**رئاسة الجامعة المستنصرية – قسم ضمان الجودة**

**وثيقة المساق الدراسي**

**اعداد ا.م.د. بشار مكي العيساوي-مدير ضمان الجودة**

**وهي عبارة عن وثيقة يجب ان تكون متوفرة في كل قسم ومعدة وفقا لأمر اداري من اهم اعضائها مجموعة من اعضاء اللجنة العلمية في القسم والتي تتولى اعداد ومتابعة تلك الوثيقة.**

**ملاحظة: يجب ان تكون تلك الوثيقة على الأقل بلغتين احداهما الرئيسية اللغة العربية.**

**يقصد بمواصفات المساق الدراسي وضع الإطار العام، والتخطيط التفصيلي للعناصر الأساسية التي تتكون منها خطة المساق الدراسي بالاستناد إلى معايير الجودة، ووفقا لمدخل المناهج المعتمدة على مخرجات التعلم المتوقعة. وتتضمن وثيقة مواصفات المساق الدراسي العناصر الأساسية الآتية:**

1. **معلومات عامة عن المساق الدراسي**
2. **وصف المساق الدراسي**
3. **مخرجات التعلم المقصودة**
4. **تسكين مخرجات التعلم المقصودة مع استراتيجيات التدريس والتقويم**
5. **محتوى المساق الدراسي**
6. **استراتيجيات التدريس**
7. **المهام والواجبات**
8. **استراتيجيات التقويم**
9. **مصادر التعلم**
10. **الضوابط والسياسات المتبعة في المساق الدراسي**



**قالب مواصفات المساق الدراسي (مقترح)**

|  |
| --- |
| 1. المعلومات العامة عن المساق: ( )
 |
|  | **اسم المساق:** | تفكير رياضي |
|  | **رمز المساق ورقمه:** | MABO3M224 |
|  | **الساعات المعتمدة:** | **محاضرة** | **سمنار** | **عملي** | **تدريب** | **الإجمالي** |
| 2 |  |  |  | 2 |
|  | **المستوى والفصل الدراسي:** | المرحلة الثالثه (الفصل الخامس) |
|  | **المتطلبات السابقة للمساق** |  |
|  | **المتطلبات المصاحبة للمساق** |  |
|  | **البرنامج/البرامج التي يتم فيها تدريس المساق** | بكلوريوس تربيه في الرياضيات |
|  | **لغة تدريس المساق** | العربيه |
|  | **مكان تدريس المساق** | كلية التربيه الاساسيه – قسم الرياضيات  |
|  | **اسم معد مواصفات المساق**  | أ.م.د.مدركه صالح عبدالله |
|  | **جهة وتاريخ المصادقة على مواصفات البرنامج** | قسم الرياضيات – اللجنه العلميه – 2014 |
| 1. وصف المساق: (Course description)

 يهدف هذا المساق الى تعريف الطالب المتخصص بالرياضيات بمعلومات عن مادة التفكير الرياضي من حيث التعريف بيها واهدافها واسسها الفلسفيه والتربويه والاجتماعيه ، والمعرفيه ، ومتطلباتها ، واحتياجاتها ، واستراتيجياتها ، كما يركز على مهارات دمج التفكير بالمحتوى الرياضي التي يحتاجها الطالب في عمله معلما في المستقبل لمادة الرياضيات. |
|  |
| 1. مخرجات تعلم المساق: (Course outcomes)
 |
|  يهدف هذا المساق الى تحقيق النقاط التاليه لخريج الطالب المتخصص بالرياضيات ابالتعرف على:* التفكير ومستوياته.
* انواع التفكير.
* التفكير الرياضي واهداف المرحله المتوسطه.
* مجالات التفكير الرياضي.
* برامج تنمية التفكير الرياضي.
* تطوير التفكير لدى الاطفال.
 |

|  |
| --- |
| 1. كتابة مواضيع المساق ومواءمتها بمخرجات التعلم
 |
| كتابة وحدات /مواضيع محتوى المساق |
| أولا: الجانب النظري  |
| الرقم | **مخرجات التعلم**  | **وحدات المساق** | **المواضيع التفصيلية** | **عدد الأسابيع** | الساعات الفعلية |
| 1 | التفكير ومستوياته |  | التفكير ومستوياته | 2 | 4 |
| 2 |  انواع التفكير. |  | الناقد ، المنطقي ، العلمي ، الابتكاري ، الرياضي | 4 | 8 |
| 3 |  اهداف التفكير الرياضي في المرحله المتوسطه. |  | التفكير الرياضي واهدافه | 2 | 4 |
| 4 |  مجالات التفكير الرياضي. |  | الاستقراء ، الاستنتاج ، المنطقي ، العلاقي ، البرهان ، حل المسئله | 4 | 8 |
|  | برامج تنمية التفكير الرياضي. |  | برامج تنمية التفكير ، تطوير التفكير | **3** | **6** |
| إجمالي الأسابيع والساعات 15˟2 |  | **15** | 30 |
| ثانيا: الجانب العملي:  |
| تكتب تجارب (مواضيع) العملي |
| الرقم | **التجارب المختبرية** | **عدد الأسابيع** | **الساعات الفعلية** | مخرجات التعلم |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| إجمالي الأسابيع والساعات |  |  |  |

|  |
| --- |
| 1. استراتيجية التدريس:
 |
| الاعتماد على نموذج تهيئة الطلبه للنقاش وتكليفهم بشرح بعض الفقرات من المادة الدراسيه. |
| يتم الاعتماد على المرجع الرئيس للماده بدلالة شرائح PPT)). |
|  |

|  |
| --- |
| 1. مصادر التعلم:
 |
| (المؤلف، العام، العنوان، مكان النشر والناشر) |
| العبسي ، محمد مصطفى (2009) : الالعاب والتفكير في الرياضيات ، دار المسيره ، عمان |
| الكبيسي ، عبدالواحد حميد و مدركه صالح عبدالله (2018): خرائط التفكير والعقل في تدريس الرياضيات ، مكتبة المجتمع العربي ، عمان |
|  |
|  |
| 1. سياسة المساق وضوابطه:
 |
|  |
|  | **سياسة حضور الفعاليات التعليمية**: **: في حالة غياب الطالب يعطى انذار اولي ثم انذار ثاني ثم انذار نهائي وترفع بعدها مذكرة به للقسم فيعد الطالب مفصولا بالغياب.** |
|  |  **الحضور المتأخر: في حالات تكرار تأخر الطالب عن حضور الفعاليات التعليمية يتم اعتباره غائبا في المحاضرة.** |
|  | **ضوابط الامتحان:** **في حالات الغياب عن الامتحان من دون عذر يعطى صفرا واذا تأخر عن حضور الامتحان يتم امتحانه مع طلبة قاعة أخرى.** |
|  | **الواجبات والمشاريع:** **تسليم الواجبات أو المشاريع في الموعد المحدد من قبل المعلم ويرفض استلامها في حالة التأخير.** |
|  | **الغش**: **في حالة غش الطالب في الامتحانات ترفع به مذكرة الى رئاسة القسم لاتخاذ مايلزم.** |
|  | **الانتحال**: **في حالة اكتشاف انتحال الطالب لشخصية اخرى ترفع به مذكرة الى رئاسة القسم فورا.** |
|  | **سياسات أخرى**: أي سياسات أخرى تتعلق بخصوصية المساق، أو بحسب لوائح الجامعة.. |

**محاضرات مادة التفكير الرياضي/ المرحلة الثالثة/ الفصل الدراسي الخامس**

**خرائط التفكير والعقل في تدريس الرياضيات**

**التفكير الرياضي Mathematical Thinking:**

الرياضيات علم من إبداع العقل البشري، وطريقة للبحث تعتمد على المنطق والتفكير العقلي مُستخدمة سُرعة البديهة وسعة الخيال ودقة الملاحظة، لهذا فقد قيلإنها سيدة العلوم بلا مُنازع وخادمتها في الوقت نفسه، وهذه هيعظمة الرياضيات، وتؤدي الرياضيات دوراً كبيراً في التطبيقات العلمية والعملية، ولا أحد يُنكِر دورها الكبير الذي تؤديه في التطوّر التكنُولوجي الهائل وفي الصناعات الحديثة، كما تعد أرضاً خصبةً لتعليم مهارات التفكير الرياضي لدى المُتعلمين.

اذا تدريس الرياضيات ينبغي من أجل الفهم وهو يعنى أن يساعد المعلمون طلبتهم على أن يغوصوا بعمق أكبر في المعاني الذي تتضمنها الرياضيات ، وإشراكهم في مناقشة المشكلات والأفكار وعمليات الاستدلال والفهم ، أكثر من مجرد التركيز على الأداء فقط ، ويصبح التدريس في هذه الحالة إعداد الطلاب وحفزهم لتحصيل مستويات محدده وواضحة في تعلمهم .

أشارت مبادئ ومعايير الرياضيات المدرسية لسنة ٢٠٠٠ م للمجلس القومي الأمريكي لمعلمي(NCTM)[[1]](#footnote-1) ، إلى اعتبار أن الفهم هو الغاية من تعليم الرياضيات ، وأنه القاعدة التي أن يتأسس عليها تعلم الرياضيات مستقبلاً.

تعد الرياضيات من المواد الأساسية التي يجب اكتساب مفاهيمها ومهاراتها بشكل جيد، لما لها من أهمية في تنمية القُدرة على التفكير، وصقل مهارات المُتعلم الأساسية في حياتهِ اليومية، وأصبح لزاماً على الثقافة الرياضية أن ترفع المُتعلم إلى مستوى المسؤولية ليُحقق تعليماً رياضياً أفضل، يخلق جيلاً مُفكراً ومُنتجاً وقادراً على مواجهة متطلبات المستقبل بكفاية.

تعد مناهج الرياضيات وموادها التعليمية ركناً أساسياً في مناهج التعليم الأساسي والتي تعد ايضا مجالا خصبا لتطوير ونمو التفكير لدى اطلبتنا، لهذا قامت الكثير من الدول بتطوير مناهج الرياضيات وتحسينها لتواكب معطيات القرن الحادي والعشرين، وذلك خلال اهتمام هذه المناهج بتنمية التفكير لدى الطلبة، وإكسابهم طريقة في التفكير تعتمد على بناء رياضي دقيق وسليم، وذلك انطلاقاً من النظرة إلى الرياضيات بعدها طريقة ونمطاً في التفكير، ولها من المميزات ما يجعلها مجالاً خصباً لتدريب الطالب على أنماط وأساليب التفكير السليم وتنميته، والإسهام في بناء شخصيته وقدرته على الإبداع وإكسابه البصيرة الرياضية والفهم العميق. ولهذا نجد عند استعراض قائمة الأهداف التي تضمنتها المناهج الحديثة للرياضيات فقرات تتناول جوانب معينة من التفكير الرياضي. فنجد في معايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات في الولايات المتحدة الأمريكية ما يؤكد على ضرورة العمل على تنمية التفكير الرياضي والتفكير الناقد والبرهان الرياضي والتفكير الاستقرائي والتفكير الاستنتاجي، وتقديم مادة الرياضيات بصفتها أداة للتفكير والاتصال تساعد الطلبة على جعلهم مفكرين لا في متلقين للمعارف فقط.

للرياضيات علاقة وثيقة بمهارات التفكير، من حيث كونها تنطوي على تركيب الأفكار والمعلومات وتنظيمهما وإعادة شرحهما وترتيبهما، والرياضيات في ذاتها طريقة في التفكير، إذ تنطوي أهداف تدريسها في مختلف دول العالم على تنمية مهارات التفكير المختلفة، والقُدرة على الاكتشاف والابتكار، وتمكين المُتعلمين من عمليتي التجريد والتعميم، وأن يمتلكوا اتجاهات ايجابية لمواجهة المشكلات، واختيار الحلول المناسبة.

وتستخدم الرياضيات العلاقات والقوانين، وتستند إلى التفكير الرياضي، وتتميز بتنظيمها ودقتها وبتدرج عرضها للمعلومات، مما يُسهم في الوصول إلى تفسيرات دقيقة للأفكار والنتائج، كما أنها أسلوب يُساعد العقل الإنساني في تفسير ما يتعرض له من مواقف حياتية أو ما يتكوّن لدى العقل من رؤى وأفكار تجريدية(الزهيري،2013).

**ما هو التفكير**

التفكير مفهوم معقد يتألف من ثلاث عناصر تتمثل في العمليات المعرفية المعقدة وعلى رأسها حل المشكلات والاقل تعقيداً كالفهم والتطبيق فضلاً عن معرفة خاصة بمحتوى المادة او الموضوع مع توفر الاستعدادات والعوامل الشخصية المختلفة ولا سيما الاتجاهات والميول (سعادة, 2003)

مثال $∶$ لماذا الصفر عدداً زوجياً ؟

الجواب $∶$ لانه يمكن تمثيله على شكل 0 = 2 x 0

اي انه ; الصفر يمكن تمثيله على شكل مضاعفات العدد 2

مثال: حل طالب المعادلة x**2** –x +1=0 بصورة الآتية:-

x**2** = x-1………(2)

ومن المعادلة x2 – x = -1 وبالتحليل عامل مشترك

X ( X-1)= -1 نعوض عن القوس( X-1) من معادلة (2) فيكون

x . x2= -1

x**3**=1

x = -1 وعند التحقق بالتعويض بالمعادلة الاصلية لا يتحقق الحل فاين الخطاء الذي وقع فيه الطالب ؟

الجواب: الخطاء يكمن في الخطوة x**2** = x-1 حيث هذه الخطوة يصبح شرطها ان يكون المقدار (x-1 ) كمية موجبة اي x كبر من 1

**لغز ظريف**

**حاول ان تعرف الرقم الذي تقف عليه السيارة وكيف تفسر ذلك(الحل في نهاية الفصل)**



**كيف يتطور التفكير لدى الفرد؟**

1. تنمو انماط التفكير بشكل تلقائي رائع اذا لم نتدخل لتحجيمها او توجيهها بطريقة تحد من الانطلاق الفطري لها .
2. يرى بياجيه ان الفرد يكتسب انماطا جديدة من التفكير من خلال مروره بالخبرات وتفاعله مع البيئة وهذا يعمل على تطوير تفكير الفرد من التفكير المحسوس الى التفكير المجرد .
3. يؤكد دي بونــو ان التفكير مهارة يمكن ان تتحـسن وتتطور من خلال التدريب والتمرين على القيام بأداء الافعال بشكل فعال في ظروف معينة .
4. من خلال تهيئة الظروف النفسية الانفعالية السارة التي تسمح بالتعلم بشكل جيد .
5. من خلال تهيئة الظروف الاقتصادية وتوفر الامكانات والخامات اللازمة لهذا التعليم .

أصبحت قضية تنمية التفكير من القضايا التربوية التي تلقى الرعاية والاهتمام عند النظم التربوية الحديثة، حيث لم يعد هدف العملية التربوية عندها يقتصر على إكساب الطلبة المعارف والحقائق وملء عقول الطلبة بها، بل تعداها إلى تنمية قدراتهم على التفكير السليم، وأصبح التعليم عندها يقوم على مبدأ تعليم الطالب كيف يتعلم وكيف يفكر.

وقد أخذت الدعوة إلى تعليم مهارات التفكير وعملياته اتجاهين، لكل منهما فلسفته وتفسيراته الخاصة به الاتجاه الأول يدعو إلى تعليم مهارات التفكير بشكل مباشر، ويشير أصحاب هذا الاتجاه إلى ضرورة التدريس الصريح والمباشر لمهارات التفكير من خلال مواد تعليمية إضافية منفصلة عن المقررات المدرسية. و يبررون ذلك بأن عمليات التفكير تعلم كغيرها من الموضوعات الدراسية، و أن التعلم والتفكير من الناحية المفاهيمية أمر واحد، فالتعلم يستخدم المعرفة السابقة والاستراتيجيات الخاصة لفهم الأفكار في نص معين، فهو يسعى إلى تكوين المعنى تماماً كالتفكير الذي يعرف بأنه البحث عن المعنى وتشكيل الأفكار وتوليدها في ضوء معرفة سابقة. والاتجاه الثاني يدعو إلى تعليم مهارات التفكير من خلال المحتوى الدراسي، وينادي أصحاب هذا الاتجاه بضرورة تعليم مهارات التفكير عن طريق دمجها بالمحتوى الدراسي لجميع المباحث الدراسية ولجميع المراحل التعليمية، وبحيث يتم تصميم أنشطة تعليمية منهجية تؤدي بالمحصلة النهائية إلى تنمية التفكير واستيعاب محتوى المادة الدراسية بطريقة عميقة وواعية، وعندها سيصبح لدينا منهاج ينمي التفكير أصحاب هذا الاتجاه أن تعليم مهارات التفكير بطريقة مندمجة مع محتوى المادة الدراسية، لا يساهم فقط في تحسين وتنمية مهارات التفكير، وإنما سيعمل ذلك أيضاً على تحسين تحصيل الطلبة ، اذ تمثل الرياضيات موقفاً مركزياً بين الاختصاصات الدراسية في تحمّل مسؤولية تنمية قدرات الطلبة على التفكير في جميع المراحل الدراسية، إذ يعد تدريب التفكير وتعليمه أحد ركائز العمليات الأساسية التي يقوم عليها تعليم الرياضيات؛ فمعيار التفكير الرياضي أحد معايير العمليات الرئيسة في وثيقة المبادئ والمعايير للمجلس الوطني في الولايات المتحدة الأمريكية.

