

الفصل الأول

علم الإحصاء:-

هو ذلك العلم الذي يعمل على استخدام الأسلوب العلمي في طرق جمع البيانات وعرضها وتحليلها للوصول منها الى استنتاجات وقرارات مناسبة.

أنواع علم الإحصاء

1- الإحصاء الوصفي:-

ويشمل الطرق الإحصائية المستخدمة في وصف مجموعة معينة من البيانات. وتتضمن الطرق الإحصائية أساليب جمع البيانات في صورة قياسات رقمية ثم تبويبها أو تنظيمها وعرضها وحساب المقاييس الإحصائية المختلفة لها.

2- الإحصاء الاستنتاجي أو الاستدلالي:-

يشمل الطرق الإحصائية التي تهدف الى عمل استنتاجات واستدلالات حول المصدر الذي جمعت منه البيانات. وتضم فرعين هما:-

1- التقدير:- ويهتم بإيجاد قيم تقديرية للاستدلال منها على القيم الحقيقية لمصدر جمع البيانات.

2 - اختبار الفرضيات:- ويتضمن اختبار الفرضيات التي توضع كتفسير أولي للظاهرة المراد دراستها للوصول منها الى قرار بقبولها أو رفضها.

طبيعة البيانات الإحصائية:-

عند جمع بيانات حول ظاهرة ما فإننا نرسم للظاهرة بالرمز (X) وكل مفردة أو مشاهدة منها نرسم لها بالرمز (Xi).

المتغير:-

هو أي ظاهرة تظهر اختلافات بين مفرداتها. ويرمز له بالرمز X أو أي رمز آخر مثل y أو z-----الخ.
وينقسم الى:-

1- متغيرات وصفية او نوعية:-

وهي تلك الظواهر او الصفات التي لا يمكن قياسها بالأرقام العددية. مثل صفة لون العيون (اسود، ازرق، بني)----الخ.

2- متغيرات كمية:-

وهي تلك الظواهر او الصفات التي يمكن قياسها بأرقام عددية. مثل صفة العمر، الوزن،-----الخ.

وتنقسم المتغيرات الكمية الى نوعين هما:-
أ- متغيرات مستمرة او متصلة:-

فالمتغير المستمر هو المتغير الذي تأخذ المشاهدة أو المفردة أي قيمة رقمية في مدى معين.

ب- متغيرات غير مستمرة او منفصلة:-

المتغير المنفصل هو المتغير الذي تأخذ المشاهدة أو المفردة قيما متباعدة أو متقطعة غير مستمرة.

القياس :-

هو عملية تحديد درجة امتلاك الفرد سمة معينة. فمثلا نقول طالبا معينا حصل على 74% في اختبار الإحصاء.

المجتمع:-

هو مجموعة القيم التي يأخذها متغير ما.
المجتمع أما أن يكون:-

1- مجتمع محدود:- أي يمكن حصر عدد مفرداته كما في أطوال الطلبة في كلية التربية الأساسية.

2- مجتمع غير محدود:- هو المجتمع الذي من الصعب او المستحيل حصر عدد مفرداته. مثل/ مجتمع نوع سمك معين في نهر دجلة.

العينة:-

عبارة عن مجموعة من المشاهدات اختيرت بطريقة ما من المجتمع.
وعلية فالعينة جزء من المجتمع.

الرموز الإحصائية:-

يرمز عادة لمجموع قيم المتغير بالرمز

$$\sum_{i=1}^n x_i$$

فالرمز \sum يسمى (Summation of) أي المجموع.

و (n,1) هما حدا المجموع

وعليه فالرمز $\sum_{i=1}^n x_i$ يقرأ مجموع القيم x مبتدأ من المشاهدة الأولى وحتى الأخيرة إي أن

$$\sum_{i=1}^n x_i = x_1 + x_2 + \dots + x_n$$

* هناك مجموع جزئي مثل

$$\sum_{i=3}^5 x_i = x_3 + x_4 + x_5$$

* يرمز لمجموع مربعات جميع المشاهدات بالرمز

$$\sum_{i=1}^n x_i^2 = x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2$$

مثال (1) إذا كان $x_i = 1, 2, 3, 4$ اوجد $\sum x_i^2$

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^4 x_i^2 &= x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 \\ &= 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 \\ &= 1, 4, 9, 16 = 30\end{aligned}$$

* ويرمز لمربع مجموع المشاهدات بالرمز

$$\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2 = (x_1 + x_2 + \dots + x_n)^2$$

مثال (2) إذا كان $x_i = 1, 2, 3, 4$ اوجد $(\sum x_i)^2$

$$\begin{aligned}\left(\sum_{i=1}^4 x_i\right)^2 &= (x_1 + x_2 + x_3 + x_4)^2 \\ &= (1 + 2 + 3 + 4)^2 \\ &= (10)^2 \\ &= 100\end{aligned}$$

