تعريف (1)/ الاختبار اللامعلمي: هو اسلوب احصائي يختص في تحليل البيانات ويستخدم لاختبار الفرضيات دون الاعتماد على توزيعات ومعلمات المجتمع الاحصائي ويعتمد غالباً على الرتب او الاشارات او التكرارات بدل القيم الأصلية.

الفصل الخامس/ أولاً: اختبارات النِّسَب: (Tests of Proportions)

الحالة الاولى: اختبار النسبة لمجتمع يتبع توزيع ثنائي الحدين عندما يكون حجم العينة كبير

مثال (1)/ صفحة(128): تدعي احدى معامل انتاج الاطارات التابعة لاحدى الشركات العالمية ان نسبة الاطارات المعيبة في انتاجها هي (0.07)، ولغرض التأكد من هذا الادعاء قام احد المفتشين باختيار عينة من الاطارات المباعة من قبل هذه الشركة بلغ حجمها (160) اطار، وتم فحصها بأجهزة متخصصة ، فتبين له بأن عدد الاطارات المعيبة كان (14) اطار، هل ان المعمل صادقاً في ادعائه مع الوكلاء عند مستوى معنوية (0.05)

الحل: من المعطيات الخاصة بالسؤال ما يلي: $n = 160$ ، $x = 14$ ، هذا يعني حجم العينة كبير

$$\mathrm{V.S}\ \begin{matrix} \mathrm{H_0: P = 0.07} \\ \mathrm{H_1: P > 0.07} \end{matrix}$$

$$\mathrm{Z_{cal}} = \frac{\hat{\mathrm{p}} - \mathrm{p}}{\sqrt{\mathrm{p(1-p)/n}}}$$

$$\hat{\mathrm{p}} = \frac{x}{n} = \frac{14}{160} = 0.0875$$

$$\mathrm{Z_{cal}} = \frac{0.0875 - 0.07}{\sqrt{0.07(0.93)/160}} = \frac{0.0175}{\sqrt{0.000406875}} = \frac{0.0175}{0.02017} = 0.867$$

$$\mathrm{Z_{tab}} = 1.645$$

القرار: طالما ان احصاءة الاختبار اصغر من القيمة الجدولية هذا يعني قبول الفرضية الصفرية.

مثال (2):السؤال الثاني/ صفحة (143): اجريت احصائية عن 1800 موظف فوجد ان 1200 موظف من بينهم يملكون الدور التي يسكنونها ، هل يمكن استنتاج ان نسبة الموظفين المالكين للدور التي يسكنونها اعلى من النسبة العامة والتي هي 0.07 ، اختر مستوى معنوية (0.05).

الحل: من المعطيات الخاصة بالسؤال ما يلي: $n = 1800$ ، $x = 1200$ ، هذا يعني حجم العينة كبير

$$\mathrm{V.S}\ \begin{matrix} \mathrm{H_0: P = 0.07} \\ \mathrm{H_1: P > 0.07} \end{matrix}$$

$$Z_{cal} = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{p(1-p)/n}}$$

$$\hat{p} = \frac{x}{n} = \frac{1200}{1800} = 0.6667$$

$$Z_{cal} = \frac{0.6667 - 0.07}{\sqrt{0.07(0.93)/1800}} = \frac{0.5967}{0.006013873} = 99.2$$

$$Z_{tab} = 1.645$$

القرار: طالما ان احصاءة الاختبار اكبر من القيمة الجدولية هذا يعني رفض الفرضية الصفرية.

مثال (3)/السؤال الثالث/ صفحة(143): من معلومات سابقة ان نسبة الذين يحملون مطفأة حريق في سياراتهم هي 0.07 ، تم اختيار عينة عشوائية حجمها 500 سائق فوجد ان 240 سائق منهم يحملون المطفأة في سياراتهم ، اختبر مستوى معنوية (0.05)، ما اذا كانت نسبة الذين يحملون المطفأة في سياراتهم اعلى من النسبة العامة.

الحل:

$$\begin{array}{ll} & H_0: P = 0.07 \\ V.S & \\ & H_1: P > 0.07 \end{array}$$

$$Z_{cal} = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{p(1-p)/n}}$$

$$\hat{p} = \frac{x}{n} = \frac{240}{500} = 0.48$$

$$Z_{cal} = \frac{0.48 - 0.07}{\sqrt{0.07(0.93)/500}} = \frac{0.41}{\sqrt{0.0001302}} = \frac{0.41}{0.01141} = 35.93$$

$$Z_{tab} = 1.645$$

القرار: طالما ان احصاءة الاختبار اكبر من القيمة الجدولية هذا يعني رفض الفرضية الصفرية.

مثال (4)/السؤال السابع / صفحة(143): : بفرض ان نسبة ممن يملكون أقل من دونم في احدى المحافظات 0.55 ، تم اعتماد عينة عشوائية من 140 مالك من هذه المحافظات فوجد ان عدد من يملكون اقل من دونم هو 64 هل تتفق نتيجة هذه العينة مع النسبة في المجتمع عند مستوى معنوية (0.05).

الحل:

$$\text{V.S}\ \begin{matrix} \mathrm{H_0: P = 0.55} \\ \mathrm{H_1: P \neq 0.55} \end{matrix}$$

$$\mathrm{Z_{cal}} = \frac{\hat{\mathrm{p}} - \mathrm{p}}{\sqrt{\mathrm{p(1-p)/n}}}$$

$$\hat{\mathrm{p}} = \frac{x}{n} = \frac{64}{140} = 0.457$$

$$\mathrm{Z_{cal}} = \frac{0.457 - 0.55}{\sqrt{0.55(0.45)/140}} = \frac{-0.093}{\sqrt{0.00176786}} = \frac{-0.093}{0.042046} = -2.2119$$

$$\mathrm{Z_{tab}} = 1.96$$

القرار: طالما ان القيمة المطلقة لإحصاءة الاختبار اكبر من القيمة الجدولية ، هذا يعني رفض الفرضية الصفرية.

الملاحظة : لا بد من التذكير هنا ان الموضوع اختبار النسبة لمجتمع واحد يخص العينات الكبيرة فقط ، والتي تكون اكبر من 30 مفردة.

الحالة الثانية: اختبار نسبتين لمجتمع يتبع توزيع ثنائي الحدين عندما يكون حجم العينة كبير

مثال(1)/ صفحة (137): لغرض دراسة مرض قرحة الاثني عشر تم اختيار عينتين مستقلتين ، الاولى من الرجال والثانية من النساء

$$n_1 = 200 \quad ; \quad n_2 = 100$$
$$x_1 = 19 \quad \quad x_2 = 5$$

المطلب الاول: فهل هنالك اختلاف بين الرجال والنساء من حيث الاصابة بهذا المرض عند مستوى معنوية (0.05).

الحل:

$$\begin{matrix} H_0: p_1 - p_2 = 0 \\ \text{V.S} \\ H_1: p_1 - p_2 \neq 0 \end{matrix}$$

$$\hat{p}_1 = \frac{x_1}{n_1} = \frac{19}{200} = 0.095 \quad ; \quad \hat{p}_2 = \frac{x_2}{n_2} = \frac{5}{100} = 0.05$$

$$\hat{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} = \frac{19+5}{200+100} = \frac{24}{300} = 0.08$$

$$\boxed{Z_{cal} = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - \delta}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}}} \quad \text{or} \quad \boxed{Z_{cal} = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - \delta}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}}$$

$$Z_{cal} = \frac{(0.095 - 0.05) - 0}{\sqrt{\frac{0.095(1-0.095)}{200} + \frac{0.05(1-0.05)}{100}}} \quad \text{OR} \quad Z_{cal} = \frac{(0.095 - 0.05) - 0}{\sqrt{0.08(1-0.08)\left(\frac{1}{200} + \frac{1}{100}\right)}}$$

$$Z_{cal} = \frac{0.045}{\sqrt{\frac{0.095(0.905)}{200} + \frac{0.05(0.95)}{100}}} \quad \text{OR} \quad Z_{cal} = \frac{0.045}{\sqrt{0.08(0.92)(0.005 + 0.01)}}$$

$$Z_{cal} = \frac{0.045}{\sqrt{\frac{0.085975}{200} + \frac{0.0475}{100}}} \quad \text{OR} \quad Z_{cal} = \frac{0.045}{\sqrt{0.0736(0.015)}}$$

$$Z_{cal} = \frac{0.045}{\sqrt{0.000429875 + 0.000475}} \quad \text{OR} \quad Z_{cal} = \frac{0.045}{\sqrt{0.001104}}$$

$$Z_{cal} = \frac{0.045}{\sqrt{0.000904875}} \quad \text{OR} \quad Z_{cal} = \frac{0.045}{0.03323}$$

$$Z_{cal} = \frac{0.045}{0.03008} = 1.496 \quad \text{OR} \quad Z_{cal} = \frac{0.045}{0.03323} = 1.3542$$

$$Z_{tab} = 1.96$$

القرار: بما ان القيمة المحتسبة هي اصغر من القيمة الجدولية هذا يعني قبول الفرضية الصفرية $H_0: p_1 - p_2 = 0$ ، وهذا يعني $H_0: p_1 = p_2$ أي لا يوجد اختلاف بين النساء والرجال من حيث الاصابة بمرض قرحة الاثني عشر.

المطلب الثاني: اختبر الفرضية القائلة بأن نسبة الاصابة للرجال تزيد عن نسبة الاصابة لدى النساء بمقدار (0.02) ، عند مستوى معنوية (0.05).

الحل:

$$\begin{array}{l} H_0: p_1 - p_2 = 0.02 \\ \text{V.S} \\ H_1: p_1 - p_2 \neq 0.02 \end{array}$$

$$Z_{cal} = \frac{0.045 - 0.02}{0.03008} = \frac{0.025}{0.03008} = 0.83 \qquad \text{OR} \qquad Z_{cal} = \frac{0.025}{0.03323} = 0.75$$

$$Z_{tab} = 1.96$$

القرار: بما ان القيمة المحتسبة هي اصغر من القيمة الجدولية هذا يعني قبول الفرضية الصفرية $H_0: p_1 - p_2 = 0.02$ ، وهذا يعني ان نسبة اصابة الرجال تزيد عن نسبة اصابة النساء بمقدار 0.02 عند مستوى معنوية (0.05) من حيث الاصابة بمرض قرحة الاثني عشر.

السؤال الاول: لغرض دراسة جودة احد انواع الاطارات للسيارات الصغيرة ، تم اختيار عينتين مستقلتين من الاشخاص الاولى من منطقة حضرية بشوارع مبلطة وحديثة بحجم 200 شخص حيث قال 29 منهم ان هذا النوع غير جيد ، والعينة الثانية بحجم 100 شخص من منطقة ريفية بشوارع غير مبلطة حيث قال 36 منهم ان هذا النوع غير جيد ، هل هنالك اختلاف بين رأي الاشخاص في المنطقتين عند مستوى معنوية (0.05).

