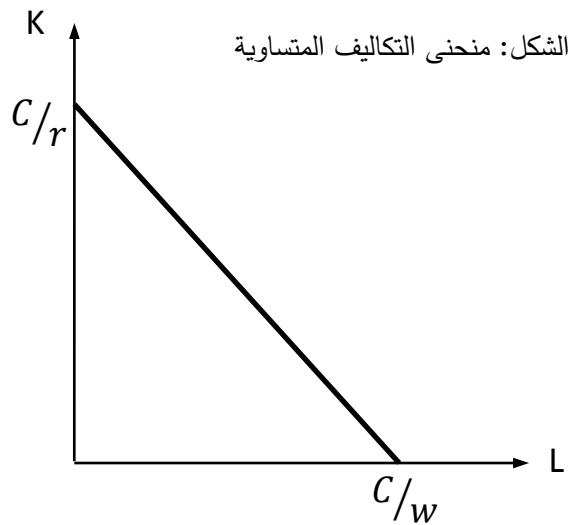
$$\left\{ \begin{array}{l} r: \text{سعر تكلفة رأس المال} \\ w: \text{معدل الأجر الحقيقي} \end{array} \right. \quad \text{حيث :}$$

إذن بأسعار r و w لرأس المال والعمل على التوالي، وبمستوى إنفاق كلي C من طرف

المنتج يستطيع المنتج أن يشتري أي توفيقية من (K, L) في حدود إمكاناته أي:

$$C = rK + wL$$

وبالتالي يمكن تمثيل هذه التوافق من (K, L) في منحنى يسمى منحنى التكاليف المتساوية، وعليه منحنى التكاليف المتساوية هو مجموعة التوليفات من عوامل الإنتاج (K, L) التي يستطيع المنتج شراءها في حدود إمكانياته الإنفاقية المتوفرة C ، والميل المطلق لخط التكاليف المتساوية يبين السعر النسبي لعوامل الإنتاج، وبالتالي معادلة خط التكاليف المتساوية تأخذ الصورة التالية: $L = \frac{C}{w} + \frac{r}{w}K$ والشكل التالي يوضح ذلك.



III-3 توازن المنتج رياضياً:

السؤال المطروح هنا كيف يمكن للمنتج إختيار المقادير المختلفة من عوامل الإنتاج والتي يجب إستخدامها لتحقيق أقصى إنتاج ممكن في حدود دالة تكاليفه؟ أو ما هي المقادير المختلفة من عوامل الإنتاج والتي يجب إستخدامها لتحقيق أدنى تكاليف في حدود دالة إنتاجه؟ وعليه يمكن التعبير عن الحالتين فيما يلي:

$$\begin{cases} \text{MAX: } Q = f(K, L) \\ \text{S/C: } C = rK + wL \dots \dots \dots (I) \end{cases}$$

و:

$$\begin{cases} \text{MIN: } C = rK + wL \\ \text{S/C: } Q = f(K, L) \dots \dots \dots (II) \end{cases}$$

وعليه لحل هذه المشكلات الإقتصادية نستعمل طريقة مضاعف لاغرانج L وعليه تكتب:

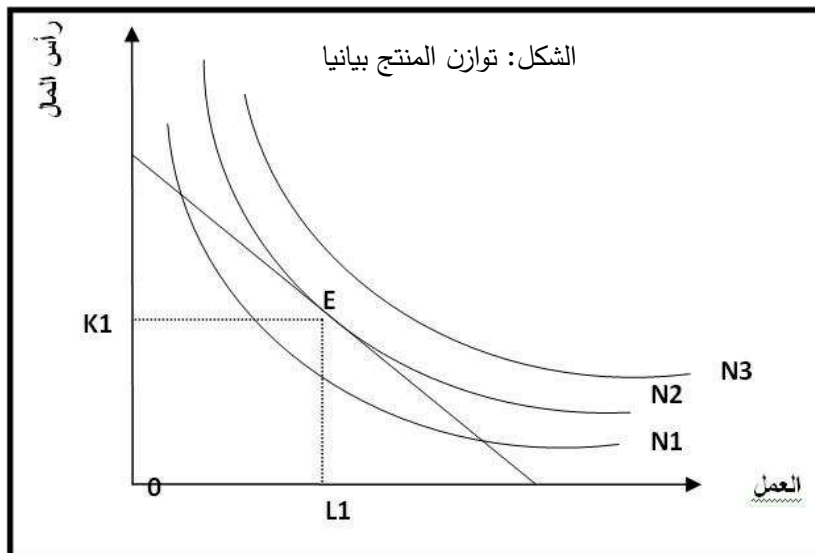
$$L = f(K, L) + \lambda(C - rK - wL) \dots \dots \dots (I) \quad \text{الحالة الأولى:}$$

$$L = rK + wL + \lambda(f(K, L) - Q) \dots \dots \dots (I) \quad \text{الحالة الثانية:}$$

