تجربة (3)
حساب نصف قطر الدوران للعجلة باستخدام السطح المائل

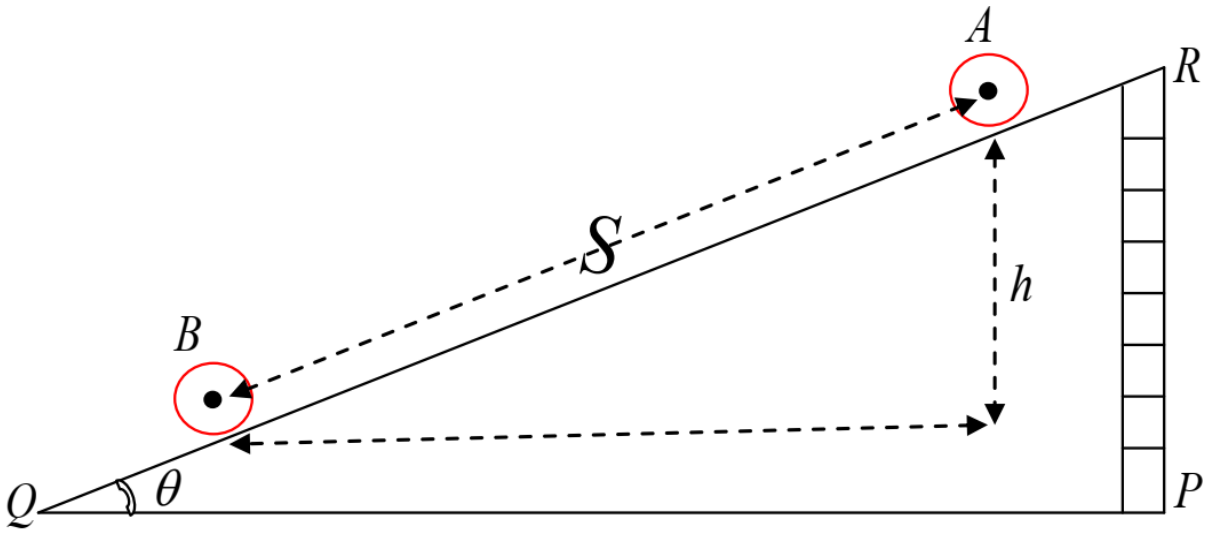
الهدف من التجربة
تعيين نصف قطر الدوران أو التدويم **K** لعجلة اسطوانية تتدحرج على سطح مائل.

الأجهزة المستخدمة
1.سطح مائل . 2. عجلة اسطوانية. 3. قدمة . 4. مسطرة مترية. 5. ساعة توقيت.

نظرية التجربة

اذا وضعت اسطوانة نصف قطرها r وكتلتها M وعزم القصور الذاتي لها حول محورها I على سطح يميل عن الا فق بزاوية مقدارها θو كانت على أرتفاع h كما مبين في الشكل1 أنها تمتلك طاقة كامنة مقدارها :

$$P.E. = Mgh \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 1$$



شكل رقم (1)

اذا تركت الاسطوانة تتدحرج من نقطة A الى نقطة B بتعجيل خطي a انها تكتسب سرعة خطية مقدارها Vوسرعة زاوية مقدارها ω أي انها ستكتسب طاقة حركية K.E انتقالية + دورانية في آن واحد أي:

$$K.E = \frac{1}{2} MV^2 + \frac{1}{2} I\,\omega^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 2$$

بما انه:

$$sin\theta = \frac{h}{S} \rightarrow h = S\ sin\theta \ \ldots\ldots\ldots\ldots 3$$

بتعويض المعادلة 3 في المعادلة 1 يصبح لدينا:

$$P.E. = M\ g\ S\ sin\theta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 4$$

ولما كانت الطاقة الكامنة للعجلة الاسطوانية P.E في بداية المسار تساوي طاقتها الحركية K.E في نهاية المسار (باهمال الاحتكاك الدوراني) لذلك يتم تعويض المعادلة 4 في 2 ينتج:

$$M\ g\ S\ sin\theta\ = \frac{1}{2}\ MV^2 + \frac{1}{2}\ I\ \omega^2 \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 5$$

وبما أن السرعة الزاوية ω للعجلة الاسطوانية في نقطة B هي:

$$\omega = \frac{v}{r} \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 6$$

حيث v تمثل السرعة الخطية للعجلة الاسطوانية في نقطة B وكذلك عزم القصور الذاتي I للعجلة الاسطوانية هو $I=MK^2$ حيث K هي نصف قطر الدوران للعجلة الاسطوانية المتدحرجة وبتعويض قيمة I تصبح المعادلة 5 كالتالي:

$$M\ g\ S\ sin\theta = \frac{1}{2}\ Mv^2 + \frac{1}{2}\ M\ K^2 \frac{v^2}{r^2} \ \ldots\ldots\ldots\ldots 7$$

ومن معادلات الحركة الخطية لدينا.

$$M\ g\ S\ sin\theta = \frac{1}{2}\ Mv^2(1 + \frac{K^2}{r^2}) \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 8$$