الحل: الطريقة الاولى للحل

$$n_1 = 200 \quad ; \quad n_2 = 100$$
$$x_1 = 29 \qquad x_2 = 36$$

$$V.S \begin{matrix} H_0: p_1 - p_2 = 0 \\ H_1: p_1 - p_2 \neq 0 \end{matrix}$$

$$\hat{p}_1 = \frac{x_1}{n_1} = \frac{29}{200} = 0.145 \quad ; \quad \hat{p}_2 = \frac{x_2}{n_2} = \frac{36}{100} = 0.36$$

$$\boxed{Z_{cal} = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - \delta}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}}}$$

$$Z_{cal} = \frac{(0.145 - 0.36) - 0}{\sqrt{\frac{0.145(0.855)}{200} + \frac{0.36(0.64)}{100}}}$$

$$Z_{cal} = \frac{-0.215}{\sqrt{0.000619 + 0.002304}}$$

$$Z_{cal} = \frac{-0.215}{\sqrt{0.002923}}$$

$$Z_{cal} = \frac{-0.215}{0.054065}$$

$$Z_{cal} = -3.977$$

$$Z_{tab} = 1.96$$

القرار: بما ان القيمة المطلقة المحتسبة هي اكبر من القيمة الجدولية هذا يعني رفض الفرضية الصفرية.

توجد طريقة اخرى للحل وهي كما يلي:

الحل:

$$n_1 = 200 \quad ; \quad n_2 = 100$$
$$x_1 = 29 \quad \quad x_2 = 36$$

$$\text{V.S} \begin{array}{l} H_0: p_1 - p_2 = 0 \\ H_1: p_1 - p_2 \neq 0 \end{array}$$

$$\hat{p}_1 = \frac{x_1}{n_1} = \frac{29}{200} = 0.145 \quad ; \quad \hat{p}_2 = \frac{x_2}{n_2} = \frac{36}{100} = 0.36$$

$$\hat{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} = \frac{29 + 36}{200 + 100} = \frac{65}{300} = 0.217 \Rightarrow (1 - \hat{p}) = 0.783$$

$$\boxed{Z_{cal} = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - \delta}{\sqrt{\hat{p}(1 - \hat{p})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}}$$

$$Z_{cal} = \frac{(0.145 - 0.36) - 0}{\sqrt{0.217(0.783)\left(\frac{1}{200} + \frac{1}{100}\right)}}$$

$$Z_{cal} = \frac{-0.215}{\sqrt{0.169911(0.005 + 0.01)}}$$

$$Z_{cal} = \frac{-0.215}{\sqrt{0.169911(0.005 + 0.01)}}$$

$$Z_{cal} = \frac{-0.215}{\sqrt{0.169911 * 0.015}} = \frac{-0.215}{\sqrt{0.002548665}}$$

$$Z_{cal} = \frac{-0.215}{0.0505} = -4.25$$

$$Z_{tab} = 1.96$$

القرار: بما ان القيمة المطلقة المحتسبة هي اكبر من القيمة الجدولية هذا يعني رفض الفرضية الصفرية.

السؤال الرابع: لغرض المقارنة بين نسبة الطلبة الذين يغيبون عن المحاضرة الاولى في قسم الاحصاء مع الطلبة في قسم ادارة الاعمال ، تم اخذ عينة عشوائية حجمها 150 من طلبة قسم الاحصاء فوجد ان 40 منهم يغيبون عن المحاضرة الاولى واخذت عينة عشوائية مستقلة عن الاولى بحجم 220 من طلبة قسم ادارة الاعمال فوجد ان 75 منهم يغيبون عن المحاضرة الاولى.

الحل:

$$\begin{matrix} n_1 = 150 \\ x_1 = 40 \end{matrix} \quad ; \quad \begin{matrix} n_2 = 220 \\ x_2 = 75 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} H_0: p_1 - p_2 = 0 \\ H_1: p_1 - p_2 \neq 0 \end{matrix} \quad \text{V.S}$$

$$\hat{p}_1 = \frac{x_1}{n_1} = \frac{40}{150} = 0.267 \quad ; \quad \hat{p}_2 = \frac{x_2}{n_2} = \frac{75}{220} = 0.341$$

$$\boxed{Z_{cal} = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - \delta}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}}}$$

$$Z_{cal} = \frac{(0.267 - 0.341) - 0}{\sqrt{\frac{0.267(0.733)}{150} + \frac{0.341(0.659)}{220}}}$$

$$Z_{cal} = \frac{-0.074}{\sqrt{0.00130474 + 0.00102145}}$$

$$Z_{cal} = \frac{-0.074}{\sqrt{0.00232619}}$$

$$Z_{cal} = \frac{-0.074}{0.048231}$$

$$Z_{cal} = -1.534$$

$$Z_{tab} = 1.96$$

القرار: بما ان القيمة المطلقة المحتسبة هي اصغر من القيمة الجدولية هذا يعني قبول الفرضية الصفرية $H_0: p_1 - p_2 = 0$ ، وهذا يعني $H_0: p_1 = p_2$.

توجد طريقة اخرى للحل وهي كما يلي:

الحل:

$$n_1 = 150 \qquad ; \qquad n_2 = 220$$
$$x_1 = 40 \qquad \qquad x_2 = 75$$

$$\text{V.S}\ \begin{matrix} H_0: p_1 - p_2 = 0 \\ H_1: p_1 - p_2 \neq 0 \end{matrix}$$

$$\hat{p}_1 = \frac{x_1}{n_1} = \frac{40}{150} = 0.267 \qquad ; \quad \hat{p}_2 = \frac{x_2}{n_2} = \frac{75}{220} = 0.341$$

$$\hat{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} = \frac{40 + 75}{150 + 220} = \frac{115}{370} = 0.311 \Rightarrow (1 - \hat{p}) = 0.689$$

$$\boxed{Z_{cal} = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - \delta}{\sqrt{\hat{p}(1 - \hat{p})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}}$$

$$Z_{cal} = \frac{(0.267 - 0.341) - 0}{\sqrt{0.311(0.689)\left(\frac{1}{150} + \frac{1}{220}\right)}}$$

$$Z_{cal} = \frac{-0.074}{\sqrt{0.214279(0.00667 + 0.00455)}}$$

$$Z_{cal} = \frac{-0.074}{\sqrt{0.214279(0.01122)}}$$

$$Z_{cal} = \frac{-0.074}{\sqrt{0.0024}}$$

$$Z_{cal} = \frac{-0.074}{0.04899} = -1.511$$

$$Z_{tab} = 1.96$$

القرار: بما ان القيمة المطلقة المحتسبة هي اصغر من القيمة الجدولية هذا يعني قبول الفرضية الصفرية $H_0: p_1 - p_2 = 0$ ، وهذا يعني $H_0: p_1 = p_2$.

السؤال الخامس: من اجل دراسة المقارنة بين نسبة السواق الذين يستعملون حزام الامان في سياراتهم في مركز المحافظة مع السواق خارج مركز المحافظة تم اختيار عينة عشوائية حجمها 300 سائق في مركز المحافظة فوجد ان 200 منهم يستعملون حزام الامان في سياراتهم وتم اختيار عينة عشوائية مستقلة عن الاولى حجمها 280 سائق في خارج مركز المحافظة فوجد ان 70 منهم يستعملون حزام الامان في سياراتهم.

فهل تستدل على وجود اختلاف بين السواق في مركز المحافظة والسواق خارج مركز المحافظة من حيث استعمال حزام الامان عند مستوى معنوية (0.05).

الحل:

$$\begin{matrix} n_1 = 300 \\ x_1 = 200 \end{matrix} \quad ; \quad \begin{matrix} n_2 = 280 \\ x_2 = 70 \end{matrix}$$

$$\text{V.S} \begin{matrix} H_0: p_1 - p_2 = 0 \\ H_1: p_1 - p_2 \neq 0 \end{matrix}$$

$$\hat{p}_1 = \frac{x_1}{n_1} = \frac{200}{300} = 0.667 \quad ; \quad \hat{p}_2 = \frac{x_2}{n_2} = \frac{70}{280} = 0.25$$

$$(1 - \hat{p}_1) = 1 - 0.667 = 0.333 \qquad (1 - \hat{p}_2) = 1 - 0.25 = 0.75$$

$$\boxed{Z_{cal} = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - \delta}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1 - \hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1 - \hat{p}_2)}{n_2}}}}$$

$$Z_{cal} = \frac{(0.667 - 0.25) - 0}{\sqrt{\frac{0.667(0.333)}{300} + \frac{0.25(0.75)}{200}}}$$

$$Z_{cal} = \frac{0.417}{\sqrt{0.00074 + 0.00094}}$$

$$Z_{cal} = \frac{0.417}{0.040988}$$

$$Z_{cal} = 10.17$$

$Z_{tab} = 1.96$

القرار: بما ان القيمة المحتسبة هي اكبر من القيمة الجدولية هذا يعني رفض

الفرضية الصفرية $H_0: p_1 - p_2 = 0$.

توجد طريقة اخرى للحل وهي كما يلي:

الحل:

$$n_1 = 300 \quad ; \quad n_2 = 280$$
$$x_1 = 200 \quad ; \quad x_2 = 70$$

$$V.S \begin{matrix} H_0: p_1 - p_2 = 0 \\ H_1: p_1 - p_2 \neq 0 \end{matrix}$$

$$\hat{p}_1 = \frac{x_1}{n_1} = \frac{200}{300} = 0.667 \quad ; \quad \hat{p}_2 = \frac{x_2}{n_2} = \frac{70}{280} = 0.25$$

$$\hat{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} = \frac{200 + 70}{300 + 280} = \frac{270}{580} = 0.466 \Longrightarrow (1 - \hat{p}) = 0.534$$

$$\boxed{Z_{cal} = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - \delta}{\sqrt{\hat{p}(1 - \hat{p})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}}$$

$$Z_{cal} = \frac{(0.667 - 0.25) - 0}{\sqrt{0.466(0.534)\left(\frac{1}{300} + \frac{1}{280}\right)}}$$

$$Z_{cal} = \frac{0.417}{\sqrt{0.248844(0.00333 + 0.00357)}}$$

$$Z_{cal} = \frac{0.417}{\sqrt{0.248844(0.0069)}}$$

$$Z_{cal} = \frac{0.417}{\sqrt{0.00172}}$$

$$Z_{cal} = \frac{0.417}{0.04144} = 10.1$$

$Z_{tab} = 1.96$

القرار: بما ان القيمة المحتسبة هي اكبر من القيمة الجدولية هذا يعني رفض الفرضية الصفرية $H_0: p_1 - p_2 = 0$.

السؤال السادس: اراد باحث دراسة فيما اذا وجد أي فريق في المحبة لكرة القدم بين الذكور في التعليم الجامعي والذكور خارج التعليم الجامعي ، تم سحب عينة بحجم 100 من الذكور في التعليم الجامعي واظهر ان 55 منهم بانهم معجببين بكرة القدم وتم سحب عينة بحجم 200 من الذكور خارج التعليم الجامعي واظهر ان 125 منهم بانهم معجبين بكرة القدم.