ولكي نحصل على النهايات العظمى والصغرى يجب أن تكون المشتقات الجزئية الأولى لدالة لاغرانج بالنسبة للمتغيرات الثلاث (K, L, λ) تساوي الصفر وهو الشرط الأول، أي تساوي ميل منحنى التكاليف المتساوية مع ميل منحنى الناتج المتساوي، ومن خلال

$$\frac{PPM_L}{PPM_K} = \frac{w}{r} \quad \text{الإشتقاق نجد أن شرط التوازن هو:}$$

أما الشرط الثاني وهو التحقق فعلا من النهايات العظمى والصغرى، يجب حساب محدد المؤطر الهيسي للتحقق، ففي حالة التعظيم يجب أن يكون محدد المؤطر الهيسي أكبر من الصفر، أما في حالة التدنئة يجب أن يكون محدد المؤطر الهيسي أصغر من الصفر. وبيانيا يحدث التوازن ويكون المنتج في حالة توازن عندما يقوم بتعظيم إنتاجه عند مستوى إنفاق معين، ويتحقق ذلك عندما يصل إلى أعلى منحنى ناتج متساوي ممكن عند خط تكاليف متساوية معين، ويتحقق ذلك هندسيا عند نقطة التماس بينهما (النقطة E) والتي تسمى بالنقطة المثلى إقتصاديا، كما هو موضح في الشكل الموالي:



مثال توضيحي:

لتكن لدينا دالة الإنتاج لسلعة ما على الشكل التالي: $Q = 2K^{0,5}L^{0,5}$

إذا كان P سعر الوحدة الواحدة من السلعة المنتجة، و r تكلفة رأس المال، و w معدل الأجر الحقيقي.

1. أوجد معادلة دالة الطلب على العمل عندما تكون كمية رأس المال المستعملة $K = 4$

2. ما هي خصائص معادلة دالة الطلب على العمل المتحصل عليها؟

3. أحسب قيمة الربح الأعظم عندما تكون: $w = 1$ و $r = 2$ و $P = 2$

الحل:

$$Q = 2K^{0,5}L^{0,5} \text{ لدينا}$$

1. إيجاد معادلة دالة الطلب على العمل عندما تكون كمية رأس المال المستعملة $K = 4$

4

π : هو الربح وعليه $\pi = recette - dépence$

$$\pi = Q.P - (rK + wL)$$

$$\pi = P(2K^{0,5}L^{0,5}) - (4r + wL)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial L} = 0$$

هدف المؤسسة هو تعظيم أكبر ربح أي:

$$\frac{\partial \pi}{\partial L} = 0 \Rightarrow \frac{\partial (P(2\sqrt{4}\sqrt{L}) - (4r + wL))}{\partial L} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial (P(4\sqrt{L}) - (4r + wL))}{\partial L} = 0$$

$$\Rightarrow P.2\sqrt{L} - w = 0$$

$$\Rightarrow P.2L^{-0,5} = w \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{L}} = \frac{w}{2P} \Rightarrow \sqrt{L} = 2\frac{P}{w}$$

$$\Rightarrow L = 4\frac{P^2}{w^2} \dots \dots \dots \text{دالة الطلب على العمل}$$

2. خصائص معادلة دالة الطلب على العمل

للدالة خاصيتين هما: علاقة طردية مع سعر السلعة المنتجة حيث كلما إرتفع السعر زاد الطلب على اليد العاملة.

أما الخاصية الثانية علاقة عكسية مع الأجر حيث كلما إرتفع السعر نقص الطلب على اليد العاملة.

3. حساب قيمة أعظم ربح ممكن.

$$\pi = 4PL^{0,5} - (4r + wL)$$

$$\pi = 4P\left(4\frac{P^2}{w^2}\right)^{0,5} - \left(4r + w\left(4\frac{P^2}{w^2}\right)\right)$$

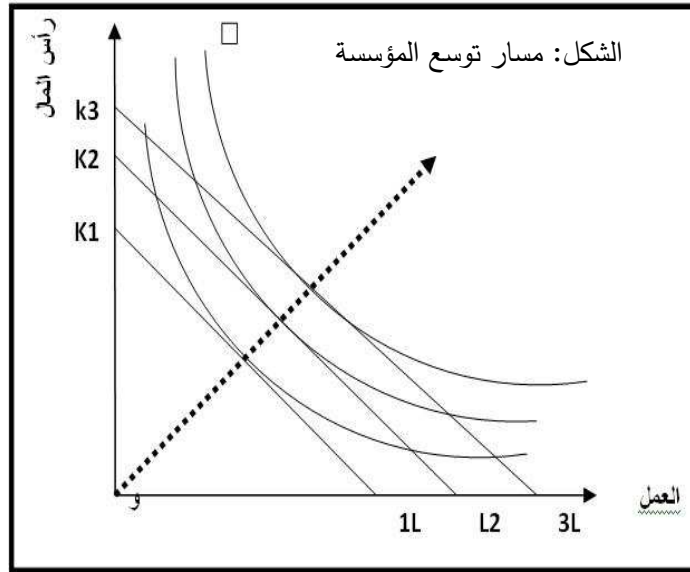
وبالتعويض نجد:

$$\pi = 8\left(4\frac{2^2}{1^2}\right)^{0,5} - \left(8 + 1\left(4\frac{2^2}{1^2}\right)\right)$$

$$\pi = 32$$

III-3 مسار توسع المؤسسة:

