المحاضرة 5 / قاعدة لوبيتال Lhopitals Rule

المرحلة الثانية/ الكورس الاول

قسم الاحصاء

الدراسة الصباحية

2026-2025

قاعدة لوبيتال Lhopitals Rule

تستخدم هذه القاعدة عندما تكون الدالة المراد معرفة غايتها عند القيمة a $(x \to a)$ عبارة عن حاصل قسمة دالتين غاية كل منهما أما تساوي $\frac{\infty}{\infty}$ او تساوي $\frac{0}{0}$ ومشتقة دالة المقام لا تساوي صفر فأن غاية الدالة ستكون مشتقة دالة البسط على مشتقة دالة المقام وفق الصيغة:

$$\lim_{x\to a} \frac{\grave{f}(x)}{\grave{g}(x)}$$

مثال (25) اوجد الغاية للدالة $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x^2-5x+6}{x-3}$ بأستخدام قاعدة لوبيتال عندما $x \to 3$.

الحل:

$$\lim_{x\to 3} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x\to 3} x^2 - 5x + 6}{\lim_{x\to 3} x - 3}$$
$$= \frac{(3)^2 - 5(3) + 6}{3 - 3}$$
$$= \frac{9 - 15 + 6}{0} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x\to 3} \frac{\grave{f}(x)}{\grave{g}(x)} = \lim_{x\to 3} \frac{2x - 5}{1} = 2(3) - 5 = 1$$

مثال (26) اوجد الغاية للدالة $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{Sin\, x}{e^{3x}-1}$ بأستخدام قاعدة لوبيتال عندما $x \to 0$.

الحل:

$$\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x\to 0} Sin\, x}{\lim_{x\to 0} e^{3x} - 1}$$
$$= \frac{Sin\, 0}{e^{3(0)} - 1}$$
$$= \frac{0}{1 - 1} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\grave{f}(x)}{\grave{g}(x)} = \frac{\lim_{x\to 0} Cos\ x}{\lim_{x\to 0} 3e^{3x}} = \frac{Cos\ 0}{3e^{3(0)}} = \frac{1}{3}$$

مثال (27) اوجد الغاية للدالة $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{5x}{x}$ بأستخدام قاعدة لوبيتال عندما $x \to \infty$.

الحل:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x\to\infty} 5x}{\lim_{x\to\infty} x} = \frac{5 * \infty}{\infty} = \frac{\infty}{\infty}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\grave{f}(x)}{\grave{g}(x)} = \frac{\lim_{x\to\infty} 5}{\lim_{x\to\infty} 1} = 5$$