هل توجد دلالة بان هناك فرق في محبة كرة القدم بين الذكور في التعليم الجامعي والذكور خارج التعليم الجامعي عند مستوى معنوية (0.05)؟

الحل:

$$\mathbf{n_1 = 100} \quad ; \quad \mathbf{n_2 = 200}$$
$$\mathbf{x_1 = 55} \quad ; \quad \mathbf{x_2 = 125}$$

$$\mathbf{V.S}\ \begin{matrix} \mathbf{H_0: p_1 - p_2 = 0} \\ \mathbf{H_1: p_1 - p_2 \neq 0} \end{matrix}$$

$$\hat{\mathbf{p}}_1 = \frac{\mathbf{x_1}}{\mathbf{n_1}} = \frac{\mathbf{55}}{\mathbf{100}} = \mathbf{0.55} \quad ; \quad \hat{\mathbf{p}}_2 = \frac{\mathbf{x_2}}{\mathbf{n_2}} = \frac{\mathbf{125}}{\mathbf{200}} = \mathbf{0.625}$$

$$(\mathbf{1} - \hat{\mathbf{p}}_1) = \mathbf{1 - 0.55 = 0.45} \qquad (\mathbf{1} - \hat{\mathbf{p}}_2) = \mathbf{1 - 0.625 = 0.375}$$

$$\boxed{\mathbf{Z_{cal}} = \frac{(\hat{\mathbf{p}}_1 - \hat{\mathbf{p}}_2) - \boldsymbol{\delta}}{\sqrt{\frac{\hat{\mathbf{p}}_1(\mathbf{1} - \hat{\mathbf{p}}_1)}{\mathbf{n_1}} + \frac{\hat{\mathbf{p}}_2(\mathbf{1} - \hat{\mathbf{p}}_2)}{\mathbf{n_2}}}}}$$

$$\mathbf{Z_{cal}} = \frac{\mathbf{(0.55 - 0.625) - 0}}{\sqrt{\frac{\mathbf{0.55(0.45)}}{\mathbf{100}} + \frac{\mathbf{0.625(0.375)}}{\mathbf{200}}}}$$

$$\mathbf{Z_{cal}} = \frac{\mathbf{-0.075}}{\sqrt{\mathbf{0.002475 + 0.001171875}}} = \frac{\mathbf{-0.075}}{\sqrt{\mathbf{0.003646875}}}$$

$$\mathbf{Z_{cal}} = \frac{\mathbf{-0.075}}{\mathbf{0.060389}}$$

$\mathbf{Z_{cal} = -1.24}$

$\mathbf{Z_{tab} = 1.96}$

القرار: بما ان القيمة المطلقة المحتسبة هي اصغر من القيمة الجدولية هذا يعني قبول الفرضية الصفرية $H_0: p_1 - p_2 = 0$.

توجد طريقة اخرى للحل وهي كما يلي:

الحل:

$n_1 = 100$; $n_2 = 200$

$x_1 = 55$; $x_2 = 125$

$$\text{V.S} \quad \begin{matrix} H_0: p_1 - p_2 = 0 \\ H_1: p_1 - p_2 \neq 0 \end{matrix}$$

$$\hat{p}_1 = \frac{x_1}{n_1} = \frac{55}{100} = 0.55 \quad ; \quad \hat{p}_2 = \frac{x_2}{n_2} = \frac{125}{200} = 0.625$$

$$\hat{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} = \frac{55 + 125}{100 + 200} = \frac{180}{300} = 0.6 \Longrightarrow (1 - \hat{p}) = 0.4$$

$$\boxed{Z_{cal} = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - \delta}{\sqrt{\hat{p}(1 - \hat{p})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}}$$

$$Z_{cal} = \frac{(0.55 - 0.625) - 0}{\sqrt{0.6(0.4)\left(\frac{1}{100} + \frac{1}{200}\right)}}$$

$$Z_{cal} = \frac{-0.075}{\sqrt{0.24(0.01 + 0.005)}}$$

$$Z_{cal} = \frac{-0.075}{\sqrt{0.248844(0.0069)}}$$

$$Z_{cal} = \frac{-0.075}{\sqrt{0.0017170236}} = \frac{-0.075}{0.041437}$$

$$Z_{cal} = 1.81$$

$$Z_{tab} = 1.96$$

القرار: بما ان القيمة المطلقة المحتسبة هي اصغر من القيمة الجدولية هذا يعني قبول الفرضية الصفرية $H_0: p_1 - p_2 = 0$.

السؤال الثامن: مجموعتين من المرضى (مجموعة 1) و (مجموعة 2) تتكون كل منهم من 200 مريض بمرض معين ، اعطى دواء جديد للمجموعة 1 ولم يعطى للمجموعة 2 وبعد فترة تحسنت صحة 150 من المجموعة 1 ، و 100 من المجموعة 2 ، اختبر الفرض القائل بأن هذا الدواء الجديد فعال في علاج هذا المرض عند مستوى معنوية (0.05)؟

الحل:

$$\begin{matrix} n_1 = 200 \\ x_1 = 150 \end{matrix} \quad ; \quad \begin{matrix} n_2 = 200 \\ x_2 = 100 \end{matrix}$$

$$V.S \begin{matrix} H_0: p_1 - p_2 = 0 \\ H_1: p_1 - p_2 \neq 0 \end{matrix}$$

$$\hat{p}_1 = \frac{x_1}{n_1} = \frac{150}{200} = 0.75 \quad ; \quad \hat{p}_2 = \frac{x_2}{n_2} = \frac{100}{200} = 0.5$$

$$(1 - \hat{p}_1) = 1 - 0.75 = 0.25 \qquad (1 - \hat{p}_2) = 1 - 0.5 = 0.5$$

$$\boxed{Z_{cal} = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - \delta}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1 - \hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1 - \hat{p}_2)}{n_2}}}}$$

$$Z_{cal} = \frac{(0.75 - 0.5) - 0}{\sqrt{\frac{0.75(0.25)}{200} + \frac{0.5(0.5)}{200}}}$$

$$Z_{cal} = \frac{0.25}{\sqrt{0.0009375 + 0.00125}} = \frac{0.25}{\sqrt{0.0021875}}$$

$$Z_{cal} = \frac{0.25}{0.046771}$$

$$Z_{cal} = 5.35$$

$$Z_{tab} = 1.96$$

القرار: بما ان القيمة المحتسبة هي اكبر من القيمة الجدولية هذا يعني رفض الفرضية الصفرية

$H_0: p_1 - p_2 = 0$.

توجد طريقة اخرى للحل وهي كما يلي:

الحل:

$$\begin{array}{lcl} n_1 = 200 & ; & n_2 = 200 \\ x_1 = 150 & & x_2 = 100 \end{array}$$

$$V.S \begin{array}{l} H_0: p_1 - p_2 = 0 \\ H_1: p_1 - p_2 \neq 0 \end{array}$$

$$\hat{p}_1 = \frac{x_1}{n_1} = \frac{150}{200} = 0.75 \quad ; \quad \hat{p}_2 = \frac{x_2}{n_2} = \frac{100}{200} = 0.5$$

$$\hat{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} = \frac{150 + 100}{200 + 200} = \frac{250}{400} = 0.625 \Rightarrow (1 - \hat{p}) = 0.375$$

$$\boxed{Z_{cal} = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - \delta}{\sqrt{\hat{p}(1 - \hat{p})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}}$$

$$Z_{cal} = \frac{(0.75 - 0.5) - 0}{\sqrt{0.625(0.375)\left(\frac{1}{200} + \frac{1}{200}\right)}} = \frac{0.25}{\sqrt{0.625(0.375)(0.01)}}$$

$$Z_{cal} = \frac{0.25}{\sqrt{0.00234375}} = \frac{0.25}{0.048412} = 5.164$$

$$Z_{tab} = 1.96$$

القرار: بما ان القيمة المطلقة هي اكبر من القيمة الجدولية هذا يعني رفض الفرضية الصفرية $H_0: p_1 - p_2 = 0$.

السؤال التاسع: تم سحب عينتان عشوائياً كل منهما بحجم 150 من السيدات الحوامل العينة الاولى من الحضر والعينة الثانية من الريف وتبين ان نسبة اللواتي يراجعن مكاتب تنظيم الاسرة في الحضر 45% ومن الريف 35% اختبر معنوية الفرق بين النسبتين عند مستوى معنوية (0.05)؟

الحل:

$\mathbf{n_1 = 150}$; $\mathbf{n_2 = 150}$

$$\hat{p}_1 = 0.45 \qquad ; \qquad \hat{p}_2 = 0.35$$

$$(1-\hat{p}_1) = 1 - 0.45 = 0.55 \qquad ; \qquad (1-\hat{p}_2) = 1 - 0.35 = 0.65$$

$$\begin{matrix} & H_0: p_1 - p_2 = 0 \\ V.S & \\ & H_1: p_1 - p_2 \neq 0 \end{matrix}$$

$$\boxed{Z_{cal} = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - \delta}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}}}$$

$$Z_{cal} = \frac{(0.45 - 0.35) - 0}{\sqrt{\frac{0.45(0.55)}{150} + \frac{0.35(0.65)}{150}}} = \frac{0.1}{\sqrt{0.00165 + 0.001517}}$$

$$Z_{cal} = \frac{0.1}{\sqrt{0.003167}} = \frac{0.1}{0.056276} = 1.777$$

$$Z_{tab} = 1.96$$

القرار: بما ان القيمة المحتسبة هي اصغر من القيمة الجدولية هذا يعني قبول الفرضية الصفرية $H_0: p_1 - p_2 = 0$.

توجد طريقة اخرى للحل وهي كما يلي:

$$\text{V.S}\ \begin{matrix} H_0: p_1 - p_2 = 0 \\ H_1: p_1 - p_2 \neq 0 \end{matrix}$$

$n_1 = 150$; $n_2 = 150$

$\hat{p}_1 = 0.45$; $\hat{p}_2 = 0.35$

$(1 - \hat{p}_1) = 1 - 0.45 = 0.55$; $(1 - \hat{p}_2) = 1 - 0.35 = 0.65$

$$x_1 = n_1\hat{p}_1 = 150 * 0.45 = 67.5 \cong 68$$
$$x_2 = n_2\hat{p}_2 = 150 * 0.35 = 52.5 \cong 53$$

$$\hat{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} = \frac{68 + 53}{150 + 150} = \frac{121}{300} = 0.4 \Longrightarrow (1 - \hat{p}) = 0.6$$

$$\boxed{Z_{cal} = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - \delta}{\sqrt{\hat{p}(1 - \hat{p})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}}$$

$$Z_{cal} = \frac{(0.45 - 0.35) - 0}{\sqrt{0.4(0.6)\left(\frac{1}{150} + \frac{1}{150}\right)}} = \frac{0.1}{\sqrt{0.0032}} = \frac{0.1}{0.0566}$$

$$Z_{cal} = 1.77$$

$$Z_{tab} = 1.96$$

القرار: بما ان القيمة المحتسبة اصغر من القيمة الجدولية هذا يعني قبول الفرضية الصفرية $H_0: p_1 - p_2 = 0$ ، وهذا يعني أنه عند مستوى معنوية *0.05*، لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين نسبة السيدات الحوامل اللواتي يراجعن مكاتب تنظيم الأسرة في الحضر والريف.

الملاحظة : لا بد من التذكير هنا ان الموضوع اختبار نسبتين يخص العينات الكبيرة فقط ، والتي تكون اكبر من 30 مفردة.