نستنتج من مثال (1, 2) ان $\sum x_i^2 \neq (\sum x_i)^2$

* يرمز لمجموع حاصل ضرب قيم متغيرين x, y بالرمز

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i = x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_n y_n$$

مثال (3) إذا كان $x_i = 2, 4, 6$, $y_i = 1, 3, 5$ اوجد $\sum x_i y_i$

$$\sum_{i=1}^3 x_i y_i = x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3$$

$$= 2 \times 1 + 4 \times 3 + 6 \times 5$$

$$= 2 + 12 + 30$$

$$= 44$$

* ويرمز لحاصل ضرب مجموعين لقيم متغيرين بالرمز

$$\left(\sum_{i=1}^n x_i \right) \left(\sum_{i=1}^n y_i \right) = (x_1 + x_2 + \dots + x_n)(y_1 + y_2 + \dots + y_n)$$

مثال (4) اذا كان $x_i = 2, 4, 6$, $y_i = 1, 3, 5$ اوجد $(\sum x_i)(\sum y_i)$

$$\left(\sum_{i=1}^3 x_i \right) \left(\sum_{i=1}^3 y_i \right) = (x_1 + x_2 + x_3)(y_1 + y_2 + y_3)$$

$$= (2 + 4 + 6)(1 + 3 + 5)$$

$$= 9$$

$$= 108$$

نستنتج من مثال (3،4) أن $\sum x_i y_i \neq (\sum x_i)(\sum y_i)$

بعض القواعد في عملية الجمع:-

1- اذا كان (c) أي عدد ثابت فان

$$\sum_{i=1}^n c = nc$$

البرهان:-

$$\sum_{i=1}^n c = c_1 + c_2 + \dots + c_n$$

$$= nc$$

مثال/

$$\sum_{i=1}^4 7 =$$

$$=7 \times 4 = 28$$

2- إذا كان (c) أي عدد ثابت فان

$$\sum_{i=1}^n c x_i = c \sum_{i=1}^n x_i$$

البرهان

$$\sum_{i=1}^n c x_i = c x_1 + c x_2 + \dots + c x_n$$

$$= c(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$$

$$= c \sum x_i$$

$$\sum 5x_i = 5 \sum x_i$$

مثال/

3- جمع متغيرين او اكثر هو مجموع جمعهم اي ان

$$\sum_{i=1}^n (x_i + y_i) = \sum_{i=1}^n x_i + \sum_{i=1}^n y_i$$

البرهان:-

$$\sum_{i=1}^n (x_i + y_i) = (x_1 + y_1) + (x_2 + y_2) + \dots + (x_n + y_n)$$

$$= (x_1 + x_2 + \dots + x_n) + (y_1 + y_2 + \dots + y_n)$$

$$= \sum x_i + \sum y_i$$

مثال/أذا كان

$$\sum_{i=1}^4 x_i = 5, \sum_{i=1}^4 y_i = 8$$

جد

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^4 (2x_i + 3y_i + 5) \\ &= 2 \sum_{i=1}^4 x_i + 3 \sum_{i=1}^4 y_i + \sum_{i=1}^4 5 \\ &= 2 \times 5 - 3 \times 8 + 4 \times 5 \\ &= 10 - 24 + 20 \\ &= -14 + 20 \\ &= 6 \end{aligned}$$

***ملاحظة:-** يجب أن نفرق بين بعض الرموز الإحصائية مثل:-

$$1) \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{y_i} = \frac{x_1}{y_1} + \frac{x_2}{y_2} + \dots + \frac{x_n}{y_n}$$

$$2) \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{\sum_{i=1}^n y_i} = \frac{x_1}{y_1} + \frac{x_2}{y_2} + \dots + \frac{x_n}{y_n}$$

$$2) \sum x_i - 3 \neq \sum (x_i - 3)$$

جدول التوزيع التكراري:-

هو جدول بسيط يتكون من عمودين الأول يسمى بعمود الفئات (classes) ويرمز له بالرمز (c) والثاني بعمود التكرارات (frequency) ويرمز له بالرمز (fi)

بعض التعاريف عن الجدول التوزيع التكراري:-

1-البيانات غير المبوبة:-

وهي البيانات الاولية او الاصلية التي جمعت ولم تبوب.

2-البيانات المبوبة:-

وهي البيانات التي نظمت في جدول توزيع تكراري.

3- الفئات:-

مجموعة من القيم المحددة بمديين الأول يسمى الحد الأدنى Lower class limits والثاني يسمى بالحد الأعلى Upper class limits

مثال/الفئة(41-50) حدها الادنى(41) وحدها الاعلى(50)

4-التكرار:-

وهي عدد القيم التي تقع في مدى تلك الفئة. ويرمز لها ب (fi)

5- الحدود الحقيقية للفئات:-

لكل فئة حدان حقيقيان حد أدنى حقيقي وحد أعلى حقيقي

قانون الحد الأدنى الحقيقي = الحد الأدنى - 0.5

مثال/ إذا كان الحد الأدنى (41) جد الحد الأدنى الحقيقي.