ومن ضمن ما تحفز الرياضيات من انواع متعددة من التفكير هو التفكير الرياضي، ازداد الاهتمام بالتفكير الرياضي وبدأ يظهر اتجاهاً واضحاً ليصبح الآن أحد أهم أهداف تدريس الرياضيات وهو تعليم الطلبة كيف يُفكرون، ليُمثل المعيار الأول من معايير تعليم الرياضيات، ويتضمن هذا المعيار تطبيق الطالب المهارات الرياضية في مجموعة كبيرة من المسائل المألوفة وغير المألوفة وشرح ما يقوم به من خطوات وعمليات حسابية وتعليلها (المولى،2009).

**التفكير الرياضي أحد أهداف تدريس الرياضيات**

يُعد تعليم الطلبة التفكير الرياضي أحد أهداف تدريس الرياضيات، وذلك بتعريفهم بالخبرات التي تُكسبهم القُدرة الرياضية، بمعنى قدرتهم على الاستكشاف والتخمين والتفكير منطقياً، فضلاً عن استخدام أساليب رياضية متنوعة لحل مشكلات غير روتينية بفعّالية، وأن تنوّع الخبرات وتعدُّدها يفسح المجال أمامهم ليثقوا بتفكيرهم الرياضي (الخطيب،2009).

وتعمل الرياضيات على تنمية التفكير الرياضي والقدرة على حل المشكلات، وتتميز ببنيتها المنطقية والتراكمية المترابطة، وأن طبيعتها تختلف عن الاعتقادات التي سادت حول كونها مجردة خالية من الحس في العصور السابقة، فقد تحولت بعد ظهور الأنظمة التكنولوجية الحديثة من المنظومة المُجردة إلى نظام مُتسق يهدف إلى تنمية التفكير الرياضي والتواصل والقدرة على مواجهة المشكلات، ومن أهم خصائص هذا النظام الاستمرارية في النمو والتفسير بوصفها إحدى الخصائص المهمة للإنسان ، كون الرياضيات لها طبيعة مزدوجة فهي علم وطريقة للتفكير بأنماطه المختلفة، وتُوفّر أيضاً نهجاً فريداً لوصف الواقع وفهمه، إذ إن كثيراً من جوانب الحياة المعاصرة تعتمد على التطورات الفكرية والعلمية التي هي من إخراج الرياضيات، وتعد،وتعد دراستها من أفضل الوسائل لتنمية مهارات التفكير الرياضي، فقد كان الاعتقاد السائد أن نمط التفكير الذي يدخل في الرياضيات لا يتجاوز التفكير القياسي، أما اليوم فقد تبيّن أن التفكير الرياضي يتضمن مهارات عقلية أخرى وأنماط تفكير متعددة، وأنها عامة في ذكاء الإنسان وسلوكه العقلي (الحسني وباسم،2011).

ويمثل التفكير الرياضي لدارسي مادة الرياضيات سمة عصر العولمة، وأنه من الصعب فك الارتباط والتشابك بين الرياضيات بوصفها بناء والتفكير الرياضي بوصفه مدخلاً أو أسلوباً أو منهجية لتعليم الرياضيات نفسها، فالصيغ الرياضية لها قدرة عجيبة أو إمكانية رائعة على تجميع الأشياء والمفاهيم المتباعدة تحت سقف واحد.(إبراهيم، 2007).

لذا فالتفكير الرياضي سمة من السمات المميزة التي تسمو بالرياضيات عن أن تكون مجرد تراكم للمعلومات أو تطبيق لمهارة عملية، إذ يوظف التنظيم البنائي لأجزاء الرياضيات بعضها ببعض وليس بأشياء العالم الواقعي حسب؛ ويؤكد بعضهم أنهُ يُعد أساس الرياضيات وأن جوهرها يكمُن في الإثباتات والبراهين.(شواهين وتغريد،2010).

خلال دراسة التي أجرت على وجود ثلاثة اعتبارات أساسية يجب الأخذ بها عند تطوير مهام منهاج الرياضيات وجب مراعاه ثلاثة اعتبارات أساسية من أجل تحفيز التفكير الرياضي لدى المتعلمين وهي:

1. أن تساعد المهام والمسائل الطلاب على التفكير بدلاً من تخمين الإجابة التي يُريدها المُعلم أو الكتاب.

2. أن تتضمن المهام والمسائل العديد من الإجابات، وليس التقييد بإجابة صحيحة أو عملية حل واحدة.

3. يجب أن تسمح المهام والمسائل بطرح أسئلة إضافية، أو اكتشاف مُشكلة مفتوحة النهاية بوصفها نتيجة لقدرة الطلبة على التواصل.

 (باسكا وتامارا ،2013).

لذ أ الرياضيات هي أفضل ميدان خصب للتدريب على مهارات التفكير الرياضي الذي يُعد نوعاً من أنواع التفكير، ويختلف عنهم من خلال شموله على مصطلحات محددة من حيث العلاقات بين الأعداد والرموز والمفاهيم الرياضية، ومجموعة القدرات والعمليات العقلية المرتبطة بمادة الرياضيات، لذا فإنه خاص بدراستها، وإن تنميته لا تتم إلا من خلال دراسة مناهجها.

لذا أصبح لزاماً على المتخصصين والقائمين على مناهج الرياضيات وأساليب تدريسها، البحث عن وسائل جديدة في تدريسها، لتحقيق أهدافها، وهذا يحتم على المؤسسات التعليمية أن تعيد النظر في أسس اختيار وتخطيط وبناء المناهج وأساليب التعامل مع المعرفة، من حيث طرق تدريسها وأسلوب تعامل الطلبة والمعلمين معها كونها احد المناهج التي تنمي انواع متعددة من التفكير.

التفكير الرياضي سمة من السمات المميزة التي تسمو بالرياضيات عن أن تكون مجرد تراكم للمعلومات أو تطبيق لمهارة عملية، إذ يوظف التنظيم البنائي لأجزاء الرياضيات بعضها ببعض وليس بأشياء العالم الواقعي حسب؛ ويؤكد بعضهم أنهُ يُعد أساس الرياضيات وأن جوهرها يكمُن في الإثباتات والبراهين.

فالتفكير الرياضي يدعم العلوم والتكنولوجيا وتطوير الحياة الاقتصادية في أي بلد، مع الاعتراف بأن الحكومات إذا أرادت الانتعاش الاقتصادي فعليها أن تدعم بقوة ما يسمى بمحو الأمية الرياضية، التي تعني القدرة على استخدام الرياضيات في الحياة اليومية والدراسة المستقبلية، لذا فإن تنمية التفكير الرياضي يزيد قدرة الطلاب على استخدام الرياضيات ويحسن من مستواهم التحصيلي، والتركيز على التفكير الرياضي يمكن أن يساعد الطلاب على رؤية رياضيات منطقية وذات قيمة ومعنى؛ كما يمكن أن يعزز هذا التركيز اعتقاد الطلاب بأن الرياضيات شيء يمكنهم أن يفهموه ويفكروا فيه ويسوغوه ويقيموه؛ فضلاً عن تنمية الحس بالقدرة الرياضية لدى الطلاب من خلال الممارسة العلمية للرياضيات، أي حل المشكلات بأنفسهم، ولا يمكن لهم أن ينخرطوا في ممارسة الرياضيات دون تفكير رياضي.

**التفكير الرياضي من أعلى مستويات النشاط العقلي**

****

يُعد التفكير الرياضي من أعلى مستويات النشاط العقلي التي يقوم بها الفرد، لكونه قُدرة عقلية مُركّبة بنسب بسيطة، وقُدرة فرعية تندرج تحت قُدرة أعم وأشمل تُدعى القُدرة العـلمـية، وتتمثل بإجراء العمليات الحسـابية بدقـة، وسـهولة إدراك العلاقات بين المواقف المختلفة في كل مسألة يواجهها الفرد، والتفكير الرياضي نشاط عقلي مرن ومُنظم يهدف إلى حل المشكلات باستخدام الاستقراء والاستنباط والتعبير بالرموز وإدراك العلاقات، والتفكير الرياضي عملية بحث عن معنى أو فكرة في موقف مرتبط في مجال الرياضيات، إذ تتمثل عناصر الموقف أو مكوناته في أعداد أو رموز أو أشكال أو مفاهيم أو تعميمات رياضية، ولما كان بالإمكان نمذجة وتمثيل العديد من المواقف والمشكلات بنماذج وتمثيلات رياضية؛ فعليه يعد التفكير الرياضي شاملاً لجميع أشكال وأنماط التفكير المختلفة(الزهيري،2013).

**التفكير الرياضي** $∶$ هو عملية بحث عن معنى في موقف او خبرة ذات علاقة بسياق رياضي , حيث يتمثل الموقف في اعداد او رموز او اشكال او مفاهيم رياضية او مسائل رياضية (أبو زينة وعبابنة, 2007)

مثال $∶ $ ثلاثة أعداد طبيعية متتالية مجموعها300 . فما هي؟

الحل $∶ $ بما أن حاصل قسمة 300 على 3 هو 100

 هناك ثلاث احتمالات وهي :

100,101,102

99,100,101

98,99,100

تحقق من صحة كل احتمال, تجد الاحتمال الثاني هو الصحيح.

عرف التفكير الرياضي عدة تعاريف منها:

1. نشاط عقلي منظم يتسم بالمرونة يهدف إلى حل المشكلات الرياضية والمواقف التي تشكل عائق معرفي امام المستجيب باستخدام بعض المهارات كالاستقراء ، الاستنباط ، المنطق الشكلي ، البرهان الرياضي ، التعبير بالرموز ، حسب طبيعة كل مشكلة أو موقفيتعرض له الفرد([Harel, &](http://www.eric.ed.gov/ERICWebPortal/search/simpleSearch.jsp;jsessionid=PKyJ+LX-ICz83HmUNhZRtw__.ericsrv002?_pageLabel=ERICSearchResult&_urlType=action&newSearch=true&ERICExtSearch_SearchType_0=au&ERICExtSearch_SearchValue_0=%22Harel+Guershon%22) [Sowder,](http://www.eric.ed.gov/ERICWebPortal/search/simpleSearch.jsp;jsessionid=PKyJ+LX-ICz83HmUNhZRtw__.ericsrv002?_pageLabel=ERICSearchResult&_urlType=action&newSearch=true&ERICExtSearch_SearchType_0=au&ERICExtSearch_SearchValue_0=%22Sowder+Larry%22) 2005) .
2. القدرة على رؤية العلاقات التي ترتبط بين الأفكار والمفاهيم والقواعد والقوانين وفهمها واستيعابها ويؤكد على النشاط العقلي . ويشمل استخدام المعادلات والإعداد والاعتماد على القواعد والرموز والنظريات والبراهين، حيث تمثل إطارا فكريا يحكم العلاقات بين الأشياء(الكبيسي، 2008).
3. نشاط عقلي منظم معقد نوعا ما يتسم بالمرونة ويعد وسيلة مهمة لتعلم حل المشكلات في الرياضيات ويمنح الطلبة طعم المغامرة الفكرية (Kaye,2008).
4. نشاط عقلي للمتعلم منظم ومستمرأ ثناء العملية التعليمية للتوصل إلى حل المشكلات الرياضية باستخدام بعض مهارات التفكير(الاستدلال– البرهنة )(حمادة:2009).
5. عملية عقلية أو نشاط عقلي خاص بالرياضيات يتضمن مجموعة من المظاهر تتمثل في: التعميم, الاستقراء, الاستنباط, التعبير بالرموز, التفكير المنطقي, البرهان الرياضي، ويعتمد كل مظهر من هذه المظاهر على مجموعة من القدرات والمهارات الرياضية (العمري،2009).
6. عملية بحث عن معنى أو فكرة في موقف مرتبط أو خبرة مرتبطة بسياق رياضي، أي أنه تفكير في مجال الرياضيات حيث تتمثل عناصر أو مكونات الموقف أو الخبرة في أعداد أو رموز أو أشكال أو مفاهيم أو تعميمات رياضية. (أبو زينة وعبد الله،2010).
7. سلسلة من النشاطات العقلية التي يقوم بها الدماغ عندما يتعرض لمُثير رياضي؛ أي البحث عن المعنى في الموقف الرياضي، وقد يكون هذا المعنى ظاهراً أحياناً وغامضاً أحياناً أخرى، ويتطلب التوصل إليه تأملاً في الخبرة التي يمر بها الفرد).(Sinead& Ann,2010).
8. التفكير المصاحب للطالب في مواجهة المشكلات والمسائل الرياضية في محاولة لحلها، وتحدده عدة اعتبارات تتعلق بالعلميات العقلية التي تتكون منها عملية الحل والعلميات المنطقية التي تتكون منها عملية حل مسائل مختلفة الأنواع والعلميات الرياضية التي يجب أن تستخدم لإجابة سؤال المشكلة أو المسائل الرياضية(الزهيري،2013).

**نخلص من هذا ان التفكير الرياضي**: القدرة على حل المشكلات او تفسير موقف معين باستخدام شيء من المعرفة الرياضية، وله مهارات عدة منها : الاستقراء، والاستنتاج، والتعبير بالرموز، والتفكير المنطقي الشكلي، والتفكير العلاقي، ، التفكير البصري ، والاستقصاء.

**بعض المشكلات يحتاج حلها الى تفكير رياضي**

اختبار من اختيار متعدد

مثال: أي عدد عند تربيعه يقل؟ يكون الجواب:-....

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- العدد الصحيح السالب  | ب- العدد الصحيح الموجب  | ج- العدد 1 | د- اي عدد كسر البسط اقل من المقام |

لاحظ الجواب الصحيح فقط د لأنه مثلا لو أخذنا العدد $\frac{1}{ 2}$ وربعناه يكون $\frac{1}{4}$ أي يقل

بينما العدد السالب وكذلك العدد الموجب بتربيع يزيد ، أما الواحد يبقى نفسه.