الحالة الثالثة: اختبار الفرق بين النسب لمجتمع يتبع توزيع ثنائي الحدين عندما يكون حجم العينة كبير

مثال(38): اجريت دراسة معنية لمعرفة اثر الموقع الجغرافي لإصابة مجموعة من العجول بمرض معين ، تم تحديد ثلاث مواقع مختلفة لهذه الدراسة وسحبت عينة عشوائية من العجول من كل منطقة ، حيث تم الحصول على البيانات كما في الجدول الاتي:

الموقع	حجم العينة	عدد حالات الاصابة
1	400	203
2	500	240
3	400	168

هل يمكن القول بأن نسب الاصابة للعجول في المواقع الثلاث متساوية عند مستوى معنوية (0.05)؟

الحل:

$$\mathbf{H_0: p_1 = p_2 = p_3 = p}$$

V.S

$H_1: p$ ان هنالك على الاقل نسبة واحدة لا تساوي

$$\hat{p} = \frac{\sum x_i}{\sum n_i} = \frac{203+240+168}{400+500+400} = \frac{611}{1300} = \boxed{0.47} \Longrightarrow (1-\hat{p}) = 1-0.47 = \boxed{0.53}$$

$$\boxed{\chi^2_{cal} = \sum_{i=1}^{k} \frac{(x_i - n_i\hat{p})^2}{n_i\hat{p}(1-\hat{p})}}$$

لتبسيط العمليات نعمل الجدول الاتي:

الموقع	n_i	x_i	$n_i\hat{p}$	$x_i - n_i\hat{p}$	$(x_i - n_i\hat{p})^2$	$n_i\hat{p}(1-\hat{p})$	$\frac{(x_i - n_i\hat{p})^2}{n_i\hat{p}(1-\hat{p})}$
1	400	203	188	15	225	99.64	2.258
2	500	240	235	5	25	124.55	0.201
3	400	168	188	-20	400	99.64	4.015

$$\chi^2_{cal} = \sum_{i=1}^{k} \frac{(x_i - n_i\hat{p})^2}{n_i\hat{p}(1-\hat{p})} = 2.258 + 0.201 + 4.015 = 6.474$$

$$\chi^2_{tab} = 5.991$$

القرار: بما ان القيمة المحتسبة هي اكبر من القيمة الجدولية هذا يعني رفض الفرضية الصفرية $H_0: p_1 = p_2 = p_3 = p$ ، أي ان هنالك على الاقل نسبة واحدة تختلف عن باقي النسب للاصابة بهذا المرض المعني عند مستوى معنوية (0.05)؟

الملاحظة : لا بد من التذكير هنا ان الموضوع اختبار النسب يخص العينات الكبيرة فقط ، والتي تكون اكبر من 30 مفردة.

تمرينات

تمرين(1): أجريت دراسة لمقارنة نسبة الإصابة بفقر الدم بين الأطفال في ثلاث محافظات مختلفة، وتم الحصول على البيانات كما في الجدول الاتي:

المحافظة	حجم العينة	عدد الاطفال المصابين
1	200	45
2	250	40
3	300	60

المطلوب :هل تختلف نسبة الإصابة بين المحافظات الثلاث عند مستوى معنوية (0.05)؟

تمرين(2): قام باحث بدراسة أثر طبيعة العمل على الإصابة بمرض السكري، وسحب عينات من ثلاثة قطاعات، وتم الحصول على البيانات كما في الجدول الاتي:

القطاع	حجم العينة	عدد المصابين بالسكري
1	350	42
2	400	30
3	450	55

المطلوب : اختبر الفرضية القائلة بأن نسبة الإصابة بالسكري متساوية في القطاعات الثلاثة عند مستوى معنوية (0.05)؟

مثال (39) : اذا كان معامل الارتباط بين الكمية المعروضة من سلعة معينة وسعر الوحدة الواحدة منها يساوي $r_{xy} = 0.905$ ، والمحسوب من عينة قوامها (9) مشاهدات.

هل يمكن القول ان قيمة العلاقة الخطية بين هذين المتغيرين في مجتمع الدراسة مساوي للصفر عند مستوى معنوية (0.05)؟

الحل:

$$V.S \begin{matrix} H_0: \rho = 0 \\ H_1: \rho \neq 0 \end{matrix}$$

$$t_{cal} = \frac{r_{xy}\sqrt{n-2}}{\sqrt{1 - r_{xy}^2}}$$

$$t_{cal} = \frac{0.905\sqrt{9-2}}{\sqrt{1-(0.905)^2}} = \frac{0.905\sqrt{7}}{\sqrt{1-0.819025}} = \frac{0.905(2.6458)}{\sqrt{0.181}} = \frac{2.3945}{0.4254} = 5.629$$

$$t_{tab} = 2.365$$

القرار: بما ان القيمة المحتسبة هي اكبر من القيمة الجدولية هذا يعني رفض الفرضية الصفرية $H_0: \rho = 0$ ، أي ان العلاقة بين المتغيرين علاقة خطية لا تساوي صفر عند مستوى معنوية (0.05)

المطلب الثاني : طالما ان قيمة معامل الارتباط موجب يمكن صياغة الفرضية بالشكل الاتي:

$$V.S \begin{matrix} H_0: \rho = 0 \\ H_1: \rho > 0 \end{matrix}$$

$$t_{cal} = 5.629$$

$$t_{tab} = 1.895$$

القرار: بما ان القيمة المحتسبة هي اكبر من القيمة الجدولية هذا يعني رفض الفرضية الصفرية $H_0: \rho = 0$ ، أي ان العلاقة بين المتغيرين علاقة خطية موجبة عند مستوى معنوية (0.05)

مثال (40) : في دراسة معينة حول الارتباط بين درجتي مادة الاحصاء ومادة الرياضيات لمجموعة من الطلبة في احد اقسام كلية الادارة والاقتصاد ، تم اختيار عينة بحجم (120) طالب وحسب معامل الارتباط بين درجات المادتين حيث كان مساوي $r_{xy} = 0.32$

فهل تستنتج من ذلك وجود ارتباط بين الدرجات الحاصل عليها هؤلاء الطلبة في المادتين عند مستوى معنوية (0.05)؟

الحل:

$$\begin{matrix} H_0: \rho = 0 \\ H_1: \rho \neq 0 \end{matrix} \quad V.S$$

$$Z_{cal} = r_{xy}\sqrt{n-1}$$

$$Z_{cal} = 0.32\sqrt{120-1} = 0.32\sqrt{119} = 0.32 * 10.909 = 3.49$$

$$Z_{tab} = 1.96$$

القرار: بما ان القيمة المحتسبة هي اكبر من القيمة الجدولية هذا يعني رفض الفرضية الصفرية $H_0: \rho = 0$ ، أي ان هنالك علاقة بين المادتين عند مستوى معنوية (0.05)

مثال (41) : اجري بحث معين لدراسة العلاقة بين الاصابة بمرض سرطان الرئة والتدخين ، تم اختيار عينة عشوائية حجمها (147) حالة ، وحسب معامل الارتباط لهذه العينة ووجد بأنه مساوي الى $r_{xy} = 0.74$ هل يمكننا القول بان معامل الارتباط بين الظاهرتين في المجتمع قيد الدراسة هو (0.7) عند مستوى معنوية (0.05)؟

الحل:

$$\begin{matrix} H_0: \rho = 0.7 \\ H_1: \rho \neq 0.7 \end{matrix} \quad V.S$$

$$Z_{\mathrm{cal}} = \frac{Z_1 - Z_2}{\sqrt{\frac{1}{n-3}}}$$

$$\mathbf{Z_1 = 0.5 * Ln\left(\frac{1 + r_{xy}}{1 - r_{xy}}\right)}$$

$$\mathbf{Z_1 = 0.5 * Ln\left(\frac{1 + 0.74}{1 - 0.74}\right) = 0.5 * Ln\left(\frac{1.74}{0.26}\right) = 0.5 * Ln(6.69231)}$$

$$\mathbf{Z_1 = 0.5 * 1.90096 = 0.951}$$

$$\mathbf{Z_2 = 0.5 * Ln\left(\frac{1 + \rho_0}{1 - \rho_0}\right)}$$

$$\mathbf{Z_2 = 0.5 * Ln\left(\frac{1 + 0.7}{1 - 0.7}\right) = 0.5 * Ln\left(\frac{1.7}{0.3}\right) = 0.5 * Ln(5.66667)}$$

$$\mathbf{Z_2 = 0.5 * 1.7346 = 0.867}$$

$$Z_{\mathrm{cal}} = \frac{0.951 - 0.867}{\sqrt{\frac{1}{147-3}}} = \frac{0.084}{\sqrt{\frac{1}{144}}} = \frac{0.084}{\sqrt{0.00694}} = \frac{0.084}{0.08331} = 1.01$$

$$Z_{tab} = 1.96$$

القرار: بما ان القيمة المحتسبة هي اصغر من القيمة الجدولية هذا يعني قبول الفرضية الصفرية $H_0: \rho = 0.7$ ، عند مستوى معنوية (0.05).

السؤال الثاني: البيانات في ادناه تمثل درجات التقييم للأداء لتسعة من موظفي احدى الشركات قبل وبعد اشراكهم بدورة ادارية تطويرية حيث ان:

X : تمثل درجة التقييم قبل الاشتراك بالدورة.

y : تمثل درجة التقييم بعد الاشتراك بالدورة.

X	**7**	**1**	**2**	**9**	**6**	**4**	**5**	**3**	**8**
Y	**15**	**5**	**7**	**20**	**12**	**9**	**10**	**12**	**19**

مع العلم ان القيمة الجدولية تساوي (2.365)

مثال (42) : تم حساب معامل الارتباط بين درجات حصل عليها مجموعة من الطلبة في مادة الاحصاء و مادة الرياضيات من بيانات عينتين مستقلتين مأخوذتين من كليتين مختلفتين فكانت النتائج كما يلي:

- **معامل الارتباط للعينة الاولى هو (0.7) وبحجم عينة (87)**
- **معامل الارتباط للعينة الثانية هو (0.75) وبحجم عينة (72)**

فهل هنالك ما يشير الى ان هاتين العينتين مختارتين من مجتمعين يمتلكان نفس معامل الارتباط بين درجات مادة الرياضيات ومادة الاحصاء عند مستوى معنوية (0.05)؟

الحل:

$$\begin{matrix} H_0: \rho_1 - \rho_2 = 0 \\ V.S \quad H_1: \rho_1 - \rho_2 \neq 0 \end{matrix}$$

$$Z_{cal} = \frac{Z_1 - Z_2}{\sqrt{\frac{1}{n_1 - 3} + \frac{1}{n_2 - 3}}}$$

$$Z_1 = 0.5 * Ln\left(\frac{1 + r_1}{1 - r_1}\right)$$

$$Z_1 = 0.5 * Ln\left(\frac{1 + 0.7}{1 - 0.7}\right) = 0.5 * Ln\left(\frac{1.7}{0.3}\right) = 0.5 * Ln(5.66667)$$

$$Z_1 = 0.5 * 1.7346 = 0.867$$

$$Z_2 = 0.5 * Ln\left(\frac{1 + 0.75}{1 - 0.75}\right) = 0.5 * Ln\left(\frac{1.75}{0.25}\right) = 0.5 * Ln(7)$$

$$Z_2 = 0.5 * 1.9459 = 0.973$$

$$Z_{cal} = \frac{0.867 - 0.973}{\sqrt{\frac{1}{87 - 3} + \frac{1}{72 - 3}}} = \frac{-0.106}{\sqrt{\frac{1}{84} + \frac{1}{69}}} = \frac{-0.106}{\sqrt{0.01191 + 0.01449}} = \frac{-0.106}{\sqrt{0.0264}}$$

$$Z_{cal} = \frac{-0.106}{0.16248} = -0.652$$

$$Z_{tab} = 1.96$$

القرار: بما ان القيمة المطلقة المحتسبة هي اصغر من القيمة الجدولية هذا يعني قبول الفرضية الصفرية $H_0: \rho_1 - \rho_2 = 0$، اي ان المجتمعين يمتلكان نفس معامل الارتباط عند مستوى معنوية (0.05).