ولما كانت: $v^2 = 2aS$

بتعويض قيمة $\mathbf{v^2}$ في معادلة 8

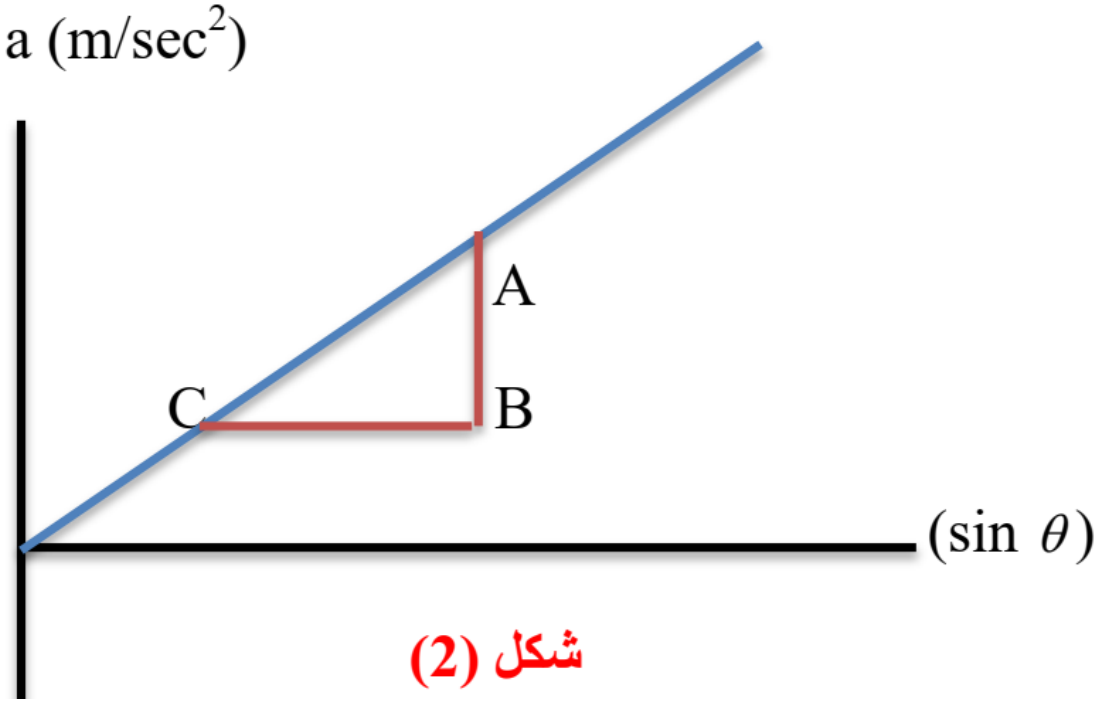
$$g\ S\ sin\theta = aS\left(1 + \frac{K^2}{r^2}\right) \ldots\ldots\ldots\ldots 9$$

أي ان

$$a = \frac{g}{\left(1 + \frac{K^2}{r^2}\right)}\ sin\theta \ \ldots\ldots\ldots\ldots 10$$

اذا كان الزمن t هو الزمن اللازم لدحرجة العجلة الاسطوانية لمسافة S يمكن حساب العلاقة التالية $a=2S/t^2$ فعند رسم العلاقة البيانية بين $sin\theta$ على محورالسينات و a على محور الصادات كما مبين في الشكل 2 نحصل على خط مستقيم يمر في نقطة الأصل ميله يساوي :

$$slope = \frac{AB}{CB} = \frac{g}{\left(1 + \frac{K^2}{r^2}\right)} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 11$$



شكل (2)

ومن المعادلة التالية يمكن إيجاد قيمة **K**

$$K = r\sqrt{\frac{g}{slope} - 1} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 12$$

ان وحدة K تقدر (m).

طريقة العمل و القياسات والحسابات

1. رتب السطح المائل كما مبين في الشكل 1 بحيث يصنع زاوية صغيرة مع الأفق مقدارها θ .
2. ضع علامتين عند نهايتي السطح المائل مثل A,B وقس المسافة بينهما ولتكن S .
3. ضع العجلة الاسطوانية بداية السطح المائل بحيث يقع مركزها شاقوليا علي النقطة A ثم اتركها تتدرج تلقائيا من السكون نحو الأسفل مارة بالنقطة B قس الزمن اللازم لقطع المسافة بواسطة ساعة توقيت.
4. سجل الارتفاع h.
5. زد ميل السطح المائل وكرر الفقرتين 3 و4.
6. سجل نتائجك كما في الجدول التالي

المسافة بين النقطتين A ,B تساوي S=

طول السطح المائل D=

ارتفاع السطح المائل h	Sinθ=h/S	T sec	$a=2S/t^2$ m/sec^2

7. قس قطر العجلة الاسطوانية D m بواسطة القدمة ثم جد نصف القطر r .
8. ارسم العلاقة البيانية بين Sinθ على محور السينات و a على محور الصادات كما في الشكل 2 في الجزء النظري ستحصل على خط مستقيم ميله slope =AB/CB .
9. جد نصف القطر الدوراني للجسم الاسطواني **K** من خلال المعادلة 12

1. استخدم قيمة الميل الذي حصلت عليه في الخطوة السابقة لايجاد التعجيل الارضي g m/sec^2 ومن المعادلة 6 ثم جد مقدار الخطأ المئوي.

الأسئلة

1. عرف نصف قطر التدويم لجسم.
2. ما هو قانون حفظ الطاقة اشرحه بايجاز.
3. ناقش العلاقة البيانية موضحا الوحدات لكل محور وما الذي تستنتجه من الرسم.