الحد الأدنى الحقيقي = الحد الأدنى - 0.5

0.5 - 41 =

$$40.5 =$$

قانون / الحد الأعلى الحقيقي = الحد الأعلى + 0.5
مثال/ اذا كان الحد الأدنى (50) جد الحد الأدنى الحقيقي.

$$\text{الحد الأعلى الحقيقي} = \text{الحد الأعلى} - 0.5$$

$$50 + 0.5 =$$

$$50.5 =$$

6- مركز الفئة:-

عبارة عن منتصف المدى بين حدي الفئة. ونرمز له بالرمز \bar{x}_i
قانونه هو:-

الحد الأعلى + الحد الأدنى

$$\text{مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الأعلى} + \text{الحد الأدنى}}{2}$$

2

مثال/ اذا كان الحد الأعلى (40) والحد الأدنى (31)، اوجد مركز الفئة.

الحد الأعلى + الحد الأدنى

$$\text{مركز الفئة} = \frac{\text{الحد الأعلى} + \text{الحد الأدنى}}{2}$$

2

$$31 + 40$$

$$\text{مركز الفئة} = \frac{31 + 40}{2}$$

2

$$35.5 =$$

7- طول الفئة:-

هو مقدار المدى بين حدي الفئة ونرمز له بالرمز (W) قانونه هو

$$\text{طول الفئة} = \text{الحد الأعلى} - \text{الحد الأدنى} + 1$$

مثال/ إذا كان الحد الأعلى (40) والحد الأدنى(31)، اوجد طول الفئة.

$$\text{طول الفئة} = \text{الحد الأعلى} - \text{الحد الأدنى} + 1$$

$$1+31-40=$$

$$5=$$

الخطوات العامة في إنشاء جداول التوزيع التكرارية:-

1-استخراج مدى المتغير.

المدى = أعلى قيمة- اقل قيمة

2-اختيار وتحديد عدد الفئات:- حيث نختار عدد الفئات اختياريًا على أن لا تقل عن خمسة ولا تزيد عن خمسة عشر فئة.

3-إيجاد طول الفئة:- يكون عدد صحيحًا وموجبًا دائمًا.

4-كتابة حدود الفئات.

5-استخراج عدد التكرارات لكل فئة.

مثال/أدناه درجات 20 طالباً في مادة الرياضيات المطلوب إنشاء جدول توزيع تكراري.

66 65 73 74 85

69 57 52 63 40

91 77 30 32 45

66 30 92 70 64

1- مدى المتغير = $62 = 30 - 92$

2- عدد الفئات = 8

٣- طول الفئة = $\frac{62}{8} = 7.7$ يقرب الى 8

c	fi
30 -37	3
38 -45	2
46 -53	1
54 -61	1
62 -69	6
70 -77	4
78 -85	1
86 -93	2

***ملاحظة:-** اذا كان هناك فئة موجودة في الجدول يجب معرفة طول الفئة ثم أكمل الجدول.

مثال/نظم البيانات الاتية:- (24,5,15,16,10,11,19,15,21,15) في جدول تكرارات فئته الاولى (5-9)

C	fi
5 -9	1
10-14	2
15-19	5
20-24	2

1- جدول التوزيع التكراري التجميعي التصاعدي (تكرار متجمع صاعد):-

وهو جدول الذي يعطينا عدد المفردات التي تقل قيمتها عن الحد الأدنى لفئة معينة. ونرمز له بالرمز F_i

2- جدول التوزيع التكراري التجميعي التصاعدي (تكرار متجمع نازل):-

وهو جدول الذي يعطينا عدد المفردات التي تزيد قيمتها عن الحد الأدنى لفئة معينة. ونرمز له بالرمز $\downarrow F_i$

مثال/ جد التكرار المتجمع الصاعد والنازل من الجدول الآتي:-

C	f_i	$\uparrow F_i$	$\downarrow F_i$
50- 54	3	3	30
55- 59	4	7	27
60- 64	3	10	23
65-69	5	15	20
70- 74	5	20	15
75- 79	2	22	10
80- 84	6	28	8
85- 89	2	30	2

التمثيل البياني لجدول التوزيع التكراري:-

أ- المدرج التكراري:-

هو عبارة عن مستطيلات راسية تمتد قواعدها على المحور الأفقي لتمثل أطوال الفئات بينما ارتفاعاتها تمثل تكرارات الفئات.

خطوات رسم المدرج التكراري:-

- 1- رسم المحور الأفقي والعمودي.
- 2- يدرج المحور الأفقي بحيث يشمل جميع الحدود الحقيقية للفئات.
- 3- يرسم على كل فئة مستطيلا راسيا تمثل قاعدته طول تلك الفئة وارتفاعه تمثل تكرار تلك الفئة.