السؤال الرابع: لبيانات عينتين مستقلتين من العمال في منشأتين صناعيتين تم حساب معامل الارتباط بين عدد ساعات تشغيل الماكنة من قبل العامل وعدد الوحدات المنتجة فكانت على النحو الاتي:

تسلسل العينة	حجم العينة	معامل الارتباط
1	**80**	**0.65**
2	**75**	**0.75**

المطلوب على مستوى معنوية 0.05 هل يمكن استنتاج ان هاتين العينتين مختارتين من مجتمعين لهما نفس معامل الارتباط بين عدد ساعات تشغيل الماكنة وعدد الوحدات المنتجة.

مع العلم ان القيمة الجدولية تساوي (1.96)

مثال (43) : تم اجراء ثلاث دراسات مستقلة الواحدة عن الاخرى لبيان اثر سماد معين على مقدار انتاج احد المحاصيل الزراعية ، وكان من بين جملة النتائج التي خرجت بها هذه الدراسة قيمة معامل الارتباط البسيط بين هذين المتغيرين ، كما موضح في الجدول الاتي:

تسلسل العينة	حجم العينة	معامل الارتباط
1	**62**	**0.79**
2	**79**	**0.72**
3	**55**	**0.82**

هل يمكن القول ان معاملات الارتباط هذه هي تقديرات متجانسة لمعامل الارتباط في المجتمع بين هذين المتغيرين عند مستوى معنوية (0.05)؟

الحل:

فرضية الاختبار هي:

$$\mathbf{H_0: \rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \rho}$$

V. S

$\mathbf{H_1}$: **ان هناك على الاقل احد معاملات الارتباط لا يساوي باقي المعاملات**

معيار الاختبار هو:

$$\chi^2_{cal} = \sum_{i=1}^{k} (n_i - 3)(Z_i - \bar{Z})^2$$

حيث ان:

$$Z_i = 0.5 * \mathrm{Ln}\left(\frac{1 + r_i}{1 - r_i}\right)$$

$$\bar{Z} = \frac{\sum_{i=1}^{k} (n_i - 3) Z_i}{\sum_{i=1}^{k} (n_i - 3)}$$

تسلسل العينة	n_i	$(n_i - 3)$	r_i	$1 + r_i$	$1 - r_i$	$\frac{1 + r_i}{1 - r_i}$	$\mathrm{Ln}\left(\frac{1 + r_i}{1 - r_i}\right)$	Z_i
1	**62**	**59**	**0.79**	**1.79**	**0.21**	**8.524**	**2.143**	**1.072**
2	**79**	**76**	**0.72**	**1.72**	**0.28**	**6.143**	**1.815**	**0.908**

1.157	2.314	10.111	0.18	1.82	0.82	52	55	3

$$\bar{Z} = \frac{59(1.072) + 76(0.908) + 52(1.157)}{59 + 76 + 52} = \frac{63.248 + 69.008 + 60.164}{187}$$

$$\bar{Z} = \frac{192.42}{187} = 1.029$$

$$\chi^2_{cal} = (59)(1.072 - 1.029)^2 + (76)(0.908 - 1.029)^2 + 52(1.157 - 1.029)^2$$

$$\chi^2_{cal} = 0.109 + 1.113 + 0.852 = 2.074$$

$$\chi^2_{tab} = 5.991$$

القرار: بما ان القيمة المحتسبة هي اصغر من القيمة الجدولية هذا يعني قبول الفرضية الصفرية $H_0: \rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \rho$، اي ان العينات الثلاثة مسحوبة من مجتمعات فيها معاملات الارتباط متجانسة عند مستوى معنوية (0.05).

السؤال الخامس : للظاهرتين $(x), (y)$ ، تم حساب معامل الارتباط بينهما من اربع عينات مستقلة فكانت على النحو الاتي:

تسلسل العينة	حجم العينة	معامل الارتباط
1	**50**	**0.80**
2	**60**	**0.78**
3	**70**	**0.82**
4	**80**	**0.79**

هل يمكن القول ان معاملات الارتباط اعلاه هي تقديرات متجانسة لمعامل الارتباط في المجتمع بين هذين المتغيرين $(x), (y)$ عند مستوى معنوية (0.05)؟

مع العلم ان القيمة الجدولية تساوي (7.815)

مثال(55): في مدرسة معينة لتعليم اصول التعامل ، تم اختيار عشرة شباب عشوائياً ، وتم اعطائهم تعليماً خاصاً لأصول التعامل ، وبعد اسبوعين من اكمال الدورة تم مقابلة الشباب من قبل احد الباحثين الاجتماعيين لغرض تحديد مدى الاستفادة من هذه الدورة وتم اعطائهم الدرجات التالية:

الدرجة	4	5	8	8	9	6	10	7	6	6

اختبر فرضية العدم التي تنص بأن الوسيط لعلامات المجتمع الفرضي والذي يفترض ان هذه العينة سحبت منهُ يساوي (5) عند مستوى معنوية (0.05).

الحل:

$$V.S \begin{array}{l} H_0: \mathbf{M_e} = \mathbf{5} \\ H_1: \mathbf{M_e} \neq \mathbf{5} \end{array}$$

الدرجة	الوسيط	الفرق = الدرجة ـ الوسيط	الاشارة
4	5	-1	-
5	5	0	تهمل
8	5	3	+
8	5	3	+
9	5	4	+
6	5	1	+
10	5	5	+
7	5	2	+
6	5	1	+
6	5	1	+

- عدد القيم غير الصفرية $\mathbf{n = 9}$
- عدد القيم للإشارات الموجبة $\mathbf{S = 8}$
- عدد القيم للإشارات السالبة $\mathbf{x = 1}$

الحل بالاعتماد على القيم للإشارات السالبة : $\mathbf{x = 1}$

$$p = 0.5 \ , n = 9 \ \Longrightarrow x \sim b(n = 9, p = 0.5)$$

$$P(x; n=9, p=0.5) = \begin{cases} \binom{9}{x}(0.5)^x(0.5)^{9-x} & ; x = 0,1,\dots,9 \\ 0 & ; otherwise \end{cases}$$

$$\mathbf{P(x \leq 1; n = 9, p = 0.5) = P(x = 0) + P(x = 1)}$$

$$P(x=0) = \binom{9}{0}(0.5)^0(0.5)^{9-0} = (0.5)^9 = 0.00195$$

$$P(x=1) = \binom{9}{1}(0.5)^1(0.5)^{9-1} = 9 * (0.5)^9 = 0.01758$$

$$P(x \leq 1; n=9, p=0.5) = 0.00195 + 0.01758 = 0.01953 \cong 0.0195$$

او الحل بالاعتماد على القيم للإشارات الموجبة : $\mathbf{x = 8}$

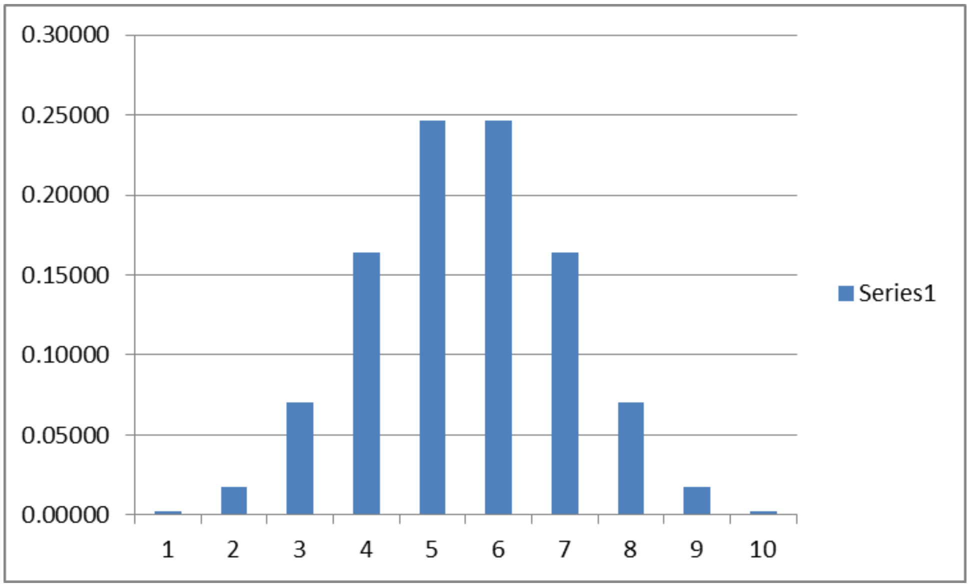
$$\mathbf{P(x \geq 8; n = 9, p = 0.5) = P(x = 8) + P(x = 9)}$$

$$P(x=8) = \binom{9}{8}(0.5)^8(0.5)^{9-8} = 9 * (0.5)^9 = 0.01758$$

$$P(x=9) = \binom{9}{9}(0.5)^9(0.5)^{9-9} = (0.5)^9 = 0.01758$$

$$P(x \geq 8; n=9, p=0.5) = 0.01758 + 0.00195 = 0.01953 \cong 0.0195$$

والسبب في ذلك : طالما ان المعلمة $\mathbf{P = 0.5}$ فان رسم الدالة الاحتمالية لتوزيع ثنائي الحدين سيكون متماثل وعلى النحو الاتي:



$$p = 0.5 \ , n = 9 \ \Rightarrow x \sim b(n = 9, p = 0.5)$$

$$\alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$$

القرار: بما ان القيمة المحسوبة للاحتمال اعلاه تساوي 0.0195 اقل من مستوى المعنوية $\frac{\alpha}{2} = 0.025$ ، نرفض الفرضية الصفرية $H_0: \mathbf{M_e} = \mathbf{5}$ ، **اي ان قيمة الوسيط لا تساوي 5.**

تمارين

السؤال الثالث: في احدى مراكز التدريب لرياضة الرماية تم اختيار (10) اشخاص بصورة عشوائية وادخلوا دورة تدريب قصيرة لكيفية الرماية واصابة الهدف ، وبعد اكمال الدورة تم تسجيل عدد الاصابات الناجحة لكل منهم وكالآتي:

عدد الاصابات الناجحة	5	7	4	7	9	9	8	10	10	8

اذا علمت ان $\alpha = 0.05$ ، اختبر الفرضية :

$$\text{V.S}\ \begin{matrix} H_0: \mathbf{M_e} = \mathbf{6} \\ H_1: \mathbf{M_e} \neq \mathbf{6} \end{matrix}$$

مثال(56): الجدول التالي يبين الدرجات التي حصل عليها عدد من الطلبة تم اختيارهم عشوائياً من كليتين مختلفتين في مادة الرياضيات

الكلية 1	66	70	74	73	68	71	74	66	75	69	76	70
الكلية 2	62	68	68	67	61	73	70	61	68	71	73	66

هل هناك فرق في معدل المعرفة في مادة الرياضيات ما بين الطلبة الجدد في الكليتين عند مستوى معنوية (0.05).