إذا كان لدينا عدة منحنيات للنتاج المتساوي وعدة خطوط للنفقة المتساوية (وبافتراض تساوى أسعار عوامل الإنتاج) فإن الخط المستقيم القادم من نقطة الأصل ويربط بين نقاط التوازن المختلفة عندما تتغير ميزانية المنتج مع ثبات العوامل الأخرى، أو عندما يتغير سعر إحدى عوامل الإنتاج مع ثبات العوامل الأخرى، فهو يعبر عن مسار التوسع في الإنتاج، وهو ما يوضح ثبات نسبة رأس المال/العمل في الإنتاج والشكل التالي:



IV- تمارين تطبيقية

التمرين الأول: إذا كانت دالة الإنتاج لمنتج ما: $Q = 20L^2 - (LK)^3$

حيث يمثل K, L العمل ورأس المال على التوالي.

- أحسب الإنتاج الحدي للعمل، وما هو حجم اليد العاملة الذي يعظم دالة الإنتاج .
- أحسب الإنتاج المتوسط للعمل ومتى تمر دالة الإنتاج المتوسط للعمل بحددها الأقصى.
- إذا كانت $K = 2$ و L يأخذ قيما مختلفة تجعل من الإنتاج الحدي للعمل أكبر من الصفر فعين المراحل التي يمر بها الإنتاج .
- نفرض أن K تأخذ كذلك قيما مختلفة ، أحسب الإنتاج الحدي لرأس المال.
- أحسب معدل الإحلال الفني بين العمل ورأس المال.

التمرين الثاني :

إذا قدرت دالة الطلب على البترول في السوق العالمية على الشكل التالي: $Q = 36P - 0,1$

حيث P و Q الكمية المطلوبة وسعر البرميل الواحد على التوالي.

أ- أوجد مرونة الطلب للسعر. ماذا تستنتج؟

ب- ماهي الفائدة من معرفة قيمة المرونة بالنسبة للدول المصدرة للبتروول.

ت- ماهي الكمية المطلوبة المتوقعة إذا إرتفع سعر اليرميل من 25 إلى 30 \$. ماذا

تستنتج.

التمرين الثالث:

لتكن لدينا دالة كوب دوغلاس متجانسة من الدرجة الأولى $(\alpha + \beta) = 1$ وتتطور مع

الزمن $t-1$ و t ، ولدينا معدل نمو هذا الإنتاج g_x ومعدل نمو رأس المال g_k ومعدل نمو

العمل g_L برهن على صحة العلاقة التالية:

$$(1 + g_x) = (1 + g_k)^\alpha \times (1 + g_L)^{1-\alpha}$$

قائمة المراجع:

- ✓ أحمد محمد مندور، مقدمة في الإقتصاد الجزئي، الدار الجامعة الإسكندرية، 2002.
- ✓ إبراهيم سليمان قطف، علي محمد خليل، مبادئ الإقتصاد الجزئي، دار الحامد للنشر والتوزيع، عمان، الأردن، 2004.
- ✓ كساب علي، النظرية الإقتصادية التحليل الجزئي، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2003.
- ✓ توفيق عبد الرحيم حسن، مبادئ الإقتصاد الجزئي، دار الصفاء، عمان، 2005 .
- ✓ دومينيك سلفدور، ترجمة سعد الدين محمد الشيال، سلسلة شوم نظرية إقتصاديات الوحدة "نظريات وأسئلة"، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 1994.
- ✓ عامر علي سعيد، مقدمة في الإقتصاد الجزئي، الطبعة الأولى، دار البداية ناشرون وموزعون، عمان 2010.
- ✓ رشيد بن الذيب ونادية شطاب عباس، إقتصاد جزئي نظرية وتمارين، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2007.
- ✓ صونيا عابد، محاضرات في التحليل الإقتصادي الجزئي، مطبوعة جامعية، جامعة الأمير عبد القادر للعلوم الإسلامية، 2011.
- ✓ طارق العكلي، الإقتصاد الجزئي، منشورات وزارة التعليم العالي والبحث العلمي العراقية، الجامعة المستنصرية، العراق، 2000.
- ✓ طويطي مصطفى، محاضرات في الإقتصاد الجزئي، مطبوعة جامعية، جامعة البويرة، 2014.
- ✓ محمد سحنون، محاضرات في التحليل الإقتصادي الجزئي، منشورات جامعة منتوري قسنطينة، 2001 .