مثال/ارسم المدرج التكراري من الجدول الاتي:-

c	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
fi	1	2	5	15	25	20	12
الحدود الحقيقية	30.5- 40.5	40.5- 50.5	50.5- 60.5	60.5- 70.5	70.5- 80.5	80.5- 90.5	90.5- 100.5

ب-المضلع التكراري:-

هو عبارة عن خطوط مستقيمة متكسرة تصل بين نقاط كل منها واقعة فوق مركز فئة على ارتفاع يمثل تكرار تلك الفئة.

* عادة يقفل المضلع بأن نصل بداية المضلع بالمحور الأفقي بمركز فئة (خيالية) واقعة الى يسار أول فئة تكرارها صفرا ونصل نهاية المضلع بالمحور الأفقي بمركز فئة (خيالية) واقعة الى يمين اخر فئة تكرارها ايضا صفرا.

خطوات رسم المضلع التكراري:-

1-رسم المحور الافقي والعمودي.

2-يدرج المحور الافقي الى اقسام متساوية يشمل على مراكز الفئات ويقسم المحور العمودي الى اقسام متساوية يشمل على التكرارات.

3-وضع نقطة امام مركز كل فئة ارتفاعها يعادل تكرار تلك الفئة.

4-توصيل النقاط بخطوط مستقيمة.

مثال/ارسم المضلع التكراري من الجدول الاتي:-

c	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
fi	1	2	5	15	25	20	12
Xi	35.5	45.5	55.5	65.5	75.5	85.5	95.5

ج-المنحني التكراري:-

عبارة عن منحني يمر بمعظم النقاط الواقعة على مراكز الفئات والتي ارتفاعها يمثل تكرارات تلك الفئات.

* عادة يقفل المنحني بأن نصل بدايته بالحد الأدنى الحقيقي للفئة الأولى ونهايته بالحد الأعلى الحقيقي للفئة الأخيرة.

مثال/ارسم المنحني التكراري من الجدول الاتي:-

c	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
fi	1	2	5	15	25	20	12
Xi	35.5	45.5	55.5	65.5	75.5	85.5	95.5

د- الدائرة البيانية:-

تعتبر هذه الطريقة أفضل الطرق لتمثيل البيانات ذات الصفة المشتركة ونستطيع بواسطتها أن نقارن الأجزاء بعضها ببعض ثم الجزء(القطاع الدائري) بالكل(الدائرة).

خطوات رسم الدائرة البيانية:-

$$1- \text{نستخرج زاوية القطاع} = \left(\frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} \right) \times 360$$

٢-نرسم دائرة معينة ونرسم عليها نصف القطر.

٣-نرسم الزاوية المركزية التي ضلعها الابتدائي نصف القطر والممثلة بالقطاع.

مثال/مجموعة من الفاكهة وزعت على طلاب القسم الداخلي وكانت كالاتي:-

نوع الفاكهة	تفاح	موز	برتقال	رمان	المجموع
العدد	180	540	90	270	1080

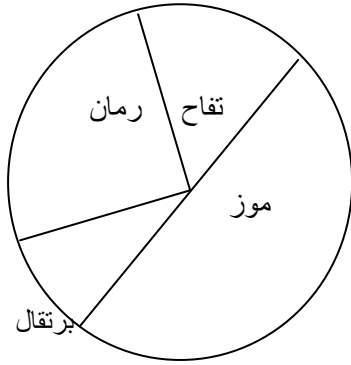
المطلوب تمثيل هذه البيانات بالقطاع الدائري.

$$60^\circ = 360 \times \frac{180}{1080} = \text{زاوية قطاع التفاح}$$

$$180^\circ = 360 \times \frac{540}{1080} = \text{زاوية قطاع الموز}$$

$$30^\circ = 360 \times \frac{90}{1080} = \text{زاوية قطاع البرتقال}$$

$$90^\circ = 360 \times \frac{270}{1080} = \text{زاوية قطاع الرمان}$$



الفصل الثاني

مقاييس النزعة المركزية:-

هو القيمة المركزية القريبة من الدرجة التي يتجمع عندها اكبر عدد من الدرجات.

1-الوسط الحسابي أو المتوسط:-

هو القيمة الناتجة من قسمة مجموع القيم على عددها ويرمز له

بالرمز \bar{X}

طريقة حسابه:-

أ-الوسط الحسابي للبيانات غير مبوبة:- نستخدم القانون التالي:-

$$\bar{X} = \frac{\sum xi}{n}$$

مثال/كانت درجات الحرارة لأربعة أيام متتالية هي 4,6,5,1 جد معدل درجة الحرارة للأيام الأربعة.

$$\bar{X} = \frac{4+6+5+1}{4}$$

$$=4$$

ب-الوسط الحسابي للبيانات المبوبة:-

نستخدم القانون الاتي:-

$$\bar{X} = \frac{\sum fixi}{\sum fi}$$

مثال/ جد الوسط الحسابي للجدول التكراري الاتي:-

C	fi	Xi	fixi
4-8	3	6	18
9-13	4	11	44
14-18	3	16	48

	10		110
--	----	--	-----

$$\bar{x} = \frac{\sum fixi}{\sum fi}$$

$$= \frac{110}{10} = 11$$

خواص الوسط الحسابي:-

١- مجموع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي تساوي صفرا.