الأسئلة

1. عصفورين اثنين يستطيعان أن يأكلان قطعتين بسكويت في خلال دقيقتين, كم عصفورا يلزم ليأكلوا 6 قطع بسكويت خلال فترة 6 دقائق ؟

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. 1
 | ب- 2 | ج- 6 | د- 12 |

1. مزرعة فيها غنم(غ) و دجاج(د) ، فإذا كان عدد رؤوس الحيوانات في المزرعة 22 رأسا و عدد أرجل الحيوانات 60 رجلا ، فما عدد الأغنام و ما عدد الدجاج في تلك المزرعة؟

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. غ=8، د=14
 | ب- غ=12، د=10 | ج- غ=11، د=11 | د- غ=16، د=6 |

1. إذا علمت أن البكتيريا تنقسم انقساما مباشرا أي تنقسم كل خلية على خليتين في كل مرة , فكم سيكون عدد الخلايا في المرة السابعة  من بدء انقسام الخلية؟

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. 16
 | 1. 32
 | ج- 64 | د- 128 |

1. ثلاث أشكال دائرة ومربع و مستطيل لها نفس المساحة = 1 cm**2**, وعرض المستطيل ربع طوله ما الشكل الذي أقل محيط؟

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- المربع اقل محيط  | ب- الدائرة اقل محيط  | ج- المستطيل اقل محيط  | د- محيط الثلاثة متساوية  |

|  |  |
| --- | --- |
| 1. لاحظ نواتج الامثلة واكتب ناتج المثال الرابع؟
2. **0 ب- 16 ج- 48 د- 64**
 |  |
| 1. لاحظ نواتج الامثلة واكتب ناتج المثال الرابع؟

**أ- 40 ب- 48 ج- 80 د- 160** |  |
| 1. من الشكل المجاور كم وزن الجميع؟
2. 27
3. 30

ج \_ 34د - 54 |  |

1. *إذا قال أحد الطلاب لك أستطيع أن اثبت لك أن 5 =7 وقدم لك البرهان الآتي:*

1**5** = 1 *، وكذلك* 1**7**= 1 *أنه* 1 *مهما رفع للقوى =*1

*أي* 1**5=** 1**7** *لأن الكميتان متساويتان.*

 *وتوجد قاعدة في الرياضيات إذا تساوت الأساسات تساوت الأسس وبالعكس*

*وعليه* 7 *=* 5 *ما الخطأ في هذا البرهان.(الخطاء القاعدة لها تكملة*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- الكميتان غير متساويتان  | ب- 5,7 اعداد فردية  | ج- المستطيل اقل محيط  | د- *اذا كانت الاسس اكبر من* 1 |

|  |  |
| --- | --- |
| 1. تبلغ مساحة الجزء المضلل في الشكل المجاور....... cm
2. 77
3. 154

ج- 231د- 308- |  |

1. مستطيل مساحته تساوي محيطه( عددياً ) وبعداه مختلفان ومجموع بعداه اقل من 10 أوجد بعديه ؟ الجواب=......cm

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- ,3 6 | ب - 4, 5  | جـ - 2,7 |  د1,8-  |

1. إذا تواجد في حفلة ستة أشخاص وأراد كل فرد أن يصافح الآخرين مرة واحدة فقط ، كم عدد مرات التصافح التي تمت في هذه الحفلة ؟

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- 36  | ب - 18  | جـ - 15 |  د- 12 |

1. عند أحمد(A)(5) أرغفة خبز ، وعند حسن )(H)(3) أرغفة خبز، جاء شخص ثالث وشاركهم في الأكل بحيث أكل الثلاثة بتساوي وأعطاهم (8) قطع نقدية وطلب منهم توزيعها بالحق. فكيف يتم توزيعها؟

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- A= 4 , H=4  | ب- A= 5 , H=3 | جـ- A= 7 , H=14  | د- A= 6 , H=2 |

1. مجموع عددين(A+B=40) وحاصل قسمة الكبير على الصغير يساوي(4) فما العددان؟

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- ,B=10 A= 40  | ب - ,B=9 A=36  | جـ- ,B=10 A =30 | د- ,B=8 A=32  |

1. رجل عمره الآن (71) سنة وأبنه (33) سنة قبل كم سنة كان عمر الأب ثلاثة أضعاف ولده؟ الجواب.... سنة.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- 14  | ب - 11  | جـ - 15 |  د- 21 |

1. عمر شخص بعد (30) سنة يصبح عمره مرتين ونصف من عمره الآن فكم عمره الآن؟ الجواب يساوي......سنة.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  أ- 12  | ب - 20  | جـ - 10 |  د- 18 |

1. كم تستطيع أن تطرح الرقم (5) من العدد (20) ؟ الجواب:-

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  أ- مرة واحدة  | ب - مرتين  | جـ - ثلاث مرات |  د- أربع مرات |

1. سارت بطة وأمامها بطتان ، وأخرى ورائها بطتان وثالثه بين بطتين فما عدد البط ؟ الجواب:...........بطة.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  أ- 6  | ب - 9  | جـ - 3 |  د- 12 |

1. أحمد أطول من حسان , و رامي اقصر من سمير . فأي من هذه المقولات تصح أكثر ؟

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- رامي أطول من حسان | ب- حسان أطول من رامي | جـ- رامي و حسان بطول واحد | د- لا يمكن معرفة من منهما أطول |

1. لدى عائلة عدد من الأطفال بحيث كل ولد يقول(لي أخين)وبنت تقول (لي أختين) فكم عدد كل من الذكور و الإناث لهذه العائلة؟ الجواب:-

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  أ- ذ=2 ، أ= 2  | ب - ذ=3 ، أ= 2 | جـ - ذ=2 ، أ= 3 |  د- ذ=3 ، أ= 3 |

1. كم وزن الدجاجة إذا علمنا أنها تزن نصف وزنها زائد (1) كغم؟ الجواب..... كغم

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  أ- 1.5  | ب - 2  | جـ - 3 |  د- 0.5 |

1. هل بالإمكان معرفة حاصل ضرب المقادير الآتية: (س – أ )(س – ب)(س- جـ) (س – د) ..... أي نطرح من س كل الحروف الأبجدية وكل حرف له قيمة أي 1، 2، 3،..... ؟الجواب

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- لا الجواب عدد كبير جدا  | ب- نعم يكون الناتج =1×2×3×... ×28 | جـ- نعم يكون الناتج=0 | د- لا يصعب فك الأقواس |

1. ما هي الأشهر الميلادية التي يوجد فيها(28) يوما ؟ الجواب..

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  أ- شهر شباط فقط | ب - الأشهر الفردية  | جـ - كل الأشهر |  د- الأشهر الزوجية |

1. لاحظ البرهان الآتي:-

من المعلوم 4= 4 ،4 -4=. تصفير المعادلة

(2-2)(2+2) =0 حللنا فرق مربعين وبقسمة طرفي المعادلة على(2-2) نحصل

2+2=. ومن ثم 2 = -2 من المنطقي النتيجة غير صحيحة فأين الخطأ في البرهان؟ الخطأ في:-

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  أ- تصفير المعادلة | ب - التحليل  | جـ - ÷(2-2) |  د- 2 لا يساوي -2 |

**القرآن الكريم والتفكير الرياضي**

وجد ان بعض آيات القرآن الكريم تؤدي في ادراكها الى التفكير الرياضي والى معرفة الكثير من المفاهيم الرياضية والعمليات الحسابية، فمثلا وردة لفظة الحسـاب : قال تعالى {**هُوَ الَّذِي جَعَلَ الشَّمْسَ ضِيَاءً وَالْقَمَرَ نُوراً وَقَدَّرَهُ مَنَازِلَ لِتَعْلَمُوا عَدَدَ السِّنِينَ وَالْحِسَابَ** )(يونس: من الآية5).

و ذكر القرآن الكريم 30 حالة مختلفة للإعداد والتي تقوم على فكرة منازل العدد وهي الآحاد والعشرات والمئات والآلاف وهذه الصيغ العددية المختلفة، ذكرت في الآيات المباركات عدة منها:

* (**فَمَن لَّمْ يَجِدْ فَصِيَامُ ثَلاثَةِ أَيَّامٍ فِي الْحَجِّ وَسَبْعَةٍ إِذَا رَجَعْتُمْ تِلْكَ عَشَرَةٌ كَامِلَةٌ**)(البقرة: من الآية:196).
* **(يَكُن مِّنكُم مِّئَةٌ صَابِرَةٌ يَغْلِبُواْ مِئَتَيْنِ وَإِن يَكُن مِّنكُمْ أَلْفٌ يَغْلِبُواْ أَلْفَيْنِ بِإِذْنِ اللّهِ وَاللّهُ مَعَ الصَّابِرِينَ)(**الانفال: من الآية 66)
* (**إِذْ تَقُولُ لِلْمُؤْمِنِينَ أَلَن يَكْفِيكُمْ أَن يُمِدَّكُمْ رَبُّكُم بِثَلاَثَةِ آلاَفٍ مِّنَ الْمَلآئِكَةِ مُنزَلِينَ**)(آل عمران:124).

ثم جاء ذكر الاعداد الترتيبية ، وهي احدى الطرق المستعملة لوصف العدد التي تصف ما قبله وتدل على ترتيبه وموقعه ، مثل الأول والثاني والثالث ...الخ . وقد ذكر القرآن الكريم الاعداد الترتيبية في مواقع مختلفة. والآيات المباركات الآتية منها:

* (**إِنَّ أَوَّلَ بَيْتٍ وُضِعَ لِلنَّاسِ لَلَّذِي بِبَكَّةَ مُبَارَكًا وَهُدًى لِّلْعَالَمِينَ**)(آل عمران:95).
* (**سَيَقُولُونَ ثَلَاثَةٌ رَّابِعُهُمْ كَلْبُهُمْ وَيَقُولُونَ خَمْسَةٌ سَادِسُهُمْ كَلْبُهُمْ رَجْمًا بِالْغَيْبِ وَيَقُولُونَ سَبْعَةٌ وَثَامِنُهُمْ كَلْبُهُمْ قُل رَّبِّي أَعْلَمُ بِعِدَّتِهِم مَّا يَعْلَمُهُمْ إِلَّا قَلِيلٌ**)( الكهف: من الآية 22)

وتوجد آيات تدل على العمليات الحسابية منها:-

- الطرح : قال تعالى (**وَلَقَدْ أَرْسَلْنَا نُوحاً إِلَى قَوْمِهِ فَلَبِثَ فِيهِمْ أَلْفَ سَنَةٍ إِلَّا خَمْسِينَ عَاماً** )(العنكبوت: من الآية14) ( 1000 - 50 = 950 ) .

- الضـرب : قال تعالى : (**مَثَلُ الَّذِينَ يُنْفِقُونَ أَمْوَالَهُمْ فِي سَبِيلِ اللَّهِ كَمَثَلِ حَبَّةٍ أَنْبَتَتْ سَبْعَ سَنَابِلَ فِي كُلِّ سُنْبُلَةٍ مِائَةُ حَبَّةٍ**)(البقرة: من الآية261) ( 7 × 100 = 700 ).

 القسـمة : قال تعالى )**وَإِنْ طَلَّقْتُمُوهُنَّ مِنْ قَبْلِ أَنْ تَمَسُّوهُنَّ وَقَدْ فَرَضْتُمْ لَهُنَّ فَرِيضَةً فَنِصْفُ مَا فَرَضْتُمْ** )(البقرة: من الآية237) ( المهر ÷ 2 ) .

8- الضرب والجمع : قال تعالى:( **وَالَّذِينَ يُتَوَفَّوْنَ مِنْكُمْ وَيَذَرُونَ أَزْوَاجاً يَتَرَبَّصْنَ بِأَنْفُسِهِنَّ أَرْبَعَةَ أَشْهُرٍ وَعَشْراً** )(البقرة: 234)أي ( 4 × 30 + 10 = 120 + 10 = 130 )

- الكسـور : قال تعالى:{**إِنَّ رَبَّكَ يَعْلَمُ أَنَّكَ تَقُومُ أَدْنَى مِنْ ثُلُثَيِ اللَّيْلِ وَنِصْفَهُ وَثُلُثَه**)ُ )(المزمل:من الآية20)،( **وَمَا بَلَغُوا مِعْشَارَ مَا آتَيْنَاهُمْ** )(سـبأ: من الآية45) أي( 0.1).

- الأصغر والأكبر :قال تعالى( **وَمَا يَعْزُبُ عَنْ رَبِّكَ مِنْ مِثْقَالِ ذَرَّةٍ فِي الْأَرْضِ وَلا فِي السَّمَاءِ وَلا أَصْغَرَ مِنْ ذَلِكَ وَلا أَكْبَرَ إِلَّا فِي كِتَابٍ مُبِينٍ**)(يونس: من الآية61).

- العدد الزوجي والفردي قوله تعالى(**وَالشَّفْعِ وَالْوَتْرِ**) (الفجر:3) ،شفع زوجي،والوتر فردي.

- الهندســة : قال تعالى : (**وَسَارِعُوا إِلَى مَغْفِرَةٍ مِنْ رَبِّكُمْ وَجَنَّةٍ عَرْضُهَا السَّمَاوَاتُ وَالْأَرْضُ أُعِدَّتْ لِلْمُتَّقِينَ**) (آل عمران:133)، (**وَلَنْ تَبْلُغَ الْجِبَالَ طُولاً**)(الاسراء: من الآية37) وقوله تعالى :( **وَإِنِّي أَخَافُ عَلَيْكُمْ عَذَابَ يَوْمٍ مُحِيطٍ)**(هود: من الآية84) .

-الإحصاء:(**وَأَحْصَى كُلَّ شَيْءٍ عَدَداً**)(الجـن: من الآية28).

- هناك توافق غريب بين بعض الكلمات التي وردت في القرآن الكريم بحيث يحس المطلع ويهديه تفكيره إلى حقيقة ساطعة أن كل حرف في القرآن الكريم موضوع بدقة ويحتاج كل عدد إلى بحث منفرد فعلى سبيل المثال توجد علاقات بين أعداد الكلمات:-

|  |  |
| --- | --- |
| تكرار كلمة يساوي تكرار كلمة | عدد التكرارات |
| الدنيا | الآخرة | 115 |
| الملائكة  | الشياطين | 88 |
| الحياة | الموت | 145 |
| النفع | الفساد | 50 |
| الناس | الرسل | 368 |
| إبليس | الاستعاذة من إبليس | 11 |
| المصيبة  | الشكر | 75 |
| الإنفاق | الرضا | 73 |
| الضالون | الموتى | 17 |
| المسلمين | الجهاد | 41 |
| السحر | الفتنة | 60 |
| الزكاة | البركة | 32 |
| العقل | النور | 49 |
| اللسان | الموعظة | 25 |
| الرغبة | الرهبة | 8 |
| الجهر | لعلانية | 16 |
| الشدة | الصبر | 114 |
| محمد صلى الله عليه وسلم | الشريعة | 4 |
| الرجل | المرأة | 24 |

 يرى صاحب التفكير أن هذه التكرارات لم تجيء من قبل المصادفة فمثلا تكرار الرسل بقدر تكرار الناس وهل الرسل إلا للناس ، والضالون أليس هم الموتى ،وهكذا يلاحظ صاحب التفكير السليم أن هذه التكرارات دليل على عظمة وإعجاز القرآن الكريم وصدق قوله تعالى( **وَكُلَّ شَيْءٍ أَحْصَيْنَاهُ فِي إِمَامٍ مُبِينٍ**)(يّـس: من الآية12) )(**وَكُلَّ شَيْءٍ أَحْصَيْنَاهُ كِتَاباً**) (النبأ:29)، وذكرت الصلاة 5مرات بقدر أوقاتها،وذكر الشهر 12 مرة بقدر اشهر السنة، وذكرت كلمة يوم365 مرة بقدر عدد أيام السنة العادية ولفظة الأيام تكررت30 مرة .

من ممكن نجد من القران الكريم آيات يمكن توظيفها في حل مشكلات في حينها لإظهار دور التفكير الرياضي ، فعلى سبيل المثال:

**مثال1**: جاء رجل إلى الخليفة، واخبره أن زوجته وضعت بعد زواجه بـ 6أشهر، وهو منكر ومتهما لزوجته، و أرسل الخليفة بطلب زوجته ( وهي تبكي وتقول لأختها، ما التبسني أحد من خلق الله تعالى غير زوجي قط فليفعل الله سبحانه وتعالى ما شاء)، فأمر الخليفة برجمها، فلما بلغ ذلك الأمام علي (عليه السلام)، أتى للخليفة، فقال ما تصنع، فقال الخليفة لقد ولدت لستة اشهر وهل يكون كذلك؟ قال الإمام أما تقرأ القرآن، قال بلى، قال إما سمعت الباري عز وجل:

* ( **وَحَمْلُهُ وَفِصَالُهُ ثَلاثُونَ شَهْراً**) (الأحقاف: من الآية15)(الحمل والرضاعة 30 شهر)
* (**وَالْوَالِدَاتُ يُرْضِعْنَ أَوْلادَهُنَّ حَوْلَيْنِ كَامِلَيْنِ**) (البقرة:من الآية233) (أي سنتين=24شهر)

وقال إلا بقيت ستة اشهر، فقال الخليفة عثمان والله ما فطنت بهذا أبدا (تفسير ابن كثير)، وما مهارة الاستنباط ألا واحدة من الفقه الإسلامي الذي يعرف: معرفة الأحكام الشرعية نصا واستنباطا، ومن المعلوم إن هناك مسائل ما يكتفي في مورد النص، ومن المسائل الفقهية ما يحتاج المسلم استنباط الأئمة واجتهاد .