الحل:

$$\begin{matrix} H_0: P = 0.5 \\ H_1: P > 0.5 \end{matrix} \quad V.S$$

الكلية 1	الكلية 2	الفرق = الكلية 1 - الكلية 2	الاشارة
66	62	4	+
70	68	2	+
74	68	6	+
73	67	6	+
68	61	7	+
71	73	-2	-
74	70	4	+
66	61	5	+
75	68	7	+
69	71	-2	-
76	73	3	+
70	66	4	+

- عدد القيم غير الصفرية $n = 12$
- عدد القيم للإشارات الموجبة $S = 10$
- عدد القيم للإشارات السالبة $x = 2$

$p = 0.5 \;, n = 12 \;\Rightarrow x \sim b(n = 12, p = 0.5)$

$$P(x; n = 12, p = 0.5) = \begin{cases} \binom{12}{x}(0.5)^{x}(0.5)^{12-x} & ; x = 0,1,\dots,12 \\ 0 & ; \text{otherwise} \end{cases}$$

$$P(x \leq 2; n = 12, p = 0.5) = P(x \geq 10; n = 12, p = 0.5)$$

الحل بالاعتماد على القيم للإشارات السالبة : $x = 2$

$$P(x \leq 2; n = 12, p = 0.5) = P(x = 0) + P(x = 1) + P(x = 2)$$

$$P(x = 0) = \binom{12}{0}(0.5)^{0}(0.5)^{12-0} = (0.5)^{12} = 0.00024$$

$$P(x = 1) = \binom{12}{1}(0.5)^{1}(0.5)^{12-1} = 12 * (0.5)^{12} = 0.00293$$

$$P(x = 1) = \binom{12}{2}(0.5)^{2}(0.5)^{12-2} = 66 * (0.5)^{12} = 0.01584$$

$$P(x \leq 2; n = 12, p = 0.5) = 0.00024 + 0.00293 + 0.01584 = 0.01901$$

او الحل بالاعتماد على القيم للإشارات الموجبة : $x = 10$

$$P(x \geq 10; n = 12, p = 0.5) = P(x = 10) + P(x = 11) + P(x = 12)$$

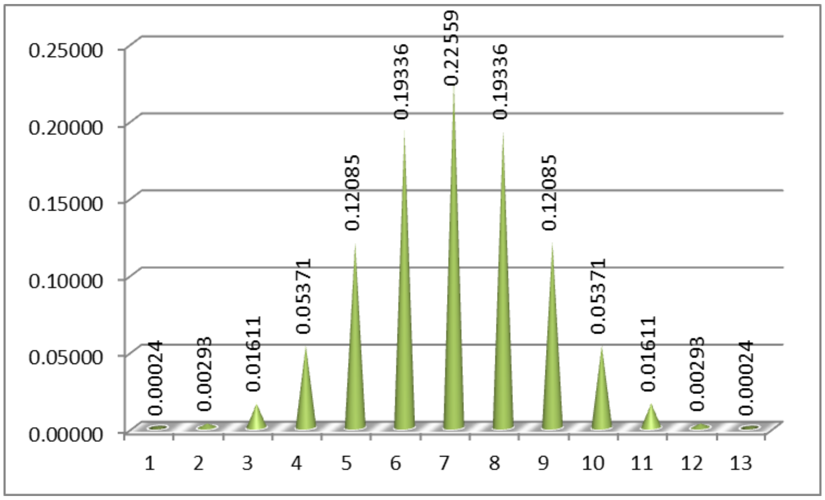
$$P(x = 10) = \binom{12}{10}(0.5)^{10}(0.5)^{12-10} = 66 * (0.5)^{12} = 0.01584$$

$$P(x = 11) = \binom{12}{11}(0.5)^{11}(0.5)^{12-11} = 12 * (0.5)^{12} = 0.00293$$

$$P(x = 12) = \binom{12}{12}(0.5)^{12}(0.5)^{12-12} = (0.5)^{12} = 0.00024$$

$$P(x \geq 10; n = 12, p = 0.5) = 0.01584 + 0.00293 + 0.00024 = 0.01901$$

والسبب في ذلك : طالما ان المعلمة $P = 0.5$ فان رسم الدالة الاحتمالية لتوزيع ثنائي الحدين سيكون متماثل وعلى النحو الاتي:



$$p = 0.5 \ , n = 12 \ \Rightarrow x \sim b(n = 12, p = 0.5)$$

$$\alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$$

القرار: بما ان القيمة المحسوبة للاحتمال اعلاه تساوي (0.019) اقل من مستوى المعنوية $\frac{\alpha}{2} =$ $\mathbf{0.025}$ ، نرفض الفرضية الصفرية $H_0: P = 0.5$ ، اي ان طلبة الكلية 1 افضل من طلبة الكلية 2 في مادة الرياضيات.

مثال(57): في دراسة معينة حول اثر توجيهات عن صحة الفم ، تم اختيار (12) زوجاً من المرضى ، احد افراد كل زوج تلقى هذه التوجيهات والفرد الاخر لم يتلقى اي توجيهات عن صحة الفم ، وبعد مدة ستة اشهر على اعطاء التوجيهات تم فحص الـ (24) مريض من قبل طبيب اسنان اخر لا يعرف اي شيء عن اي من الافراد قد تلقى التوجهات واعطوا علامات عن صحة الفم (علماً ان العلامات الصغيرة تشير الى مستوى عالي لصحة الفم) هل ان للتوجيهات فائدة على صحة الفم ، استخدم مستوى معنوية 0.05.

التسلسل	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x_i	1.5	2	3.8	3	3.5	2.5	2	1.5	1.5	2	3	2
y_i	2	2	4	2.5	4	3	3.5	3	2.5	2.5	2.5	2.5

الحل:

$$\begin{matrix} H_0: \text{الوسيط للفروق يساوي صفراً} \\ V.S \\ H_1: \text{الوسيط للفروق يكون سالباً} \end{matrix}$$

التسلسل	x	y	x - y = الفرق	الاشارة
1	1.5	2	-0.5	-
2	2	2	0	0
3	3.8	4	-0.2	-
4	3	2.5	0.5	+
5	3.5	4	-0.5	-
6	2.5	3	-0.5	-
7	2	3.5	-1.5	-
8	1.5	3	-1.5	-
9	1.5	2.5	-1	-
10	2	2.5	-0.5	-
11	3	2.5	0.5	+
12	2	2.5	-0.5	-

- عدد القيم غير الصفرية $n = 11$
- عدد القيم للإشارات الموجبة $S = 2$
- عدد القيم للإشارات السالبة $x = 9$

$$p = 0.5\ , n = 11 \ \Rightarrow x \sim b(n = 11, p = 0.5)$$

$$P(x; n = 12, p = 0.5) = \begin{cases} \binom{11}{x} (0.5)^x (0.5)^{11-x} & ; x = 0,1, \dots ,11 \\ 0 & ; \text{otherwise} \end{cases}$$

الحل بالاعتماد على القيم للإشارات الموجبة : $x = 2$

$$P(x \le 2; n = 11, p = 0.5) = P(x = 0) + P(x = 1) + P(x = 2)$$

$$P(x = 0) = \binom{11}{0} (0.5)^0 (0.5)^{11-0} = (0.5)^{11} = 0.00049$$

$$P(x = 1) = \binom{11}{1} (0.5)^1 (0.5)^{11-1} = 11 * (0.5)^{11} = 0.00537$$

$$P(x = 2) = \binom{11}{2} (0.5)^2 (0.5)^{11-2} = 55 * (0.5)^{11} = 0.02686$$

$$P(x \le 2; n = 11, p = 0.5) = 0.00049 + 0.00537 + 0.02686 = 0.03271$$

او الحل بالاعتماد على القيم للإشارات السالبة : $x = 9$

$$P(x \geq 9; n = 11, p = 0.5) = P(x = 9) + P(x = 10) + P(x = 11)$$

$$P(x = 9) = \binom{11}{9}(0.5)^{9}(0.5)^{11-9} = 55 * (0.5)^{11} = 0.02686$$

$$P(x = 10) = \binom{11}{10}(0.5)^{10}(0.5)^{11-10} = 11 * (0.5)^{11} = 0.00537$$

$$P(x = 11) = \binom{11}{11}(0.5)^{11}(0.5)^{11-11} = (0.5)^{11} = 0.00049$$

$$P(x \geq 9; n = 11, p = 0.5) = 0.02868 + 0.00537 + 0.00049 = 0.03271 \cong 0.03$$

القرار: بما ان القيمة المحسوبة للاحتمال اعلاه تساوي (0.033) اقل من مستوى المعنوية $\alpha = 0.05$ ، نرفض الفرضية الصفرية ($\mathbf{H_0}$: الوسيط للفروق يساوي صفراً) ، اي ان الفروق للوسيط سالبة ، وهذا يعني ان التوجيهات المعطاة للأشخاص عن صحة الفم كانت مفيدة.

التمارين

السؤال الرابع : تم اختبار عشرون عاملاً في احد المصانع وادخل عشرة منهم بدورة لكيفية تسريع ماكنة الانتاج وبعدها تم حساب عدد الوحدات التي انتجها كل منهم وكانت كالاتي:

عدد الوحدات المنتجة لكل من

x_i	20	18	17	19	16	21	22	15	14	24
y_i	24	16	20	22	15	25	28	18	17	26

حيث ان:

X : العمال الذين لم يدخلوا الدورة الخاصة بتسريع ماكنة الانتاج.

y : العمال الذين أدخلوا الدورة الخاصة بتسريع ماكنة الانتاج.

هل ان لهذه الدورة فائدة في زيادة الانتاج ؟ استخدم مستوى معنوية 0.05؟ اذا علمت ان الفرضية للاختبار هي:

$$\begin{matrix} H_0: \mathbf{M_e} = \mathbf{0} \\ \text{V.S} \\ H_1: \mathbf{M_e} > \mathbf{0} \end{matrix}$$

الحالة الاولى : في حالة حجم العينة صغير اقل من 30 مفردة

مثال رقم (1) : للبيانات الاتية:

x_i	6	8	10	9	5	12	9	5	7
y_i	10	12	9	12	8	13	8	5	10

حيث ان:

X : العمال الذين لم يدخلوا الدورة الخاصة بتسريع ماكنة الانتاج.

y : العمال الذين أدخلوا الدورة الخاصة بتسريع ماكنة الانتاج.

استعمل اختبار ولكوكسن للرتب لاختبار الفرضية الاتية:

$$\begin{matrix} H_0: \mathbf{M_e} = \mathbf{0} \\ H_1: \mathbf{M_e} > \mathbf{0} \end{matrix} \quad V.S$$

استخدم مستوى معنوية 0.05؟ اذا علمت ان القيمة الجدولية تساوي 5.