البيانات غير مبوبة

$$\sum (xi - \bar{x}) = 0$$

البرهان:-

$$\sum (xi - \bar{x}) = \sum xi - \sum \bar{x}$$

$$= \sum xi - n \cdot \bar{x}$$

$$= \sum xi - n \cdot \frac{\sum xi}{n}$$

$$= \sum xi - \sum xi = 0$$

$$\sum fi(xi - \bar{x}) = 0$$

البيانات المبوبة

البرهان:-

$$\sum Fixi - \bar{x} \sum fi$$

$$= \sum Fixi - \frac{\sum fixi}{\sum fi} \sum Fi$$

$$= \sum Fixi - \sum fixi = 0$$

ب- عند اضافة عدد ثابت k الى كل قيمة من قيم المشاهدات فان الوسط

الحسابي للقيم الجديدة = الوسط الحسابي للقيم الاصلية + العدد الثابت k

$$xi = yi + k$$

اي ان

$$\bar{x} = \bar{y} + k$$

فان

البرهان:-

$$X_i = y_i + k$$

$$\sum X_i = \sum y_i + n.k$$

$$\frac{\sum x_i}{n} = \frac{\sum y_i}{n} + \frac{n.k}{n}$$

بقسمة طرفي المعادلة على n

$$\bar{x} = \bar{y} + k$$

ج- اذا ضربت كل قيمة من قيم المشاهدات في قيمة ثابتة k فان الوسط الحسابي للقيم الجديدة = الوسط الحسابي للقيم الاصلية x العدد الثابت.

$$x_i = k y_i$$

اي ان

$$\bar{x} = k \bar{y}$$

فان

$$x_i = k y_i$$

البرهان:-

$$\sum X_i = k \sum y_i$$

$$\frac{\sum x_i}{n} = k \frac{\sum y_i}{n}$$

بقسمة طرفي المعادلة على n

$$\bar{x} = k \bar{y}$$

د- اذا ضربت كل مشاهدة من المشاهدات بقدر ثابت a و اضيف لها مقدار ثابت b فان الوسط الحسابي الجديد = الوسط الحسابي الاصلى مضروب في a ومضاف له b.

$$x_i = a y_i + b$$

اذا كان

$$\bar{x} = a \bar{y} + b$$

فان

$$\sum x_i = \sum (a y_i + b)$$

البرهان:-

$$\sum X_i = a \sum y_i + \sum b$$

$$\sum x_i = a \sum y_i + n.b$$

$$\frac{\sum x_i}{n} = \frac{a \sum y_i}{n} + \frac{n \cdot b}{n}$$

$$\bar{x} = a\bar{y} + b$$

هـ- الوسط الحسابي لمجموع قيم متغيرين = مجموع الوسطين الحسابيين للمتغيرين.

$$z_i = x_i + y_i \quad \text{اذا كان}$$

$$\bar{z} = \bar{x} + \bar{y} \quad \text{فان}$$

$$z_i = x_i + y_i \quad \text{البرهان:-}$$

$$\sum z_i = \sum (x_i + y_i)$$

$$\sum z_i = \sum x_i + \sum y_i$$

$$\frac{\sum z_i}{n} = \frac{\sum x_i}{n} + \frac{\sum y_i}{n}$$

$$\bar{z} = \bar{x} + \bar{y}$$

2- الوسط الحسابي المرجح (الموزون):-

يستخدم في استخراج معدل الطالب الجامعي في فصل دراسي، يكون من خلال معدل درجاته في المواد المختلفة موزنة كل بعدد ساعاتها المعتمدة.

مثال/ طالب جامعي في السنة الثالثة كانت درجاته في نهاية

الفصل كالآتي:-

اسم المادة	قياس وتقويم	علم النفس	اللغة العربية	E	ارشاد تربوي	صحة
الدرجة	72	80	90	65	65	70
عدد الساعات	3	3	2	2	2	2

فما هو معدله في الفصل الدراسي.

$$\frac{70.2 + 65.2 + 65.2 + 90.2 + 80.3 + 72.3}{14} = \text{الوسط الحسابي المرجح}$$

$$\frac{1036}{14} =$$

$$74 =$$

3- الوسيط:-

هو عبارة عن القيمة الوسطى لمجموعة من القيم رتبت تصاعديا او تنازليا ويرمز له بالرمز Me.