**مثال**2:جاء لفظ كلمة المطر في أربعة مواضع فقط في القرآن الكريم وهي:

 **(وَلا جُنَاحَ عَلَيْكُمْ إِنْ كَانَ بِكُمْ أَذىً مِنْ مَطَرٍ) (النساء: من الآية102)**

 **(وَلَقَدْ أَتَوْا عَلَى الْقَرْيَةِ الَّتِي أُمْطِرَتْ مَطَرَ السَّوْءِ) (الفرقان: من الآية40)**

 **((وَأَمْطَرْنَا عَلَيْهِمْ مَطَراً فَسَاءَ مَطَرُ الْمُنْذَرِينَ))**مكرره في **(الشعراء:173) و (النمل:58)**

**نفهم من الآيات الكريمة ان لفظة المطر جاءت سوء وانتقام.**

 (الكبيسي2004)

ينمو ويتحسن التفكير الرياضي من خلال تطوير قدرات الطلبة على حل المسائل والتعليل والتفكير المنطقي، وتقديم الموضوعات الرياضية بصورة مشوقة وممتعة للطلبة، وبحيث يراعى منهاج الرياضيات الآتي: إشعار الطالب بأهمية دوره في تعلم الرياضيات، وذلك من خلال جعل الطالب محوراً لعملية التعلم والتعليم. وتشجيع الطلبة على تكوين معانٍ لما تعلموه، بدلا مًن العمل على زيادة معارف الطلبة كماً لا نوعاً وكيفا. وإيلاء المسائل الرياضية أهمية خاصة، وذلك لما يتيحه حل المسألة من فرص أمام الطلبة للانهماك في عملية التفكير من خلال استخدام الإستراتيجيات المختلفة لحل المسألة الرياضية.

وينظر إلى التفكير الرياضي بصفته مهارة تتطور بالتدريب والنمو العقلي وتراكم الخبرة، ولذا فهو لا يحدث من فراغ أو صدفة، بل لا بد من خضوع المتعلم إلى مواقف وأنشطة تربوية هادفة ومتعددة تنمي لديه التفكير بمستوياته المختلفة. ولهذا فإنه من الضرورة بمكان العمل على توفير كافة الفرص التربوية التي تساعد على تنمية التفكير الرياضي لدى الطلبة، واتباع كافة الوسائل المتاحة لذلك سواء بتطوير مناهج الرياضيات وموادها التعليمية أو باتباع طرائق تدريس وأساليب تقويم حديثة.

يعد التفكير الرياضي من أنواع التفكير المهمة في العملية التعليمية، حيث إنه يزيد من قدرة المتعلم على الفهم في مادة الرياضيات وبعض المواد الدراسية الأخرى، كما يساعد على اكتساب أساليب التفكير السليمة التي تلازمه طوال حياته، وينظر إلى كونه السبيل الذي أسهم في تطوير الفكر الرياضي لإدراك أهمية العمليات الرياضية والتجريد والميل للتطبيق، ونمو القدرات الرياضية بهدف فهم التراكيب الرياضية. (مجدي عزيز إبراهيم، 2005)

ويعدو التفكير الرياضي أحد المحاور الثلاثة **للتنور في الرياضيات** والتي تتمثل في:

'1- 'المفاهيم والمبادئ والمهارات الأساسية في الرياضيات.

'2- 'التفكير الرياضي.

'3- 'طبيعة الرياضيات وتاريخ تطورها.

**أهمية التفكير الرياضي**

ومن ثم تبرز أهمية التفكير الرياضي في مساعدة المتعلم على حل التمرينات والمشكلات الرياضية، وذلك باستخدام أساليب الاستدلال والتأمل وإدراك العلاقات بين المتغيرات في المشكلة، واستخدام الرموز في التعبير عن المصطلحات الرياضية، وبالإضافة إلى أن البرهان الرياضي يساعد على تفهم الأزمات المعقدة في حياتنا، فهو كذلك يُعد طريقاً لإدراك العلم وجعله ذا معنى، كما أنه وسيلة لإدراك القوة الرمزية التي تساعدنا على إدراك الأنماط وتنظيمها عقلياً ورمزياً واستيعابها.'(Turner, 1997: 66-72)

من خلال ما سبق تتضح أهمية التفكير الرياضي في مساعدة التلاميذ على حل التمرينات والمشكلات الرياضية وإدراك العلاقات وفهم أبعاد المشكلة أو التمرين الرياضي، مما يستوجب البحث عن المداخل التدريسية التي تناسب التلاميذ بطيئي التعلم بهدف تنمية التفكير الرياضي لديهم وذلك من خلال البرنامج المقترح في الدراسة الحالية.

**التفكير الرياضي ومعايير NCTM :**

يُعد التفكير الرياضي محوراً هاماً في محتوى مناهج الرياضيات، وهذا ما نجده واضحاً في وثيقة المعايير العالمية لتدريس الرياضيات المدرسية والتي تم نشرها من قِبَّل المجلس القومي لمعلمي الرياضيات  (NCTM. فإن التفكير الرياضي يُعد أحد الأهداف الرئيسية لتعليم وتعلم الرياضيات لجميع التلاميذ في كافة مستويات التعليم وفي كافة المراحل العمرية. كذلك لا يقتصر التفكير الرياضي على مجرد البرهان الشكلي ولكنه يتضمن مجالاً واسعاً من القدرات التي يجب على التلاميذ أن يمتلكوها ويتمكنوا منها، والتي تتمثل في: ('NCTM, 1989)

'- 'تطبيق التفكير الاستنباطي والاستقرائي.

'- 'فهم وتطبيق عمليات التفكير، وبصفة خاصة التفكير المكاني.

'- 'عمل وتكوين التخمينات الرياضية والبراهين والإثبات.

'- 'تكوين أمثلة مضادة.

'- 'إجراء مناقشات منطقية.

'- 'إصدار أحكام على صدق وصحة البراهين والحجج.

 لقد نادت معايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات في أمريكا (NCTM,2000) بضرورة ان يكتسب الطلبة من مرحلة ما قبل رياض الاطفال الى الصف الثاني عشر مجموعة من المعايير والمهارات التي تتمثل في معايير التفكير والبرهان , ومن هذه المعارف والمهارات :

1. ادراك اهمية البرهان الرياضي والبرهان :

**مثال :** ما اهمية المبرهنة الاتية ؟

مجموع زوايا المثلث يساوي $°180$

1. بناء تخمينات رياضية والتحقق منها :

**مثال :** ما ناتج 3 ) ( 32 $÷$ تقريباً ؟

1. تطوير وتقييم حجج وبراهين رياضية :

**مثال** : هل ان كل دالة مستمرة تكون قابلة للاشتقاق ؟

**الجواب :** كلا .

الحجة : الدالة y = |x| تكون مستمرة ولكنها غير قابلة للاشتقاق .

4- اختيار واستخدام انماط مختلفة من التفكير وأساليب البرهنة :

مثال : جد مجموع الاعداد الفردية العشرين الاولى

# الحل :

#  1. تفكير استقرائي :

 تأمل الحالات الخاصة التالية 1=1=1² 1+3=4=2²

 1+3+5=9=3²

 : : :

بصورة عامة 1+3+5+...................+$a\_{n}$ =n²

وعليه 400=1+3+5+...+$a\_{n=20^{2}}$

*مثال****4****: إيجاد عدد المثلثات الصغيرة في الشكل التالي بالتسلسل المعروض ، ثم كم هو عدد المثلثات في المثلث الذي طول ضلعه* ***( ن )*** *: الجواب ن****2***



**اختبار التفكير الاستقرائي**

1. إذاأعطيت التسلسل 200, 300,400, ………… فإن العدد الثامن هو.............

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- 500 | ب- 700 | ج-800 | د-900 |

1. إذا ُأعطيت التسلسل 85 , 80 ,70,……………. فان العدد السادس هو..........

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- 50 | ب- 55 | ج- 60 | د- 65 |

1. إذا كانت الأعداد:880, 672, 664, 326, 118. تقبل القسمة على 2 بدون باقي فأي الأعداد التالية تقبل القسمة على 2 بدون باقٍ من هذه الأعداد: 221,225,223 ,220 هو ....

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- 221 | ب- 223 | ج-225 | د-220 |

1. إذا كان 2 x 5 = 2 + 2+ 2+ 2+ 2

3 x 4 = 3 + 3+ 3+ 3

4 x 3 = 4 + 4+ 4

فأن ................7 x 2 =….

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- 7 + 7 | ب- 2+ 2 | ج- 14+ 14 | د-5 +5 |

1. إذا كان , 56 x10=560, 776 x10=7760 9 x10= 90 فأن... 8876 x 10 =

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- 8876 | ب- 887660 | ج-88760 | د-887600 |

1. تأمل الأمثلة الآتية ثم اوجد المثال الخامس

 3= 0 +1 +2

6= 1 + 2 + 3

9= 2 + 3 +4

12= 3 + 4 + 5

سيكون المثال الخامس هو.................

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- 13=3 +4+7 | ب- 15=3 +5+6 | ج- 15=3 +5+6 | د-15=4 +5+6 |

1. تأمل الأمثلة الآتية ثم اوجد المثال التاسع

37 x 3 x 1= 111

37 x 3 x 2= 222

37 x 3 x 3= 333

37 x 3 x 4= 444 سيكون المثال التاسع هو.................

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- 555 | ب- 666 | ج-888 | د-999 |

1. **لاحظ: 1 عدد فردي + 3 عدد فردي = 4 عدد زوجي**

 **كذلك 3 عدد فردي + 5 عدد فردي = 8 عدد زوجي**

 **كذلك 5 عدد فردي + 7 عدد فردي = 12 عدد زوجي**

 **كذلك 7 عدد فردي + 9 عدد فردي = 16 عدد زوجي لذا يكون....**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **أ- عدد زوجي+عدد زوجي= عدد فردي** | ب- **عدد فردي+عدد فردي= عدد فردي** | ج- **عدد فردي+عدد فردي= عدد زوجي** | د- **عدد فردي+عدد زوجي= عدد زوجي** |

2. تفكير استنتاجي :

 تامل الاعداد التالية

 1,3,5,7,9,...............39

تمثل متتالية عددية عدد حدودها (20) وحدها الاول هو (1) وحدها الاخير (39) وحسب قانون مجموع حدود متتالية عددية الاتي :$a\_{1}$+$a\_{n}$) )$s\_{n}$=$\frac{n}{2}$

 نحصل على 1+39) : ) $s\_{20}$=$\frac{20}{2}$

10 \*40 =

400 =

**اختبار لتفكير الاستنتاجي**

1. كل الأعداد الزوجية تقبل القسمة على  **2** بدون باقي ، العدد 916 عدد زوجي ،وعليه العدد916 يقبل القسمة على..........

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- 2 بدون باقي | ب- صفر | ج-2 مع الباقي | د-6 |

1. يقع ترتيب احمد الثالث في مجموعة أسماء ، سواء بدأنا العد من أعلى مجموعة أسماء أو من أسفلها ، فيكون عدد طلاب الصف يساوي...........طلاب

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- 5 | ب- 6 | ج-7 | د- 9 |

1. الاجتهاد يؤدي إلى النجاح والنجاح يؤدي إلى التقدم أذن الاجتهاد يؤدي إلى.........

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- الفرح | ب- الفوز | ج- التقدم | د – التفوق |

1. جميع الأعداد المحصورة بين 99- 999، أقل من 1000 ، العدد 978 محصور بين99- 999 أذن العدد 978 يكون.........

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- اصغر من1000 | ب- اكبر من1000 | ج- 1000= | د – عدد زوجي |

1. أحمد اكبر من فلاح وقيس أصغر من أحمد أذن.........

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- فلاح أكبر الجميع | ب-أحمد أكبر الجميع | ج- قيس أكبر الجميع | د- قيس نفس عمر فلاح |

1. وقف احمد مع مجموعة من الطلاب، فوجد نفسه يقف بين طالبن وخلفه طالبين وأمامه طالبين فكم عدد الطلاب ؟ الجواب.........

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- 5 | ب- 6 | ج-7 | د- 9 |

1. كم مرة ممكن أن نطرح 6 من العدد 24 الجواب............

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- مرة واحدة | ب- مرتين | ج- ثلاث مرات | د- أربع مرات |

1. سامي اقصر من أيمن وبلال أطول من أيمن، رتب الأولاد من الأطول إلى الأقصر

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- أيمن، بلال، سامي | ب-سامي، بلال،أيمن | ج- بلال،سامي،أيمن | د- بلال، أيمن ، سامي  |

التعبير بالرموز

1. لدينا عددين رمز الأول(A) ورمز الثاني (B) عبر بالرموز عن العبارة(حاصل جمع العددين اكبر من (32) التعبير هو.......

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- A B > 32  | ب- A+ B < 32  | ج- A+ B=32  | د- A+ B > 32  |

1. عبر بالرموز المناسبة عن ( ألف ومائتان وأربعة وثلاثون) التعبير هو.......

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- 1433 | ب- 1243 | ج- 1234 | د- 1324 |

1. اذا رمزنا لعرض مستطيل = X وطول مستطيل =Y ونعلم مساحة مستطيل = العرض × الطول ، فكيف نعبر عن المساحة بالرموز؟ الجواب المساحة =..........

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- X+ Y  | ب- X - Y | ج- Y ÷X  | د- X Y  |

1. لدينا ثلاثة أعداد الأول X والثاني Y والثالث Z على الترتيب ، عبر بالرموز عن )العبارة الآتية{ : العدد الثالث يساوي العدد الأول مطروحاً منه العدد الثاني: التعبير..............

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- X- Y Z=  | ب- X – Y Z= | ج- Z - X = Y  | د- X =Y- Z  |

1. اشتريت طبقاً من البيض عدد صفوفهA وبكل صف B بيضات ، فإذا كان عدد البيض Cفعبر بالرموز المناسبة عن عدد البيض الموجود بالطبق ؟التعبير....................

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- C =A B | ب- A= C B | ج- B= A C | د- C= A / B  |

1. عند احمد كتاب عدد صفحاته X صفحة ، وإذا رمزنا ما قرأه في اليوم الأول من الكتاب Yصفحة واليوم الثاني Z صفحة واجل قراءة الباقي لليوم الثالث فكيف تعبر عما قرأه في اليوم الثالث...............

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- X- Y Z=  | ب- X – Y Z= | ج- Z) - X ( Y-  | د- X- (Y+ Z)  |

1. أطوال مستطيل X, Y ونعلم أن مساحة المستطيل ضرب أطواله ،ومحيطه جمع طوليه في 2 عبر عن مساحته المستطيل المساوية لطول مُحيطهُ،التعبير............

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- المساحة=Y X  | ب-المحيط=2(X +Y)  | ج-Y X=2(Y+X)  | د- X- (Y+ Z)  |

1. أذا رمزنا للوزن دجاجة X فكيف تعبر عن العبارة(تزن نصف وزنها زائد (1 ، التعبير...

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- +X 1 | ب- +X  | ج- +X + 1 | د- X + 1  |

1. إذا كان ثمن القلم 50 دينار ، وثمن المسطرة 100 دينار، وثمن الكراسة 200 دينار . فإن ثمن ثلاثة أقلام وأربعة مساطر وخمس كراسات الثمن هو :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- 550 دينار | ب- 1650 دينار | ج-1550 دينار | د- 1505دينار |

1. في حديقة سلمان دجاج وأرانب فقط .عدّ سلمان الرؤوس فكانت 6 رؤوس، وعدّ الأرجل فكانت 16 رجلا، فكم عدد الأرانب وعدد الدجاج؟ الجواب........

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- 5 دجاج و1 أرنب | ب- 2دجاج و 4أرنب | ج-3 دجاج و3 أرنب | د-4 دجاج و2 أرنب |

1. في التسلسل العددي يوجد عدد غريب ينبغي حذفه:100, 150,200,250,255,300,..

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- 200  | ب- 250 | ج-255 | د-300 |

1. جد المجموع من الشكل في ادناه



|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- 21  | ب- 13 | ج-23 | د-26 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| عدد المربعات في الشكل المجاورسؤال سوال ذكاء الغاز عبقرية و تفكير مع الحل كم مربع في الشكل ؟ |

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

ع |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- 3  | ب- 4 | ج-8 | د-6 |

1. جد قيمة العدد(D) أذا علمت أن (D= A + C) وأن (C) ضعف (A) الجواب....

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- 4  | ب- 6 | ج-8 | د-10 |

1. مجموع قياسات زوايا أي مثلث180ْ احدها 50ْ أي الحالات غير ممكنة: وجود زاويتين...