الحل:

التسلسل	x	y	الفرق x - y =	الاشارة	القيمة المطلقة للفروق	رتب الفروق	الاشارة لرتب الفروق
1	6	10	-4	-	4	7.5	-7.5
2	8	12	-4	-	4	7.5	-7.5
3	10	9	1	+	1	2	2
4	9	12	-3	-	3	5	-5
5	5	8	-3	-	3	5	-5
6	12	13	-1	-	1	2	-2
7	9	8	1	+	1	2	2
8	5	5	0	يهمل	يهمل	يهمل	يهمل
9	7	10	-3	-	3	5	-5

نجد مجموع الرتب الموجبة والرتب السالبة وكما يلي:

مجموع الرتب الموجبة = $4 = 2 + 2$

مجموع الرتب السالبة = $(-7.5) + (-7.5) + (-5) + (-5) + (-2) + (-5) = -32 \Rightarrow |-32| = 32$

لايجاد احصاءة الاختبار لـ ولكوكسن نقارن بين الرتب الموجبة والرتب السالبة بغض النظر عن الاشارة السالبة وعلى النحو الاتي:

$$P.Ranks = 4 < N.Ranks = |-32| = 32$$

ونعتمد في ايجاد احصاءة الاختبار لـ ولكوكسن والمشار اليها بالرمز w_s على القيمة الاصغر وهي $= \mathbf{P.Ranks}$

4القرار: بما ان القيمة المحتسبة لاحصاءة الاختبار $w_s = 4$ اصغر من القيمة الجدولية والتي تساوي 5 هذا يعني نرفض الفرضية الصفرية.

ملاحظة مهمة جداً : كيف اوجد رتب الفروق الموضحة في جدول البيانات عند الحل؟

الجواب : بعد اهمال قيمة واحدة يتبقى لدينا 8 مشاهدات نقوم بترتيبها تصاعدياً بعد اخذ القيمة المطلقة للفروق اي من الاصغر الى الاكبر وكما موضح في ادناه :

1	1	1	3	3	3	4	4

نضع لها رتب من 1 الى 8 والسبب ان حجم العينة بعد اهمال مشاهدة اصبح 8 فقط وكما يلي:

1	2	3	4	5	6	7	8

لكن نلاحظ ان اول ثلاث قيمة لها نفس القيمة (العدد 1) ويفترض ان يكون لها نفس الرتبة لذلك نأخذ الوسط الحسابي للرتب الثلاثة الاولى (1+2+3/3=6/3=2)، وبنفس الاسلوب للثلاثة قيم التالية ايضا لها نفس القيمة (العدد 3) لذلك نأخذ الوسط الحسابي للرتب من 4 الى 6 (4+5+6/3=15/3=5) ، وبنفس الاسلوب للقيمتين الاخيرة لها نفس القيمة (العدد 4) لذلك نأخذ الوسط الحسابي لها (7+8/2=15/2=7.5) فنحصل على العمود الاخير وكما يلي:

1	2	3	4	5	6	7	8
الوسط الحسابي = 2			الوسط الحسابي = 5			الوسط الحسابي = 7.5	
1	1	1	3	3	3	4	4
2	2	2	5	5	5	7.5	7.5

وهذا يعني اينما اجد العدد (1) اضع له رتبة (2) ، واينما اجد العدد (3) اضع له الرتبة (5) وهكذا للعدد (4) اضع له الرتبة (7.5)

الحالة الثانية : في حالة حجم العينة كبير اكبر من او يساوي 30 مفردة

ملاحظة: بشكل تقريبي يعتبر حجم العينة في هكذا حالات كبير عندما تكون عدد القيم اكبر من او يساوي 20 مفردة

احصاءة الاختبار :

$$Z_{cal} = \frac{w_s - c}{\sqrt{c * \left(\frac{(2n+1)}{6}\right)}} \quad ; \text{where } c = \frac{n(n+1)}{4}$$

$$\boxed{Z_{cal} = \frac{w_s - \frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}}}$$

حيث ان :

w_s : احصاءة الاختبار لـ ولكوكسن.

مثال رقم (2) : للبيانات الاتية:

34	33	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	ت
6	4	4.5	4.1	2.4	5.4	3.8	3.6	5.5	4	2.2	3.6	4.2	5.4	3	3.3	3.1	x
5	5.8	5.7	2.6	3.2	4.8	3.5	3.6	4.4	5.1	5.6	5.9	5.9	3.2	5.9	3.3	5.1	y

17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	ت
5	2.9	2.7	2.2	4	3.2	1.9	5.8	5	3	2.5	4	4.5	5.9	1.2	4.7	2.4	x
5	3.3	4.3	2.9	6.1	4.3	5.1	5.4	3.4	2.5	4.6	5.3	5	5.6	5.3	3.3	2.5	y

استعمل اختبار ولكوكسن للرتب لاختبار الفرضية الاتية:

$$\mathrm{V.S}\quad \begin{matrix} H_0: \mathbf{M_e} = \mathbf{0} \\ H_1: \mathbf{M_e} > \mathbf{0} \end{matrix}$$

استخدم مستوى معنوية 0.05؟ اذا علمت ان القيمة الجدولية تساوي 5.

الحل:

$$Z_{cal} = \frac{w_s - c}{\sqrt{c * \left(\frac{(2n+1)}{6}\right)}} \qquad ; \text{where } c = \frac{n(n+1)}{4}$$

$$c = \frac{31(32)}{4} = 248$$

$$Z_{cal} = \frac{128.5 - 248}{\sqrt{248 * \left(\frac{63}{6}\right)}} = \frac{128.5 - 248}{\sqrt{2604}} = \frac{-119.5}{51.029} = -2.342$$

$$Z_{tab} = 1.96$$

القرار: طالما ان القيمة المطلقة لاحصاءة الاختبار 2.342 اكبر من القيمة الجدولية 1.96 ، نرفض الفرضية الصفرية.

ت	x	y	D=x-y	$\lvert D \rvert$	Rank $\lvert D \rvert$	SR
1	2.4	2.5	-0.1	0.1	1	-1
2	4.7	3.3	1.4	1.4	17	17
3	1.2	5.3	-4.1	4.1	31	-31
4	5.9	5.6	0.3	0.3	2.5	2.5
5	4.5	5	-0.5	0.5	6.5	-6.5
6	4	5.3	-1.3	1.3	16	-16
7	2.5	4.6	-2.1	2.1	24.5	-24.5
8	3	2.5	0.5	0.5	6.5	6.5
9	5	3.4	1.6	1.6	19.5	19.5
10	5.8	5.4	0.4	0.4	4.5	4.5
11	1.9	5.1	-3.2	3.2	29	-29
12	3.2	4.3	-1.1	1.1	13	-13
13	4	6.1	-2.1	2.1	24.5	-24.5
14	2.2	2.9	-0.7	0.7	9	-9
15	2.7	4.3	-1.6	1.6	19.5	-19.5
16	2.9	3.3	-0.4	0.4	4.5	-4.5
17	5	5	0	0	0	0
18	3.1	5.1	-2	2	23	-23
19	3.3	3.3	0	0	0	0
20	3	5.9	-2.9	2.9	28	-28
21	5.4	3.2	2.2	2.2	26	26
22	4.2	5.9	-1.7	1.7	21	-21
23	3.6	5.9	-2.3	2.3	27	-27
24	2.2	5.6	-3.4	3.4	30	-30
25	4	5.1	-1.1	1.1	13	-13
26	5.5	4.4	1.1	1.1	13	13
27	3.6	3.6	0	0	0	0
28	3.8	3.5	0.3	0.3	2.5	2.5
29	5.4	4.8	0.6	0.6	8	8
30	2.4	3.2	-0.8	0.8	10	-10
31	4.1	2.6	1.5	1.5	18	18
32	4.5	5.7	-1.2	1.2	15	-15
33	4	5.8	-1.8	1.8	22	-22
34	6	5	1	1	11	11

نجد مجموع الرتب الموجبة والرتب السالبة وكما يلي:

مجموع الرتب الموجبة = 128.5

مجموع الرتب السالبة = $366.5 = |-366.5|$

لايجاد احصاءة الاختبار لـ ولكوكسن نقارن بين مجموع الرتب الموجبة ومجموع الرتب السالبة بغض النظر عن الاشارة السالبة وعلى النحو الاتي:

$$\text{P. Ranks} = 128.5 < \text{N. Ranks} = |-366.5| = 366.5 \Rightarrow \boxed{w_s = 128.5}$$

التمارين

السؤال (1): للبيانات التالية:

35	27	29	36	32	27	34	28	46	29	x_i
28	32	31	30	24	35	24	25	46	28	y_i

اختبر الفرضية الاتية:

$$\begin{matrix} & H_0: \mathbf{M_e} = \mathbf{0} \\ \text{V.S} & H_1: \mathbf{M_e} > \mathbf{0} \end{matrix}$$

1) استعمل اختبار الاشارة .
2) استعمل اختبار ولكوكسن لمجموع الرتب استخدم مستوى معنوية 0.05؟ اذا علمت ان القيمة الجدولية تساوي 5.

السؤال (2): للبيانات التالية:

40	17	29	22	36	12	44	21	18	53	14	31	x_i
42	27	34	23	32	35	48	28	30	50	14	31	y_i

اختبر الفرضية الاتية:

$$\begin{matrix} & H_0: \mathbf{M_e} = \mathbf{0} \\ \text{V.S} & H_1: \mathbf{M_e} \neq \mathbf{0} \end{matrix}$$

1) استعمل اختبار الاشارة .
2) استعمل اختبار ولكوكسن لمجموع الرتب استخدم مستوى معنوية 0.05؟ اذا علمت ان القيمة الجدولية تساوي 8.

السؤال (3): للبيانات التالية:

ت	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
X	50	43	28	48	35	32	23	34	27	42	44	16	33	50	20	27	27	30	51	50	45	20	49	43	30
Y	53	18	21	44	12	36	22	29	17	10	38	37	19	37	28	15	25	38	40	30	23	41	31	28	14

طبق اختبار ولكوكسن لمجموع الرتب عند مستوى معنوية 0.05؟ لاختبار الفرضية الاتية:

$$\begin{matrix} H_0: \mathbf{M_e} = \mathbf{0} \\ H_1: \mathbf{M_e} \neq \mathbf{0} \end{matrix} \quad \text{V.S}$$

اذا علمت ان $Z_{tab} = 1.96$ ، وان مجموع الرتب كما موضح ادناه:

	مجموع الرتب
الموجبة	257.5
السالبة	-67.5

مثال(61) : تم تدريب ثلاث مجاميع من الطلبة على السباحة بثلاث طرائق مختلفة هي A ، B ، C وقيست استجاباتهم والتي وضحت في الجدول التالي :

A	B	C
67	58	52
70	57	55
90	59	54
81	58	53
85		

المطلوب: هل تعتقد بوجود فروق بين اساليب التدريب الثلاثة على استجابات الطلبة عند مستوى معنوية 0.01 ، اذا علمت ان القيمة الجدولية تساوي 7.75

الحل: الخطوة الاولى ترتيب المشاهدات بعد دمجها وعلى النحو الاتي:

التدرجات	دمج البيانات	ترتيب البيانات	وضع رتب لها	معالجة البيانات المكررة
1	67	52	1	
2	70	53	2	
3	90	54	3	
4	81	55	4	
5	85	57	5	
6	58	58	6.5	6.5
7	57	58	6.5	
8	59	59	8	
9	58	67	9	
10	52	70	10	
11	55	81	11	
12	54	85	12	
13	53	90	13	

فرضية الاختبار:

H_0: عدم وجود فروق معنوية بين طرائق التدريب الثلاثة

V.S

H_1: توجد فروق معنوية بين طرائق التدريب الثلاثة

$$H_C = \frac{H}{1 - \frac{1}{n^3 - n}\sum T}$$ حفظ

$$T = t^3 - t$$

بما ان المشاهدة 58 تكررت مرتين فإن :

$$T_1 = 2^3 - 2 = 8 - 2 = 6$$

وطالما لا توجد مشاهدات اخرى مكررة هذا يعني ان:

$$\sum T = 6$$

	A	B	C
	9	6.5	1
	10	5	4
	13	8	3
	11	6.5	2
	12		
	المجموع		
R_j	55	26	10

$$H = \left(\frac{12}{n(n+1)}\sum_{j=1}^{k}\frac{R_j^2}{n_j}\right) - 3(n+1)$$ حفظ

$$H = \left(\frac{12}{13(13+1)}\left[\frac{55^2}{5} + \frac{26^2}{4} + \frac{10^2}{4}\right]\right) - 3(13+1)$$

$$H = \left(\frac{12}{182}[605 + 169 + 25]\right) - 3(14)$$

$$H = \left(\frac{12}{182}[799]\right) - 42 = 52.681 - 42 = \boxed{10.68}$$

$$H_C = \frac{10.68}{1 - \frac{1}{13^3 - 13}(6)} = \frac{10.68}{1 - \frac{6}{2184}} = \frac{10.68}{0.997} = \boxed{10.71}$$

القرار: بما ان القيمة المحتسبة اكبر من القيمة الجدولية ، نرفض الفرضية الصفرية اي ان هنالك فروق في اساليب التدريب عند مستوى معنوية 0.01.