أ-البيانات غير مبوبة:-

١- اذا كان n عدد فرديا فان الوسيط هو القيمة التي ترتيبها $\frac{n+1}{2}$

مثال/ اوجد الوسيط للقيم 50,75,35,60,65

ترتب القيم تصاعديا 35,50,60,65,75

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{n+1}{2}$$

$$3 = \frac{5+1}{2} =$$

$$Me=60$$

٢- اذا كان n عدد زوجيا فان الوسيط هو الوسط الحسابي للقيمتين ترتيبهما $(\frac{n}{2} + 1$ و $\frac{n}{2})$

مثال/ اوجد الوسيط لدرجات طالب في مادة الاحصاء في (6) اختبارات

40,71,80,84,76,87

ترتب القيم تصاعديا 40,71,76,80,84,87

$$3 = \frac{6}{2} = \frac{n}{2}$$

$$4 = 1 + 3 = \frac{n}{2} + 1$$

$$Me = \frac{76+80}{2} = 78$$

ب- البيانات المبوبة:-

نستخدم القانون الاتي:-

$$Me = L + \frac{\frac{f_i}{2} \uparrow F_i}{f_i} W$$

حيث ان:-

$L =$ الحد الادنى الحقيقي للفئة الوسيطة.

$\sum fi$ = مجموع التكرارات.

$\uparrow Fi$ = تكرار متجمع صاعد قبل فئة الوسيطة

Fi = تكرار الفئة الوسيطة.

W = طول الفئة

لايجاد الوسيط للبيانات المبوبة نتبع الخطوات الاتية:-

١- نجد التكرار المتجمع الصاعد للجدول التكراري.

١- نجد ترتيب الوسيط $= \frac{\sum fi}{2}$

٣- نجد الفئة الوسيطة.

٤- نطبق قانون الوسيط اعلاه.

مثال/جد الوسيط للجدول الاتي:-

C	fi	$\uparrow Fi$
4 - 8	1	1
9 - 13	3	4
14 - 18	4	8
19 - 23	2	10

ترتيب الوسيط $= \frac{\sum fi}{2}$

$$5 = \frac{10}{2}$$

$$Me = 13.5 + \frac{5-4}{4} \times 5$$

$$= 13.5 + \frac{5}{4}$$

$$= 13.5 + 1.25 = 14.75$$

4- المنوال:-

هو القيمة التي تكرر اكثر من غيرها. ونرمز له بالرمز M_o

طريقة حسابه:-

أ-المنوال للبيانات غير مبوبة:-

مثال/ اوجد المنوال لكل من البيانات الاتية:-

7,3,5,7,2,7

$$M_o=7$$

* ١- قد يكون هناك منوالين او أكثر.

مثال/ اوجد المنوال للقيم الاتية:- 2,4,6,2,4

$$M_{o1}=2 , \quad M_{o2}= 4$$

٢- قد لا يكون هناك منوالا

مثال/ 1,2,3,4,5

$$M_o=\emptyset$$

ب-المنوال للبيانات المبوبة:-

نستخدم القانون الاتي:-

$$M_o = L + \left(\frac{d_1}{d_1+d_2}\right)w$$

حيث ان:-

L =الحد الأدنى الحقيقي للفئة المنوال.

d_1 =الفرق بين تكرار فئة المنوال وتكرار الفئة التي قبلها.

d_2 =الفرق بين تكرار فئة المنوال وتكرار الفئة التي بعدها.

w =طول الفئة.

*فئة المنوال هي الفئة التي تملك اكبر التكرارات.

مثال/ جد المنوال للجدول الآتي:-

C	fi
10 -14	1
15 -19	7
20 -24	8
25 -29	3
30 -34	1

$$D_1=8-7=1$$

$$\begin{aligned} Mo &= 19.5 + \frac{1}{1+5} \cdot 5 \\ &= 19.5 + 0.8 \\ &= 20.3 \end{aligned}$$

$$D_2=8-3=5$$

العلاقة بين مقاييس النزعة المركزية:-

نحدد العلاقة بالقانون الآتي:-

$$\bar{x} - Mo = 3(\bar{x} - Me)$$

مثال/ في إحدى التوزيعات التكرارية $Mo=17, x=12$ جد Me

$$\bar{x} - Mo = 3(\bar{x} - Me)$$

$$12 - 17 = 3(12 - Me)$$

$$-5 = 36 - 3Me$$

$$3Me = 36 + 5$$

$$3Me = 41$$

$$Me = \frac{41}{3}$$

الفصل الثالث

مقاييس التشتت:-

هي المقاييس التي تبحث في مقدار الاختلافات بين البيانات وهي على الأنواع الآتية:-

1- المدى:

هو الفرق بين أعلى قيمة وأقل قيمة في تلك المجموعة ويرمز له بالرمز R .

مثال/جد المدى للبيانات الآتية:- 8,3,5,2,4

$$R=8-2=6$$

2- الانحراف المتوسط:- ويرمز له بالرمز M.D

طريقة حسابه

أ- الانحراف المتوسط للبيانات غير مبوبة:-

نستخدم القانون الآتي:-

$$M.D = \frac{\sum |xi - \bar{x}|}{n}$$

حيث نتبع الخطوات الآتية لإيجاد الانحراف المتوسط:-

١- نجد الوسط الحسابي لبيانات.

٢- نجد الفرق بين كل قيمة والوسط الحسابي.