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- 100ْ، 30ْ | ب- 70ْ ، 60ْ | ج- 80ْ ، 50ْ | د- كلاهما 60ْ |

1. نعلم الزاوية القائمة=90ْ ، والحادة < 90ْ ، والمنفرجة > 90ْ أي الحالات غير ممكنة في مثلث واحد توجد فيه زاوية حادة : وجود زاويتين...

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- حادة ومنفرجة  | ب- حادة و قائمة | ج-حادتين | د- قائمتين |

1. أذا كانت قيمة A=10 , B= 5 , C= 3 فأن القيمة العددية للمقدار4B- 2A- C=

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- 3  | ب- - 3 | ج-- 8  | د- 8  |

1. إذا اشتغل عامل في اليوم 6 ساعات ، فإن عدد الساعات التي يشتغلها العامل في أسبوع هي..

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- 6 ساعات | ب- 13 ساعة | ج- 24 ساعة | د- 42 ساعة  |

1. تحتوي طبقة البيض 4 صفوف في كل صف 3 بيضات فان مجموع بيض الطبقة=..

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- 16 بيضة | ب- 12 بيضة | ج-9 بيضات | د- بيضات  |

1. إذا كان في كل عقد من العقود 9 خرزات ، فإن عدد الخرز في 8 عقود عبارة عن :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- 8 خرزات | ب- 9 خرزات | ج-17 خرزة | د- 72 خرزة |

1. خزان ماء فيه 300 لتر فإذا أخذنا منه كل يوم 50 لتر فكم يوم تتوقع ينتهي الخزان؟

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- 3 أيام | ب- 4 أيام | ج-5 أيام | د- 6 أيام |

1. كم مرة نستطيع طرح الرقم 5 من العدد 20 ؟ الجواب........

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- مرة واحدة | ب- مرتين | ج- ثلاث مرات | د- أربع مرات |

1. ما هي الأشهر الميلادية التي يوجد فيها(28) يوما ؟ الجواب..

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- شهر شباط فقط | ب - الأشهر الفردية  | جـ - كل الأشهر | د- الأشهر الزوجية |

|  |  |
| --- | --- |
| 40 - إذا كان محيط المربع= طول ضلع × 4 ، والشكل المجاور مربع طول ضلعه 3 سم ، فإن محيطه يساوي…. |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ- 9 سم**2** | ب- 9 سم | ج-12 سم**2** | د- 12 سم |

**مفتاح التصحيح لاختبار التفكير الرياضي**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| رقم الفقرة | حرف الإجابة الصحيح | رقم الفقرة | حرف الإجابة الصحيح |
|  | د | 21. | أ |
|  | ب | 22. | د |
|  | د | 23. | ج |
|  | أ | 24. | د |
|  | ج | 25. | ج |
|  | د | 26. | د |
|  | د | 27. | ج |
|  | ج | 28. | أ |
|  | أ | 29. | ج |
|  | ب | 30. | ب |
|  | ج | 31. | د |
|  | أ | 32. | د |
|  | ب | 33. | ب |
|  | ج | 34. | د |
|  | أ | 35. | ب |
|  | د | 36. | د |
|  | د | 37. | د |
|  | ج | 38. | أ |
|  | د | 39. | ج |
|  | ب | 40. | د |

**التفكير الحدسي**

3. تفكير حدسي : تنظم الاعداد الفردية في جدول ذهنيا بعد تقسيمها الى
 مجموعتين متكافئين كما ياتي :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| X+y | Y | X |
| 40 | 39 | 1 |
| 40 | 37 | 3 |
| ..40 | ..0 21 | ...19 |

فان مجموع نواتج الجمع الثنائية هو:

$$\sum\_{i=1}^{10}\left(x+y\right)i=10\*40=400$$

**مظاهر التفكير الرياضي مع تطبيقات :**

يتحدد التفكير الرياضي بعدة مظاهر (ابو زينة وعبابئة,2007,)ومن هذة المظاهر : الاستقراء, ,والاستنتاج , والتعبير بالرموز ,والحدس , والنمذجة ,والتفكير المنطقي الرياضي , والبرهان الرياضي ، وتشير الدراسات والبحوث التي اهتمت بتدريس الرياضيات أن التفكير الرياضي يتضمن عدداً من المكونات أو المظاهر يمكن عرضها فيما يلي:

**مهارات التفكير الرياضي Mathematical Thinking Skills :**

**1. الاستقراء (Induction):**

* هو الوصول إلى الأحكام العامة اعتماداً على حالات خاصة أو جزئيات من الحالة العامة، أي إن الحالات الخاصة أو الجزئيات أمثلة من الحالة العامة أو النتيجة التي تم استقراؤها(الخطيب،2009).
* عملية يتم عن طريقها الوصول إلى قاعدة عامة (نتيجة – نظرية – قانون) من خلال دراسة عدد كاف من الحالات الفردية واستخراج الخاصية التي تشترك فيها هذه الحالات. (محمد محمود حمادة، 2005).
* يتضمن الاستقراء عمليتين مترابطتين هما (التعميم والتجريد)، فإذا أدرك شخص بعض الخصائص العامة لمجموعة من الأشياء، فقد توصل إلى تجريد، أما إذا تنبأ بأن علاقة ما متوافرة في عينة خاصة ستكون صحيحة في عينة أوسع، فيكون قد توصل إلى تعميم.(العبسي،2010).

أي أن الاستقراء يسير من الخاص إلى العام ومن الملموس إلى المجرد ومن الأمثلة والحالات الخاصة إلى القاعدة العامة. وعن طريق الاستقراء يكتشف التلميذ القاعدة العامة من خلال استعراض حالات خاصة متعددة، يقصد بالاستقراء الوصول إلى نتيجة ما من بعض المشاهدات أو الملاحظات أو الأمثلة الخاصة.

ويختلف الاستقراء عن التعميم، ففي حين أن الاستقراء يتضمن اكتشاف حالة مشابهة لحالات بينها علاقة متكررة وثابتة، نجد أن التعميم هو تسجيل الحالة بصورة عامة والوصول إلى القاعدة العامة التي تصف الحالة المكتشفة. فهما مختلفان ولكن العلاقة بينهما علاقة تكامل قوية ، على أن الفارق الوحيد بين التعميم والاستقراء يتمثل في الصياغة اللغوية للنتيجة في حالة التعميم، بينما في حالة الاستقراء فنكتفي بوضع النتيجة التي قد تكون عدداً أو مقداراً جبرياً أو صورة رمزية أو ما شابه ذلك.

ومن هنا يمكن القول بأن الاستقراء هو عبارة عن التوصل إلى القاعدة ومعرفتها واكتشافها، ويظهر هذا الاكتشاف واضحاً في إكمال الأنماط، أو التسلسلات العددية أو الرسوم الهندسية. أما صياغة القاعدة لفظياً وتطبيقها على حالات خاصة فذلك هو التعميم.

ومن أمثلة الاستقراء ما يلي:

مثال1: لاحظ الامثلة الاتية وستنتج المثال الخامس

11 . 3 = 33

11. 33 = 363

11.333 = 3663

11. 3333 = 36663

11. 33333 = ???

يتوصل الطالب إلى معرفة الحد الخامس 11. 33333= 366663

مثال2:  يتوصل التلميذ من خلال دراسة حالات فردية للمثلث عن طريق القياس باستخدام الأدوات الهندسية إلى أن "مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمثلث = 180º.

أن تدريب الطلبة  على عملية الاستقراء يجب إتباع الإجراءات التالية:

-      اختيار عدد من الحالات الفردية في موقف معين والتي تجمع بينها خاصية مشتركة.

-     دراسة تلك الحالات الفردية بهدف الوصول إلى الخاصية المشتركة بينها وصياغتها على صورة قاعدة عامة، وذلك عن طريق تجريد تلك الخاصة من الحالات الفردية.

-     تطبيق القاعدة العامة التي تم الوصول إليها على أمثلة جديدة غير تلك التي تم استنتاج القاعدة منها، وذلك بهدف التأكيد على صحة هذه القاعدة وانطباقها على أمثلة أخرى.

**2. التعميم والتجريد (Generalization and Abstraction):**

هو صياغة عبارة أو منطوقة (بالرموز أو الألفاظ) عامة اعتماداً على أمثلة أو حالات خاصة.

 (البلاونة،2010).

والتعميم اكتشاف قاعدة عامة تتسع لأكثر من الحالات المعلومة الأولى، وهو توسيع القاعدة من عدد محدود من الحالات إلى عدد غير محدود. (المنصور،2011).

أما التجريد فهو إدراك أن القاعدة تُطبق في عدد من الأوضاع الأخرى غير التي اُكتشفت منها، والتجريد في الرياضيات يسمح لنا بتطبيق نتائج الرياضيات في كثير من الأوضاع الخاصة والعملية.

 (العبسي،2010).

هنا التعميم هو :الحد النوني يساوي مجموع الحدين السابقين المتتالين وبالرموز: $a\_{n-2}$+ $a\_{n=a\_{n-1}}$

والحد السادس هو (21).

مثال (2): نحن نعلم ان :

 مجموع زوايا اي مثلث =180

وعليه, مجموع زوايا اي شكل رباعي =˚2\*180

وكذلك, مجموع زوايا المخمس = ˚3\*180

وبشكل عام فان :

مجموع الزوايا الداخلية لأي مضلع عدد أضلاعه n هو:

a) n\*180 b) (n-1)x180 c) (n-2)\*180˚

 من الواضح ان الاختبار (c) هو الجواب الصحيح

 **نشاط (1)** : استنتج تعميما من كل متتالية من الاعداد الآتية :

a)2.5,10,.........

b)2,5,26,........

**نشاط (2)** : انت تعلم ان الثلاثي (3,4,5) يمثل اطوال اضلاع مثلث قائم الزاوية كيف يمكن لطالب مرحلة متوسطة ان يستنتج ان الثلاثي (3n,4n,5n) يكون كذلك.

**3. الاستنتاج (Deduction):**

هو التوصل إلى نتائج معينة اعتماداً على أساس من الحقائق والأدلة المناسبة الكافية، أي إنه يحدث عندما يستطيع الطالب ربط ملاحظاته ومعلوماته عن ظاهرةٍ ما بمعلوماتهِ السابقة عنها، ثم يُصدر حكماً معيناً يُفسر به هذه الملاحظات. (عريفج ونايف،2010).

وهو الوصول الى نتيجة خاصة اعتمادا على مبدا او قاعدة عامة ويسير التفكير الاستنتاجي في الاتجاه المضاد للتفكير الاستقرائي .

مثال (1): اكمل المربع السحري التالي بالأعداد 3,2,1 بحيث يحتوي كل سطر وكل عمود على الاعداد الثلاثة المختلفة.

الحل : نحن نعلم قاعدة المربع السحري هي :

مجموع اعداد كل سطر =مجموع اعداد كل عمود =مجموع اعداد كل قطر في مربع .

وعليه يمكن ملئ المربع السحري الخاص كما يأتي :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 2 | 1 | 3 |
| 3 | 2 | 1 |
| 1 | 3 | 2 |

مثال (2): اذا علمت ان : مجموع طولي اي ضلعين في المثلث يكون اكبر من طول الضلع الثالث , اي الاطوال التالية تصلح ان تكون مثلثا .؟

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. 12 , 7 , 5
 | 1. 3 , 4 , 6
 | 1. 5. 6 , 12
 | 1. 1, 7, 8
 |

**الحل:**

من الواضح ان الاختيار (b) هو الصحيح

نشاط (1): يقبل العدد القسمة على (7) اذا كان ضعف رقم احاده مطروحا من العدد المتكون من بقية الارقام يقبل القسمة على (7).

هل ان العدد (546) يقبل القسمة على العدد (7) من دون استخدام عملية القسمة ؟

نشاط (2): اذا علمت ان مجموع حدود متتالية عددية (عدد حدودها n وحدها الاول هو$a\_{1}$ وحدها الاخير هو$a\_{n}$) هو :

 ($a\_{1}$+$a\_{n}$) $s\_{n}$=$\frac{n}{2}$

جد مجموع الاعداد الفردية العشرين الاولى .

**4. التعبير بالرموز (Symbolism):**

الرمز هو حرف أو علاقة أو اختصار يُمثل تعبيراً أو عملية رياضية، والتفكير الرمزي هو التفكير من خلال الرموز والمجردات، وليس من خلال البيانات الحسية، ويتضح استخدام ذلك النوع من التفكير في الرياضيات في حل المسائل في موضوعات الجبر والهندسة. (العبسي،2010).

والتعبير بالرموز هو استخدام الرموز للتعبير عن الأفكار الرياضية أو المعطيات اللفظية، كالتعبير عن العلاقة اللفظية الآتية:

 عُمر والد ثلاثة أمثال عُمر ابنه، وبعد 11 سنة يصبح عُمر الوالد ضعفي عُمر ابنه.

بالرموز: 3س + 11= 2(س+11).

ملاحظة: عُمر الابن (س)، وعُمر الأب (3س).

 (أبو زينة، 2010).

**التعبير بالرموز**  وهو استخدام الرموز للتعبير عن الافكار الرياضية.

مثال (1): كيف يمكنك التعبير عن ان: (عملية جمع الاعداد تحقق الخاصية التبديلية ) بالرموز ؟

الجواب : x+y=x+y

مثال (2): عددان x,yمجموع مربعيهما هو 41 عبر عن ذلك بالرموز .

الجواب : x²+y²=41

مثال (3) : عددان مجموعهما 19 , عبر عن حاصل ضربهما با الرموز.

الجواب :

X.y=x (19-x)

نشاط (1) : عددان x,y مربع مجموعهما هو 49 عبر عن دللك بالرموز .

**نشاط(2):** عمر احمد x من السنوات وعمر محمد ضعف عمر احمد وعمر محمود 15 سنة اقل من عمر احمد , اي مما يلي يمثل مجموع اعمار الاشخاص الثلاثة ؟

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| (d)4x+15 | (c)4x-1 | (b)3x-15 | 3x+15))a- |

**6. النمذجة (Modeling):**

هي تمثيل رياضي لشكل أو مُجسم أو علاقة للموقف، ويكون التمثيل إما بشكل أو مجسم أو معادلة أو علاقة رياضية. (أبو زينة،2011).

وتُعد النمذجة الرياضية للظواهر إحدى أقوى استخدامات الرياضيات، وعليه يُفضل إتاحة الفرص إمام جميع الطلبة في مراحلهم الدراسية كافة لنمذجة العديد من الظواهر رياضياً بطرائق تكون مناسبة لمستواهم.(الخطيب،2009،ص44).

ويرى الباحث أنه يمكن عمل نماذج لتسهيل دراسة الرياضيات، مثل أنموذج من الكرتون لساعة وتدريب الطلبة على قراءة الوقت، أو استخدام قطعة خشبية وتقسيمها إلى وحدات مختلفة الأطوال لقياس أطوال الأشياء.

**لذا النمذجة** :: هو تمثيل رياضي لشكل او مجسم او علاقة

مثال (1): ارسم نمودج لتمثيل كل من الكسور$ 1\frac{1}{3}$÷ 2= $\frac{4}{6}$ = $\frac{2}{3}$



مثال ( :(2اذا دار مستطيل احد اضلاعه منطبق على محور السينات حول المحور دورة كاملة فان الشكل الناتج يمثل نموذج الاسطوانة.



نشاط : ارسم نموذجا لتمثيل مبرهنة فيثاغورس.



5- الحدس (Intuition) : هو تكوين تخمينات رياضية والتحقق منها.

مثال (:(1 جد ناتج قسمة العدد ((1122على العدد((11 من دون اجراء عملية القسمة :

a)120 b) 12 c)102 d) 1002

الجواب :الاختيار (( c هو الاختيار الصحيح

نشاط : تصب حنفيتا ماء في حوض اذا فتحت الحنفية الاولى وحدها فانها تملا الحوض في ( (4 ساعات وتملوة الثانية وحدها في ( (3ساعات فاذا فتحت الحنفيتان معا فبعد كم ساعة يمتلئ الحوض ؟

 اكثر من ساعتينc) اقل من ساعتين b) ساعتان a)

**7. التفكير المنطقي الشكلي أو الصوري (Formal Logic):**

هو استخدام قواعد المنطق من مُقدمات أو مُعطيات في الوصول إلى الاستنتاجات، وتتمثل قواعد المنطق الشكلي في عمليات الضم(Λ)، والفصل (ν)، والنفي (~)، والتضمين (←) للعبارات، وتخضع النتائج المُستخلصة من المقدمات لقواعد المنطق المتفق عليه. (أبو زينة وعبد الله،2010،ص276).

