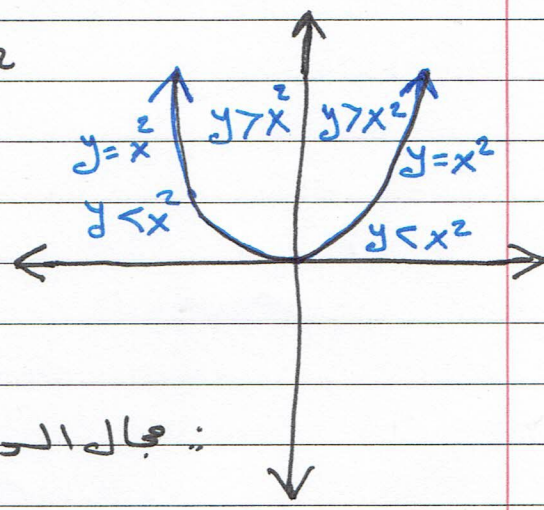
① Drawing the domain of the function and find the range. $Z = f(x,y) = \sqrt{y - x^2}$

Solve: $y - x^2 \geq 0 \Longrightarrow y \geq x^2$

$D_Z = \{(x,y) \in R^2 ; y \geq x^2\}$

$= \{(x,y) \in R^2 ; y \geq x^2\}$



∴ مجال الدالة هو كل النقاط التي تقع داخل المنحنى $y \geq x^2$ وعلى خط المنحنى $y = x^2$.

مدى الدالة هو $R_Z = \{(x,y) \in R^2 ; Z \geq 0\}$.
(النقاط الغير سالبة لأنها دالة جذرية).

② Drawing the function $Z = f(x,y) = 100 - x^2 - y^2$

When $Z = f(x,y) = 0, 51, 75$.

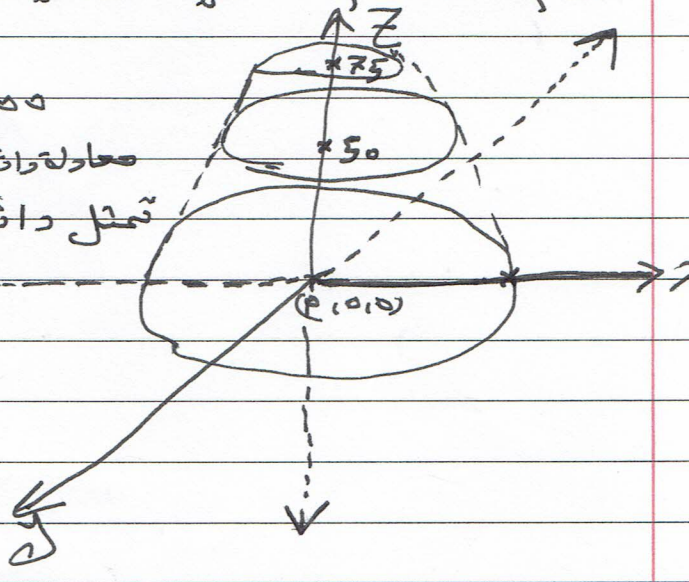
Solve:

الرسم هو جسم مكافئ دوراني (مقطوع)

1- If $Z = 0$, then

$100 - x^2 - y^2 = 0 \Longrightarrow x^2 + y^2 = 100$ معادلة دائرة

تمثل دائرة في مستوى xy نصف قطرها 10 ومركزها (0,0,0)



2- If $Z = 51$

$\Longrightarrow 100 - x^2 - y^2 = 51$

$x^2 + y^2 = 49$

تمثل معادلة دائرة فيه xy نصف قطرها 7 ومركزها (0,0,51)

3- If $f(x,y)=75 \Longrightarrow 100-x^2-y^2=75 \Longrightarrow x^2+y^2=25$

تمثل معادلة دائرة نصف قطرها 5 ومركزها (0,0,75).

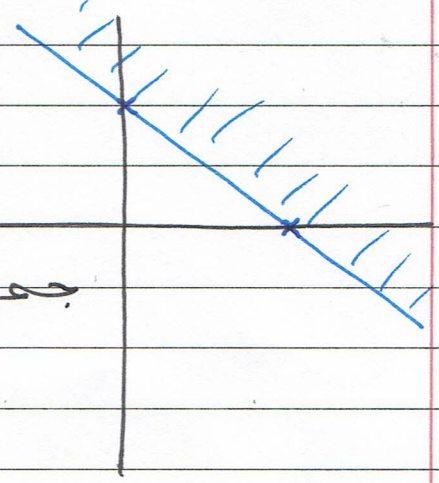
(3) Find the Domain of the following function

$$z=f(x,y)=\ln(x+y-1)$$

Solve:- الدالة لوغارتيمية

$$\therefore D_f=\{(x,y)\in R^2 ; x+y-1>0\}$$

x	y
0	1
1	0
2	-1
-1	2
-2	3



(4) اختبر وجود الغاية للدالة $f(x,y)=\frac{xy}{x^2+y^2}$ الواقعة

على المستقيم $y=mx$ عندما $(x,y)\to(0,0)$

Solve:

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy}{x^2+y^2}=\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2m}{x^2(m+1)}$$

$$=\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\tan\theta}{\tan^2\theta+1}=\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\tan\theta}{\sec^2\theta}=\lim_{(x,y)\to(0,0)} \tan\theta\cdot\frac{1}{\sec^2\theta}$$

$$=\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\sin\theta}{\cos\theta}\cdot\cos^2\theta=\lim_{(x,y)\to(0,0)} \sin\theta\cos\theta=\frac{1}{2}\sin 2\theta$$

$$[\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta]$$

b- $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x}{\sqrt{y}} = \frac{0}{\sqrt{y}} = 0$

c- $\lim_{(x,y)\to(1,1)} \cos\sqrt[3]{|xy|-1} = \cos\sqrt[3]{1-1} = \cos 0 = 1.$

d- $\lim_{(x,y)\to(0,\ln 2)} e^{x-y} = e^{0-\ln 2} = e^{0} \cdot e^{-\ln 2} = e \cdot \frac{1}{e^{\ln 2}}$

$= 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}.$

e- $\lim_{(x,y)\to(-1,2)} \frac{xy+y-2x-2}{x+1}$

$= \lim_{(x,y)\to(-1,2)} \frac{x(y-2)+(y-2)}{(x+1)} = \frac{(y-2)(x+1)}{(x+1)}$

$= \lim_{(x,y)\to(-1,2)} \frac{y-2}{1} = \lim_{(x,y)\to(-1,2)} y-2 = 2-2 = 0$