٣- نجد القيمة المطلقة للفروق ثم نجد المجموع.

جد الانحراف المتوسط للبيانات الآتية:-

Xi	$Xi - \bar{x}$	$ Xi - \bar{x} $
3	-1	1
5	1	1
6	2	2
2	-2	2

$$\bar{x} = \frac{16}{4} = 4$$

$$M.D = \frac{6}{4}$$

$$= 1.5$$

ب- الانحراف المتوسط للبيانات المبوبة:-

نستخدم القانون الاتي:-

$$M.D = \frac{\sum f_i |x_i - \bar{x}|}{\sum f_i}$$

مثال/ اوجد الانحراف المتوسط لجدول الاتي:-

C	f _i	X _i	f _i x _i	X _i - \bar{x}	f _i x _i - \bar{x}
10- 14	1	12	12	-9	9
15- 19	7	17	119	-4	28
20- 24	8	22	176	1	8
25- 29	3	27	81	6	18
30-34	1	32	32	11	11

$$\bar{X} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$$

$$= \frac{420}{20}$$

$$= 21$$

$$M.D = \frac{74}{20} = 3.7$$

3- التباين:

هو مربع الانحراف المعياري .

طريقة حسابه:-

أ-التباين للبيانات غير مبوبة:-

$$S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

الطريقة المطولة

$$S^2 = \frac{\sum(xi^2) - \frac{(\sum xi)^2}{n}}{n-1}$$

الطريقة المختصرة

بالنسبة لحساب تباين العينة نستخدم القانون أعلاه

اما لحساب تباين المجتمع فيرمز لتباين σ^2

$$\sigma^2 = \frac{\sum(xi - \bar{x})^2}{n}$$

الطريقة المطولة

$$\sigma^2 = \frac{\sum(xi^2) - \frac{(\sum xi)^2}{n}}{n}$$

الطريقة المختصرة

مثال/جد التباين للمشاهدات الآتية:-

xi	(xi - x)	(xi - x) ²
4	-1	1
3	-2	4
8	3	9
15		14

$$\bar{X} = \frac{15}{3} = 5$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum(xi - x)^2}{n}$$

$$= \frac{14}{3}$$

ب- التباين للبيانات المبوبة:-

$$S^2 = \frac{\sum fi(xi - \bar{x})^2}{\sum fi - 1}$$

الطريقة المطولة

$$S^2 = \frac{\sum fixi^2 - \frac{(\sum fixi)^2}{\sum fi}}{\sum fi - 1}$$

الطريقة المختصرة

بالنسبة لحساب تباين العينة نستخدم القانون أعلاه

أما لحساب تباين المجتمع فيرمز لتباين σ^2

$$\sigma^2 = \frac{\sum fi(xi - \bar{x})^2}{\sum fi}$$

الطريقة المطولة

$$\sigma^2 = \frac{\sum fixi^2 - \frac{(\sum fixi)^2}{\sum fi}}{\sum fi}$$

الطريقة المختصرة

مثال/ احسب التباين لجدول التوزيع التكراري الآتي:-

c	fi	xi	fixi	(xi- \bar{x})	(xi- \bar{x}) ²	Fi(xi- \bar{x}) ²
50-55	5	52.5	262,5	-18,7	349.69	1748.45
60-65	14	62.5	875	-8.7	75,69	1059.66
70-75	22	72.5	1595	1,3	1.69	37.18
80-85	9	82.5	742.5	11.3	127.69	1149.51
90-95	4	92.5	370	21.3	453.69	1814.76
	54		3845			5809.56

$$\bar{X} = \frac{\sum fixi}{\sum fi}$$

$$= \frac{3845}{54}$$

$$= 71.2$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum fi(xi - \bar{x})^2}{\sum fi}$$

$$= \frac{5809.56}{54}$$

$$= 107,58$$

4- الانحراف المعياري (القياسي):-

هو الجذر التربيعي لتباين تلك العينة.

طريقة حسابه:-

أ- الانحراف المعياري للبيانات غير مبوبة:-

$$S = \sqrt{\frac{\sum (xi - \bar{x})^2}{n-1}}$$

الطريقة المطولة

$$S = \sqrt{\frac{\sum (xi^2) - \frac{(\sum xi)^2}{n}}{n-1}}$$

الطريقة المختصرة

بالنسبة لحساب الانحراف المعياري للعينة نستخدم القانون اعلاه

اما لحساب الانحراف المعياري للمجتمع فيرمز للانحراف المعياري σ

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (xi - \bar{x})^2}{n}}$$

الطريقة المطولة

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (xi^2) - \frac{(\sum xi)^2}{n}}{n}}$$

الطريقة المختصرة

مثال/البيانات الاتية:- 9,8,6,5,7 تبين كمية محصول القطن في خمس مزارع احسب الانحراف المعياري لها.