والمنطق هو الدراسة العلمية أو المنظمة للمبادئ العامة، التي تعتمد عليها صحة التفكير ويبحث في العبارات والاستنتاجات المتبادلة بينها.(الخطيب،2009،ص37).

وعليه يرى الباحث أن المنطق الشكلي هو دراسة منطق العبارات تبعاً لشكلها، وتتمثل العبارات وأدوات الربط المنطقية بالرموز، وتُطبق النتائج النهائية المشتقة على جميع العبارات التي لها الشكل نفسه.

**اي التفكير المنطقي الشكلي** :- هو عملية استخدام قواعد المنطق في الوصول الى الاستنتاجات مقدمات (معطيات )

مثال (1) :- كل مربع هو مستطيل ، q →p

وكل مستطيل هو متوازي اضلاع$r$ →q

هل ان : كل مربع هو متوازي اضلاع ؟ P $\rightarrow r$

 الجواب :- كل مربع هو متوازي الاضلاع (حسب قانون القياس في المنطق )

 مثال (2) :- اذا كانت الدالة قابلة للاشتقاق فانها مستمرة ، p→q

f دالة غير مستمرة ˜q

هل ان الدالة f دالة قابلة للاشتقاق؟ ˜p

 ربما c) كلا) b) نعم a)

الجواب :- (b) هو الاختيار الصحيح (حسب قانون المعاكس الايجابي في المنطق)

مثال((3:- كل عدد صحيح هو عدد نسبي , الصفر عدد صحيح

هل ان الصفر عدد نسبي ؟ ولماذا ؟

 نشاط (1) : اذا كانت الدالة قابلة للاشتقاق فانها مستمرة

* لتكن (g) دالة مستمرة
* هل ان g)) دالة قابلة للشتقاق ؟

نشاط (2) : اذا كانت الدالة قابلة للاشتقاق فانها مستمرة

* لتكن (h) دالة غير قابلة للاشتقاق
* هل ان (h) دالة مستمرة

 نشاط (3) : اذا كانت الدالة متباينة وشاملة فانها متقابلة ,f دالة غير متقابلة

هل ان f دالة شاملة ؟ ولماذا ؟

تلميح : نحتاج قانون دي موركان الذي ينص على ان : p˄q)Ξ ˜p˅˜q)˜

**8. البرهان الرياضي (Mathematical Proof):**

هو سلسلة من العبارات الرياضية المترابطة لإثبات صحة نتيجة معينة عن طريق الاستدلال والمنطق، واستخدام مجموعة من التعاريف والمسلمات والنظريات المبرهنة مسبقاً. (إبراهيم،2009،ص91).

والبرهان هو مجادلة أو عرض للأدلة التي تقنع أو تدفع الفرد إلى قبول قضية معينة، وهناك معايير عديدة يمكن أن يُبنى على أساسها قبول الفرد ذاته أو غيره من الناس للمجادلة كونها دليلاً مقنعاً، وفي مجال الرياضيات فإن المجادلة الاستدلالية هي المعيار الذي يتخذهُ الرياضيون لقبول صحة قضية معينة؛ لأن علاقة التضمين (←) هي الأساس الذي يبنى عليه هذا المعيار وإذا دققنا النظر في التقرير(أ ← ب) فأنه يعني أن صحة (ب) تتوقف على صحة (أ) ويسمى(أ المقدمة و ب النتيجة)، وأن هناك علاقة منطقية بين( أ و ب) وتكون النتيجة هي قبول صحة ب. (الخطيب،2009).

ويشير (أبو زينة،2011) إلى إمكانية استخدام مظاهر التفكير الرياضي في مواقف أو سياقات غير رياضية، ففي العلوم مثلاً يُستخدم الاستقراء والحدس والنمذجة وغيرها في معظم الأحيان، وفي اللغات تُعطى قواعد عامة تنطبق على حالات خاصة، أو يتم التوصل إلى قاعدة عامة من حالات خاصة، وتُستخدم الرموز في التعبير عن كثير من عناصر المواقف والمشكلات أياً كان مجالها (أبو زينة،2011).

 البرهان الرياضي : هو عبارة عن معالجة لفظية او رمزية تتمثل في تتابع من العبارات تسنبط كل منه سابقتها استنادا على المعطيات والمسلمات ومبرهنات سابقة واستنباطا باساليب يقرها المنطق .

مثال $∶ $  *هل يوجد مثلث قائم الزاوية ومتساوي الاضلاع في آنٍ واحد ؟*

*الجواب* $∶ $ *(الطريقة الاولى)*

*ماذا يحدث لو كان يوجد ذلك ؟*

 *نفرض يوجد مثلث قائم الزاوية ومتساوي الاضلاع في انٍ واحد .*

$∵$*المثلث قائم الزاوية .* $∴$*احدى زواياه قياسها*$°90$

$∵$*المثلث متساوي الاضلاع* . $∴$ *جميع زواياه متساوية .*

$∵$ مجموع زوايا اي مثلث $°180$ $∴$*قياس كل زاوية من زواياه* $°60$

*هل هذا معقول ؟*$!$ *(احدى زواياه* $°90 و °60$ *في انٍ واحد )* $∴$ *هذا تناقض*

*فأن افتراضنا في البداية خاطىء ولا يوجد مثلث قائم الزاوية ومتساوي الاضلاع في انٍ واحد .*

(الطريقة الثانية)

نفرض العكس يوجد مثلث قائم الزاوية ومتساوي الاضلاع

$∵$ المثلث متساوي الاضلاع, ليكن طول كل ضلع فيه هو X

$∵$ المثلث قائم الزاوية فإنه تنطبق عليه مبرهنة فيثاغورس, وعليه فإن :

X2 + X2 = X2 $⇒ $2X2 =X2  $⇒ $ 2$\ne $1

هل هذا معقول ؟$!$ هنا تناقض

وعليه فان افتراضنا خاطىء ولا يوجد مثلث قائم الزاويه ومتساوي الاضلاع في انٍ واحد

وتعتمد طبيعة البرهان الرياضي على :

-1 النظام الرياضي الذي ينتمي اليه العبارة المراد برهانها

-2الاسترتيجية المتبعة في البرهان التي تعتمد على احد صور الاستدلال الصحيحية منطقيا

**اساليب البرهان الرياضي**

اولا- البرهان المباشر (direct proof)

ثانيا :-البرهان بالتناقض (proof by contradiction)

ثالثا: البرهان بالمثال المضاد (proof by counter example)

رابعا : البرهان بالاستقراء الرياضي (proof by mathematical induction )

اساليب البرهان الرياضي واسترتيجيات كل منها مع التطبيقات:

**البرهان المباشر**:

واستراتيجية : البدء بالمعطيات ( المفروض) وصولا الى المطلوب ( المطلوب اثباته )

مثال :اثبت ان :ناتج جمع عددين فرددين هو عدد زوجي

البرهان :

ليكن كل من 2$n\_{2}$+1,2$n\_{1}$+1 عددا فرديا (حيث كل من$n\_{1}n\_{2,}$ هو عدد طبيعي )

فان ناتج جمعهما يكون 2$n\_{1}$+2$n\_{2}$+2

وباخراج العامل المشترك يكون 2($n\_{1}$+$n\_{2}$+1)

حيث ان ($n\_{1}$+$n\_{2}$+1) هو عدد طبيعي وليكن k

فان ناتج جمع العددين الفردين هو 2k , اي انه عدد زوجي

نشاط ((1: اثبت ان : حاصل جمع عددين طبيعين متتالين هو عدد فردي

**البرهان بالتناقض :**

الاسترتيجية : تبدا بنفي المطلوب فتحصل على تناقض .

مثال :- اثبت انه : لا يوجد مثلث قائم الزاوية ومتساوي الاضلاع في ان واحد .

البرهان :

افرض انه يوجد مثلث قائم الزاوية ومتساوي الاضلاع في ان واحد وليكن x طول كل ضلع من اضلاعة وحسب مبرهنة فيثاغورس فان :

$x^{2}$ = $x^{2}$ + $x^{2}$

وهذا يعني ان ²2x²=x

وبقسمة طرفي المعادلة على العدد $x^{2}$(اكبر من الصفر )) تحصل على ان :

2=1

هل هذا معقول ؟:

نحن نعلم ان 2 ≠1 وحصلنا على 2=1 , فهذا تناقض وعليه فرضنا في البداية غير صائب ,ولايوجد مثلث قائم الزاوية ومتساوي الاضلاع في ان واحد

نشاط (1): استخدام البرهان بالتناقض لاثبات ان ( الصفر عدد زوجي)

نشاط (2) : اثبت انه لا يوجد نظير ضربي للصفر في مجموعة لاعداد الحقيقية.

**البرهان بالمثال المضاد** :

ويستخدم لبرهنة عدم الصواب عبارة .

الاسترتيجية :

اعطاء مثال مضاد للعبارة .

مثال : اثبت ان : مربع كل عدد حقيقي اكبر اويساوي نفسة ( عبارة خاطئه )

البرهان : ليكن x=$\frac{1}{2}$ , فان $\frac{1}{2}$≤x²=$\frac{1}{4}$

وعليه فان , ($\frac{1}{2}$) مثال مضاد للعبارة ,والعبارة غير صائبة لكل عدد حقيقي .

نشاط ( : (1هل ان العبارة : $2^{n}$≥ n² صائبة لكل عدد طبيعي n ؟

نشاط (: (2 هل ان :كل دالة مستمرة تكون قابلة للاشتقاق ؟

تلميح : /x/ =f(x) هي مثال مضاد

**البرهان بالاستقراء الرياضي**:- يستخدم لاثبات العبارات المعرفة على مجموعة من الاعداد الطبيعية يسير البرهان على خطوتين :

* خطوة الاساس :

تثبت صواب العبارةعندn=1

* خطوة الاستقراء : تفرض صواب العبارة عند n=k (وتسمى فرضية الاستقراء الرياضي) وباستخدام هذة الفرضية تثبت ان العبارة صائبة عند n=k+1 فتكون العبارة صائبة لكل عدد طبيعي n, حسب مبدا الاستقراء الرياضي

- مثال :

اثبت ان: n-1)=n²) 1+3+5+... لكل عدد طبيعي n≥1

- البرهان :

- من الواضح ان العبارة صائبة عند n=1لان(1=1²)

- تفرض ان العبارة صائبة عند n=k اي انه: 1+3+5+.......+2k-1)=k²

ولاثبات صواب العبارة عند n=k+1 تضيف الى طرفي فرضية الاستقراء الرياضي , الحد الذي ترتيبة (k+1) وهو : k+1)-1=2k+2-1=2k+1)2

فتحصل على :

(k-1)+(2k+1)=k²+(2k+1)1+3+5+......+

K²+2k+1=

k+1)²)=

فالعبارة صائبة عندn=k+1وعليه تكون صائبة لكل عدد طبيعيn≥1

نشاط (:(1 اثبت ان : 1+2+3+.......+n=$\frac{n(n+1)}{2}$ لكل عدد طبيعي n

نشاط( : (2 اثبت ان $\frac{n(n+1)}{2}$ هو عدد طبيعي لكل عدد طبيعي .n

نشاط ( :(3اثبت ان : مجموع زوايا اي مثلث الداخلية يساوي 180

نشاط (:(4 اثبت مبرهنة فيثاغورس.

**الاستراتيجيات للتفكير الرياضي التي يمكن توظيفها في حل المسائل الرياضية**

وسنعرض فيما يلي بعضاً من هذه الاستراتيجيات :

1. **استراتيجية السير بطريقة عكسية :** وهي تلك الاستراتيجية التي يتطلب فيها البدء من المعطيات الاخيرة في المسألة والانتقال منها الى المعطيات الاولى للوصول الى حل المسألة.

*مثال:* اذا كان مجموع عددين يساوي 8 وحاصل ضربهما يساوي 15 . فما مجموع مقلوب العددين ؟

*المعطيات :* مجموع عددين $=$ 8

 حاصل ضربهما $=$ 15

المطلوب : ما مجموع مقلوب العددين ؟

الحل :

$\frac{1}{ x} +\frac{1}{y}$ = $\frac{y+x }{xy}$ =$\frac{8}{15}$

*التحقيق :* العددين 3, 5 حاصل جمعهما =8 , وحاصل ضربهما = 15

مجموع مقلوب العددين هو $\frac{8 }{15 }$ = $\frac{3+5}{15}$ =$\frac{ 1 }{3 }$+ $\frac{1 }{5 }$

1. **استراتيجية البحث عن النمط** :وهي الاستراتيجية التي تتطلب قراءة المعطيات قراءة واعية للوصول الى قاعدة او مفتاح الحل .

*مثال :-* تامل الاعداد الاتية :

1 , 2 , 3 , 5 , $\cdots $ 13 , 21 , … , 55 ما هو نمط ترتيب الاعداد ؟

النمط :- xn  + xn +1 = xn+2

بمعنى اخر : $x\_{n}$ $x\_{n-2}$+ $x\_{n-1}$=

او بمعنى اخر : مجموع عددين سابقين متتاليين بالترتيب يساوي العدد اللاحق مباشرةً.

1. **استراتيجية تنظيم البيانات وجدولتها :** وهي تلك استراتيجية التي تتطلب اجراء تنظيم البيانات ووضعها في جدول للوصول الى الحل .

**مثال :** جد اكبر حاصل ضرب لعددين طبيعيين مجموعهما 40 ؟

الحل :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x.y | X+y | Y | X |
| 39 | 40 | 39 | 1 |
| 76 | 40 | 38 | 2 |
| . | . | . | . |
| . | . | . | . |
| 400 | 40 | 20 | 20 |

$∴$اكبر حاصل ضرب لعددين =400

*مثال:* جد مجموع الاعداد الفردية العشرين الاولى .

يمكن التفكير في حل هذه المسألة من خلال البيانات المجدولة الاتية :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| الاعداد المضافة | عدد الاضافات | المجموع |
| 1 | 1 | 1 |
| 1+3 | 2 | 4 |
| 1+3+5 | 3 | 9 |
| 1+3+5+7 | 4 | 16 |
| 1+3+5+7+9 | 5 | 25 |
| . | . | . |
| . | . | . |
| . | . | . |

يلاحظ من الجدول السابق وجود علاقة بين عدد الاضافات والمجموع وهي:

المجموع = حاصل ضرب عدد الاضافات في نفسه .

ولايجاد مجموع الاعداد الفردية العشرين الاولى فأن عدد الاضافات تساوي 20 ، لذا فان المجموع = 20 × 20 = 400 .

1. **استراتيجية الحذف :** وهي تلك الاستراتيجية التي تتطلب اقتراح عدد من الحلول والبدء بالحكم عليها , حيث يتم حذف الحلول غير الممكنة وتبقى الحلول الممكنة .

*مثال:* اذا كان x عدد موجب (x > صفر) و y عدد سالب (y < صفر) ، اي من الاعداد التالية يعتبر الاكبر ؟

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| أ-$\frac{ 3 + x}{y }$ | ب-$\frac{ y -x}{3}$ | ج- $\frac{3 }{x - y}$ | د- $\frac{y }{3 + x }$ |

الجواب : ب- هو الاختيار الصحيح وتحذف بقية الاختيارات

صنف نوع التفكير المستخدم في المسائل الاتية مبيناً استراتيجية الحل :

1. هل يوجد مثلث قائم الزاوية ومنفرج في انٍ واحد ؟
2. هل يوجد مثلث قائم الزاوية ومتساوي الاضلاع في انٍ واحد ؟
3. ما العددان اللذان مجموعهما (15) وحاصل ضربهما (56) ؟
4. ثلاث اعداد متتالية مجموعها 303 فما هي ؟
5. سلم شخص على جماعة وقال لهم مرحباً ايها المئة , قالوا نحن لسنا بمئة انما ضعفنا مضافاً له نصفنا مضافاً له ربعنا مضافاً له انت نساوي مئة . ما عدد افراد الجماعة ؟
6. انشىء اكبر عدد ممكن من المثلثات من (6) عود ثقاب ؟
7. ما هي اكبر عدد ممكن من المثلثات يمكن تكوينها من (9) عود ثقاب (المثلثات متساوية الاضلاع ) ؟
8. هل ان x≤ $x^{2}$ لكل عدد حقيقي x ؟

9- هل ان n≤ $n^{2}$ لكل عدد حقيقي n ؟

10- هل ان $y^{2}$ + $x^{2}$ = $(x+y)^{2}$ لكل عدد حقيقي x , y ؟

1. هل المعادلة $(x+2)^{2}$= $x^{2}$ لها حل في مجموعة الاعداد الحقيقية ؟
2. هل العبارة (اذا كان $x^{2}$=4 فأن x=2 ) صحيحة دائماً ؟
3. استنتج تعميم في سلسلة الاعداد الاتية : 2 , 5 , 10 , ……
4. استنتج قيم من سلسلة الاعداد الاتية : 2 , 5 , 26 , ....
5. استنتج تعميم لايجاد مجموع زوايا اي مضلع عدد اضلاعه n ؟
6. جد مجموع الاعداد الطبيعية (1-100) ؟
7. اثبت مبرهنة فيثاغورس ؟ (استخدم اكثر من طريقة )
8. اثبت ان $\frac{ n\left(n+1\right)}{2}$ عدد طبيعي لكل عدد طبيعي n ؟
9. اثبت ان : مجموع زوايا اي مثلث =$°180$ ؟
10. جد مجموع الاعداد الفردية العشرين الاولى بأستخدام :
11. اسلوب الاستقراء .
12. اسلوب الاستنتاج .
13. اسلوب الاستقراء الرياضي .
14. استراتيجية جدولة البيانات .
15. استراتيجية البحث عن النمط .