تمرين: السؤال السابع : تم تدريس ثلاث مجموعات من الطلبة بثلاث طرائق تدريسية هي A ، B ، C وفي نهاية الفصل الدراسي حصل الطلبة على الدرجات التالية:

الدرجات حسب طريقة التدريس		
A	**B**	**C**
70	**90**	**50**
75	**95**	**60**
74	**94**	**70**
73	**99**	**65**
	100	

المطلوب: عند مستوى معنوية 0.05 ، اذا علمت ان القيمة الجدولية تساوي 5.99

اختبر الفرضية الاتية:

H_0: عدم وجود فروق معنوية بين طرائق التدريس الثلاثة

V.S

H_1: توجد فروق معنوية بين طرائق التدريس الثلاثة

اسئلة وتمارين محلولة

الحل للسؤال الاول (المجموعة 2):

$$\begin{matrix} H_0: M_e = 0 \\ V.S \quad H_1: M_e > 0 \end{matrix}$$

x	y	الفرق = x-y	الاشارة
20	24	-4	-
18	16	2	+
17	20	-3	-
19	22	-3	-
16	15	1	+
21	25	-4	-
22	28	-6	-
15	18	-3	-
14	17	-3	-
24	26	-2	-

- عدد القيم غير الصفرية **$n = 10$**
- عدد القيم للإشارات الموجبة **$S = 2$**
- عدد القيم للإشارات السالبة **$x = 8$**

$$p = 0.5 \ , n = 10 \implies x \sim b(n = 12, p = 0.5)$$

$$P(x; n = 10, p = 0.5) = \begin{cases} \binom{10}{x} (0.5)^x (0.5)^{10-x} & ; x = 0,1, \dots ,10 \\ 0 & ; \text{otherwise} \end{cases}$$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

$$P(x \leq 2; n = 10, p = 0.5) = P(x \geq 8; n = 10, p = 0.5)$$

$$P(x; n = 10, p = 0.5) = \begin{cases} \binom{10}{x} (0.5)^{10} & ; x = 0,1, \dots ,10 \\ 0 & ; \text{otherwise} \end{cases}$$

الحل بالاعتماد على القيم للإشارات الموجبة : $x = 2$

$$P(x \le 2; n = 12, p = 0.5) = P(x = 0) + P(x = 1) + P(x = 2)$$

$$P(x = 0) = \binom{10}{0} (0.5)^{10} = (0.5)^{10} = 0.001$$

$$P(x = 1) = \binom{10}{1} (0.5)^{10} = 10 * (0.5)^{10} = 0.01$$

$$P(x = 2) = \binom{10}{2} (0.5)^{10} = 45 * (0.5)^{10} = 0.045$$

$$P(x \le 2; n = 10, p = 0.5) = 0.001 + 0.01 + 0.045 = 0.056$$

او بطريقة اخرى:

$$P(x \ge 8; n = 10, p = 0.5) = P(x = 8) + P(x = 9) + P(x = 10)$$

$$P(x = 8) = \binom{10}{8} (0.5)^{10} = 45 * (0.5)^{10} = 0.045$$

$$P(x = 9) = \binom{10}{9} (0.5)^{10} = 10 * (0.5)^{10} = 0.01$$

$$P(x = 10) = \binom{10}{10} (0.5)^{10} = (0.5)^{10} = 0.001$$

$$P(x \ge 8; n = 10, p = 0.5) = 0.045 + 0.01 + 0.001 = 0.056$$

نستنتج ان قيمة الاحتمال المحسوب = 0.056 ، بينما قيمة مستوى المعنوية =0.05

القرار : طالما ان قيمة الاحتمال هي اكبر من قيمة مستوى المعنوية هذا يعني نقبل فرضية العدم $H_0: M_e = 0$

السؤال الخامس : للظاهرتين $(x), (y)$ ، تم حساب معامل الارتباط بينهما من اربع عينات مستقلة فكانت على النحو الاتي:

تسلسل العينة	حجم العينة	معامل الارتباط
1	50	0.80
2	60	0.78
3	70	0.82
4	80	0.79

هل يمكن القول ان معاملات الارتباط اعلاه هي تقديرات متجانسة لمعامل الارتباط في المجتمع بين هذين المتغيرين $(x), (y)$ عند مستوى معنوية (0.05)؟

مع العلم ان القيمة الجدولية تساوي (7.815)

الحل: فرضية الاختبار هي:

$$H_0: \rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \rho_4 = \rho$$

V. S

H_1: ان هناك على الاقل احد معاملات الارتباط لا يساوي باقي المعاملات

معيار الاختبار هو:

$$\chi^2_{cal} = \sum_{i=1}^{k} (n_i - 3)(Z_i - \bar{Z})^2$$

حيث ان:

$$Z_i = 0.5 * \mathrm{Ln}\left(\frac{1 + r_i}{1 - r_i}\right)$$

$$\bar{Z} = \frac{\sum_{i=1}^{k} (n_i - 3) Z_i}{\sum_{i=1}^{k} (n_i - 3)}$$

Z_i	$\mathrm{Ln}\left(\frac{1+r_i}{1-r_i}\right)$	$\frac{1+r_i}{1-r_i}$	$1 - r_i$	$1 + r_i$	r_i	$(n_i - 3)$	n_i	تسلسل العينة
1.0985	2.197	9	0.2	1.8	0.8	47	50	1
1.0455	2.091	8.091	0.22	1.78	0.78	57	60	2
1.157	2.314	10.111	0.18	1.82	0.82	67	70	3
1.0715	2.143	8.524	0.21	1.79	0.79	77	80	4

$$\bar{Z} = \frac{47(1.099) + 57(1.046) + 67(1.157) + 77(1.072)}{47 + 57 + 67 + 77} = \frac{51.653 + 59.622 + 77.519 + 82.544}{248}$$

$$\bar{Z} = \frac{271.338}{248} = 1.094$$

$$\chi^2_{cal} = (47)(1.099 - 1.094)^2 + (57)(1.046 - 1.094)^2 + (67)(1.157 - 1.094)^2 + (77)(1.072 - 1.094)^2$$

$$\chi^2_{cal} = 0.0012 + 0.1313 + 0.2659 + 0.0373 = 0.4357$$

$$\chi^2_{tab} = 5.991$$

القرار: بما ان القيمة المحتسبة هي اصغر من القيمة الجدولية هذا يعني قبول الفرضية الصفرية $H_0: \rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \rho_4 = \rho$، اي ان العينات الثلاثة مسحوبة من مجتمعات فيها معاملات الارتباط متجانسة عند مستوى معنوية (0.05).

السؤال الثالث: في احدى مراكز التدريب لرياضة الرماية تم اختيار (10) اشخاص بصورة عشوائية وادخلوا دورة تدريب قصيرة لكيفية الرماية واصابة الهدف ، وبعد اكمال الدورة تم تسجيل عدد الاصابات الناجحة لكل منهم وكالآتي:

عدد الاصابات الناجحة	5	7	4	7	9	9	8	10	10	8

اذا علمت ان $\alpha = 0.05$ ، اختبر الفرضية :

$$\text{V.S}\quad \begin{matrix} H_0: \mathbf{M_e} = \mathbf{6} \\ H_1: \mathbf{M_e} \neq \mathbf{6} \end{matrix}$$

الحل:

$$\text{V.S}\quad \begin{matrix} H_0: \mathbf{M_e} = \mathbf{6} \\ H_1: \mathbf{M_e} \neq \mathbf{6} \end{matrix}$$

اعداد الاصابات	الوسيط	الفرق	الاشارة
5	6	-1	-
7	6	1	+
4	6	-2	-
7	6	1	+
9	6	3	+
9	6	3	+
8	6	2	+
10	6	4	+
10	6	4	+
8	6	2	+

- عدد القيم غير الصفرية $\mathbf{n = 10}$
- عدد القيم للإشارات الموجبة $\mathbf{S = 8}$
- عدد القيم للإشارات السالبة $\mathbf{x = 2}$

الحل بالاعتماد على القيم للإشارات السالبة : $x = 2$

$p = 0.5 \ , n = 10 \ \Rightarrow x \sim b(n = 10, p = 0.5)$

$$P(x; n = 10, p = 0.5) = \begin{cases} \binom{10}{x}(0.5)^x(0.5)^{10-x} & ; x = 0,1,2, \dots 8,9,10 \\ 0 & ; \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\mathbf{P(x \leq 2; n = 10, p = 0.5) = P(x \geq 8; n = 10, p = 0.5)}$$

$$P(x; n = 10, p = 0.5) = \begin{cases} \binom{10}{x}(0.5)^{10} & ; x = 0,1,2, \dots 8,9,10 \\ 0 & ; \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\mathbf{P(x \leq 2; n = 10, p = 0.5) = P(x = 0) + P(x = 1) + P(x = 2)}$$

$$P(x = 0) = \binom{10}{0}(0.5)^{10} = (0.5)^{10} = 0.00098$$

$$P(x = 1) = \binom{10}{1}(0.5)^{10} = 10 * (0.5)^{10} = 0.0098$$

$$P(x = 1) = \binom{10}{2}(0.5)^{10} = 45 * (0.5)^{10} = 0.0441$$

$$P(x \leq 2; n = 10, p = 0.5) = 0.00098 + 0.0098 + 0.0441 = 0.05488 \cong 0.055$$

$$\alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$$

القرار: بما ان القيمة المحسوبة للاحتمال اعلاه تساوي 0.055 اكبر من مستوى المعنوية $\frac{\alpha}{2} = 0.025$ ، نقبل الفرضية الصفرية $H_0: \mathbf{M_e = 6}$ ، **اي ان قيمة الوسيط تساوي 6.**