xi	(xi - x)	(xi - x) ²
9	2	4
8	1	1
6	-1	1
5	-2	4
7	0	0
		10

$$\bar{X} = \frac{35}{5} = 7$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum (xi - x)^2}{n-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{10}{5-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{10}{4}}$$

$$= \sqrt{2.5} = 1.58$$

ب- الانحراف المعياري للبيانات المبوبة:-

$$S = \sqrt{\frac{\sum f_i(x_i - \bar{x})^2}{\sum f_i - 1}}$$

الطريقة المطولة

$$S = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2 - \frac{(\sum f_i x_i)^2}{\sum f_i}}{\sum f_i - 1}}$$

الطريقة المختصرة

بالنسبة لحساب الانحراف المعياري للعينة نستخدم القانون اعلاه

اما لحساب الانحراف المعياري للمجتمع فيرمز للانحراف المعياري σ

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i(x_i - \bar{x})^2}{\sum f_i}}$$

الطريقة المطولة

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2 - \frac{(\sum f_i x_i)^2}{\sum f_i}}{\sum f_i}}$$

الطريقة المختصرة

مثال/ احسب الانحراف المعياري لجدول التوزيع التكراري الاتي:-

c	f _i	x _i	f _i x _i	(x _i - \bar{x})	(x _i - \bar{x}) ²	f _i (x _i - \bar{x}) ²
50-55	5	52.5	262,5	-18,7	349.69	1748.45
60-65	14	62.5	875	-8.7	75,69	1059.66
70-75	22	72.5	1595	1,3	1.69	37.18
80-85	9	82.5	742.5	11.3	127.69	1149.51
90-95	4	92.5	370	21.3	453.69	1814.76
	54		3845			5809.56

$$\bar{X} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$$

$$= \frac{3845}{54}$$

$$= 71.2$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum fi(xi-x)^2}{\sum fi}}$$

$$= \sqrt{\frac{5809.56}{54}}$$

الفصل الرابع

مقاييس الارتباط:-

انواع معاملات الارتباط:-

1- معامل ارتباط بيرسون:- ونرمز له بالرمز (r).

$$r = \frac{\sum xiyi - \frac{\sum xi \sum yi}{n}}{\sqrt{(\sum xi^2 - \frac{(\sum xi)^2}{n})(\sum yi^2 - \frac{(\sum yi)^2}{n})}}$$

أن معامل الارتباط يتراوح قيمته بين -1, +1

إذا كان $r=1$ الترابط الطردي :- يعني ان زيادة في قيم احد المتغيرين يصحبه زيادة في قيم المتغير الأخر. اي تكون علاقة موجبة تامة.

إذا كان $r=-1$ الترابط العكسي :- يعني ان زيادة في قيم احد المتغيرين يصحبه نقصان في قيم المتغير الأخر. اي تكون علاقة سالبة تامة.

إذا كانت $r=0$ يعني عدم وجود ترابط خطي بينهما وليس عدم وجود علاقة بينهما.

مثال/احسب معامل ارتباط بيرسون للبيانات الآتية والتي تمثل الدرجات الفصلية

7,6, 5.8,10 والدرجات النهائية 8,7,6,8,6 لخمس طلاب.

xi	yi	xiyi	Xi ²	Yi ²
7	8	56	49	64
6	7	42	36	49

5	6	30	25	36
8	8	64	64	64
10	6	60	100	36
36	35	252	274	249

$$r = \frac{\sum x_i y_i - \frac{\sum x_i \sum y_i}{n}}{\sqrt{(\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n})(\sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n})}}$$

$$= \frac{252 - \frac{36 \times 35}{5}}{\sqrt{(274 - \frac{(36 \times 36)}{5})(249 - \frac{(35 \times 35)}{5})}}$$

$$= \frac{252 - 252}{\sqrt{(274 - 259.2)(249 - 245)}}$$

$$= \frac{0}{\sqrt{14.8 \times 4}}$$

=0

لا يوجد ارتباط

2- معامل ارتباط سبيرمان للرتب:- ونرمز له بالرمز (r_s)

يقيس معامل ارتباط الرتب التغير الاقتراني القائم بين ترتيب الافراد بالنسبة لصفة معينة، ففي بعض الاحيان يمكن وصف مركز الفرد في جماعته عن طريق ترتيبه بينهم في سمة معينة. قانونه هو

$$R_s = 1 - \frac{6 \sum (R_x - R_y)^2}{n(n^2 - 1)}$$

n	x	y	Rx	Ry	(Rx - Ry)	(Rx - Ry) ²
1	6	9	5	2	3	9
2	8	10	3	1	2	4
3	10	7	1	4	-3	9
4	7	6	4	5	-1	1
5	9	8	2	3	-1	1
						24

$$R_s = 1 - \frac{6 \sum (Rx - Ry)^2}{n(n^2 - 1)}$$

$$= 1 - \frac{6 \times 24}{5(5^2 - 1)}$$

$$= 1 - \frac{144}{5 \times 24}$$

$$= 1 - \frac{144}{120}$$

$$= -0.20$$

مع تمنياتي بالنجاح والموفقية