**خصائص التفكير الرياضي:**

إن للتفكير الرياضي خصائص، فهو الذي يؤدي إلى نتائج قابلة للتصديق، ويطرح آراء أكثر انفتاحاً وعمقاً، ويقود إلى قرارات أكثر نُضجاً، ويؤدي إلى فكر نقدي دقيق؛ ويمكن إجمال خصائص التفكير الرياضي بالآتي:

1. التفكير الرياضي سلوك هادف لا يحدث في فراغ أو بلا هدف مُعين.

2. للتفكير الرياضي قُدرة تطويرية يزداد بها تعقيداً أو حذقاً مع المتعلم وتراكم الخبرة.

3. يحدث التفكير الرياضي بأشكال وأنماط مختلفة (رمزية ومكانية وشكلية).

4. يتشكل التفكير الرياضي من خلال تداخل مستوياته المختلفة والمتدرجة.

5. الكمال في التفكير الرياضي غير ممكن واقعياً، والغاية الأساسية هي تنميته إلى أقصى درجة ممكنة.

6. يستند التفكير الرياضي إلى المعلومات الرياضية السابقة الممكن توافرها في بنية الطالب المعرفية.

 (غباري وخالد،2011).

**المُعلم وتنمية التفكير الرياضي:**

يُعد التفكير مهارة ذهنية يُمكن تحسينها بالتدريب والمِراس، وذلك من خلال إعداد المواقف، وتنظيم الخبرات المناسبة، بحيث تُكسب الفرد المتعلم المعارف والمعلومات التي تتفاعل في ذاته، وتقودهُ إلى البحث عن معلومات أخرى أبعد وأعمق، مولداً منها معرفة جديدة.

 (العتوم وآخران،2011).

وإن تنمية التفكير الرياضي وتجويده لدى الطلبة كان ولايزال هدفاً رئيساً من أهداف التربية، ويحتل مكانة بارزة في البحث التربوي، ولاسيما عند الحديث عن تطوير التعليم والإصلاح المدرسي، وتطوير مناهج الرياضيات، والاهتمام بالطلبة المبدعين في هذا العصر الذي يتميز بالتغير السريع في مختلف جوانب الحياة، وعليه أصبح الاهتمام بالتفكير الرياضي ضرورة ملحة من أجل إيجاد جيل قادر على مواكبة التقدم والثقافة الرقمية والتكنولوجية والانفجار المعرفي الهائل. (قارة وعبد الحكيم،2011،ص19).

وينظر إلى التفكير الرياضي على أنه مهارة تتطور بالتدريب والنمو العقلي وتراكم الخبرة، لذا فهو لا يحدث من فراغ أو صدفة، بل من خضوع المُتعلم إلى مواقف وأنشطة تربوية هادفة ومتعددة تنمي لديه التفكير الرياضي بمهاراته المتنوعة؛ لذا فمن الضرورة توفير الفرص التربوية كافة التي تساعد على تنمية التفكير الرياضي لدى المُتعلمين واتباع الوسائل المتاحة كافة سواء بتطوير مواد مناهج الرياضيات أو باتباع طرائق ونماذج وإستراتيجيات تدريس وأساليب تقويم حديثة، ويؤدي المعلم هذه المهمات كافة.

 (Breyfogly & Herbel, 2004).

ويتفق كثير من المُربين والباحثين على أن المُعلم هو المفتاح الرئيس لنجاح العملية التربوية في أي برنامج تربوي، إذ بإمكانه أن يُهيئ الفُرص التي تُقوي ثقة المُتعلم بنفسه أو تُدمرها، وتُقوي روح الإبداع أو تقتلها، وتُثير التفكير الرياضي أو تُحبطه، وهو الذي يفتح المجال للتحصيل والإنجاز أو يغلقه(جروان،2013).

ولم يُعدْ دورهُ مقتصراً على توصيل المعرفة والمعلومات إلى الطلبة، وإنما موجه للتعلم وتعليم التفكير وتنميته من خلال تدريبهم على كيفية الحصول على المعلومات وتقويمها وتحويلها إلى معرفة مع الجماعة، وتركيزه على تقويم العمليات التعليمية والقدرة على البحث وحل المشكلات. (قطيط،2011).

ويُعد مُعلم الرياضيات من أهم عوامل نجاح تعليم التفكير الرياضي لدى المتعلمين وتنميته؛ لأن النتائج المتحققة من تطبيق أية طريقة أو إستراتيجية لتعليم التفكير تتوقف بدرجة كبيرة على نوعية التعليم الذي يُمارسهُ داخل غرفة الصف، لذا عليه أن يتحلى بعدد من الخصائص والسلوكيات من أجل توفير البيئة الصفية اللازمة لنجاح عملية تعليم التفكير وتنميته، وهي (الاستماع للطلبة، واحترام التنوع والانفتاح، وتشجيع المناقشة والتعبير، وتشجيع التعلم النشط، وتقبل أفكار الطلبة، وإعطاء الوقت الكافي للتفكير، وتنمية ثقة الطلبة بأنفسهم، وإعطاء تغذية راجعة إيجابية، وتثمين أفكار الطلبة). (إبراهيم2009).

**تنمية التفكير الرياضي**

ولتنمية التفكير الرياضي لدى الطلاب يمكن للمُعلم أن يسأل مجموعة من الأسئلة، ومن أمثلتها ما ذكرته منظمة (PBS Teacherline,2011):

1. كيف توصلت إلى الإجابة ؟.

2. هل إجابتك معقولة ؟ ولماذا؟.

3. هل يمكنك أن تصف لنا أسلوبك الخاص؟.

4. ماذا لو بدأت بـــــ ----- بدلاً من ----- ؟.

5. ماذا لو لم يكن بإمكانك إلا استخدام ------ ؟.

6. ماذا تعلمت أو اكتشفت اليوم ؟.

7. هل تعلمت أو استخدمت كلمات جديدة اليوم؟ وما معنى هذه الكلمات ؟.

8. ما النقاط الأساسية والأفكار الكبيرة في هذا الدرس ؟.

 (PBS Teacherline,2011).

**تنشيط التفكير الرياضي من خلال دروس الرياضيات:**

من أجل تطوير مناهج الرياضيات يجب على الطلاب إتقان المحتوى الرياضي الجديد وتعليمهم مجموعة واسعة من مهارات التفكير الرياضي وتطويرها، لذا على مُدرسي الرياضيات تقديم المساعدات للطلاب لتطوير مهاراتهم في التفكير الرياضي. (Breen&Oshea,2010,p40).

ولابد لمُدرس الرياضيات الفعّال من الاهتمام بتنمية مهارات التفكير الرياضي لدى الطلاب، إذ تشير الدراسات التربوية الحديثة إلى أن الطلاب لايمتلكون مهارات التفكير الرياضي الجيدة من خلال حفظ موضوعات الرياضيات المختلفة واسترجاعها، أي إن التفكير الرياضي لايتم تلقائياً، بل يتطلب تعليماً منظماً وهادفاً وتمريناً مستمراً من خلال استخدام المُدرس لأسئلة تُثير استخدام الطلاب للتفكير في أثناء تعليمهم. (Fisher,2005,p17).

إن تنشيط التفكير الرياضي وممارسته لدى الطلبة بشكل سليم من خلال دراستهم لموضوعات الرياضيات المدرسية مسؤولية تقع على عاتق مُدرس الرياضيات، لذا يتوجب عليه تحقيق ما يأتي:

1. مُمارسة الطالب لمهارات التفكير الرياضي المختلفة ممارسة عملية داخل الصف.

2. إدراك الطالب لحدود الثقة في النتائج التي يصل إليها باستخدام كل مهارة من مهارات التفكير الرياضي.

3. أن يُشجع الطلاب على استخدام مهارات التفكير الرياضي، ولايتدخل في أعمالهم إلا عند الضرورة.

4. إدراك الطالب للفرق بين القضايا مطلقة التعميم والقضايا محدودة التعميم.

5. تأكد الطالب من صحة القضايا التي يعتمد عليها في تفكيره.

6. مراجعة الطالب للنتيجة التي وصل إليها في ضوء القضايا المعطاة والموثوق في صحتها.

7. أن يُزود المدرس الطالب بتمارين تحتاج إلى تفكير واستنتاج.

8. تنمية موهبة الطالب على البحث وراء الأسباب والتعديلات لما يقرأ وتطور حاسة الحدس لديه.

9. تنمية فكرة الابتكار لنظريات جديدة حول بعض المفاهيم الرياضية.

10. التأكيد بأن الرياضيات ليست مجرد حلول مسائل ولكن هي فلسفة وطريقة تفكير رياضية.

11. أن يُراعي مُدرس الرياضيات الفروق الفردية بين الطلاب من حيث نوعية الأسئلة المطروحة.

**الحل لغز السيارة**

 

**المصادر العربية**

1. أبو سكران، محمد نعيم العبد، فاعلية استخدام خرائط التفكير في تنمية مهارات حل المسالة الهندسية والاتجاه نحوها لدى طلاب الصف الثامن الاساسي**، رسالة ماجستير، كلية التربية، الجامعة الاسلامية غزة ، فلسطين.**
2. الاقتصاد على تحصل طالبات الصف الثاني ثانوي الأدبي بمحافظة عدن، المجلة الدولية المتخصصة، المجلد(3)، العدد(1)،كانون الثاني.
3. البار، حسن عبدالقادر، 2004، الفكر المنظومي للجودة الشاملة في تطوير التعليم والتعلم الجامعي والبحث العلمي وأثره في كيفية مواجهة تحديات العولمة، بحث مقدم إلى **المؤتمر العربي الرابع حول(المدخل المنظوم في التدريس والتعلم)، إ**بريل
4. الباز ،خالد صلاح علي (2007) : "فاعلية استخدام خرائط التفكير في تدريس الاتزان الكيميائي على تحصيل طلاب الصف الثاني الثانوي وذكائتهم المتعددة "، الجمعية المصرية للتربية العلمية ، **المؤتمر العلمي الحادي عشر التربية العلمية ...الى اين ؟، فندق المرجان ، الاسماعيلية.**
5. باسكا، جويس فانتس وتامارا ستامبيث (2013)، **المنهاج الشامل للطلبة الموهوبين**، ترجمة (أميمة عمور وآخرون)، ط1، دار الفكر للنشر والتوزيع، عمان.
6. بني فارس ،محمود جمعه ،2013،**أثر استخدام إستراتيجية خرائط العقل في اكتساب المفاهيم التاريخية وتنمية مهارات التفكير الإبداعي لدى طلاب المرحلة المتوسطة في المدينة المنورة**،مجلة الجامعة الإسلامية للدراسات التربوية والنفسية، المجلد الحادي والعشرون، العدد الرابع،اكتوبر
7. الجنابي، أحلام حميد نعمة،2015، فاعلية خرائط التفكير في التحصيل والاتجاه نحو الفيزياء لدى طالبات الخامس العلمي، [**مجلة كلية التربية، واسط**](http://iasj.net/iasj?func=issues&jId=191&uiLanguage=en) **، المجلد (1)، العدد(18)، ص351- 384**
8. حسانين، محمد حسانين محمد؛ والشحات، مجدي محمد احمد ( ٢٠٠٢ م) إستراتيجيات الذاكرة وحل المشكلات لدي عينة من أنماط السيادة المخية المختلفة) (دراسة تجريبية)، مجلة كلية التربية ببنها، جامعة الزقازيق، مجلد(12)،العدد.١١٥
9. **حوامدة ، مصطفى محمود، 2001،فاعلية المدرسة كمنظمة،المؤتمر العربي الأول حول الاتجاه المنظومي في التدريس والتعلم ،مركز تطوير تدريس العلوم ، جامعة عين شمس ،17-18 فبراير.**
10. حوامدة،مصطفى محمود،2003،مهمة القرآن الكريم في تنمية التفكير المنظومي لدى الإنسان، في **مجلة جامعة دمشق ،** المجلد ،19 العدد الثاني.
11. حوراني ،حنين سمير صالح،2011،أثر استخدام استراتيجية الخرائط الذهنية في تحصيل طلبة الصف التاسع في مادة العلوم وفي اتجاهاتهم نحو العلوم في المدارس الحكومية في مدينة قلقيلية ،**رسالة ماجستير، كلية الدراسات العليا، جامعة النجاح، فلسطين**
12. خاطر ، ايمن صبحي ناصر (2007) : "تاثير استخدام خرائط التفكير المحوسبة وغير المحوسبة في تحصيل طلبة المرحلة الاساسية في التربية الاسلامية وفي اتجاهاتهم وفي تنمية مهارات التفكير العليا لديهم "، **اطروحة دكتوراه غير منشورة** ، كلية الدراسات التربوية العليا ، جامعة عمان العربية للدراسات العليا .
13. الخزندار، نائلة نجيب ، ومهدي ، حسن ربحي ،2006، فاعلية موقع الكتروني على التفكير البصري والمنظومي في الوسائط المتعددة لدى طالبات كلية التربية بجامعة الأقصى ، **المؤتمر العلمي الثامن عشر(** **مناهج التعليم وبناء الإنسان العربي**)، جامعة عين شمس، ج م ع.
14. خليل، نوال عبدالفتاح، أثر استخدام خرائط التفكير في تنمية التحصيل والفهم العميق ودافعيةالإنجاز لدى تلاميذ الصف الخامس الإبتدائي في مادة العلوم،الجمعية المصرية للتربية العلمية، المجلد الحادي عشر، العدد الرابع.2008م.
15. خليل، نوال عبدالفتاح، أثر استخدام خرائط التفكير في تنمية التحصيل والفهم العميق ودافعيةالإنجاز لدى تلاميذ الصف الخامس الإبتدائي في مادة العلوم،الجمعية المصرية للتربية العلمية، المجلد الحادي عشر، العدد الرابع.2008م.
16. الدليمي، باسـم محمد جاسـم ،2010، القوة الرياضية وعلاقتها بمهارات ما وراء المعرفة لطلبة المرحلة الثانوية، **أطروحة دكتوراه (غير منشورة)، كلية التربية، ابن الهيثم، جامعة بغداد.**
17. ريان ، عادل، 2011، معتقدات الطلبة المعلمين نحو تعلم الرياضيات وتعليمها، مجلة الجامعة الإسلامية،(سلسلة الدراسات الإنسانية**)، المجلد الثامن عشر، العدد الثاني، ص ٧١٩ – ص751.**
18. ريان ،عادل ،2010، معتقدات الطلبة المعلمين نحو تعلم الرياضيات وتعليمها، **مجلة الجامعة الإسلامية (سلسلة الدراسات الإنسانية) المجلد الثامن عشر، العدد الثاني،يونيو،ص719-751**
19. ريان ،عادل ،2010، معتقدات الطلبة المعلمين نحو تعلم الرياضيات وتعليمها، **مجلة الجامعة الإسلامية (سلسلة الدراسات الإنسانية) المجلد الثامن عشر، العدد الثاني،يونيو،ص719-751**
20. الزيات، فتحي مصطفي ( ١٤١٩ هـ)، الأسس البيولوجية والنفسية للنشاط العقلي المعرفي.
21. زيتون، عايش،2007، **النظرية البنائية واستراتيجيات تدريس العلوم**، دار الشروق، عمان، الأردن
22. السرور ، ناديا هايل (2005): **تعليم التفكير في المنهج المدرسي** ، ط1 ، دار الاوائل ، عمان.
23. سعادة، جودت ،2003، **تدريس مهارات التفكير**، دار الشروق للنشر والتوزيع،الأردن .
24. السعيد، رضا مسعد،2005، نموذج منظومي ثلاثي البعد لتنظيـــم محتــوي المناهج المدرسيـــة، **المؤتمر الخامس للمدخل المنظومي في التدريس والتعلم،** دار الضيافة جامعة عين شمس3-4 أبريل (نيسان ).
25. السعيد، رضا مسعد،2006، المدخل المنظومى، بوابة حقيقة للتنمية المستدامة في الوطن العربي، **مؤتمر الاتجاه المنظومي للتدريس والتعلم،جامعة** المنوفية ، مصر.
26. السعيد، سعيد مسعد،2004،مهارات التفكير المنظومي ، **المؤتمر العربي الثاني حول المدخل المنظومي** ، جامعة المنوفية ، القاهرة.
27. السعيد،رضا مسعد،2004، آليات البحث التربوي بين الخطية والمنظومية،في **المؤتمر الرابع للمدخل المنظومي في التدريس والتعلم** دار الضيافة جامعة عين شمس 3-4 إبريل .
28. سلامة، حسن علي،2005، **اتجاهات حديثة في تدريس الرياضيات** ، دار الفجر للنشر والتوزيع، القاهرة، مصر.
29. [سليم، سروة مازن كريم](http://search.shamaa.org/arSearch.aspx?lookfor=%D8%B3%D9%84%D9%8A%D9%85%D8%8C%20%D8%B3%D8%B1%D9%88%D8%A9%20%D9%85%D8%A7%D8%B2%D9%86%20%D9%83%D8%B1%D9%8A%D9%85&type=authortag_Text&page=1&RecordsPerPage=20)**،2013،** أثر التدريس باستخدام مهارات التفكير المنظومي في تحصيل طالبات الصف الرابع الإعدادي بمادة الرياضيات والاتجاه نحوها، **رسالة ماجستير غير منشورة، كلية التربية الأساسية، الجامعة المستنصرية.**
30. سليمان ، منتصر صلاح عمر،2012، فاعلية التدريب على خرائط التفكير في تحسين الوعي ما وراء المعرفي والفهم القرائي لدي التلاميذ ذوي صعوبات التعلم, مجلة العلوم التربوية، كلية التربية بقنا، العدد السادس عشر، أبريل، 2012, مجلة العلوم التربوية، كلية التربية بقنا, العدد السادس عشر.
31. شاكر، هدى محمود ، بريسم ، منتهى فهد ،2016، اثر استراتيجيتي خرائط التفكير وحدائق الافكار في تحصيل طالبات الصف الخامس الادبيّ في مادة الادب والنصوص، **مجلة كلية التربية الأساسية للعلوم التربوية والإنسانية / جامعة بابل،شباط.**
32. الشريف، كوثر عبد الرحيم شهاب ،2002 ،المدخل المنظومي والبناء المعرفي،منشورات جامعة جنوب الوادي ،مصر.
33. شهاب ،منى عبد الصبور محمد 2001، الاتجاه المنظومي وتنظيم المعلومات‘ **المؤتمر العربي الأول حول (الاتجاه المنظومي في التدريس والتعلم**)، مركز تطوير تدريس العلوم ، جامعة عين شمس، 17-18 فبراير.
34. الصادق، إسماعيل،2001، **طرق تدريس الرياضيات** : نظريات و تطبيقات، دار الفكر العربي ،القاهرة ، مصر.
35. صحو، سهاد عبدالنبي سلمان 2015 ، اثر تصميم تعليمي قائم على استراتيجية ميردر "M.U.R.D.E.R " المعدلة لمساعدات التذكر في التحصيل ومهارات معالجة المعلومات في مادة الرياضيات لدى طالبات الصف الرابع العلمي، اطروحة طالبة الدكتوراه غير منشورة ،كلية التربية ابن الهيثم- جامعة بغداد.
36. عبد الخالق، تمارا ميثم ،2011، أثر خرائط التفكير في تحصيل مادة علم الأحياء ومهارات التفكير العلمي لطالبات الثاني المتوسط ، **رسالة ماجستير، غير منشورة، كلية التربية / إبن الهيثم ،جامعة بغداد**
37. عبد الهادي، جمال الدين توفيق يونس ( ٢٠٠٢ م)، أنماط التعلم والتفكير وعلاقتها بمهارات التفكير العلمي لمعلمي العلوم قبل الخدمة(دراسة تتبعية)،مجلة دراسات في المناهج وطرق التدريس، كلية التربية، جامعة عين شمس، القاهرة، ع((٧٨))فبراير.

### عبدالوهاب، فاطمة محمد،2016،اثــــــر باستراتيجية قائمة على خرائـــــــــط التفكـــــيـــــر في تدريــــــس العلــــــــوم على التحصيل وتنمية عادات العقل المنتجة لمـارزانو لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية، رسالة ماجستير غير منشورة، كلية التربية، جامعة بنها

1. العتيبي، وضحة، حباب عبدالله، 2013، فاعلية خرائط التفكير في تنمية عادات العقل ومفهوم الذات الأكاديمي لدى طالبات قسم الأحياء بكلية التربية، **مجلة جامعة ام القرى للعلوم التربوية والنفسية، المجلد الخامس، العدد الاول، يناير.**
2. العزو، إيناس يونس مصطفى،خليل، عاصم أحمد ،2009، مقارنة نمطين للتعلم من اجل التمكن في تحصيل طالبات الصف الخامس الأدبي لمادة الرياضيات واتجاههن نحوها،**مجلة جامعة تكريت للعلوم الإنسانية ،مجلد(16) العدد(4)،ص284 – 335.**
3. عطا الله ، ميشيل كامل (2010 ) : **طرق واساليب تدريس العلوم** ، ط1، دار المسيرة، عمان .
4. عفانة،عزو إسماعيل و أبو ملوح،محمد سلمان،2007، أثر استخدام بعض استراتيجيات النظرية البنائية في تنمية التفكير المنظومي في الهندسة لدى طلاب الصف التاسع الأساسي بغزة ،**المؤتمر العلمي الأول لكلية التربية التجربة الفلسطينية في إعداد المناهج** ،جامعة الأقصى ، فلسطين.
5. العفون، نادية حسين ، منتهى مطشر عبد الصاحب (2012) : **التفكير انماطه ونظرياته واساليب تعليمه وتعلمه** ، ط1 ، دار صفاء ، عمان .
6. عودة، هديل سلمان علي ، 2016، مهارات التفكير الرياضي وعلاقتها بالمعتقدات نحو الرياضيات لدى طلبة جامعة النجاح الوطنية من التخصصين: الرياضيات وأساليب تدريس الرياضيات، رسالة ماجستير، كلية الدراسات العليا، جامعة النجاح الوطنية، فلسطين.
7. غنيم، محمد ابراهيم (2002) استراتيجيات اداء مهام حل المشكلات لدى الطلاب ذوي الاسلوب المعرفي ( التروي - الاندفاع ) مجلة العلوم التربوية، ع 1.
8. فتح الله ، مندور عبد السلام (2009) : "اثر استراتيجية خرائط التفكير القائمة على الدمج في تنمية التحصيل في مادة العلوم والتفكير الناقد والاتجاه نحو العمل التعاوني لدى تلاميذ المرحلة المتوسطة في المملكة العربية السعودية" ، **مجلة رسالة الخليج** ،العدد العربي 111 ،الرياض.
9. فهمي ،فاروق ، جولا جوسكي **،2000،** الاتجاه المنظومي في التدريس والتعلم للقرن الحادي والعشرين المؤسسة العربية الحديثة للطبع والنشر والتوزيع.
10. فهمي، فاروق ،2001 ، الاتجاه المنظومي في التدريس والتعليم ، **المؤتمر العربي الأول حول الاتجاه المنظومي في التدريس والتعلم** ، القاهرة 17-18فبراير .
11. فهمي، فاروق و عبد الصبور، منى ،2001، المدخل المنظومي في مواجهة التحديات التربوية المعاصرة والمستقبلية، دار المعارف، القاهر.
12. القادري، سليمان أحمد،2005، أثر تدريس العلوم باستخدام المنحى المنظومي المعرفي الشامل في اكتساب المفاهيم العلمية لدى طلبة الصف الرابع الأساسي،**المؤتمر الأردني المصري الأول حول المدخل المنظومي وتطبيقاته في العلوم المختلفة**،جامعة اربد،الأردن.
13. القطامي ، يوسف ( ٢٠٠٧ ) : تعليم التفكير لجميع الأطفال ، عما ن، الأردن ، دار الفكر
14. الكامل،حسين محمد حسين،2003، تعليم التفكير المنظومي،**المجلة التربوية**،العدد الثامن ،يناير.
15. الكبيسي ،عبدالواحد حميد، عبدالعزيز ،محمد فخري ،2016، اثر استراتيجية الأبعاد السداسية (PDEODE) في التحصيل والمعتقدات في الرياضيات لدى طلاب الرابع الأدبي،**المجلة التربوية الدولية المتخصصة،المجلد(5)،العدد(11) تشرين الثاني**.
16. الكبيسي، عبد الواحد حميد، و أشواق طالب شاهر ظاهر،2010، فاعلية تنظيم محتوى مادة الرياضيات على وفق النظرية التوسعية في التحصيل والاحتفاظ، **مجلة جامعة الانبار للعلوم الانسانية،العدد4، ص115-174**
17. الكبيسي، عبدالواحد حميد، ياسر عبدالواحد الكبيسي (2016): فاعلية استراتيجية المماثلة في التحصيل والتفكير الذكي في مادتي الرياضيات والجغرافية لدى طلبة الصف الرابع الأدبي، **مجلة جامعة القدس المفتوحة للأبحاث والدراسات التربوية والنفسية - المجلد الرابع، العدد (13) نيسان**
18. المجيدل، عبد الله وفاطمة عبد الله اليافعي (2009)، صعوبات تعلم الرياضيات لدى تلاميذ الحلقة الأولى من التعلم الأساسي في ظفار من وجهة نظر معلمات الرياضيات (دراسة ميدانية)، **مجلة جامعة دمشق**، المجلد (25)، العدد (3+4)، ص135-177.
19. [محمد، سماح نصيف جاسم](http://search.shamaa.org/arSearch.aspx?lookfor=%D9%85%D8%AD%D9%85%D8%AF%D8%8C%20%D8%B3%D9%85%D8%A7%D8%AD%20%D9%86%D8%B5%D9%8A%D9%81%20%D8%AC%D8%A7%D8%B3%D9%85&type=authortag_Text&page=1&RecordsPerPage=20)،2012، أثر أنموذج هيرمان في تحصيل مادة الرياضيات عند طالبات الصف الرابع العلمي واستبقائها، **رسالة ماجستير غير منشورة، كلية التربية الأساسية، الجامعة المستنصرية.**
20. مراد، سهام السيد صالح ،2016، أثر استخدام خرائط التفكير في تدريس العلوم علي تنمية الحس العلمي لدى طالبات الصف الخامس الابتدائي، **المجلة الدولية المتخصصة ، المجلد(5)، العدد(5)، أيار**
21. مصطفى ،نمر مصطفى (2011) **: استراتجيات تعليم التفكير** ، ط1 ، دار البداية ،عمان .
22. مقبل، سعيد عبده أحمد، و العزمية علال،2014 ،أثر استعمال خرائط التفكير في تدرسٌ الاقتصاد على تحصل طالبات الصف الثاني ثانوي الأدبي بمحافظة عدن، المجلة الدولية المتخصصة، المجلد(3)، العدد(1)،كانون الثاني.
23. المنوفي، سعيد ٢٠٠٢ ، فعالية المدخل المنظومي في تدريس حساب المثلثات وأثره على التفكير المنظومي لدى طلاب المرحلة الثانوية**، المؤتمر العلمي الرابع عشر، الجمعية المصرية للمناهج وطرق التدريس**، المجلد الثاني جامعة عين شمس،24-25 يوليو.
24. مهدي، حسن ربحي،2006، فاعلية استخدام برمجيات تعلمية على التفكير البصري والتحصيل في التكنولوجيا لدى طالبات الصف الحادي عشر ، **رسالة ماجستير غير منشورة** ، الجامعة الإسلامية، غزة.
25. مهدي، عباس وآخرون ،2002، **أسس التربية**، دار الكتاب للطباعة والنشر، بغداد.
26. نوفل ، محمد بكر ، محمد قاسم سعيفان (2011) : **دمج مهارات التفكير في المحتوى الدراسي** ، ط1 ، دار المسيرة ، عمان .
27. ياسر، عامر محسن وعلي مهدي كاظم (1997) المعالجة المعلوماتية لدى طلبة جامعة قار يونس، مجلة الاداب والعلوم (المرج )، الجماهيرية العربية الليبية، ع 1،

**المصادر الاجنبية**

1. Hyerle, David.2008, **Thinking Maps: Visual tools for activating**
2. Al Byers, & Mary Ann Fitzgerald,2002**,** Networking for Leadership, Inquiry, and Systemic Thinking, **In** [**Journal of Science Education and Technology**](http://www.springerlink.com/content/102587/) , [Volume 11, Number 1](http://www.springerlink.com/content/j9hyrh4gj6td/)
3. Albar H.A., and Fahmy A.F.M.,2004, Systemic approach in Teaching and learning General Chemistry (SATLC) in First Year of Secondary Schools, (The foundations of Chemistry), **18th International conference on Chemical Education 'Chemistry Education for Modern World'**, August 3-8, 2004 Istanbul, Turkey, Organized by Turkish Chemical Soc., and IUPAC

and Leading with Habits of Mind: 16 Essential Characteristics forAnnual Administrator Conference: "Closing the Achievement Gap for

1. Barkatsas, A. &Malone, J. (2005). Atypology of mathematics teachers’ beliefs about teaching and learning mathematics and instructional practices. **Mathematics Education Research Journal ,** Education learner Students", Sonoma County Office of Education,
2. Buzan, Tony. (2006). **Mind Mapping Kick Start Your Creativity AndTransform Your Life**. Spin, Mateu Cromo.
3. [Center for Teaching and Learning](http://www.umuc.edu/distance/odell/ctla/ctla.html), **2001, Systems Approach to Designing Online Learning Activities**.
4. Fahmy, A. F. M.& Lagowski J. J.,2001, Systemic Approach to Teaching and Learning Chemistry: SATLC in Egypt **Chemical Education Internationa**l, Vol. 3, No. 1, AN-1, Received October 25.
5. Fisher, R. ,2005**, Teaching Children to Think**, 2ND Editions . Nelson Thornes, United Kingdom.
6. Holzman, Stefanie (2004). **Thinking maps: strategy-Based Learning**
7. Holzman, Stefanie (2004): *Thinking Maps Strategy-Based Learning for English Language Learners (and Others!)* [On- Line] Available:
8. Hyerle, D (2004). *Designs for Thinking Represents Thinking Maps.* In
9. Ishak, Shahibudin,2015, The Impact of Thinking Maps on Enthusiasm, Attitude and Learning Style: An Action Research Study of Students in Management Course, **Science Journal of Education 2015; 3(5): 107-113**
10. Leder , G. & Grootenboer , P.(2005). Affect and mathematics education. **Mathematics Education Research Journal , 17** (2) , 1 – 8.
11. Shahvarani , A. & Savizi , B.(2007). Analyzing some Iranian-high school teachers’ beliefs on mathematics , mathematics learning and mathematics teaching. **Journal of Environmental & science Education, 2** (2) , 54 – 59.
12. Smith, Nancy.C: Thinking Maps & Write From the Beginning Theory & Empirical Evidence, Thinking Maps, Inc. (*formerly Innovative Learning Group*, Inc.), 2003.
13. **Sternberg, R.J . (2002) : *Thinking styles* , Reprinted Edition, UKA , Cambridge University Press**
14. Stolovitch , Harold D. ,2006, Systemic Thinking and Human Performance Improvement, Human Performance, **Talent Management** magazine is a trademark of MediaTec Publishing Inc.
15. Tilbury, D. & Cooke, K. 2005, **A National Review of Environmental Education and its Contribution to Sustainability in Australia.**
1. - Principles and standardes for school mathematics [↑](#footnote-ref-1)